



Algoritmo de resolución de Problemas de Grifos

En el enunciado de este tipo de problemas se presentan siempre una serie de "sujetos" que realizan **labores** que se pueden acumular (grifos que llenan un depósito; máquinas que realizan un mismo trabajo; obreros que realizan una obra, etc ...).

Los datos e incógnitas siempre se refieren a los tiempos que cada uno por separado o todos juntos realizan dicha labor. El "truco" para plantear el problema radica en considerar la parte de la labor que realiza, en la unidad de tiempo, cada "sujeto" y todos juntos; la parte que realizan todos juntos es la suma de la parte de labor que realiza cada uno de los sujetos.

Supongamos que tenemos dos grifos para llenar un depósito:

El grifo 1 tarda t_1 horas en llenarlo, en una hora habrá llenado: $\frac{1}{t_1}$

El grifo 2 tarda t_2 horas en llenarlo, en una hora habrá llenado: $\frac{1}{t_2}$

Si el depósito tiene un desagüe:

El desagüe tarda t_3 horas en vaciarlo, en una hora vaciará: $\frac{1}{t_3}$

Si todos juntos tardan en llenarlo T horas, en una hora llenarán: $\frac{1}{T}$

Para calcular alguna de las variables, procederemos de la siguiente forma:

$$\underbrace{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}}_{\text{Sin desagüe}} = \frac{1}{T}$$

$$\underbrace{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_3}}_{\text{Con desagüe}} = \frac{1}{T}$$

01.- Una fuente llena un depósito en 10 horas y otra en 15 horas. ¿Qué tardarían en llenarlo, manando juntas ambas fuentes?

Sol: 6 horas.

Un depósito se llena por un grifo en 8 horas y por otro en 2 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse abriendo los dos grifos a la vez?

Si llamamos x al tiempo que tardan en llenar el depósito los dos grifos, $1/x$ será lo que llenan ambos grifos durante 1 hora.

Si un grifo tarda en llenarlo 8 horas, en 1 hora llenará: $1/8$ del depósito.

Si el otro tarda 2 horas, en una hora llenará: $1/2$ del depósito.

Si sumamos lo que llena cada uno en 1 hora eso será igual a lo que llenan los dos a la vez:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{5}{8} = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ horas}$$

Por tanto, los dos grifos llenarán el depósito en 1 h y 36 min.

02.- Un grifo llena un depósito en 2 horas, y otro grifo lo llena en 3 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse el depósito si se abren ambos grifos a la vez?

Sol: 1 hora y 12 minutos.

03.- Una empresa de pinturas tarda 5 días en pintar un hotel, mientras que una segunda empresa tardaría 8 días. Si las dos empresas empiezan al mismo tiempo y trabajan juntas, ¿cuánto tiempo tardarían en pintar el hotel?

Sol: 3 días aproximadamente.

04.- Dos fuentes llenan un depósito en 6 horas. Hallar el tiempo que sería necesario para que cada una, separadamente, lo llenase sabiendo que la primera emplea 5 horas más que la segunda.

Sol: 10 y 15 horas.

05.- Dos obreros hacen un trabajo en 3 horas. Uno de ellos lo haría solo en 4 horas. Hallar el tiempo que tardaría el otro solo.

Sol: 12 horas

06.- Un molino da 640 kg de harina en 9 horas, y otro, 830 kg en 6 horas. ¿En cuánto tiempo darán ambos 2 Toneladas de harina?

Sol: 9h 32 min y 57 seg.

07.- Una bomba vacía un depósito en 7h 30 min; y otra en 5 h. Calcula en cuánto tiempo lo vaciarían trabajando ambas simultáneamente.

Sol: 3 horas.

08.- Un grifo tarda 4 días en llenar una piscina y otro tarda 6 días. Si se abren a la vez, ¿cuánto tardarán en llenarla?

Sol: 2,4 días

09.- De los tres caños que afluyen en un estanque uno puede llenarlo solo en 36 horas, otro en 30 h. y el tercero en 20 horas. Hallar cuanto tardarían en llenarlo juntos.

