

Propiedades de las potencias

Producto

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$$

Potencia

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

Cociente

$$a^b : a^c = a^{b-c}$$

$$a^c : b^c = (a : b)^c$$

Exponente Negativo

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad a^{-\frac{b}{c}} = \frac{1}{\sqrt[c]{a^b}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-c} = \left(\frac{b}{a}\right)^c$$

Propiedades de las Raíces

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

1.- Calcula Aplicando las Propiedades de las potencias:

- a) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3$ b) $5^7 : 5^3$ c) $(5^3)^4$
d) $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4$ e) $(3^4)^4$ f) $[(5^3)^4]^2$
g) $(8^2)^3$ h) $(9^3)^2$ i) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2$
j) $2^7 : 2^6$ k) $(2^2)^4$ l) $(4 \cdot 2 \cdot 3)^4$
m) $(2^5)^4$ n) $[(2^3)^4]^{10}$ ñ) $(27^2)^5$

a)3⁸; b)5⁴; c)5¹²; d)30⁴; e)3¹⁶; f)5²⁴; g)2¹⁸; h)3¹²; i)2¹⁰; j)2; k)2⁸; l)24⁴; m)2²⁰; n)1; ñ)3³⁰

2.- Calcula, teniendo cuidado con los signos:

- a) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$ b) $(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$
c) $2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^4$ d) $2^2 : 2^3$
e) $2^{-2} : 2^3$ f) $2^2 : 2^{-3}$
g) $2^{-2} : 2^{-3}$ h) $(-2)^3 \cdot (+2)^7$

Sol: a) (-2)⁹; b) (-2)⁵; c) 2⁻¹=1/2; d) 2⁻¹; e) 2⁻⁵; f) 2⁵; g) 2; h) - (2)¹⁰

3.- ¿Qué signo tienen las potencias siguientes?

- a) 6³ b) (-3)¹² c) 3²¹ d) (-3)²¹
e) (-2)⁴ f) 5³² g) (-3)⁵ h) 4⁵¹
i) 3³⁵ j) (-1)¹⁷ k) 3⁻³ l) (-2)⁻³

4.- Calcula las siguientes potencias:

- a) 3⁴ b) (-1)³ c) (-2)³ d) 2⁵
e) (-2)⁴ f) -2² g) (-3)³ h) 5²

Sol: a) 81; b) -1; c) -8; d) 32; e) 16; f) -4; g) -27; h) 25

5.- Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma de potencia:

- a) $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3)^3$ b) $(3^2 \cdot 5^3)^3$ c) $(5^3 \cdot 2^2 \cdot 4^3)^2$

Sol: a) 2¹²·3⁶·5⁹; b) 3⁶·5⁹; c) 5⁶·2¹⁶

6.- Reduce a una única potencia:

- a) $x^4 \cdot x^6$ b) $m^3 \cdot m^4$ c) $m^8 : m^6$
d) $x^7 : x^6$ e) $(-4)^7 : (4^2)^2$ f) $(m^4)^3$
g) $(a^{10} : a^6)^2$ h) $(x^5 : x^2) \cdot x^4$ i) $(x^2)^5$
j) $(x^6 \cdot x^4) : x^7$ k) $(5^2 \cdot 5^4) : 5^3$ l) $(2^4)^3 : 2^7$
m) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$ n) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$

Sol: a) x¹⁰; b) m⁷; c) m²; d) x; e) -4³; f) m¹²; g) a⁸; h) x⁷; i) x¹⁰; j) x³; k) 5³; l) 2⁵; m) 5⁴; n) -3³

7.- Reduce a una única potencia:

a) $(a^2 \cdot a^3 \cdot a)^3 \cdot (a^2 \cdot a^3 \cdot a^0)$ b) $2^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^2}\right)$ c) $3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 3^2}\right)$

Sol: a) a²³; b) 2²; c) 3⁶

8.- Calcula:

- a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$ b) $[(-2^6) \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2$
c) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$ d) $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

Sol: a) 5²; b) -2³; c) 7; d) 3⁴

9.- Opera y calcula:

- a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$ b) $(-12)^7 : [(-3^5 \cdot 4^5)]$
c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$ d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$
e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$ f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

Sol: a) 10²; b) 1²; c) 18; d) -20³; e) 2³; f) -5

10.- Reduce a una única potencia:

