

## Propiedades de las potencias

### Producto

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$$

### Cociente

$$a^b : a^c = a^{b-c}$$

$$a^c : b^c = (a : b)^c$$

### Potencia

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

### Potencia de Fracción

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

## Propiedades de las Raíces cuadradas

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

## Potencias de base negativa

$$a^b \begin{cases} \text{si } a > 0 & + \\ \text{si } a < 0 & \begin{cases} \text{si } b \text{ par} & + \\ \text{si } b \text{ impar} & - \end{cases} \end{cases} \begin{matrix} (+2)^3 = +8 \\ (-2)^4 = +16 \\ (-2)^3 = -8 \end{matrix}$$

1.- Calcula Aplicando las Propiedades de las potencias:

- a)  $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3$     b)  $5^7 : 5^3$     c)  $(5^3)^4$   
d)  $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4$     e)  $(3^4)^4$     f)  $[(5^3)^4]^2$   
g)  $(8^2)^3$     h)  $(9^3)^2$     i)  $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2$   
j)  $2^7 : 2^6$     k)  $(2^2)^4$     l)  $(4 \cdot 2 \cdot 3)^4$   
m)  $(2^5)^4$     n)  $[(2^3)^4]^0$     ñ)  $(27^2)^5$

Sol: a)  $3^8$ ; b)  $5^4$ ; c)  $5^{12}$ ; d)  $30^4$ ; e)  $3^{16}$ ; f)  $5^{24}$ ; g)  $2^{18}$ ; h)  $3^{12}$ ; i)  $2^{10}$ ; j)  $2$ ; k)  $2^8$ ; l)  $24^4$ ; m)  $2^{20}$ ; n)  $1$ ; ñ)  $3^{30}$

2.- Calcula, teniendo cuidado con los signos:

- a)  $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$     b)  $(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$   
c)  $2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^6$     d)  $(-2)^5 : 2^3$   
e)  $2^2 : (-2)^{-3}$     f)  $-2^6 : (-2)^3$   
g)  $2^{-2} : 2^{-3}$     h)  $(-2)^3 \cdot (+2)^7$

Sol: a)  $(-2)^9$ ; b)  $(-2)^5$ ; c)  $2$ ; d)  $-2$ ; e)  $-2^5$ ; f)  $2^3$ ; g)  $2$ ; h)  $(-2)^{10}$

3.- ¿Qué signo tienen las potencias siguientes?

- a)  $6^3$     b)  $(-3)^{12}$     c)  $3^{21}$     d)  $(-3)^{21}$   
e)  $(-2)^4$     f)  $5^{32}$     g)  $(-3)^5$     h)  $4^{51}$   
i)  $3^{35}$     j)  $(-1)^{17}$     k)  $3^{-3}$     l)  $(-2)^{-3}$

4.- Calcula las siguientes potencias:

- a)  $3^4$     b)  $(-1)^3$     c)  $(-2)^3$     d)  $2^5$   
e)  $(-2)^4$     f)  $-2^2$     g)  $(-3)^3$     h)  $5^2$

Sol: a)  $81$ ; b)  $-1$ ; c)  $-8$ ; d)  $32$ ; e)  $16$ ; f)  $-4$ ; g)  $-27$ ; h)  $25$

5.- Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma de potencia:

- a)  $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3)^3$     b)  $(3^2 \cdot 5^3)^3$     c)  $(5^3 \cdot 2^2 \cdot 4^3)^2$

Sol: a)  $2^{12} \cdot 3^6 \cdot 5^9$ ; b)  $3^6 \cdot 5^9$ ; c)  $5^6 \cdot 2^{16}$

6.- Reduce a una única potencia:

- a)  $x^4 \cdot x^6$     b)  $(-m)^3 \cdot (-m)^4$     c)  $m^8 : m^6$   
d)  $x^7 : x^6$     e)  $(-4)^7 : (4)^2$     f)  $(m^4)^3$   
g)  $(a^{10} : a^6)^2$     h)  $(x^5 : x^2) \cdot x^4$     i)  $(-x^2)^5$   
j)  $(x^6 \cdot x^4) : x^7$     k)  $(5^2 \cdot 5^4) : 5^3$     l)  $(2^4)^3 : 2^7$   
m)  $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$     n)  $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$