Sol: 9 horas

María y Bianca forman pareja para realizar el trabajo en grupo que ha encargado la profesora de Biología sobre los efectos de las drogas en el organismo. Si hicieran el trabajo conjuntamente, tardarían 2 horas. María, ella sola, emplearía 3 horas más que Bianca, también en solitario. ¿Cuántas horas tardaría cada una de ellas en hacer el trabajo?

Si llamamos x al tiempo que tardaría Bianca, en una hora Bianca hace $1/x$ del trabajo.

El tiempo de María es $x+3$, por tanto en una hora haría $1/(x+3)$ del trabajo.

Si ente las dos tardan 2 horas, en una hora hacen $1/2$ del trabajo.

Si sumamos lo que hace cada una en una hora, obtenemos lo que hacen las dos a la vez, también en una hora.

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} &= \frac{1}{2} \rightarrow 2(x+3) + 2x = x \cdot (x+3) \rightarrow \\ \rightarrow 2x + 6 + 2x &= x^2 + 3x \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow x_1 &= 3 \quad \text{y} \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

Bianca tardaría 3 horas, y María, 6.

10.- Un depósito tiene un grifo que lo llena en 3 horas; otro tarda en llenarlo 4 horas y un desagüe lo vacía en 5 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse si se abren a la vez los tres caños?

Sol: 2,6 horas

11.- Un labrador tiene pienso para alimentar a una vaca durante 27 días, y si fuera una oveja tendría pienso para 54 días. ¿Para cuánto tiempo tendría pienso si tuviera que alimentar a la vaca y a la oveja?

Sol: 18 días

12.- Un grifo A llena un depósito de agua en 3 h, y otro grifo B, en 1 h. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar a la vez el depósito?

Sol: 45 minutos.

13.- Un estanque se llena con un grifo en dos horas, y con otro en cinco horas. ¿Cuánto tardarán en llenarse abriendo los dos grifos a la vez?. Expresa el resultado en horas, minutos y segundos.

Sol: 1 hora 25 minutos y 40 segundos.

14.- Si la piscina del ejercicio anterior tuviera un desagüe que la vacía en 8 días, ¿cuánto tiempo tardarán en llenarla con los dos grifos y el desagüe abiertos?

Sol: 3,428 días.

15.- Un grifo puede llenar un depósito en 10 horas, otro grifo en 20 h. y un desagüe puede vaciarlo en 15 h. ¿En cuánto tiempo se llenará el depósito si estando vacío y abierto el desagüe se abren los dos grifos?

Sol: 12 horas.

Un grifo A llena un depósito de agua en 2 h, y otro grifo B, en 3 h. El depósito tiene un desagüe que lo vacía en 6 h estando los grifos cerrados. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos grifos en llenar a la vez el depósito estando el desagüe abierto?

Si llamamos x al tiempo que tardan en llenar el depósito los dos grifos con el desagüe abierto, $1/x$ será lo que llenan ambos grifos durante 1 hora.

Si el grifo A tarda en llenarlo 2 horas, en 1 hora llenará: $1/2$ del depósito.

Si el grifo B tarda 3 horas, en una hora llenará: $1/3$ del depósito.

Si el desagüe lo vacía en 6 horas, en una hora vaciará: $1/6$ del depósito.

Si sumamos la labor que hace cada uno en 1 hora eso será igual a lo que hacen todos a la vez:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ horas}$$

Por tanto, los dos grifos llenarán el depósito en 1 h y 36 min.

16.- Dos fuentes manando juntas tardan en llenar un depósito 2 horas y 24 minutos. Halla el tiempo que emplearía cada una de ellas sabiendo que la segunda emplea dos horas menos que la primera.

Sol: La primera 6 horas y la segunda 4.



17.- Tres albañiles construyen un muro: el primero puede construir 8 metros cúbicos en 5 días; el segundo, 9 metros cúbicos en 4 días, y el tercero, 10 metros cúbicos en 6 días. ¿Cuánto tiempo necesitarán, en estas condiciones, para construir 1.324 metros cúbicos, trabajando todos juntos?

Sol: 240 días.

18.- Un grifo A llena un depósito de agua en 2 h; otro grifo B, en 3 h, y otro C, en 4 h. El depósito tiene un desagüe que lo vacía en 12 h estando los grifos cerrados. ¿Cuánto tiempo tardarán los tres grifos en llenar a la vez el depósito estando el desagüe abierto?

