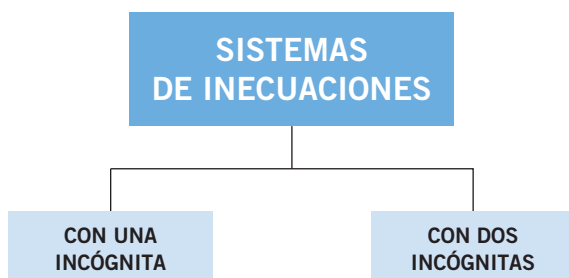




SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES



Orgullo herido

Un golpe seco, luego tres más rápidos, y la puerta se entornó dejando ver dos ojos brillantes escondidos en la sombra de una capucha. Tras comprobar la identidad de los dos embozados visitantes, sin mediar palabra les abrió la puerta y los tres se acomodaron en la pequeña celda del monasterio.

El anfitrión, el padre Marín Mersenne, saludó a los recién llegados Roberval y Gassendi y, sin más preámbulos, dio comienzo a la reunión.

–He vuelto a tener noticias de Descartes –dijo Mersenne, mientras rebuscaba en un cajón y enseñaba una carta.

–¡Otra vez ese engreído! –manifestó con desagrado Roberval–. ¿Qué tripa se le ha roto ahora?

–Él también te manda recuerdos –contestó con sorna Mersenne, y mirando a Gassendi continuó hablando–. Nos envía sus últimos avances en ecuaciones algebraicas, un trabajo fantástico.

Gassendi observó divertido a Roberval, que observaba el trabajo con un mal disimulado interés, y poco después comenzaba a criticarlo abiertamente.

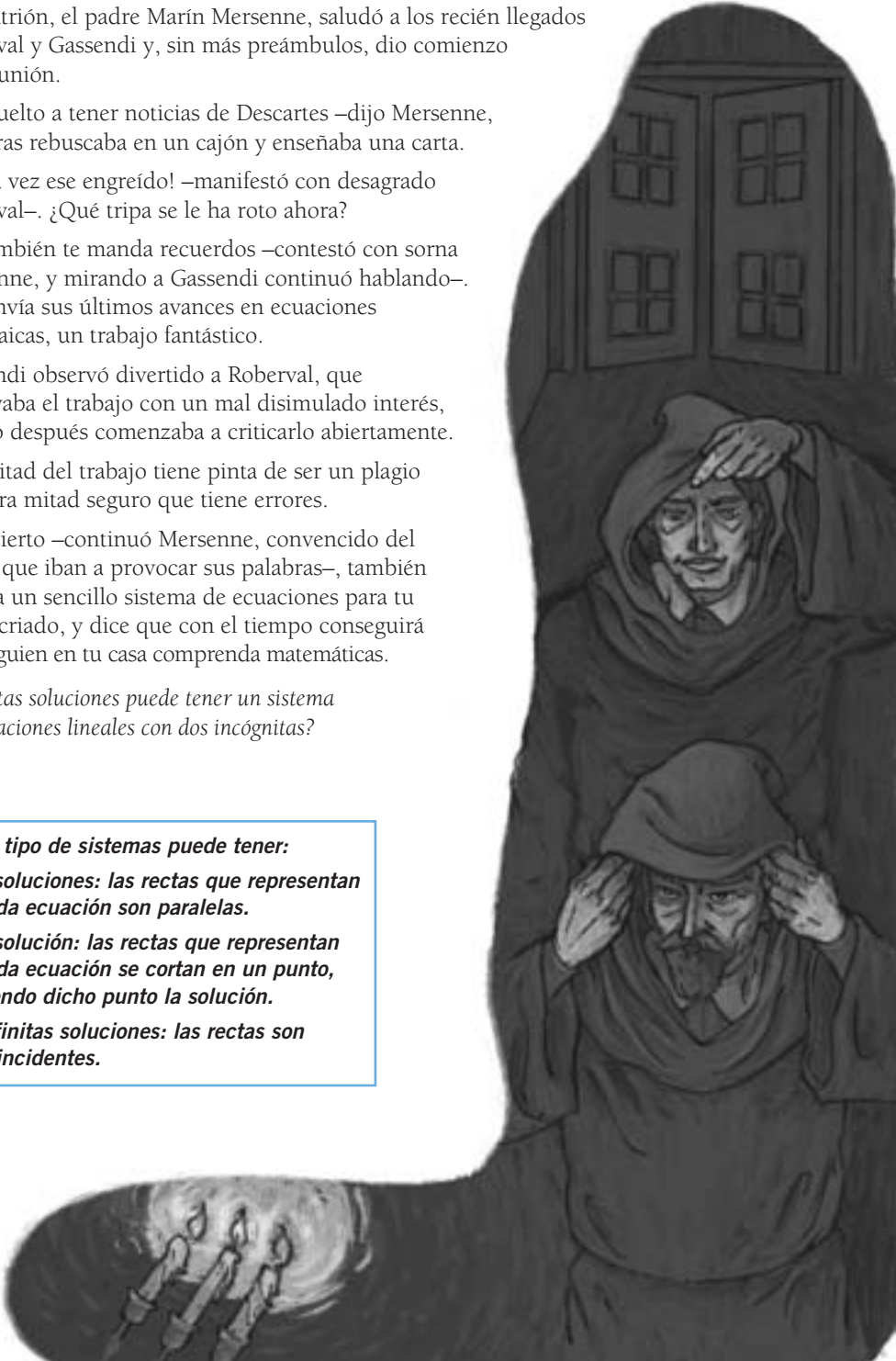
–La mitad del trabajo tiene pinta de ser un plagio y la otra mitad seguro que tiene errores.

–Por cierto –continuó Mersenne, convencido del efecto que iban a provocar sus palabras–, también manda un sencillo sistema de ecuaciones para tu joven criado, y dice que con el tiempo conseguirá que alguien en tu casa comprenda matemáticas.

¿Cuántas soluciones puede tener un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas?

Este tipo de sistemas puede tener:

- **0 soluciones:** las rectas que representan cada ecuación son paralelas.
- **1 solución:** las rectas que representan cada ecuación se cortan en un punto, siendo dicho punto la solución.
- **Infinitas soluciones:** las rectas son coincidentes.



Sistemas de ecuaciones

EJERCICIOS

001

Halla tres soluciones de las siguientes ecuaciones lineales, y represéntalas en el plano.

a) $x - 2y = 2$

b) $2x + y = -1$

c) $x = 2y - 2$

d) $3x - y = 7$

a) Soluciones: $x = 0, y = -1$

$x = 2, y = 0$

$x = 4, y = 1$

b) Soluciones: $x = 0, y = -1$

$x = -1, y = 1$

$x = 1, y = -3$

c) Soluciones: $x = -2, y = 0$

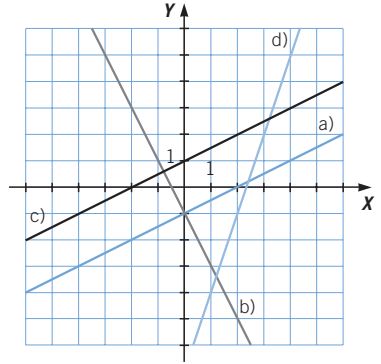
$x = 0, y = 1$

$x = 2, y = 2$

d) Soluciones: $x = 0, y = -7$

$x = 2, y = -1$

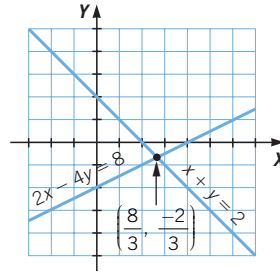
$x = 3, y = 2$



002

Resuelve gráficamente este sistema.

$$\begin{cases} 2x - 4y = 8 \\ x + y = 2 \end{cases}$$



003

Si una ecuación lineal se multiplica o divide por un número distinto de cero, ¿tendrá las mismas soluciones?