Sol: a)  $x^{10}$ ; b)  $-m^7$ ; c)  $m^2$ ; d)  $x$ ; e)  $-4^3$ ; f)  $m^{12}$ ; g)  $a^8$ ; h)  $x^7$ ;

i)  $-x^{10}$ ; j)  $x^3$ ; k)  $5^3$ ; l)  $2^5$ ; m)  $5^4$ ; n)  $-3^3$

7.- Reduce a una única potencia:

a)  $(a^2 \cdot a^3 \cdot a)^3 \cdot (a^2 \cdot a^3 \cdot a^0)$     b)  $2^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^2}\right)$     c)  $3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 3^2}\right)$

Sol: a)  $a^{23}$ ; b)  $2^2$ ; c)  $3^6$

8.- Calcula:

- a)  $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$     b)  $[(-2^6) \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^{-2}$   
c)  $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$     d)  $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

Sol: a)  $5^2$ ; b)  $-2^3$ ; c)  $7$ ; d)  $3^4$

9.- Opera y calcula:

- a)  $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$     b)  $(-12)^7 : [(-3^5 \cdot 4^5)]$   
c)  $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$     d)  $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$   
e)  $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$     f)  $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

Sol: a)  $10^2$ ; b)  $12^2$ ; c)  $18$ ; d)  $-20^3$ ; e)  $2^3$ ; f)  $-5$

10.- Reduce a una única potencia:

- a)  $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$     b)  $10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$   
c)  $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$     d)  $[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$

Sol: a)  $10^3$ ; b)  $2^2$ ; c)  $6$ ; d)  $3^4$

11.- Calcula, si es posible, las siguientes raíces:

- a)  $\sqrt{49}$     b)  $\sqrt{8^2}$     c)  $\sqrt{-49}$     d)  $\sqrt{15^2}$   
e)  $\sqrt{169}$     f)  $\sqrt{-225}$     g)  $\sqrt{2500}$     h)  $\sqrt{50^2}$   
i)  $\sqrt{-x^2}$     j)  $\sqrt{x^2}$     k)  $\sqrt{(-144)^2}$     l)  $\sqrt{a^4}$   
m)  $\sqrt{(-2)^2}$     n)  $\sqrt{-a^4}$     ñ)  $\sqrt{(-a)^4}$     o)  $\sqrt{m^6}$   
p)  $\sqrt{-81}$     q)  $\sqrt{(-m)^6}$     r)  $\sqrt{-a^4}$     s)  $\sqrt{-m^6}$

Sol: a)  $7$ ; b)  $8$ ; c) No; d)  $15$ ; e)  $13$ ; f) No; g)  $50$ ; h)  $50$ ; i) No; j)  $x$ ; k)  $-144$ ; l)  $a^2$ ; m)  $2$ ; n) no; ñ)  $a^2$ ; o)  $m^3$ ; p) no; q)  $m^3$ ; r) no; s) no

12.- Calcula:

- a)  $(4^6 : 4^3) \cdot (4^4 : 4)$     b)  $(36^5 : 6^4) : (2^4 \cdot 3^4)$   
c)  $x \cdot (x^9 : x^3) : x^3$     d)  $[(2^8 : 4^2) : 5^0] : 8$   
e)  $16^4 : 4^7 \cdot 8^3$     f)  $(-m^8 \div m^3) \div (-m^2)$   
g)  $4^3 - 5^2 + 3^0$     h)  $\sqrt{144} - \sqrt{121}$   
i)  $6^3 \div 6^2 + 5^2 \cdot 5$     j)  $[(3^{11} : 9^2) \cdot 27^2] : 81^3$   
k)  $[2^7 \cdot (-3)^7] \div 36^2$     l)  $m^{10} : (m^3)^3 \cdot p$   
m)  $[(-k)^9 : k^5] : (-k)^3$     n)  $(25^5 \cdot (-4)^5) : (-10)^3$

Sol: a)  $4^6$ ; b)  $6^2$ ; c)  $x^4$ ; d)  $2^4$ ; e)  $2^8$ ; f)  $m^3$ ; g)  $40$ ; h)  $1$ ; i)  $131$ ; j)  $3$ ; k)  $-6^3$ ; l)  $m \cdot p$ ; m)  $k$ ; n)  $10^7$

13.- Realiza las siguientes operaciones combinadas y calcula el resultado: (usa potencias si es necesario)