Sol: 1 hora.

Juan es el doble de rápido que Pedro. Si juntos pueden hacer cierto trabajo en 12 días. ¿Cuánto tiempo le tomaría a Juan hacerlo solo?

- ☛ Si Juan hace un trabajo en x días, en 1 día realizará $1/x$.
- ☛ Si Pedro hace el trabajo en $2x$ (doble que Juan), en 1 día realizará $1/2x$.
- ☛ Si juntos hacen el trabajo den 12 días, en un día harán $1/12$.

Si sumamos el trabajo de cada uno al día, eso será igual al trabajo juntos al día:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{12} \rightarrow \frac{3}{2x} = \frac{1}{12} \rightarrow x = 18$$

Por tanto, Juan tardaría 18 días.

19.- Dos manantiales pueden llenar un depósito en 18 horas: hállese el tiempo que tardará cada uno de ellos, sabiendo que el primero, manando solo, tardaría 27 horas más que el segundo.

Sol: Uno 27 horas y el otro 54.

20.- Dos grifos abiertos a la vez llenan un depósito en 90 minutos. Abiertos por separado, uno de ellos tardaría 4 horas más que el otro en llenar ese mismo depósito. Calcula cuánto tardará cada grifo por separado.

Sol: 2 horas uno y 6 horas el otro.

21.- Dos grifos llenan un depósito en 3 horas. Si solo se abre uno de ellos, tardaría 5 horas. ¿Cuánto tardará el otro grifo en llenar el depósito?

Sol: 7,5 h.

22.- Un grifo tarda el doble que otro en llenar un depósito. Abriendo los dos a la vez, tardan 8 horas. ¿Cuánto tardará cada uno de ellos en llenarlo?

Sol: Uno 12 horas y el otro 24.

23.- Dos fuentes manando juntas tardan en llenar un depósito 2 horas y 24 minutos. Halla el tiempo que emplearía cada una de ellas sabiendo que la segunda emplea dos horas menos que la primera.

Sol: La primera 6 horas y la segunda 4.

24.- Un albañil y su ayudante pueden hacer una obra en 24 días; dicha obra la puede hacer el albañil sólo en 40 días. ¿en qué tiempo trabajando sólo, lo hará el ayudante?

Sol: En 60 días.

25.- Mariam hace un trabajo en 15 días y su hermano Mohamed lo hace en 30 días. ¿En cuántos días lo harán trabajando juntos?

Sol: En 10 días.

26.- Juan es el doble de rápido que Pedro. Si juntos pueden hacer cierto trabajo en 12 días. ¿Cuánto tiempo le tomaría a Juan hacerlo solo?

Sol: 18 días.

27.- Un recipiente tiene un primer grifo, que tardaría en llenarlo 3 horas, y un segundo grifo que tardaría 4 horas; y tiene un tubo de desagüe, que tardaría en vaciarlo 5 horas, calcular el tiempo que tardará en llenarse el depósito, si se abren a la vez los dos grifos y el tubo de desagüe.

Sol: 2 horas, 36 min y 31,3 seg.

28.- Un baño tiene dos grifos. Uno lo llena en 3 horas, y el otro en 5 horas. Se deja abierto el primero durante $1 \frac{1}{3}$ horas; después el segundo durante $\frac{3}{4}$ de hora, y en seguida se dejan los dos abiertos. ¿Cuánto tiempo se tardará en acabar de llenar el baño?

Sol: 45 min y 37,5 seg.

29.- Un grifo A llena un depósito de agua en 2 h; otro grifo B, en 5 h, y otro C, en 10 h. ¿Cuánto tiempo tardarán los tres grifos en llenar a la vez el depósito?

Sol: 1 hora y cuarto.

30.- Glotillo se come una torta en 20 minutos, y Gordillo se come otra igual en 30 min, si ambos se comen a la vez la misma torta, ¿Cuánto se comerán en 1 minuto?

Sol: Se comen $1/12$ de la torta.

31.- Un caño A llena un estanque en 6 horas y un desagüe B lo vacía en 10 horas. En cuánto tiempo llenará el estanque si B se abre 2 horas después de que estuviera abierto A.