Sí, tendrá las mismas soluciones, ya que se obtienen ecuaciones equivalentes.

004

A partir del número de soluciones, clasifica estos sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 2y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

a) Compatible determinado: $x = 1, y = -1$

b) Compatible indeterminado: $y = 2 - x$

c) Compatible determinado: $x = 12, y = 8$

d) Compatible determinado: $x = \frac{2}{3}, y = \frac{5}{6}$

e) Compatible determinado: $x = 2, y = 0$

f) Compatible determinado: $x = 2, y = 1$

005 Razona si son ciertas estas afirmaciones referidas a un sistema de ecuaciones lineales.

a) Puede tener únicamente dos soluciones.

b) Si tiene dos soluciones, entonces tendrá infinitas soluciones.

a) No es cierto que pueda tener únicamente dos soluciones. Un sistema de ecuaciones puede tener ninguna, una o infinitas soluciones.

b) Es cierto.

006 Pon un ejemplo de sistema compatible determinado, indeterminado e incompatible.

$$\text{Compatible determinado: } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{Compatible indeterminado: } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Incompatible: } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 5 \end{cases}$$

007 Resuelve estos sistemas por sustitución e igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 4 \\ x + 2y = 13 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 10x + y = 21 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} -x + 2y = -1 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 2x + 3y = 23 \\ 6x - 2y = 14 \end{cases}$$

a) Sustitución:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + 2y = 13 \end{cases} \rightarrow x = y + 4$$

$$x + 2y = 13 \xrightarrow{x=y+4} 3y + 4 = 13 \rightarrow y = 3$$

$$x = y + 4 \xrightarrow{y=3} x = 7$$

Igualación:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + 2y = 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ x = 13 - 2y \end{cases}$$

$$y + 4 = 13 - 2y \rightarrow 3y = 9 \rightarrow y = 3$$

$$x = y + 4 \xrightarrow{y=3} x = 7$$

Sistemas de ecuaciones

b) Sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} 10x + y = 21 \\ 4x - 3y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow y = 21 - 10x$$

$$4x - 3y = 5 \xrightarrow{y=21-10x} 4x - 63 + 30x = 5 \rightarrow x = 2$$

$$y = 21 - 10x \xrightarrow{x=2} y = 1$$

Igualación:

$$\left. \begin{array}{l} 10x + y = 21 \\ 4x - 3y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 21 - 10x \\ y = \frac{4x - 5}{3} \end{array} \right\}$$

$$21 - 10x = \frac{4x - 5}{3} \rightarrow 63 - 30x = 4x - 5 \rightarrow x = 2$$

$$y = 21 - 10x \xrightarrow{x=2} y = 1$$

c) Sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow x = y + 4$$

$$x + y = 2 \xrightarrow{x=y+4} 2y + 4 = 2 \rightarrow y = -1$$

$$x = y + 4 \xrightarrow{y=-1} x = 3$$

Igualación:

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 4 \\ x + y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + 4 \\ x = 2 - y \end{array} \right\}$$

$$y + 4 = 2 - y \rightarrow 2y = -2 \rightarrow y = -1$$

$$x = y + 4 \xrightarrow{y=-1} x = 3$$

d) Sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = -5 \\ 3x + 2y = -5 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{-3y - 5}{2}$$

$$3x + 2y = -5 \xrightarrow{x=\frac{-3y-5}{2}} \frac{-9y - 15}{2} + 2y = -5 \rightarrow y = -1$$

$$x = \frac{-3y - 5}{2} \xrightarrow{y=-1} x = -1$$

Igualación:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = -5 \\ 3x + 2y = -5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = \frac{-3y - 5}{2} \\ x = \frac{-2y - 5}{3} \end{array} \right\}$$

$$\frac{-3y - 5}{2} = \frac{-2y - 5}{3} \rightarrow y = -1$$

$$x = \frac{-3y - 5}{2} \xrightarrow{y=-1} x = -1$$

e) Sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} -x + 2y = -1 \\ 4x + 2y = 14 \end{array} \right\} \rightarrow x = 2y + 1$$

$$4x + 2y = 14 \xrightarrow{x=2y+1} 8y + 4 + 2y = 14 \rightarrow y = 1$$

$$x = 2y + 1 \xrightarrow{y=1} x = 3$$

Igualación:

$$\left. \begin{array}{l} -x + 2y = -1 \\ 4x + 2y = 14 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{14 - 2y}{4}$$

$$2y + 1 = \frac{14 - 2y}{4} \rightarrow y = 1$$

$$x = 2y + 1 \xrightarrow{y=1} x = 3$$

f) Sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 23 \\ 6x - 2y = 14 \end{array} \right\} \rightarrow y = 3x - 7$$

$$2x + 3y = 23 \xrightarrow{y=3x-7} 2x + 9x - 21 = 23 \rightarrow x = 4$$

$$y = 3x - 7 \xrightarrow{x=4} y = 5$$

Igualación:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 23 \\ 6x - 2y = 14 \end{array} \right\} \rightarrow y = \frac{23 - 2x}{3}$$

$$\frac{23 - 2x}{3} = 3x - 7 \rightarrow x = 4$$

$$y = 3x - 7 \xrightarrow{x=4} y = 5$$

008 Resuelve por el método que creas más adecuado.

a) $\left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{array} \right\}$

b) $\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = -25 \\ 4x - y = 25 \end{array} \right\}$

a) Sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{array} \right\} \rightarrow y = 7 - 2x$$

$$x + 2y = 5 \xrightarrow{y=7-2x} x + 14 - 4x = 5 \rightarrow x = 3$$

$$y = 7 - 2x \xrightarrow{x=3} y = 1$$

b) Sustitución:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 3y = -25 \\ 4x - y = 25 \end{array} \right\} \rightarrow y = 4x - 25$$

$$2x - 3y = -25 \xrightarrow{y=4x-25} 2x - 12x + 75 = -25 \rightarrow x = 10$$

$$y = 4x - 25 \xrightarrow{x=10} y = 15$$

Sistemas de ecuaciones

009 ¿Qué resultado obtendrías al resolver un sistema compatible indeterminado por el método de igualación?

Se obtendría una ecuación que, al desarrollarla, quedaría $0 = 0$.

