

1.- Calcula los siguientes logaritmos aplicando la definición y utilizando las propiedades donde sea necesario:

- | | | | | | |
|------------------|---------------------------|-------------------------------------|--|--------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\log_2 8$ | f) $\log_2 0,25$ | k) $\log_4 64$ | o) $\log 0,0001$ | t) $\log_3 27 + \log_3 1$ | y) $\log 2 - \log 0,2$ |
| b) $\log_3 9$ | g) $\log_{0,5} 16$ | l) $\log_{2\sqrt{2}} 0,25$ | p) $\log 0$ | u) $\log_5 25 - \log_5 5$ | z) $\log 32 / \log 2$ |
| c) $\log_4 2$ | h) $\log_{0,1} 100$ | m) $\log_{\sqrt{2}} 32$ | q) $\log_5 5\sqrt{5}$ | v) $\log_4 64 + \log_8 64$ | \alpha) $\log 3 / \log 81$ |
| d) $\log_{27} 3$ | i) $\log_a \sqrt[3]{a^2}$ | n) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{9}$ | r) $\log_3 \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[3]{27}}$ | \omega) $\log 0,1 - \log 0,01$ | \beta) $\log_2 3 \times \log_3 4$ |
| e) $\log_5 0,2$ | j) $\log_{\sqrt{2}} 2$ | \r\n) $\ln \sqrt[5]{e^2}$ | s) $\log_4 \frac{1}{\sqrt[3]{1024}}$ | \chi) $\log 5 + \log 20$ | \mu) $\log_9 25 \div \log_3 5$ |

Sol: a) 3; b) 2; c) 1/2; d) 1/3; e) -1; f) -2; g) -4; h) -2; i) 2/3; j) 2; k) 3; l) -4/3; m) 10; n) -2/3; \r\n) 2/5; o) -4; p) ?; q) 3/2; r) -5/4; s) -5/3; t) 3; u) 1; v) 5; \omega) 1; \chi) 2; y) 1; z) 5; \alpha) 1/4; \beta) 2; \mu) 1

2.- Determinar el valor de x en las siguientes expresiones con logaritmos:

- | | | | |
|------------------------|--------------------------|--------------------------------|--|
| a) $\log_3 81 = x$ | g) $\log_x 25 = -2$ | m) $\log_4 64 = (2x-1)/3$ | r) $\log_7 7x = 2$ |
| b) $\log_5 0,2 = x$ | h) $\log_{2x+3} 81 = 2$ | n) $\log_6 [4(x-1)] = 2$ | s) $\log_x \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$ |
| c) $\log_2 16 = x^3/2$ | i) $x + 2 = 10^{\log 5}$ | \r\n) $\log_8 [2(x^3+5)] = 2$ | t) $\log_x e = -3$ |
| d) $\log_2 x = -3$ | j) $x = 10^{4 \log 2}$ | o) $x = \log 625 / \log 125$ | u) $\log_x 0,015625 = -3$ |
| e) $\log_7 x = 3$ | k) $x = \log 8 / \log 2$ | p) $\log(x+1)/\log(x-1) = 2$ | v) $\log_7 x^4 = 2$ |
| f) $\log_x 125 = 3$ | l) $\log_{9/16} x = 3/2$ | q) $\log(x-7)/\log(x-1) = 0,5$ | \omega) $\log_{\frac{1}{8}} x = \frac{1}{3}$ |

Sol: a) 4; b) -1; c) 2; d) 1/8; e) 343; f) 5; g) 1/5; h) 3; i) 3; j) 16; k) 3; l) 27/64; m) 5; n) 10; \r\n) 3; o) 4/3; p) 3; q) 10; r) 7; s) 9; t) $e^{-1/3}$; u) 4; v) $\pm\sqrt{7}$; \omega) 1/2

3.- Calcula el valor de las siguientes expresiones:

- | | | | | |
|--|---|--|--|---|
| a) $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64} \cdot 4^2}{2^5 \cdot \sqrt[3]{512}}$ | b) $\log_3 \frac{27 \cdot \sqrt{729}}{81 \cdot \sqrt[3]{27}}$ | c) $\log_5 \frac{25 \cdot \sqrt[4]{625}}{125}$ | d) $\log_7 \frac{49 \cdot \sqrt[3]{343}}{\sqrt{2401}}$ | e) $\log \left(\frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right)$ |
|--|---|--|--|---|

