

Nombre y apellidos:
 Curso: Fecha:

COMBINATORIA

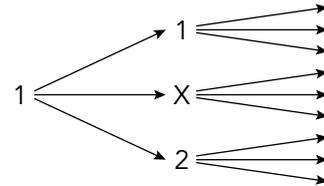
ESTRATEGIAS BASADAS EN EL PRODUCTO

Estrategia del casillero

Si tenemos varios conjuntos $A, B, C...$ con m, n, p elementos cada uno, ¿de cuántas formas podemos elegir un elemento de cada uno de ellos?.....
 Ejemplo: En un restaurante podemos elegir entre 3 primeros platos, 2 segundos y 4 postres. ¿Cuántos pedidos distintos de puedes hacer, eligiendo uno de cada grupo?

Diagrama en árbol

Nos permite pensar en las posibilidades que se dan en cada paso.



VARIACIONES CON REPETICIÓN

Son las agrupaciones ordenadas de n elementos que se pueden formar a partir de m elementos distintos. Pueden repetirse e influye el orden.

El número de variaciones con repetición de m elementos tomados de n en n es:

$VR_{m,n} = \dots\dots\dots$

EJEMPLO: ¿Cuántos resultados pueden salir al tirar una moneda dos veces? $VR_{2,2} = \dots\dots\dots$
 ¿Y tres veces?

VARIACIONES

Son las agrupaciones ordenadas de n elementos no repetidos que se pueden formar a partir de m elementos distintos.

El número de variaciones con repetición de m elementos tomados de n en n es:

$V_{m,n} = \dots\dots\dots$

EJEMPLO: ¿De cuántas maneras 6 atletas pueden quedar primero, segundo y tercero en una carrera?

PERMUTACIONES

Son las distintas formas en que se pueden ordenar los m elementos de un conjunto.

El número de permutaciones de m elementos es:

$P_m = \dots\dots\dots$

EJEMPLO: ¿De cuántas maneras puedo colocar tres libros en una estantería, de izquierda a derecha?

COMBINACIONES

Son los distintos subconjuntos de n elementos que se pueden obtener con un conjunto de m elementos. No influye el orden. No se pueden repetir.

El número de combinaciones de m elementos tomados de n en n es:

$C_{m,n} = \dots\dots\dots$

EJEMPLO: ¿Cuántos tríos puedo escoger de un grupo de cinco alumnos?

Números combinatorios $\binom{m}{n}$ son los que se obtienes al aplicar la fórmula de

Sus propiedades se resumen en el triángulo de Tartaglia:

PRACTICA

1. Cuatro equipos de fútbol-sala A , B , C , D se enfrentan entre sí, todos contra todos, en un torneo. ¿De cuántas formas diferentes pueden quedar al final el 1.º y el 2.º? Utiliza un diagrama de árbol.
2. En una liga de 10 equipos de balonmano, ¿de cuántas formas pueden quedar clasificados los tres primeros? ¿En cuántas de ellas A es campeón?
3. Lanzo un tetraedro (4 caras) numerado. ¿Cuántos resultados pueden salir? ¿Y si lo lanzo dos veces? ¿Y si lo lanzo tres veces?
4. Con dos colores: A (azul) y R (rojo), ¿cuántas banderas de dos franjas verticales puedes formar? ¿Y con tres colores para tres franjas?
5. Queremos que tres pueblos A , B , C tengan todos entre sí línea telefónica. ¿Cuántas líneas tenemos que instalar? ¿Y si fueran cuatro pueblos? ¿Y si fueran diez pueblos?

APLICA. FABRICACIÓN DE YOGURES

En una fábrica de yogures tienen el siguiente sistema para codificar los distintos productos que elaboran. Hay tres sabores: Natural (N), Fresa (F) y Plátano (P). Por cada sabor producen dos tipos de yogures: Entero (código 0) y Desnatado (código 1). De cada tipo fabrican dos modalidades: con cereales (código 0) y sin cereales (código 1). A su vez, pretenden utilizar dos tipos de envases: de un cuarto de litro (código 0) y de un litro (código 1).

1. E Un día encontraron unas etiquetas que decían "P101". ¿A qué producto pertenecen?
2. El departamento de compras quiere saber cuántas etiquetas distintas deben elaborar para todos los productos. ¿Puedes decírselo?
3. Han decidido fabricar otros dos sabores: Kiwi (K) y Melocotón (M). ¿Cuántos tipos de productos lanzará ahora al mercado la empresa?
4. En el laboratorio han observado que los yogures obtenidos al mezclar dos sabores entre los cinco elaborados dan un resultado excelente. ¿Cuántas mezclas pueden obtener?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Cinco atletas A, B, C, D, E participan en la final de los 100 m. ¿De cuántas formas diferentes pueden llegar a meta? ¿En cuántas de ellas sería A el 3.º?

2. En un juego de cartas, de una baraja de 40, cada jugador recibe en cada mano 5 cartas. ¿Cuántas manos diferentes puede recibir un jugador al empezar?

3. Un entrenador de baloncesto dispone de 2 jugadores para el puesto de base, 4 para los dos puestos de aleros y 3 para los dos puestos de pívot. ¿Cuántos equipos distintos podrá formar?

4. Calcula:

a) $\frac{P_{20}}{P_{18}}$

b) $\frac{V_{6,4}}{C_{5,3}}$

APLICA. RESOLVER UN ENIGMA ES ENCONTRAR UN TESORO

Vincent MacArrow dedica toda su vida a buscar un tesoro oculto. Sus pesquisas le llevan a una cripta que se abre con una cerradura formada por cinco cilindros giratorios, cada uno de ellos con los dígitos del 0 al 9 en su superficie. Solo una de las combinaciones numéricas abrirá la puerta. Sería imposible probar todas las combinaciones, pero MacArrow ha ido recorriendo medio mundo para recoger cinco pistas que, al resolverlas, le darán las cinco cifras clave para abrir la cripta.