010 Resuelve por el método de reducción.

a)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} -4x - y = -9 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x - 5y = -31 \\ 12x + 3y = -9 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} + \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$\frac{3x}{3x} = \frac{6}{6}$$

$$3x = 6 \rightarrow x = 2$$

$$x + y = 5 \xrightarrow{x=2} 2 + y = 5 \rightarrow y = 3$$

b)
$$\begin{cases} -4x - y = -9 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 2} + \begin{cases} -4x - y = -9 \\ 4x + 10y = 18 \end{cases}$$

$$\frac{9y}{9y} = \frac{9}{9}$$

$$9y = 9 \rightarrow y = 1$$

$$2x + 5y = 9 \xrightarrow{y=1} 2x + 5 = 9 \rightarrow x = 2$$

c)
$$\begin{cases} 3x - 5y = -31 \\ 12x + 3y = -9 \end{cases} \xrightarrow{\cdot (-4)} + \begin{cases} -12x + 20y = 124 \\ 12x + 3y = -9 \end{cases}$$

$$\frac{23y}{23y} = \frac{115}{115}$$

$$23y = 115 \rightarrow y = 5$$

$$3x - 5y = -31 \xrightarrow{y=5} 3x - 25 = -31 \rightarrow x = -2$$

011 En un barrio se reciclan diariamente 20 toneladas de papel y vidrio. Si se recoge el triple de papel que de vidrio, ¿cuántas toneladas de cada material se reciclan?

x: papel, y: vidrio

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ -x + 3y = 0 \end{cases} + \begin{cases} x + y = 20 \\ -x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$\frac{4y}{4y} = \frac{20}{20}$$

$$4y = 20 \rightarrow y = 5$$

$$x + y = 20 \xrightarrow{y=5} x = 15$$

Se reciclan 15 toneladas de papel y 5 toneladas de vidrio.

012 ¿Qué resultado obtendrías al resolver un sistema incompatible por el método de reducción?

Al sumar las ecuaciones se obtendría una igualdad falsa.

013 Resuelve estos sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - 3y = 12 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{2} = y - 3 \\ 2x^2 = y^2 - 7 \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - 3y = 12 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 3y + 12 \\ \end{array}$$

$$x^2 - y^2 = 7 \xrightarrow{x=3y+12} 9y^2 + 72y + 144 - y^2 = 7 \\ \rightarrow 8y^2 + 72y + 137 = 0$$

$$8y^2 + 72y + 137 = 0 \rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{-72 + \sqrt{800}}{16} = \frac{18 + \sqrt{50}}{4} \\ y_2 = \frac{-72 - \sqrt{800}}{16} = \frac{18 - \sqrt{50}}{4} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 3y + 12 \xrightarrow{y_1 = \frac{18 + \sqrt{50}}{4}} \\ \rightarrow x_1 = 3 \cdot \left(\frac{18 + \sqrt{50}}{4} \right) + 12 = \frac{102 + 3\sqrt{50}}{4} \\ \\ x_2 = 3y + 12 \xrightarrow{y_2 = \frac{18 - \sqrt{50}}{4}} \\ \rightarrow x_2 = 3 \cdot \left(\frac{18 - \sqrt{50}}{4} \right) + 12 = \frac{102 - 3\sqrt{50}}{4} \end{array} \right.$$

$$\left(x_1 = \frac{102 + 3\sqrt{50}}{4}, y_1 = \frac{18 + \sqrt{50}}{4} \right) \text{ y } \left(x_2 = \frac{102 - 3\sqrt{50}}{4}, y_2 = \frac{18 - \sqrt{50}}{4} \right)$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{2} = y - 3 \\ 2x^2 = y^2 - 7 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 2y - 7 \\ \end{array}$$

$$2x^2 = y^2 - 7 \xrightarrow{x=2y-7} 8y^2 - 56y + 98 = y^2 - 7 \\ \rightarrow 7y^2 - 56y + 105 = 0$$

$$y^2 - 8y + 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} y_1 = 5 \\ y_2 = 3 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 2y - 7 \xrightarrow{y_1=5} x_1 = 3 \\ x_2 = 2y - 7 \xrightarrow{y_2=3} x_2 = -1 \end{array} \right.$$

$$(x_1 = 3, y_1 = 5) \text{ y } (x_2 = -1, y_2 = 3)$$

Sistemas de ecuaciones

014 Resuelve los siguientes sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} (x+2) \cdot y = -16 \\ 4x + y = 4 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} (x+3) \cdot y = -8 \\ x \cdot (y-1) = -3 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} (x+2) \cdot y = -16 \\ 4x + y = 4 \end{cases} \rightarrow y = 4 - 4x$$

$$(x+2) \cdot y = -16 \xrightarrow{y=4-4x} (x+2) \cdot (4-4x) = -16 \\ \rightarrow 4x^2 + 4x - 24 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_1 = 4 - 4x \xrightarrow{x_1 = -3} y_1 = 16 \\ y_2 = 4 - 4x \xrightarrow{x_2 = 2} y_2 = -4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Solución: } (x_1 = -3, y_1 = 16) \\ \text{Solución: } (x_2 = 2, y_2 = -4) \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x+3) \cdot y = -8 \\ x \cdot (y-1) = -3 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-3}{y-1}$$

$$(x+3) \cdot y = -8 \xrightarrow{x = \frac{-3}{y-1}} \left(\frac{-3}{y-1} + 3 \right) \cdot y = -8 \rightarrow 3y^2 + 2y - 8 = 0$$

$$3y^2 + 2y - 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} y_1 = -2 \\ y_2 = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-3}{y-1} \xrightarrow{y_1 = -2} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-3}{y-1} \xrightarrow{y_2 = \frac{4}{3}} x_2 = -9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Solución: } (x_1 = 1, y_1 = -2) \\ \text{Solución: } (x_2 = -9, y_2 = \frac{4}{3}) \end{array}$$

015 Halla dos números enteros cuya suma es 30 y su cociente es 4.

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ \frac{x}{y} = 4 \end{cases} \rightarrow x = 4y$$

$$x + y = 30 \xrightarrow{x=4y} 5y = 30 \rightarrow y = 6$$

$$x = 4y \xrightarrow{y=6} x = 24$$

Los números son 6 y 24.

016 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{y+2}{y} = 1 \\ xy + 1 = -5 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} \sqrt{x+6} = y+1 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{3}{x} + \frac{y+2}{y} = 1 \\ xy + 1 = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} 3y + 2x = 0 \\ x = \frac{-6}{y} \end{cases}$$

$$3y + 2x = 0 \xrightarrow{x = \frac{-6}{y}} 3y + 2 \cdot \frac{-6}{y} = 0$$

$$\rightarrow 3y - \frac{12}{y} = 0 \rightarrow 3y = \frac{12}{y}$$

$$3y = \frac{12}{y} \rightarrow y^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-6}{y} \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{y_1=2} x_1 = -3 & \text{Solución: } (x_1 = -3, y_1 = 2) \\ \xrightarrow{y_2=-2} x_2 = 3 & \text{Solución: } (x_2 = 3, y_2 = -2) \end{cases}$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} \sqrt{x+6} = y+1 \\ 2x - y = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} x + 6 = y^2 + 2y + 1 \\ x = \frac{y-5}{2} \end{cases}$$

$$x + 6 = y^2 + 2y + 1 \xrightarrow{x = \frac{y-5}{2}} \frac{y-5}{2} + 6 = y^2 + 2y + 1$$

$$\rightarrow 2y^2 + 3y - 5 = 0$$

$$2y^2 + 3y - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \rightarrow x_1 = -2 & \text{Solución: } (x_1 = -2, y_1 = 1) \\ y_2 = \frac{-5}{2} \rightarrow x_2 = \frac{-15}{4} & \text{Solución no válida.} \end{cases}$$

017 Resuelve los siguientes sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{2}{x} + \frac{y+2}{xy} = 0 \\ \frac{1}{x} + 2y = -1 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} \sqrt{3-x} = y+2 \\ x+1 = \sqrt{2y} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} \frac{2}{x} + \frac{y+2}{xy} = 0 \\ \frac{1}{x} + 2y = -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} 2y + y + 2 = 0 \\ 1 + 2xy = -x \end{cases} \rightarrow y = \frac{-2}{3}$$

$$1 + 2xy = -x \xrightarrow{y = \frac{-2}{3}} 1 - \frac{4}{3}x = -x \rightarrow x = 3 \quad \text{Solución: } (x = 3, y = -\frac{2}{3})$$