- a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$ b) $10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$
c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$ d) $[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$

Sol: a) 10³; b) 2²; c) 6; d) 3⁴

11.- Calcula, si es posible, las siguientes raíces:

- a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{8^2}$ c) $\sqrt{-49}$ d) $\sqrt{5^2}$
e) $\sqrt{169}$ f) $\sqrt{-225}$ g) $\sqrt{2500}$ h) $\sqrt{50^2}$
i) $\sqrt{-x^2}$ j) $\sqrt{x^2}$ k) $\sqrt{(-144)^2}$ l) $\sqrt{a^4}$

Sol: a) 7; b) 8; c) No; d) 5; e) 13; f) No; g) 50; h) 50; i) No; j) x; k) -144; l) a²

12.- Calcula si existen estas raíces:

- a) $\sqrt[3]{1}$ b) $\sqrt[3]{-1}$ c) $\sqrt[3]{64}$
d) $\sqrt[4]{625}$ e) $\sqrt[4]{-625}$ f) $\sqrt[4]{10.000}$

Sol: a) 1; b) -1; c) 4; d) 5; e) No; f) 10

13.- Calcula las siguientes raíces exactas:

- a) $\sqrt{0,04}$ b) $\sqrt{0,49}$ c) $\sqrt{0,81}$
d) $\sqrt{0,0001}$ e) $\sqrt{0,0121}$ f) $\sqrt{0,1225}$

Sol: a) 0,2; b) 0,7; c) 0,9; d) 0,01; e) 0,11; f) 0,35

14.- Expresa en forma de potencia y calcula:

- a) $\sqrt[3]{a^{12}}$ b) $\sqrt[5]{m^{10}}$ c) $\sqrt{x^{10}}$

Sol: a) a⁴; b) m²; c) x⁵

15.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}$ b) $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$ c) $\frac{2^{-5} \cdot 4^3}{16}$ d) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 4^{-1}}{2^3 \cdot 9^{-1}}$

Sol: a) 72; b) 5/2; c) 1/8; d) 81

16.- Simplifica:

- a) $\frac{1}{a} : \frac{1}{a^2}$ b) $a : \frac{1}{a}$ c) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \frac{a^3}{b^2}$ d) $\left(\frac{a}{b}\right)^3 \cdot (a^{-1})^{-2}$ e) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$

Sol: a) a; b) a²; c) b²/a; d) b³/a; e) a·b²

17.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $\frac{5^2 \cdot (-5^{-2})^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 5^{-5} \cdot (5^2)^2}$ b) $\frac{2^{-1} \cdot (2^5)^{-3} \cdot 2}{2^7}$ c) $\frac{3^{\frac{2}{3}} \cdot (3^2)^{\frac{3}{2}}}{3^3}$ d) $\frac{7^{-3} \cdot 7^{-1} \cdot 7^4}{(7^5 \cdot 7)^2}$

Sol: a) 5; b) 3²³; c) 2²²; d) 7⁻¹²

18.- Calcula y simplifica:

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{32} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^{32}\right]^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-66} : \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^{-4} = \frac{9}{16}$$

19.- Realiza las siguientes operaciones con la ayuda de las propiedades de las potencias:

a) $\left[\left(-\frac{6}{5} \right) \cdot \frac{1}{8} \cdot (-2) \right]^{-4}$ b) $\frac{2^{-3} \cdot (-2)^4 \cdot (-4)^{-1}}{-2}$ c) $\left(\frac{2}{3} \right)^{-4} \cdot \left(\frac{5}{3} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4} \right)^{-3} \cdot \left(-\frac{3}{5} \right)^{-5}$

d) $\frac{\left(\frac{4}{9} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^3}{\left(\frac{25}{3} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-3} \cdot 2^{-7}}$ e) $\frac{2^3 \cdot 4^5 \cdot 2^6 \cdot 2 \cdot 8^{30}}{16 \cdot 2^3 \cdot 32 \cdot 2^4}$ f) $\frac{(2^0 \cdot 2^{-1} \cdot 2^3)^3}{\left(\frac{1}{3} \right)^{-2} + 1}$