- a)  $3 \cdot 4^2 - 3^2 : 3^0 + \sqrt{81} : 3^2 =$   
b)  $5 \cdot (7-2)^2 : 25 - 4^4 : 4^3 + \sqrt{36} : 6 =$   
c)  $5^2 + 5^3 - 5 + 5^0 =$   
d)  $25 - 5 \cdot 2 + 8^4 : 4^5 + 2 \cdot \sqrt{49} =$   
e)  $(-30)^7 : (-6)^7$     f)  $8^4 : (-4)^4$     g)  $\frac{9^5}{3^5}$     h)  $(-(-2^2)^3)^4$   
i)  $(-10)^3 \cdot (-10)^4 \cdot 10^3 : 100^2$     j)  $16^2 \cdot 8^3 : (-4)^3$   
k)  $625 \cdot 25^2 : 125$     l)  $(-100)^3 \cdot (-1000)^2 : (-10)^7$

Sol: a)  $40$ ; b)  $2$ ; c)  $146$ ; d)  $33$ ; e)  $5^7$ ; f)  $2^4$ ; g)  $3^5$ ; h)  $-10^6$ ; i)  $-2^{23}$ ; k)  $5^5$ ; l)  $10^2$

**14.-** Una finca tiene forma cuadrada y su área mide 81 m<sup>2</sup>. ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

Sol: 9 m.

**15.-** Escribe el producto de cien por mil como una única potencia.

Sol: 10<sup>5</sup>

**16.-** Un cine tiene el mismo número de filas que de columnas, y en total tiene 289 butacas. ¿Cuántas butacas tiene cada fila?

Sol: 17 butacas.

**17.-** Un rectángulo mide 120 m de largo y 30 m de ancho. Calcula el lado de un cuadrado que tenga la misma área.

Sol: 60 m.

**18.-** Lily va a colocar en su supermercado oriental 5 cajas de vasos en las que los vasos vienen ordenados en 5 filas de 5 vasos. Expresa como una única potencia el número de vasos a colocar y calcúlalo.

Sol: 5<sup>3</sup>=125 vasos.

**19.-** El patio de un centro escolar es cuadrado, y cada lado mide 60 m. Queremos ponerlo de terrazo, que mide 40 cm x 40 cm. Si cada pieza de terrazo vale 0,65 €, y por colocarlo cobran 3.000 €, ¿cuánto cuesta arreglar el patio?

Sol: 17.625 €.

**20.-** Un parque cuadrado, que tiene de superficie 7,84 ha, está plantado de pinos perfectamente alineados y distribuidos en filas y columnas. Si cada pino ocupa 49 m<sup>2</sup>, ¿cuántos pinos hay en cada fila?

Sol: 40 pinos.

**21.-** Halla el área de una finca cuadrada que tiene 100 m de lado. Da el resultado en hectáreas.

Sol: 1 Ha.

**22.-** En una papelería hay 4 estanterías con 8 baldas en cada una de ellas y sobre cada balda, 16 libros. Expresa en forma de potencia el total de libros que hay en la papelería.

Sol: 2<sup>9</sup>=512 libros.

**23.-** ¿Es cierto que la suma de potencias de la misma base es otra potencia cuya base es la misma y cuyo exponente es la suma de los exponentes de los sumandos? Justifica la respuesta con un ejemplo

Sol: No

**24.-** Con 195 árboles se quiere formar un cuadrado de filas y columnas. ¿Cuántos árboles tiene que haber en cada lado? ¿Cuántos sobran? ¿Cuántos más serían necesarios para formar un cuadrado de un árbol más de lado?

Sol: 1 más.

**25.-** En la fiesta de cumpleaños de mi hermano pequeño había 128 caramelos para repartir. Después del reparto cada niño tenía tantos caramelos como niños había. Si sobraron 7 caramelos, ¿cuántos niños había?

Sol: 11 niños.

**26.-** La raíz cuadrada de un número es 37 y si el número fuese 44 unidades mayor su raíz cuadrada sería exacta. **a)** ¿Cuál es el número? **b)** ¿Cuántas unidades como mínimo habría que quitarle al número para que la raíz fuese también exacta?

Sol: a) 1.400; b) 31 unidades.

**27.-** El presupuesto para alicatar las cuatro paredes de una cocina cuadrada es de 900 €. Si las paredes son cuadradas y nos cobran a 25 € el metro cuadrado, ¿cuánto mide el lado de cada pared?

Sol: 3 m.

**28.-** Con cubitos se forman cubos mayores de lado 2, 3, 4 y 5. ¿Cuántos cubitos son necesarios en cada caso? Exprésalo en forma de potencias.

Sol: 2<sup>3</sup>, 3<sup>3</sup>, 4<sup>3</sup> y 5<sup>3</sup>.