Sistemas de ecuaciones

$$b) \left. \begin{array}{l} \sqrt{3-x} = y+2 \\ x+1 = \sqrt{2y} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3-x = y^2 + 4y + 4 \\ x^2 + 2x + 1 = 2y \end{array} \right\} \rightarrow x = -y^2 - 4y - 1$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= 2y \xrightarrow{x = -y^2 - 4y - 1} \\ &\rightarrow (-y^2 - 4y - 1)^2 + 2 \cdot (-y^2 - 4y - 1) + 1 = 2y \\ &\rightarrow y^4 + 8y^3 + 16y^2 + 8y + 1 - 2y^2 - 8y - 2 + 1 - 2y = 0 \\ &\rightarrow y^4 + 8y^3 + 14y^2 = 0 \end{aligned}$$

$$y^2 \cdot (y^2 + 8y + 14) = 0 \rightarrow \begin{cases} y_1 = y_2 = 0 \\ y_3 = \frac{-8 + \sqrt{8}}{2} < 0 \\ y_4 = \frac{-8 - \sqrt{8}}{2} < 0 \end{cases}$$

Como y_3 e y_4 son menores que 0, no son raíces de la segunda ecuación.

$$x = -y^2 - 4y - 1 \xrightarrow{y_1=0} x = -1 \quad \text{Solución: } (x = -1, y = 0)$$

018 Escribe un sistema de ecuaciones no lineales que tenga como solución $x = -1, y = 2$.

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{3-x} = y \\ x \cdot y = -2 \end{array} \right\}$$

019 Resuelve estos sistemas de inecuaciones.

$$a) \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ 2x \geq 4 \end{array} \right\} \quad b) \left. \begin{array}{l} x + 3 < 2 \\ 2x - 5 < 3 \end{array} \right\} \quad c) \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} > -2 \\ 5x - 4 \leq 2 \end{array} \right\} \quad d) \left. \begin{array}{l} 6x - 3 \geq x + 7 \\ 7x + 3 \leq 15 + 3x \end{array} \right\}$$

$$a) \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ 2x \geq 4 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ x \geq 2 \end{array} \right\} \rightarrow x \geq 2 \rightarrow \text{Solución: } [2, +\infty)$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + 3 < 2 \\ 2x - 5 < 3 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x < -1 \\ x < 4 \end{array} \right\} \rightarrow x < -1 \rightarrow \text{Solución: } (-\infty, -1)$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} > -2 \\ 5x - 4 \leq 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x > -4 \\ x \leq \frac{6}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Solución: } \left(-4, \frac{6}{5}\right]$$

$$d) \left. \begin{array}{l} 6x - 3 \geq x + 7 \\ 7x + 3 \leq 15 + 3x \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq 3 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Solución: } [2, 3]$$

020 Halla la solución de estos sistemas de inecuaciones.

$$a) \left. \begin{array}{l} 5 \cdot (x + 2) \leq x + 2 \\ 9 \cdot (x + 1) \leq -4x + 3 \cdot (x + 1) \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} 4 + 6x - 3 \leq x + 7 \cdot (x - 2) \\ 8x - 2 \cdot (3x + 4) \leq 10 \cdot (x + 1) \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } \left. \begin{aligned} 5 \cdot (x+2) &\leq x+2 \\ 9 \cdot (x+1) &\leq -4x+3 \cdot (x+1) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 5x+10 &\leq x+2 \\ 9x+9 &\leq -4x+3x+3 \end{aligned} \right\} \\ &\rightarrow \left. \begin{aligned} x &\leq -2 \\ x &\leq \frac{-3}{5} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Solución: } (-\infty, -2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left. \begin{aligned} 4+6x-3 &\leq x+7 \cdot (x-2) \\ 8x-2 \cdot (3x+4) &\leq 10 \cdot (x+1) \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 6x+1 &\leq x+7x-14 \\ 8x-6x-8 &\leq 10x+10 \end{aligned} \right\} \\ &\rightarrow \left. \begin{aligned} x &\geq \frac{15}{2} \\ x &\geq \frac{-9}{4} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Solución: } \left[\frac{15}{2}, +\infty \right) \end{aligned}$$

021 Escribe sistemas de inecuaciones cuya solución sea $[-2, 5]$.

$$\left. \begin{aligned} 3x-5 &\geq -11 \\ 4x-8 &\leq 12 \end{aligned} \right\}$$

022 Resuelve este sistema: $\left. \begin{aligned} 3x-10 &\geq 6 \\ -5x+14 &\leq 3 \end{aligned} \right\}$

$$\left. \begin{aligned} 3x-10 &\geq 6 \\ -5x+14 &\leq 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x &\geq \frac{16}{3} \\ x &\geq \frac{11}{5} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Solución: } \left[\frac{16}{3}, +\infty \right)$$

023 Expresa de forma algebraica.

- a) La edad de María multiplicada por 2 y sumándole 3 es mayor que 18.
b) Si divides la edad de María entre 2 y le restas 3 es menor que 5.

a) $3x+2 > 18$

b) $\frac{x}{2} - 3 < 5$

024 Razona si este sistema de inecuaciones está resuelto correctamente.

$$\left. \begin{aligned} 5x &\leq 2+4x+7 \\ x-4 &\geq 5x \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 5x &\leq 2+4x+7 \\ x-4 &\geq 5x \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 5x-4x &\leq 2+7 \\ x-5x &\geq 4 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x &\leq 9 \\ x &\geq -1 \end{aligned} \right\}$$



Hay un error en el último paso.

$$\left. \begin{aligned} 5x &\leq 2+4x+7 \\ x-4 &\geq 5x \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 5x-4x &\leq 2+7 \\ x-5x &\geq 4 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x &\leq 9 \\ x &\leq -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{Solución: } (-\infty, -1]$$

Sistemas de ecuaciones

ACTIVIDADES

025

Comprueba que $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{4}$ es solución del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = \frac{5}{4} \\ 16x + 20y = 7 \end{array} \right\}$$

Escribe otro sistema con las mismas soluciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot \frac{-1}{2} + 3 \cdot \frac{3}{4} = -1 + \frac{9}{4} = \frac{5}{4} \\ 16 \cdot \frac{-1}{2} + 20 \cdot \frac{3}{4} = -8 + 15 = 7 \end{array} \right\}$$

El sistema de ecuaciones tiene como solución $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{4}$.

Determinamos otro sistema con estas soluciones.

$$\left. \begin{array}{l} x + y \\ \frac{-1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \\ x - y \\ \frac{-1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{-5}{4} \\ x + y = \frac{1}{4} \\ x - y = \frac{-5}{4} \end{array} \right\} \text{ es un sistema con estas soluciones.}$$

026

Investiga cuántas soluciones tienen los sistemas de ecuaciones, e interpreta geoméricamente el resultado.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 2y = -2 \end{array} \right\} & \text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 9 \\ 4x - 9 = 6y \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} x - 5y = 11 \\ 2x + 3y = -4 \end{array} \right\} & \text{d) } \left. \begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{array} \right\} \end{array}$$

- a) Es un sistema compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones. Geométricamente son dos rectas coincidentes.
- b) Es un sistema compatible determinado, con una única solución: $x = 1$, $y = -2$. Geométricamente son dos rectas que se cortan en el punto $(1, -2)$.
- c) Es un sistema incompatible, no tiene solución. Geométricamente son dos rectas paralelas.
- d) Es un sistema compatible determinado, con una única solución: $x = 3$, $y = 1$. Geométricamente son dos rectas que se cortan en el punto $(3, 1)$.

