

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Completas

$ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$, se resuelve con la fórmula:

$$x = \dots\dots\dots$$

Incompletas

$ax^2 + c = 0$, con $a \neq 0$, se resuelve:

$$x = \dots\dots\dots$$

$ax^2 + bx = 0$, con $a \neq 0$, se resuelve:

$$x = \dots\dots\dots$$

OTROS TIPOS DE ECUACIONES

Bicuadradas

Para resolverlas

EJEMPLO: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

Con x en el denominador

Para resolverlas

EJEMPLO: $\frac{2}{x} + 2x = 5$

Con radicales

Para resolverlas

EJEMPLO: $\sqrt{x+1} - 5 = 0$

Ecuaciones exponenciales

Para resolverlas se aplican diferentes procedimientos:

- Se pone el segundo miembro como $2^{x-1} = 16$
- Se toman logaritmos $3^x = 123$
- Se hace un cambio de
 $2^x + 2^{x+1} = 12$

Ecuaciones logarítmicas

Para resolverlas se aplican

EJEMPLO: $\log_3(2x-1) = 2$

Tipo (...) · (...) · (...) = 0

Para resolverlas

EJEMPLO: $x \cdot (x+1) \cdot (2x-7) = 0$

SISTEMAS DE ECUACIONES

Sistemas de ecuaciones lineales

Se resuelven por los métodos de:

- Sustitución: consiste en
- Igualación : consiste en
- Reducción: consiste en

Sistemas de ecuaciones no lineales

Para resolverlo utilizamos los mismos métodos que en los sistemas de ecuaciones lineales, y los métodos de resolución de ecuaciones no lineales.

INECUACIONES

- Una inecuación es
- Las soluciones de una inecuación son y se expresan en forma de
- Las soluciones de un sistema de dos inecuaciones de primer grado con una incógnita se obtienen mediante

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

1. Resuelve estas ecuaciones de 2.º grado, aplicando la fórmula:

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

b) $x^2 - 4x + 4 = 0$

2. Resuelve sin aplicar la fórmula.

a) $x^2 - \frac{5x}{2} = 0$

b) $8x^2 - 32 = 0$

3. Resuelve las ecuaciones bicuadradas siguientes:

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

4. Resuelve las ecuaciones, quitando primero denominadores.

a) $\frac{3}{x} + 9x = 3x + 9$

b) $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} = 5$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $5^{x^2 - 2x} = 125$

b) $2\sqrt{x-1} = 4 - x$

6. Resuelve los sistemas.

a)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x \cdot y = -30 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

7. Resuelve las inecuaciones.

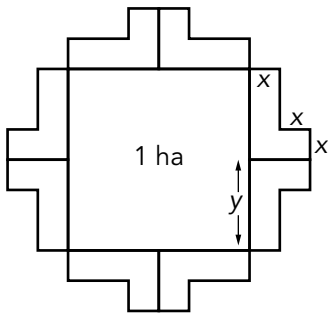
a) $6x - 4 < 2x + 3$

b) $x + \frac{x}{2} \geq 3$

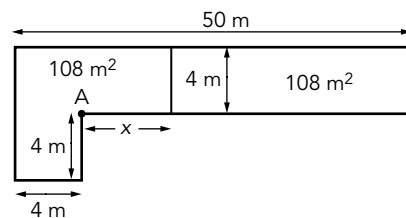
APLICA. LA URBANIZACIÓN

La profesora de matemáticas os propone que diseñéis una urbanización de pisos. Tal como se muestra en el dibujo, se pretende edificar 8 bloques de apartamentos en torno a una gran plaza cuadrada de 1 ha de superficie. Cada bloque debe ocupar 216 m^2 .

1. ¿Cuáles deben ser las dimensiones x e y de cada bloque de apartamentos?



2. De cada planta se quieren sacar dos apartamentos como los que ves en el dibujo, de 108 m^2 cada uno. ¿A qué distancia de la esquina A se debe construir el tabique de separación?



3. En la plaza queremos plantar árboles y rosales. La profesora no recuerda cuántos quiere poner de cada especie, pero recuerda que hay 8 rosales más que árboles. Además la suma de los cuadrados de ambos números es 424. ¿Cuál es el número de rosales y de árboles que vamos a poner en la plaza?