Sol: 10 horas.

32.- Un estanque tiene cuatro caños: dos que lo alimentan y dos que lo desaguan. Abierto solamente uno de los primeros, se llena el estanque en 5 horas, y abierto solo el otro, se llena en 6 horas. Abierto uno de los caños de desagüe y cerrados los demás, se vacía el estanque en 8 horas, y abierto únicamente el otro caño de desagüe, se vacía en 10 horas. Cuando el estanque contiene los $2/5$ del agua, se abren los 4 caños, y se desea saber el tiempo que tendrá que transcurrir para que se llene el estanque.

Sol: 4h, 14 min y 7 seg.

Se poseen dos cirios de igual altura que se encienden simultáneamente. ¿Al cabo de cuánto tiempo de haberse encendido, la altura del primero será el doble del segundo, si se sabe que se consumen en forma constante, el primero en 6 horas y el segundo en 4 horas?

Si llamamos x al tiempo que pasa hasta que la altura del primero sea el doble que la del segundo.

☛ Si el primero se consume en 6 horas, en 1 hora se consumirá: $1/6$, y en x horas lo hará $x/6$.

☛ Si el segundo se consume en 4 horas, en 1 hora se consumirá: $1/4$, y en x horas lo hará $x/4$.

Cuando pasen x horas, la altura del primero $(1-x/6)$ será igual que el doble de la altura del segundo $(1-x/4)$:

$$\left(1 - \frac{x}{6}\right) = 2\left(1 - \frac{x}{4}\right) \rightarrow 1 - \frac{x}{6} = 2 - \frac{x}{2} \rightarrow x = 3$$

Por tanto, han de pasar 3 horas.

33.- Antonio sale del metro y se sube en una escalera mecánica que tarda 60 segundos en llevarlo a la calle, los días que la escalera mecánica está averiada, tarda 90 segundos. ¿Cuánto tiempo tardaría si anduviera sobre la escalera en movimiento?

Sol: 36 segundos.

34.- Dos cirios de igual altura se encienden simultáneamente, si uno de ellos se consume en 4 horas y el otro en 3 horas, ¿cuánto tiempo ha de pasar para que la altura del primero sea el triple que la del segundo?

Sol: 2 horas y 40 minutos.

35.- La quinta parte de un tanque se llena por un grifo en 2 horas, y la tercera parte del mismo, la puede vaciar un desagüe en 4 horas. Si ambos se abren a la vez, ¿en cuánto tiempo se llenará la mitad del tanque?

Sol: En 30 horas.

36.- Dos manantiales juntos pueden llenar un determinado depósito en 2 horas y 24 minutos. Si el segundo tarda 2 horas menos que el primero en llenarlo en solitario, ¿Cuánto tarda en llenarlo el primer manantial?

Sol: 6 horas.

37.- Un gran depósito utilizado para el regadío, puede vaciarse con la ayuda de dos llaves, A y B, la primera colocada en su base, y la segunda colocada a media altura. Solo la llave A vacía el depósito en 6 horas, y la B (también el solitario), vacía su parte en 2 horas. Si estando lleno el depósito abrimos las dos llaves a la vez, ¿en cuánto tiempo se vaciará el depósito por completo?

Sol: En 4 horas y 12 minutos.

38.- Una científica puede realizar un experimento en 12 días, si le ayudan dos científicos, terminarían en 8 días. Si trabajaran solo los 2 hombres, durante 6 días, que parte del experimento realizarían?

Sol: La cuarta parte.

39.- Un recipiente de 720 litros de capacidad está vacío y cerrado el desagüe que posee. ¿en cuánto tiempo se llenará si abrimos al mismo tiempo el desagüe que vacía 24 litros en 3 minutos y otras dos llaves que llenarán 72 litros en 12 minutos, la primera, y 36 litros en 4 minutos, la segunda?

Sol: 6 horas.

40.- Luci hace un trabajo en 8 días, y Norma lo hace en 12 días. Después de trabajar juntas durante 3 días, Luci se retira. ¿Cuánto tarda en terminarlo Norma?

Sol: 4 días y medio.