Sol: a) -3; b) 1; c) 0; d) 1; e) 2/3

4.- Aplica las propiedades de los logaritmos para reducir estas expresiones a un solo logaritmo:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\log a + \log b$ | f) $\log 2 + \log 3 + \log 4$ | k) $\frac{1}{2} \log x - \frac{1}{3} \log y + \frac{1}{4} \log z$ |
| b) $\log x - \log y$ | g) $\frac{1}{3} \log a - \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{2} \log c$ | l) $\log(a-b) - \log 3$ |
| c) $\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$ | h) $\frac{3}{2} \log a + \frac{5}{2} \log b$ | m) $\log a - 4 \log b + \frac{1}{5} (\log c - 2 \log d)$ |
| d) $\log a - \log x - \log y$ | i) $\log a + \frac{1}{2} \log b - 2 \log c$ | n) $\frac{p}{n} \log a + \frac{q}{n} \log b$ |
| e) $\log p + \log q - \log r - \log s$ | j) $\log(a+b) + \log(a-b)$ | \r\n) $\log_a ac + \log_d d^3 + \log_b b - \log_a c$ |

Sol: a) $\log(a \cdot b)$; b) $\log(x/y)$; c) $\log \sqrt{xy}$; d) $\log \left(\frac{a}{xy} \right)$; e) $\log \left(\frac{p \cdot q}{r \cdot s} \right)$; f) $\log 24$; g) $\log \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b \cdot c}}$; h) $\log \sqrt{a^3 \cdot b^5}$; i) $\log \frac{a \sqrt{b}}{c^2}$;

j) $\log(a^2 - b^2)$; k) $\log \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y}} \cdot \sqrt{z} \right)$; l) $\log \frac{a-b}{3}$; m) $\log \left(\frac{a}{b^4} \cdot \sqrt[5]{\frac{c}{d^2}} \right)$; n) $\log \sqrt{a^p \cdot b^q}$; \r\n) 5

5.- Sabiendo que $\log 2 = 0,3$ y que $\log 3 = 0,48$ calcula los siguientes logaritmos:

- | | | | |
|-------------|--------------|---------------|---------------|
| 1) $\log 4$ | 5) $\log 12$ | 9) $\log 25$ | 13) $\log 45$ |
| 2) $\log 5$ | 6) $\log 15$ | 10) $\log 30$ | 14) $\log 60$ |
| 3) $\log 6$ | 7) $\log 18$ | 11) $\log 36$ | 15) $\log 72$ |
| 4) $\log 8$ | 8) $\log 24$ | 12) $\log 40$ | 16) $\log 75$ |

Sol: 1) 0,6; 2) 0,7; 3) 0,78; 4) 0,9; 5) 1,08; 6) 1,18; 7) 1,26; 8) 1,38; 9) 1,4; 10) 1,48; 11) 1,56; 12) 1,6; 13) 1,66; 14) 1,78; 15) 1,86; 16) 1,88

6.- Expresa en función de $\log 2$ y de $\log 3$ las siguientes expresiones:

- | | | | |
|-----------------|-----------------------|-----------------------------------|--|
| a) $\log 14,4$ | c) $\log 3600$ | e) $\log \frac{\sqrt{5,4}}{12,8}$ | g) $\log(\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{1,6})$ |
| b) $\log 0,048$ | d) $\log \sqrt{5,76}$ | f) $\log \frac{1}{6561}$ | h) $\log \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$ |

Sol: a) $4 \log 2 + 2 \log 3 - 1$; b) $4 \log 2 + \log 3 - 3$; c) $2(1 + \log 2 + \log 3)$; d) $3 \log 2 + \log 3 - 1$; e) $\frac{1}{2} \cdot (1 + 3 \log 3 - 13 \log 2)$; f) $-8 \log 3$; g) $9/2 \log 2 - 1$; h) $1/3 \cdot (2 \log 3 - \log 2)$

7.- Expresa las siguientes igualdades en forma de logaritmo:

a) $4^x = 16$ b) $10^x = 1,48$ c) $a^x = \frac{b \cdot c}{d}$ d) $\rho^x = \frac{a+b}{a-b}$ e) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{27}{8}$

Sol: a) $\log_4 16 = x$ b) $\log_{10} 1,48 = x$ c) $\log_a \frac{b \cdot c}{d} = x$ d) $\log_\rho \frac{a+b}{a-b} = x$ e) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} = x$

8.- Expresa en la forma exponencial las siguientes igualdades:

a) $\log_a x = y$ b) $\log_{10} 1000 = x$ c) $\log_a a^2 = 2$ d) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3$

e) $\log_{\frac{p}{q}} q = -1$ f) $\log_{x-y} (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = 3$

Sol: a) $a^y = x$; b) $10^x = 1000$; c) $a^2 = a^2$; d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$; e) $p = q^2$; f) $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