**29.-** Una mesa rectangular tiene el largo igual al doble del ancho. Si la superficie es de 512 cm<sup>2</sup>, ¿cuál es el perímetro?

Sol: 96 cm.

**30.-** Escribe el cubo del producto de cien por mil como una única potencia.

Sol: 10<sup>5</sup>

**31.-** Una finca tiene forma cuadrada y mide 25 m de lado. Si el metro cuadrado se paga a 300 €, ¿cuánto vale la finca?

Sol: 187.500 €

**32.-** Calcula si existen estas raíces:

a)  $\sqrt[3]{1}$     b)  $\sqrt[3]{-1}$     c)  $\sqrt[3]{64}$   
d)  $\sqrt[4]{625}$     e)  $\sqrt[4]{-625}$     f)  $\sqrt[4]{10.000}$

Sol: a) 1; b) -1; c) 4; d) 5; e) No; f) 10

**33.-** Calcula las siguientes raíces exactas:

a)  $\sqrt{0,04}$     b)  $\sqrt{0,49}$     c)  $\sqrt{0,81}$   
d)  $\sqrt{0,0001}$     e)  $\sqrt{0,0121}$     f)  $\sqrt{0,1225}$

Sol: a) 0,2; b) 0,7; c) 0,9; d) 0,01; e) 0,11; f) 0,35

**34.-** Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

a)  $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}$     b)  $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$     c)  $\frac{2^5 \cdot 4^3}{8^2 \cdot 16}$     d)  $\frac{2^5 \cdot 3^5 \cdot 4}{2^5 \cdot 9^3}$

Sol: a) 72; b) 5/2; c) 2; d) 4/3

**35.-** Simplifica:

a)  $\frac{1}{a} : \frac{1}{a^2}$     b)  $\left(a : \frac{1}{a}\right)^3$     c)  $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \frac{b^3}{a^2}$     d)  $\left(\frac{2}{4}\right)^3 : (2^{-1})^{-2}$

Sol: a) a; b) a<sup>3</sup>; c) a<sup>2</sup>/b; d) 2<sup>5</sup>

**36.-** Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

a)  $\frac{625^2 \cdot (25)^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 125^2 \cdot (25^2)^3}$     b)  $\frac{16 \cdot (32)^5 : 64}{1024^2}$     c)  $\frac{27 \cdot (9^2)^4 \cdot 81}{729^4}$

Sol: a) 1; b) 8; c) 1/3

**37.-** La masa del Sol es, aproximadamente, 330.000 veces la de la Tierra. Si la masa de la Tierra es 6 · 10<sup>24</sup> kg., calcula la masa del Sol.

Sol: 1,98 · 10<sup>30</sup> kg.

**38.-** El diámetro de un virus es de 5 · 10<sup>-4</sup> mm. ¿Cuántos de esos virus son necesarios para rodear la Tierra, si su radio medio es de 6.370 km?

Sol: 8 · 10<sup>13</sup> virus

**39.-** Un átomo de oxígeno, O, tiene una masa aproximada de: 0, 000 000 000 000 000 000 000 026 560 gramos, exprésala en kilogramos y en toneladas con la ayuda de la notación científica.

Sol: a) 2,656 · 10<sup>-26</sup> Kg; b) 2,656 · 10<sup>-29</sup> Ton.

**40.-** La masa de un protón es de aprox. 1,6726 · 10<sup>-27</sup> kg, unas 1.836 veces la masa de un electrón. Con estos datos, ¿puedes calcular la masa aproximada de un electrón?

Sol: 9,11 · 10<sup>-31</sup> Kg.

**41.-** Calcula y simplifica:

a)  $4 + \frac{1}{6} : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - \frac{8}{5} \cdot \sqrt{\frac{25}{16}} =$

b)  $\sqrt{\frac{4}{16}} \cdot \left(\frac{24}{8} - \frac{5}{2}\right)^2 : \frac{2}{7} + 3 \cdot \frac{5}{7} =$

c)  $\frac{2}{5} : \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right) \cdot \sqrt{\frac{9}{16}} + 1 : \left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$

d)  $-3 - \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left[(-3) : \left(\frac{1}{5} : \frac{1}{10}\right)\right]^3 =$

e)  $\left(4 + \frac{1}{3}\right)^3 : \sqrt{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 3\right) =$

f)  $\sqrt{\frac{16}{25}} - \frac{7}{2} + \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{8}\right] =$

Sol: a) 15/7; b) 289/112; c) 283/144; d) -33/20; e) 17333/108; f) 137/40