PRACTICA

1. Resuelve estas ecuaciones.

a) $\frac{(x+1)^2}{2} - \frac{x+1}{4} = 9$

b) $3x^2 - \frac{4x}{3} = 0$

c) $\frac{5}{x-2} + \frac{x-6}{(x-2)^2} = 2$

d) $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$

e) $\log_2\left(\frac{x-1}{2}\right) = -1$

f) $\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = 6$

2. Resuelve los sistemas siguientes.

a)
$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 + xy = 21 \\ x + y = 1 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{array} \right\}$$

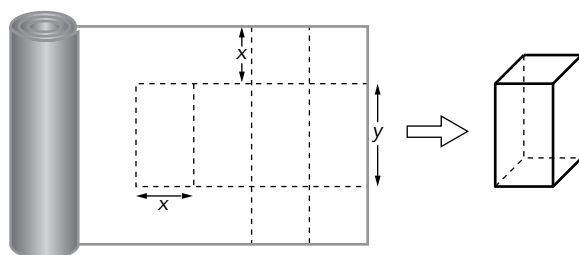
3. Encuentra el intervalo de la recta real que es solución del sistema siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x + 3 < 4 - x \\ \frac{x}{2} - 3x \leq x + 6 \end{array} \right\}$$

APLICA. ENVASES PARA ZUMOS

La empresa "Buenzumol" quiere lanzar al mercado envases de tetrabrick de diversas formas con una capacidad de 500 cm^3 ($1/2 \text{ l}$). Resulta que la persona encargada de los cálculos es amigo de tus padres y te cuenta sus problemas para que veas que incluso un estudiante de ESO puede resolverlos. Añade que, para fabricar los envases, disponen de rollos de cartón plastificado de 30 cm de ancho.

1. La primera opción que tienen es hacer un envase con forma de prisma de base cuadrada, como se ve en el dibujo:



- a) ¿Qué dimensiones tendrá el prisma para que, en su desarrollo, ocupe todo el ancho del rollo? (Recuerda que solo nos interesa la solución entera).
- b) ¿Qué superficie de cartón se necesitará para cada envase?
2. La segunda opción es hacer un envase con forma de prisma hexagonal regular, cuya altura mida el doble que el lado de la base. El amigo de tus padres te reta a calcular las dimensiones del tetrabrick para que contenga el mismo volumen que en la primera opción.
- a) ¿Qué superficie de cartón se necesita para hacer un envase con las medidas anteriores?
- b) El amigo de tus padres ya tiene la solución, pero quiere que le digas cuál de los dos envases es más rentable.
3. Cada pack con un número determinado de envases cuesta 6 €. Pero, como oferta, te dice que van a ofrecer que llevándote 3 envases más, cada uno costará 10 céntimos menos y pagarás los 6 €. ¿Sabrías decir cuántos envases hay en el pack original?

¿Y cuál es el precio de cada tetrabrick?

Unidad 3

Ficha de trabajo A

PRACTICA

1. a) $x = 4$, $x = 2$
b) $x = 2$
2. a) $x = 0$, $x = \frac{5}{2}$
b) $x = 2$, $x = -2$
3. a) $x = 3$, $x = -3$
b) $x = 2$, $x = -2$
4. a) $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$
b) $x = 1$, $x = \frac{-4}{5}$
5. a) $x = -1$, $x = 3$
b) $x = 2$
6. a) $x = 6$, $y = -5$; $x = -5$, $y = 6$
b) $x = 4$, $y = 3$
7. a) $x < \frac{7}{4}$
b) $x \geq 2$

APLICA

1. $x = 4$ m e $y = 50$ m
2. Se debe construir a 19 m de la esquina A.
3. Habrá 18 rosales y 10 árboles.

Ficha de trabajo B

PRACTICA

1. a) $x = \frac{7}{2}$, $x = -5$
b) $x = 0$, $x = \frac{4}{9}$
c) $x = 4$, $x = 3$
d) $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$
e) $x = 2$
f) $x = 5$
2. a) $x_1 = -4$, $y_1 = 5$; $x_2 = 5$, $y_2 = -4$
b) $x_1 = \frac{1}{3}$, $y_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-1}{2}$, $y_2 = \frac{-1}{3}$
3. $x \in \left[\frac{-12}{7}, \frac{1}{2} \right)$

APLICA. PROBLEMAS

1. a) El lado de la base mide 5 cm y la altura, 20 cm.
b) Cada envase tiene una superficie de 450 cm².
2. a) El apotema de la base mide $\frac{x\sqrt{3}}{2}$ cm. Así, el lado de la base mide 4,58 cm y la altura mide, 9,16 cm.
Necesitamos 360 cm².
b) El hexagonal, porque necesita menos cartón para el mismo volumen.
3. En el pack original había 12 envases.
Cada tetrabrick cuesta 0,5 €.