027 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE DETERMINA EL NÚMERO DE SOLUCIONES DE UN SISTEMA ESTUDIANDO SUS COEFICIENTES?

Clasifica estos sistemas atendiendo a su número de soluciones.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + y = 5 \end{cases}$$

PRIMERO. Se estudia si los coeficientes de las dos ecuaciones del sistema son proporcionales.

$$\text{a) } \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} \rightarrow \text{Son proporcionales.}$$

$$\text{b) } \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{5}{8} \rightarrow \text{Son proporcionales los coeficientes de las incógnitas, pero no los términos independientes.}$$

$$\text{c) } \frac{2}{5} \neq \frac{3}{1} \rightarrow \text{No son proporcionales los coeficientes de las incógnitas.}$$

SEGUNDO.

- Si todos los coeficientes son proporcionales, el sistema es compatible indeterminado.
- Si solo son proporcionales los coeficientes de las incógnitas, el sistema es incompatible.
- Si los coeficientes de las incógnitas no son proporcionales, el sistema es compatible determinado.
 - a) Compatible indeterminado.
 - b) Incompatible.
 - c) Compatible determinado.

028 Completa los sistemas para que sean incompatibles.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2 \cdot (x - y) + x = 10 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 6x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 5 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$$

029 Completa los siguientes sistemas para que sean compatibles indeterminados.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5 \cdot (x + 2) - 3 \cdot (y - 1) = 6 \\ -10x + 6y = 14 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 4x - 10y = 1 \\ 2x - 5y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones

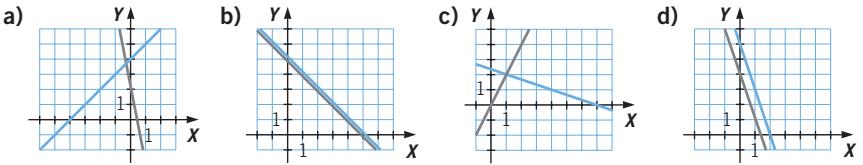
030 Clasifica los sistemas según su número de soluciones, sin resolverlos.

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + y = 20 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 2y = 20 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - 2y = -20 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

- a) Compatible determinado
- b) Compatible determinado
- c) Compatible indeterminado
- d) Compatible determinado

031 Observa las gráficas y escribe el sistema en su forma general, determina la solución y decide de qué tipo es.



a) $\begin{cases} -x + y = 4 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-1}{3}, y = \frac{11}{3} \rightarrow$ Compatible determinado

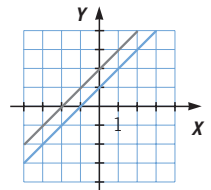
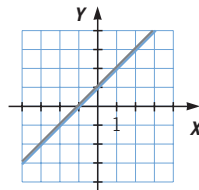
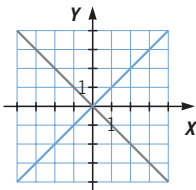
b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases} \rightarrow y = -x + 5 \rightarrow$ Compatible indeterminado

c) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \rightarrow x = 1, y = 2 \rightarrow$ Compatible determinado

d) $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 3x + y = 6 \end{cases} \rightarrow$ No tiene solución \rightarrow Incompatible

032 Escribe un sistema compatible determinado, uno compatible indeterminado y otro incompatible. Representalos en unos ejes de coordenadas y halla sus soluciones.

Compatible determinado: $\begin{cases} -x + y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \rightarrow x = 0, y = 0$ Compatible indeterminado: $\begin{cases} -x + y = 1 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases} \rightarrow y = x + 1$ Incompatible: $\begin{cases} -x + y = 1 \\ -x + y = 2 \end{cases}$



Sistemas de ecuaciones

035

Halla la solución de los sistemas por el método de reducción.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$	c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$	d) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases}$

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{array}{r} 2x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = 4 \\ \hline 4x \quad = 8 \end{array} \end{array}$$

$$4x = 8 \rightarrow x = 2$$

$$2x + 3y = 4 \xrightarrow{x=2} 4 + 3y = 4 \rightarrow y = 0$$

$$\text{b) } \begin{array}{l} \begin{cases} x + 4y = 9 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-3)} \begin{array}{r} -3x - 12y = -27 \\ 3x - 6y = 9 \\ \hline -18y = -18 \end{array} \end{array}$$

$$-18y = -18 \rightarrow y = 1$$

$$x + 4y = 9 \xrightarrow{y=1} x + 4 = 9 \rightarrow x = 5$$

$$\text{c) } \begin{array}{l} \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 3y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 3} \begin{array}{r} 6x + 3y = 21 \\ x - 3y = 0 \\ \hline 7x \quad = 21 \end{array} \end{array}$$

$$7x = 21 \rightarrow x = 3$$

$$x - 3y = 0 \xrightarrow{x=3} 3 - 3y = 0 \rightarrow y = 1$$

$$\text{d) } \begin{array}{l} \begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ 4x + y = 11 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 3} \begin{array}{r} 5x - 3y = 1 \\ 12x + 3y = 33 \\ \hline 17x \quad = 34 \end{array} \end{array}$$

$$17x = 34 \rightarrow x = 2$$

$$4x + y = 11 \xrightarrow{x=2} 8 + y = 11 \rightarrow y = 3$$

036

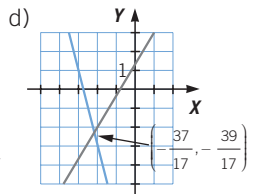
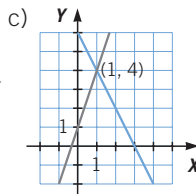
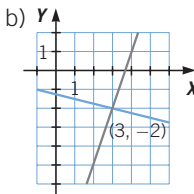
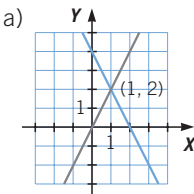
Resuelve gráficamente estos sistemas.

a) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 4y = -5 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = -4 \\ 4x + y = -11 \end{cases}$



037 Resuelve los sistemas por el método más adecuado.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 3x - 2 \cdot (y - 1) = y - x + 1 \\ \quad 2x - y = x + y - 9 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } 3 - 2 \cdot (x - 4) = 5y + 6 \\ \quad 5x - 3y = 12x - (4 - y) \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x - 2 \cdot (y - 1) = y - x + 1 \\ \quad 2x - y = x + y - 9 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 4x - 3y = -1 \\ \quad x - 2y = -9 \end{array} \right\} \rightarrow x = 2y - 9$$

$$4x - 3y = -1 \xrightarrow{x=2y-9} 8y - 36 - 3y = -1 \rightarrow y = 7$$

$$x = 2y - 9 \xrightarrow{y=7} x = 5$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 3 - 2 \cdot (x - 4) = 5y + 6 \\ \quad 5x - 3y = 12x - (4 - y) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} -2x - 5y = -5 \\ \quad -7x - 4y = -4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot (-5) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \rightarrow -8x - 20y = -20 \\ \rightarrow +35x + 20y = 20 \\ \hline 43x = 0 \end{array}$$

$$43x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$-2x - 5y = -5 \xrightarrow{x=0} y = 1$$