PRIMER ACERTIJO (CIFRA DE LAS DECENAS DE MILLAR)

“Con las letras de TESORO,
tantas palabras que terminan en O menos las que empiezan en consonante,
resta las cifras de la cantidad resultante”.

SEGUNDO ACERTIJO (CIFRA DE LAS UNIDADES DE MILLAR)

“Juega con dos dados y con tres ducados.
¿Cuántos resultados tendrás?
¡Su 48.a parte calcularás!”

TERCER ACERTIJO (CIFRA DE LAS CENTENAS)

“¡Oh, dodecaedro hermoso
20 vértices estamos
ni yo, ni mis 9 vecinos nos hablamos
calcula 1/20 de los caminos (diagonales) que contamos!”

CUARTO ACERTIJO (CIFRA DE LAS DECENAS)

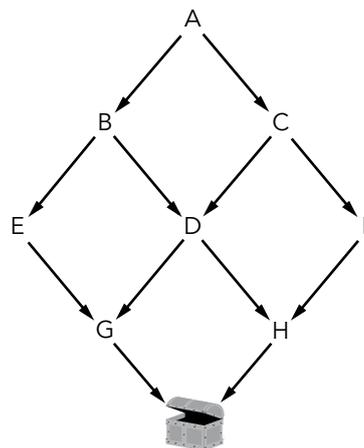
“Acuérdate de Tartaglia.
Sin desarrollar combinatoria,
halla x y sigue hacia la gloria”

$$\binom{9}{x} = \binom{9}{x+1}$$

QUINTO ACERTIJO (CIFRA DE LAS UNIDADES)

“Desde A hasta el tesoro irás.
Nunca subir podrás.
¿De cuántos caminos
dispondrás?”

“¿Ya tienes el número mágico?
La cerradura abrirás
si con sus cifras 5^2 sumaras”.



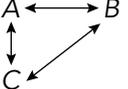
Unidad 11

Ficha de trabajo A

PRACTICA

- De 12 formas ($V_{4,2}$).
- $V_{10,3} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$. Fijando A en el 1.º, quedan 9 equipos para quedar 2.º y 3.º, y esto ocurrirá de $V_{9,2} = 9 \cdot 8 = 72$ formas.
- 1 vez $\rightarrow 4$ resultados
2 veces $\rightarrow 4^2 = 16$
3 veces $\rightarrow 4^3 = 64$
- AR, RA $\rightarrow 2$ banderas
ABC, ACB, BAC, BCA...: $P_3 = 3! = 6$

5.



$$\left. \begin{array}{l} AB \\ AC \\ BC \end{array} \right\} C_{3,2} = 3$$

Para 4 pueblos: $C_{4,2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$ líneas

Para 10 pueblos: $C_{10,2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ líneas

APLICA

- Es un yogur de plátano, desnatado, con cereales y de un litro.
- Para cada sabor, el total de etiquetas es:
 $VR_{2,3} = 23 = 8$.
Como hay 3 sabores, habrá, en total, $8 \cdot 3 = 24$ etiquetas.
- Ahora tenemos 5 sabores. Habrá, en total, $5 \cdot 2^3 = 40$ tipos de productos distintos.
- Al mezclar dos sabores, tenemos:
 $C_{5,2} = 10$ mezclas.

Ficha de trabajo B

PRACTICA

- $P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
A sería 3.º en los casos (___ A ___)
 $P_4 = 24$ casos.
- $V_{40,5} = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 658008$
- $C_{2,1} \cdot C_{4,2} \cdot C_{3,2} = 2 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 36$ equipos
- a) $\frac{P_{20}}{P_{18}} = \frac{20!}{18!} = 20 \cdot 19 = 380$
b) $\frac{V_{6,4}}{C_{5,3}} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{5 \cdot 4 \cdot 3} = 36$

APLICA

PRIMER ACERTIJO: Fijada una O como última letra, hay $P_5 = 120$ palabras que terminan en O. De estas últimas, las que empiezan por una consonante fijada son $P_4 = 24$. Como hay 3 consonantes, hay $24 \cdot 3 = 72$ palabras que empiezan por consonante.

Restando: $120 - 72 = 48$

Restando cifras: $8 - 4 = 4$.

El primer número es el 4.

SEGUNDO ACERTIJO: Con dos dados hay 36 resultados. Con 3 dados hay $VR_{2,3} = 8$ resultados. Con los dos dados y los tres dados hay $36 \cdot 8 = 288$ resultados. Por tanto, el segundo número es $288 : 48 = 6$.

TERCER ACERTIJO: De cada vértice salen 10 diagonales. Por tanto, en total habrá 200 diagonales. Como así contamos dos veces cada diagonal, tendremos 100 diagonales. Por tanto, el tercer número es $100/20 = 5$.

CUARTO ACERTIJO:

$$\frac{9!}{x!(9-x)} = \frac{9!}{(x+1)!(9-x-1)!} \rightarrow$$

$$\rightarrow (x+1)!(9-x-1)! = x!(9-x)! \rightarrow x+1 = 9-x$$

Por tanto, $x = 4$.

QUINTO ACERTIJO: Hay 6 caminos hasta el tesoro.

Uniendo todas las soluciones, nos queda el número 4 6 5 4 6, que abre la cripta. Si sumamos sus cifras, nos da $25 = 5^2$.