g) $\frac{15^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 45^2}{25 \cdot 5^3 \cdot 125 \cdot 27}$ h) $\frac{(-3)^2 \cdot 2^{-3} \cdot \left(\frac{1}{72} \right)^{-1}}{(-3)^{-3} - \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} \right]^2}$ i) $-3^{-2} \cdot \left(-1 + \frac{4}{5} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{-3}{2} \right)^3 \cdot \frac{(-5)^{-1}}{(-2)^{-2}}$

j) $\frac{\left(\frac{2}{3} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2}{\left[(-2)^3 + 2^{-3} \right] \cdot 63^{-1}}$ k) $\frac{2^3 \cdot 8^{-3} \cdot 12^{-1} \cdot (-3)^2}{6^2 \cdot 16^{-2} \cdot 3^{-3}}$ l) $\left[\frac{\left(-\frac{1}{3} \right)^2 \cdot (-3)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3} \right)^{-3} \right]^{-2}}{2 \cdot 3^6 - \left(\frac{1}{3} \right)^{-6}} \right]^{10}$

m) $\frac{(x^{-2}y^{-3})^{-3} \cdot (x^5y^3)^2}{(x^3y^5)^4}$ n) $\frac{(a^3b^{-4})^{-2} \cdot (a^4b)^2}{(a^{-2}b^{-3})^{-3}}$ ñ) $\frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-8} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{4} \right)^3}{2^3 \cdot \left(\frac{8}{9} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^2}$

Sol: a) $(10/3)^4$; b) $1/4$; c) -900 ; d) $3/10$; e) 2^{94} ; f) 16 ; g) $243/5$; h) $-2187/433$; i) $-15/2$; j) -12 ; k) $9/4$; l) $1/3^{120}$; m) x^4/y^5 ; n) b/a^4 ; ñ) $243/16$

20.- Cuánto debe valer x para que se verifique esta igualdad:

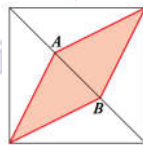
$$\sqrt{11 \cdot 3^{85} + 4 \cdot 9^{42} + 27^{29}} = 8 \cdot 3^x$$

Sol: $x=42$

21.- Comprueba que no es posible utilizar la calculadora para obtener $5^{129} \cdot 4^{63}$ porque es un número demasiado grande. Utiliza las propiedades de las potencias para expresarlo en notación científica.

Sol: $1,25 \cdot 10^{128}$

22.- Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 36 cm^2 , ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el valor exacto.



Sol: $2\sqrt{5} \text{ cm}$

23.- En un triángulo equilátero de 10 cm de lado, se cortan de las esquinas triángulos equiláteros de lado x y así se obtiene un hexágono. Calcula el valor de x para que el área de ese hexágono sea $10\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Sol: $x=2\sqrt{5} \text{ cm}$

24.- Calcula sin utilizar la calculadora: $\frac{0,0000025}{0,0000125} =$

Sol: $1/5$

25.- Un profesor escribe en la pizarra la siguiente operación:

$$\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

Y pide a la mitad de la clase que la desarrollen en forma de radicales, y a la otra mitad, que lo hagan en forma de potencia. ¿Qué resultado obtendrá cada una de las partes de la clase?

Sol: La misma.

26.- Calcula el valor de k en cada caso:

a) $\sqrt[3]{k} = \frac{1}{2}$ b) $\sqrt[5]{k} = -2$

c) $\sqrt[k]{-343} = -7$ d) $\sqrt[k]{625} = -5$

Sol: a) $1/8$; b) -32 ; c) 3 ; d) 4

27.- Calcula los valores de a , b , c y d en esta igualdad:

$$\sqrt{10^4 \cdot 14^6 \cdot 81^{12}} = 2^a \cdot d^b \cdot 5^c \cdot 7^d$$

Sol: $a=5$; $b=24$; $c=2$; $d=3$



28.- En el dibujo de la izquierda aparece representada una piscina circular de 2 metros de profundidad que se ha construido de forma que su contorno es una circunferencia inscrita en un cuadrado. Se quiere plantar con césped el área de la corona circular limitada por la piscina y la circunferencia circunscrita al cuadrado mencionado. ¿Qué área de césped será necesaria comprar si un grifo que arroja 37,23 litros por minuto ha tardado en llenar la piscina 45 horas?

Sol: $16 \pi \text{ m}^2$