038 Halla la solución de los sistemas.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{4} - \frac{y+2}{3} = 0 \\ \frac{x+3}{5} - \frac{y-2}{4} = 2 \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{5 \cdot (x-2)}{3} - \frac{3 \cdot (y+1)}{4} = \frac{x-7y}{12} \\ \frac{6 - (x+y)}{2} - \frac{(5-x) \cdot 4}{5} = \frac{x+2y}{10} \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{7x+5y}{10} - \frac{3 \cdot (x+y)}{5} = \frac{x-y}{10} \\ \frac{3x+y+2}{4} - \frac{y-2x}{6} = \frac{y-x}{4} \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{4} - \frac{y+2}{3} = 0 \\ \frac{x+3}{5} - \frac{y-2}{4} = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x - 3 - 4y - 8 = 0 \\ 4x + 12 - 5y + 10 = 40 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} \rightarrow 3x - 4y = 11 \\ \rightarrow 4x - 5y = 18 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \cdot (-3) \end{array} \right. \rightarrow \left. \begin{array}{l} 12x - 16y = 44 \\ -12x + 15y = -54 \end{array} \right\} \rightarrow -y = -10$$

$$-y = -10 \rightarrow y = 10$$

$$4x - 5y = 18 \xrightarrow{y=10} 4x - 50 = 18 \rightarrow x = 17$$

Sistemas de ecuaciones

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \left. \begin{aligned} \frac{5 \cdot (x-2)}{3} - \frac{3 \cdot (y+1)}{4} &= \frac{x-7y}{12} \\ \frac{6-(x+y)}{2} - \frac{(5-x) \cdot 4}{5} &= \frac{x+2y}{10} \end{aligned} \right\} \\
 & \rightarrow \left. \begin{aligned} 20x - 40 - 9y - 9 &= x - 7y \\ 30 - 5x - 5y - 40 + 8x &= x + 2y \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} 19x - 2y = 49 \\ 2x - 7y = 10 \end{cases} \\
 & \begin{aligned} & \cdot 7 \rightarrow 133x - 14y = 343 \\ & \cdot (-2) \rightarrow -4x + 14y = -20 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} & \cdot 7 \\ & \cdot (-2) \end{aligned}} \right\} \\
 & \qquad \qquad \qquad \frac{129x}{} = 323 \\
 & 129x = 323 \rightarrow x = \frac{323}{129}
 \end{aligned}$$

$$2x - 7y = 10 \xrightarrow{x = \frac{323}{129}} \frac{646}{129} - 7y = 10 \rightarrow y = \frac{92}{129}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & \left. \begin{aligned} \frac{7x+5y}{10} - \frac{3 \cdot (x+y)}{5} &= \frac{x-y}{10} \\ \frac{3x+y+2}{4} - \frac{y-2x}{6} &= \frac{y-x}{4} \end{aligned} \right\} \\
 & \rightarrow \left. \begin{aligned} 7x+5y-6x-6y &= x-y \\ 9x+3y+6-2y+4x &= 3y-3x \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} 0=0 \\ 16x-2y=-6 \end{cases} \rightarrow y = 8x+3
 \end{aligned}$$

039 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN SISTEMAS DE ECUACIONES EN FUNCIÓN DE UN PARÁMETRO?

Encuentra las soluciones de este sistema en función del parámetro a .

$$\begin{cases} ax + y = 13 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

PRIMERO. Se resuelve el sistema por el método más adecuado y se expresan las soluciones en función de a .

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} & + \quad ax + y = 13 \\ & \quad \quad x - y = 3 \end{aligned} \right\} \\
 & \qquad \qquad \qquad (a+1) \cdot x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{a+1} \\
 & x - y = 3 \xrightarrow{x = \frac{16}{a+1}} \frac{16}{a+1} - y = 3 \rightarrow y = \frac{16}{a+1} - 3 = \frac{13-3a}{a+1}
 \end{aligned}$$

SEGUNDO. Se analiza la solución para comprobar que existe para todos los valores de a . Esto se llama discutir la solución del sistema en función de a .

En este caso el denominador es $a+1$, luego:

- Para $a = -1$, el sistema es incompatible, porque no podemos dividir entre cero, es decir, no tiene solución.
- Para todos los valores de a distintos de -1 , el sistema es compatible.

040

Discute la solución de los siguientes sistemas en función de a .

$$\text{a) } \begin{cases} -2x + ay = 12 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ ax + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} ax - 3y = 7 \\ x + 3y = -1 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 7x + ay = 39 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} -2x + ay = 12 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \rightarrow x = 1 - 2y$$

$$-2x + ay = 12 \xrightarrow{x=1-2y} -2 + 4y + ay = 12 \rightarrow y \cdot (a + 4) = 14$$

$$\rightarrow y = \frac{14}{a + 4}$$

Compatible determinado para $a \neq -4$ Incompatible para $a = -4$

$$\text{b) } \begin{cases} ax - 3y = 7 \\ x + 3y = -1 \end{cases} + \begin{cases} ax - 3y = 7 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$\frac{ax + x = 6}{ax + x = 6}$$

$$ax + x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{a + 1}$$

Compatible determinado para $a \neq -1$ Incompatible para $a = -1$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y = 7 \\ ax + 2y = 12 \end{cases} \rightarrow y = 7 - 2x$$

$$ax + 2y = 12 \xrightarrow{y=7-2x} ax + 14 - 4x = 12 \rightarrow x \cdot (a - 4) = -2$$

$$\rightarrow y = \frac{-2}{a - 4}$$

Compatible determinado para $a \neq 4$ Incompatible para $a = 4$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 7x + ay = 39 \end{cases} \begin{cases} \cdot 7 \rightarrow 21x + 35y = 140 \\ \cdot (-3) \rightarrow -21x - 3ay = -117 \end{cases}$$

$$\frac{35y - 3ay = 23}{35y - 3ay = 23}$$

$$35y - 3ay = 23 \rightarrow y = \frac{23}{35 - 3a}$$

Compatible determinado para $a \neq \frac{35}{3}$ Incompatible para $a = \frac{35}{3}$

Sistemas de ecuaciones

041

Determina el número de soluciones de los siguientes sistemas en función de a y b .

a)
$$\begin{cases} 3x - ay = 5 \\ 6x - 2y = b \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} ax + by = 4 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} ax + 5y = -1 \\ -2x - by = 6 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} -ax - by = 5 \\ 6x - 2by = 10 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - ay = 5 \\ 6x - 2y = b \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} -6x + 2ay = -10 \\ 6x - 2y = b \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} -6x + 2ay = -10 \\ + \quad 6x - 2y = b \\ \hline 2ay - 2y = b - 10 \end{array}$$

$$2ay - 2y = b - 10 \rightarrow y = \frac{b - 10}{2a - 2} \rightarrow \begin{cases} \text{C. determinado para } a \neq 1 \\ \text{Incompatible para } a = 1 \text{ y } b \neq 10 \\ \text{C. indeterminado para } a = 1 \text{ y } b = 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} ax + 5y = -1 \\ -2x - by = 6 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot a \end{matrix}} \begin{cases} 2ax + 10y = -2 \\ -2ax - aby = 6a \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} 2ax + 10y = -2 \\ + \quad -2ax - aby = 6a \\ \hline 10y - aby = 6a - 2 \end{array}$$

$$10y - aby = 6a - 2 \rightarrow y = \frac{6a - 2}{10 - ab}$$

Compatible determinado para $a \cdot b \neq 10 \rightarrow a \neq \frac{10}{b}$

Incompatible para $a \cdot b = 10 \rightarrow a = \frac{10}{b}$ y $6a - 2 \neq 0 \rightarrow a \neq \frac{1}{3}$