9.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

a) $\log 4x = 3 \cdot \log 2 + 4 \cdot \log 3$ g) $\frac{\log(7+x^2)}{\log(x-4)} = 2$

b) $\log(2x-4) = 2$ h) $2 \cdot \log(3x-4) = \log 100 + \log(2x+1)^2$

c) $2 \cdot \log(3-x) = -1$ i) $\log_2(x^2-1) - \log_2(x+1) = 2$

d) $\log(x+1) + \log x = \log(x+9)$ j) $\log^2 x - 3 \log x = -2$

e) $\log(x+3) = \log 2 - \log(x+2)$ k) $2 \cdot \log(x+5) = \log(x+7)$

f) $\log(x^2+15) = \log(x+3) + \log x$ l) $\log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$

Sol: a) 162; b) 52; c) No; d) 3; e) 4 y 1; f) 5; g) 9/8; h) No sol; i) 5; j) 10 y 100; k) -3; l) 5

10.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a) $\log_3(x+2) + \log_3(x-4) = 3$ b) $2^{2+x} - 2^{1+x} + 2^x = \frac{3}{2}$ c) $\log_3\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2$ d) $e^x - 6e^{-x} = 1$

e) $\ln 2 + \ln(11-x^2) = \ln(5-x)^2$ f) $\log_3(3^x + 8) = 2$ g) $3^x - 3^{1-x} = 2$ h) $2^{2x} - 2^x = 12$

i) $3 \log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$ j) $\log(5 \log 100) = x$ k) $3^{2x-1} - 3^2 = 18$ l) $7^{3x-2} = 1$

Sol: a) $x=7$ b) $x=-1$ c) $x=\frac{10}{17}$ d) $x=\ln 3$ e) $x_1=3$ $x_2=\frac{1}{3}$ f) $x=0$ g) $x=1$ h) $x=2$ i) $x=6$ j) $x=1$ k) $x=2$ l) $x=\frac{2}{3}$

11.- Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^x = 2$ b) $\log x^2 = -2$ c) $7^x = 115$ d) $5^{-x} = 3$ e) $e^{x-2} = e^{2(x-1)}$ f) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$ g) $\log_x x = 2$

Sol: a) 4,19; b) ±0,1; c) 2,4383; d) -0,683; e) 0; f) 4; g) 81

12.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$ e) $\log(x + \sqrt{x^2-1}) = -\log(x - \sqrt{x^2-1})$ i) $2 \log(x) = 3 + \log\left(\frac{x}{10}\right)$

b) $\log(2^{2-x})^{2+x} + \log(1250) = 4$ f) $5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \cdot \log x - \log \frac{32}{9}$ j) $\log(x) + \log 5 = 2$

c) $\log_2 x \cdot \log_x 2x \cdot \log_{2x} y = \log_x x^2$ g) $\frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2$ k) $\log(3-x^2) = \log 2 + \log x$

d) $(x^2 - 4x + 7) \cdot \log 5 + \log 16 = 4$ h) $3 \cdot \log x - \log 32 = \log\left(\frac{x}{2}\right)$ l) $2 \log x - \log(x^2 - 6) = 1$

Sol: a) 11/5; b) 1 y -1; c) $x > 0$ y 4; d) 1 y 3; e) identidad; f) 3; g) 3 y 1/3; h) 4; i) 10; j) 20; k) 1; l) $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

13.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\log(2x-7) - \log(x-1) = \log 5$ | d) $2 \cdot \log x - 2 \cdot \log(x+1) = 0$ | g) $\frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)} = 2$ |
| b) $\log x - \log(x+3) = 2 \cdot \log(x+1)$ | e) $\log x = \frac{2 - \log(x)}{\log(x)}$ | h) $\frac{\log(35-x^2)}{\log(5-x)} = 3$ |
| c) $4 \log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2 \cdot \log(x)$ | f) $\log(25-x^3) - 3 \log(4-x) = 0$ | i) $\log_5 x + \frac{\log_5 125}{\log_5 x} = \frac{7}{2}$ |

Sol: a) -2/3; b) 1; c) 2; d) -1/2; e) 10; f) $\frac{4 \pm \sqrt{3}}{2}$; g) 12/5; h) $5 - \sqrt{10}$; i) 25 y $5\sqrt{5}$

14.- Simplifica las siguientes expresiones exponenciales:

- | | | | | |
|---------------------------------------|--|---|--|--|
| a) $3^{x+2} \cdot 9^{x-1} \cdot 3^2$ | b) $2^{x-1} \cdot 2^{x^2-1} \cdot 2^{3-x}$ | c) $\frac{4^{x-2}}{8^{x-1}}$ | d) $(5^{4^x})^{8^{x+1}} - (5^{2^{2x+1}})^{2^{3x+2}}$ | e) $\frac{2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1}}{4^{x-2}}$ |
| f) $\frac{e^{x-1} + e^{x+3}}{e^{4x}}$ | g) $\frac{4^x \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$ | h) $\frac{e^{x+1} - e^{x-2}}{e^{2x-1}}$ | i) $\frac{2^{m+3} + 3 \cdot 2^{m+1} - 5 \cdot 2^{m+2}}{2^{m-1} + 3 \cdot 2^{m-2} - 4 \cdot 2^{m-3}}$ | j) $\frac{3^{x+1} + 3^x}{2 \cdot 9^x}$ |