Compatible indeterminado para $a \cdot b = 10$

$$\rightarrow a = \frac{10}{b} \text{ y } 6a - 2 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ y } b = 30$$

$$\text{c) } \begin{cases} ax + by = 4 \\ 3x - y = 8 \end{cases} \xrightarrow{\cdot b} \begin{cases} ax + by = 4 \\ 3bx - by = 8b \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} ax + by = 4 \\ + \quad 3bx - by = 8b \\ \hline ax + 3bx = 8b + 4 \end{array} \rightarrow x = \frac{8b + 4}{a + 3b}$$

Compatible determinado para $a + 3b \neq 0 \rightarrow a \neq -3b$

Incompatible para $a + 3b = 0 \rightarrow a = -3b$ y $8b + 4 \neq 0 \rightarrow b \neq \frac{-1}{2}$

Compatible indeterminado para $a + 3b = 0$

$$\rightarrow a = -3b \text{ y } 8b + 4 = 0 \rightarrow b = \frac{-1}{2} \text{ y } a = \frac{3}{2}$$

$$\text{d) } \begin{cases} -ax - by = 5 \\ 6x - 2by = 10 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} 2ax + 2by = -10 \\ 6x + 2by = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{r} 2ax + 2by = -10 \\ + \quad 6x + 2by = 10 \\ \hline 2ax + 6x = 0 \end{array}$$

$$(2a + 6) \cdot x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0, y = \frac{-5}{b} & \text{C. determinado si } b \neq 0 \\ \text{Incompatible si } b = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow 2a + 6 = 0 \rightarrow \text{C. Indeterminado si } a = -3$$

042 Resuelve los siguientes sistemas.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 29 \\ x^2 - y^2 = -21 \end{array} \right\} \qquad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x \cdot (x + y) = -3 \\ x^2 + y = 5 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 29 \\ x^2 - y^2 = -21 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 29 \\ + \quad x^2 - y^2 = -21 \\ \hline 2x^2 = 8 \end{array}$$

$$2x^2 = 8 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \rightarrow 4 + y^2 = 29 \rightarrow y_1 = \pm 5 \\ x_2 = -2 \rightarrow 4 + y^2 = 29 \rightarrow y_2 = \pm 5 \end{cases}$$

Hay 4 soluciones: (2, 5); (2, -5); (-2, 5) y (-2, -5).

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x \cdot (x + y) = -3 \\ x^2 + y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow y = 5 - x^2$$

$$x \cdot (x + y) = -3 \xrightarrow{y=5-x^2} x \cdot (x + 5 - x^2) = -3 \rightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \rightarrow (x - 3) \cdot (x + 1)^2 = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1$$

$$y_1 = 5 - x^2 \xrightarrow{x_1=3} y_1 = -4 \qquad y_2 = 5 - x^2 \xrightarrow{x_2=-1} y_2 = 4$$

Las soluciones son (3, -4) y (-1, 4).

043 Resuelve estos sistemas.

Handwritten systems of equations:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{-1}{4} \\ \frac{1}{x+3} - \frac{1}{y-3} = -1 \end{array} \right\} \qquad \text{c) } \left. \begin{array}{l} \frac{3}{x+1} - \frac{5}{y+2} = 2 \\ \frac{x+1}{y-1} = \frac{1}{4} \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{-3}{10} \\ \frac{6}{xy} = \frac{-3}{5} \end{array} \right\} \qquad \text{d) } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + y = \frac{5}{2} \\ \frac{2}{y} - 3x = -5 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{-1}{4} \\ \frac{1}{x+3} - \frac{1}{y-3} = -1 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} 4y + 4x = -xy \\ y - 3 - x - 3 = -(x + 3) \cdot (y - 3) \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} 4x + 4y + xy = 0 \\ -4x + 4y + xy = 15 \\ \hline 8x = -15 \end{array}$$

$$8x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{8}$$

$$4x + 4y + xy = 0 \xrightarrow{x = \frac{-15}{8}} \frac{-60}{8} + 4y - \frac{15y}{8} = 0$$

$$\rightarrow -60 + 32y - 15y = 0 \rightarrow y = \frac{60}{17}$$

Sistemas de ecuaciones

$$b) \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{-3}{10} \\ \frac{6}{xy} = \frac{-3}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 10y + 10x = -3xy \\ 30 = -3xy \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{-10}{y}$$

$$10y + 10x = -3xy \xrightarrow{x = \frac{-10}{y}} 10y - \frac{100}{y} = 30 \rightarrow y^2 - 3y - 10 = 0$$

$$y^2 - 3y - 10 = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_1 = 5 \rightarrow x_1 = -2 \\ y_2 = -2 \rightarrow x_2 = 5 \end{array} \right.$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \frac{3}{x+1} - \frac{5}{y+2} = 2 \\ \frac{x+1}{y-1} = \frac{1}{4} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 3y + 6 - 5x - 5 = 2 \cdot (x+1) \cdot (y+2) \\ 4x + 4 = y - 1 \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} y - 9x - 2xy - 3 = 0 \\ y = 4x + 5 \end{array} \right\}$$

$$y - 9x - 2xy - 3 = 0 \xrightarrow{y = 4x + 5}$$

$$\rightarrow 4x + 5 - 9x - 8x^2 - 10x - 3 = 0$$

$$\rightarrow 8x^2 + 15x - 2 = 0$$

$$8x^2 + 15x - 2 = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -2 \rightarrow y_1 = -3 \\ x_2 = \frac{1}{8} \rightarrow y_2 = \frac{11}{2} \end{array} \right.$$

$$d) \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + y = \frac{5}{2} \\ \frac{2}{y} - 3x = -5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 + 2xy = 5x \\ 2 - 3xy = -5y \end{array} \right\} \rightarrow y = \frac{5x - 2}{2x}$$

$$2 - 3xy = -5y \xrightarrow{y = \frac{5x - 2}{2x}} 2 - \frac{15x + 6}{2} = \frac{-25x + 10}{2x}$$

$$\rightarrow 10x - 15x^2 = -25x + 10$$

$$15x^2 - 35x + 10 = 0 \rightarrow 3x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 2 \rightarrow y_1 = 2 \\ x_2 = \frac{1}{3} \rightarrow y_2 = \frac{-1}{2} \end{array} \right.$$