Sol: a) 3^{3x+2} ; b) 2^{x^2+1} ; c) 2^{-x-1} ; d) 0; e) $7 \cdot 2^{3-x}$; f) $(e^3 + e^{-1}) \cdot e^{-3x}$; g) $\frac{16}{5}$; h) $(e^3 - 1) \cdot e^{-x-1}$; i) -8; j) $2 \cdot 3^{-x}$

15.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

- | | | | |
|------------------------------------|--|---------------------------------------|------------------------------------|
| a) $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$ | e) $3^x + 3^{x+2} = 30$ | i) $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$ | m) $3^x = 2^x$ |
| b) $3^{4-x^2} = 0,1$ | f) $5^{x+2} + 5^{x+1} + 5^x = 31$ | j) $3^{x^2} \cdot 3^{-2} = 9$ | n) $5^{x-1} = 2 + 3 \cdot 5^{2-x}$ |
| c) $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 186$ | g) $\frac{5^{x^2+1}}{25^{x+2}} = 3125$ | k) $3^{-x} - 3^{-x} = \frac{728}{27}$ | o) $2^x + \frac{1}{2^{x-2}} = 5$ |
| d) $7^{x+2} = 5.764.801$ | h) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ | l) $5^{x^2} \cdot 25^{x-1} = 5^{3x}$ | p) $e^{x+1} - 2^{3-x} = 0$ |

Sol: a) -1/3; b) $\pm\sqrt{6}$; c) 11,54; d) 6; e) 1; f) 0; g) -2 y 4; h) 0 y 2; i) 3; j) ± 2 ; k) No; l) -1 y 2; m) No; n) 2; o) 0 y 2; p) $\frac{3 \cdot \ln(2) - 1}{1 + \ln 2}$

16.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

- | | | | |
|---|--|----------------------------------|-------------------------|
| a) $3^x + 3^{1-x} = 4$ | e) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$ | j) $10^{3-x} = 1$ | |
| b) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$ | f) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2(x-1)} + 2^{2x-3} + 2^{2(x-2)} = 1984$ | k) $2^{x+1} = 16^x$ | |
| c) $3^{2(x+1)} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$ | g) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$ | l) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$ | |
| d) $4 \cdot e^{-3x} - 5 \cdot e^{-x} + e^x = 0$ | h) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2 - \frac{1}{4}}}$ | i) $27^{4x+9} = 81^{8x-7}$ | m) $2^{1-x^2} = 8^{-1}$ |

Sol: a) 0 y 1; b) 3; c) -2 y 1; d) 0 y $\ln 2$; e) 2; f) 5; g) 10; h) $\frac{1}{2}$ y $5/2$; i) $11/4$; j) 3; k) $1/3$; l) 1; m) ± 2

17.- Despeja el valor de x en la expresión: $\log x - \log y = \log(x-y)$

Sol: $x = \frac{y^2}{y-1}$

18.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

- | | | | |
|--|---|--|---|
| a) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2^x - 2^y = 14 \end{cases}$ | d) $\begin{cases} 3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4 \\ 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases}$ | g) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 5 \\ 2^x - 3 \cdot 2^y = -3 \end{cases}$ | j) $\begin{cases} x-y=9 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} 7^{2x+3y} = 7^{-1} \\ 7^{-4x-5y} = 7^{-1} \end{cases}$ | e) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$ | h) $\begin{cases} x-y=8 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases}$ | k) $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ |
| c) $\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 33 \\ e^x \cdot e^y = e^{11} \end{cases}$ | f) $\begin{cases} x-y=3 \\ 2^{x+2} - 2^{y+2} = 7 \end{cases}$ | i) $\begin{cases} 3x+2y=64 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$ | l) $\begin{cases} 2 \log(x) + \log(y) = 5 \\ \log(x \cdot y) = 1 \end{cases}$ |

Sol: a) x=4; y=1; b) x=4; y=-3; c) x=7; y=4; d) x=2; y=3 e) x=2; y=1; f) x=1; y=-2; g) $x = \frac{\log 3}{\log 2}$; y=1; h) x=16; y=8; i) x=20; y=2; j) x=10; y=1; k) x=10²; y=10; l) x=10; y=10³.

19.- Utilizando la fórmula del cambio de base se pide:

- Demstrar que $\log_a b \cdot \log_b a = 1$
- Hallar la relación entre el logaritmo neperiano y el logaritmo decimal.
- Expresar $\log_2 x$ en función de $\log x$
- Razona por qué $\log_4 5$ es un número irracional.

Sol: c) $\log_2 x = 3,3219 \log(x)$