044 Halla la solución de los sistemas.



$$a) \left. \begin{array}{l} \sqrt{x} + 2y = -1 \\ x - 1 = y + 1 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \sqrt{x-2} = y + 2 \\ 2x - 3 = 2 - y \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} \sqrt{x+1} = -y - 1 \\ \sqrt{-2y+3} = 3 \end{array} \right\}$$

$$d) \left. \begin{array}{l} \frac{\sqrt{x+4}}{2} = \sqrt{y} \\ \sqrt{x} - y = -1 \end{array} \right\}$$

$$a) \left. \begin{array}{l} \sqrt{x} + 2y = -1 \\ x - 1 = y + 1 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 4y^2 + 4y + 1 \\ x = y + 2 \end{array} \right\}$$

$$4y^2 + 4y + 1 = y + 2 \rightarrow 4y^2 + 3y - 1$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_1 = -1 \rightarrow x_1 = 1 \\ y_2 = \frac{1}{4} \rightarrow x_2 = \frac{9}{4} \end{array} \right. \rightarrow \text{Solución no válida}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} \sqrt{x+1} = -y - 1 \\ \sqrt{-2y+3} = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x+1 = y^2 + 2y + 1 \\ -2y+3 = 9 \end{array} \right\} \rightarrow y = -3$$

$$x+1 = y^2 + 2y + 1 \xrightarrow{y=-3} x+1 = 4 \rightarrow x = 3$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \sqrt{x-2} = y + 2 \\ 2x - 3 = 2 - y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 2 = y^2 + 4y + 4 \\ 2x + y = 5 \end{array} \right\} \rightarrow x = y^2 + 4y + 6$$

$$2x + y = 5 \xrightarrow{x=y^2+4y+6} 2y^2 + 8y + 12 + y = 5 \rightarrow 2y^2 + 9y + 7 = 0$$

$$2y^2 + 9y + 7 = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_1 = -1 \rightarrow x_1 = 3 \\ y_2 = \frac{-7}{2} \rightarrow x_2 = \frac{17}{4} \end{array} \right. \rightarrow \text{Solución no válida}$$

$$d) \left. \begin{array}{l} \frac{\sqrt{x+4}}{2} = \sqrt{y} \\ \sqrt{x} - y = -1 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 4 = 4y \\ x = y^2 - 2y + 1 \end{array} \right\} \rightarrow x = 4y - 4$$

$$y^2 - 2y + 1 = 4y - 4 \rightarrow y^2 - 6y + 5 = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_1 = 5 \rightarrow x_1 = 16 \\ y_2 = 1 \rightarrow x_2 = 0 \end{array} \right.$$

045 Determina la solución de los sistemas.

$$a) \left. \begin{array}{l} (x-2) \cdot (y-2) = 0 \\ (x-4) \cdot (y+3) = 0 \end{array} \right\} \quad b) \left. \begin{array}{l} (x+3) \cdot (y+x) = 0 \\ x \cdot y = -6 \end{array} \right\}$$

$$a) \left. \begin{array}{l} (x-2) \cdot (y-2) = 0 \\ (x-4) \cdot (y+3) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow x = 2 \text{ o } y = 2$$

$$(x-4) \cdot (y+3) = 0 \xrightarrow{x=2} -2 \cdot (y+3) = 0 \rightarrow y = -3$$

$$(x-4) \cdot (y+3) = 0 \xrightarrow{y=2} 5 \cdot (x-4) = 0 \rightarrow x = 4$$

$$\text{Solución: } (x_1 = 2, y_1 = -3) \text{ y } (x_2 = 4, y_2 = 2)$$

$$b) \left. \begin{array}{l} (x+3) \cdot (y+x) = 0 \\ x \cdot y = -6 \end{array} \right\} \rightarrow x = -3 \text{ o } x = -y$$

$$x \cdot y = -6 \xrightarrow{x=-3} -3y = -6 \rightarrow y = 2$$

$$x \cdot y = -6 \xrightarrow{x=-y} -y^2 = -6 \rightarrow y = \sqrt{6}, y = -\sqrt{6}$$

$$y = \sqrt{6} \xrightarrow{x=-y} x = -\sqrt{6} \quad y = -\sqrt{6} \xrightarrow{x=-y} x = \sqrt{6}$$

$$\text{Solución: } (x_1 = -3, y_1 = 2); (x_2 = \sqrt{6}, y_2 = -\sqrt{6}); (x_3 = -\sqrt{6}, y_3 = \sqrt{6})$$

Sistemas de ecuaciones

046 Resuelve los sistemas de inecuaciones.

$$a) \begin{cases} x + 4 > 5 - 2x \\ 3x \geq 9 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 4x + 3 \cdot (x - 2) > x \\ 3x - 4 \cdot (5 - x) \leq 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2 \cdot (x + 3) > 4 \\ 2x - 3 < x \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 5 \cdot (6 - x) + 2 \cdot (x + 3) \geq x \\ -4 \cdot (3 - 2x) \geq 2 \cdot (3 - x) \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5x - 2 \cdot (8 - x) \leq -2 \\ 4 \cdot (x + 6) - 8 > 0 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 7x - 8 \cdot (x - 2) \geq 0 \\ 3x + 4 \cdot (1 - x) \leq 0 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + 4 > 5 - 2x \\ 3x \geq 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x \geq 3 \end{cases} \rightarrow x \geq 3 \rightarrow \text{Solución: } [3, +\infty)$$

$$b) \begin{cases} 2 \cdot (x + 3) > 4 \\ 2x - 3 < x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 3 \end{cases} \rightarrow -1 < x < 3 \rightarrow \text{Solución: } (-1, 3)$$

$$c) \begin{cases} 5x - 2 \cdot (8 - x) \leq -2 \\ 4 \cdot (x + 6) - 8 > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -4 \end{cases} \rightarrow -4 < x \leq 2 \rightarrow \text{Solución: } (-4, 2]$$

$$d) \begin{cases} 4x + 3 \cdot (x - 2) > x \\ 3x - 4 \cdot (5 - x) \leq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases} \rightarrow 1 < x \leq 3 \rightarrow \text{Solución: } (1, 3]$$

$$e) \begin{cases} 5 \cdot (6 - x) + 2 \cdot (x + 3) \geq x \\ -4 \cdot (3 - 2x) \geq 2 \cdot (3 - x) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30 - 5x + 2x + 6 \geq x \\ -12 + 8x \geq 6 - 2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x \geq \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{9}{5} \leq x \leq 9 \rightarrow \text{Solución: } \left[\frac{9}{5}, 9 \right]$$

$$f) \begin{cases} 7x - 8 \cdot (x - 2) \geq 0 \\ 3x + 4 \cdot (1 - x) \leq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x - 8x + 16 \geq 0 \\ 3x + 4 - 4x \leq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 16 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

$$\rightarrow 16 \geq x \geq 4 \rightarrow \text{Solución: } [4, 16]$$

047 Halla la solución de los sistemas de inecuaciones.

$$a) \begin{cases} \frac{x-3}{4} + \frac{x}{2} \leq 1 \\ \frac{x-3}{2} + \frac{x+3}{5} < 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{3 \cdot (x+2)}{4} - \frac{x}{5} > 3 \\ \frac{5x}{6} - \frac{x-2}{4} \geq 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{3 \cdot (1-2x)}{5} > \frac{1}{2} \\ 4x - 5 \leq \frac{x-1}{3} \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5 - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} > \frac{x-5}{6} \\ \frac{x+4}{5} - \frac{x}{6} > \frac{7}{10} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \left. \begin{aligned} \frac{x-3}{4} + \frac{x}{2} \leq 1 \\ \frac{x-3}{2} + \frac{x+3}{5} < 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x-3+2x \leq 4 \\ 5x-15+2x+6 < 20 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x \leq \frac{7}{3} \\ x < \frac{29}{7} \end{aligned} \right\} \\
 & \rightarrow x \leq \frac{7}{3} \rightarrow \text{Solución: } \left(-\infty, \frac{7}{3}\right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \left. \begin{aligned} \frac{3 \cdot (1-2x)}{5} > \frac{1}{2} \\ 4x-5 \leq \frac{x-1}{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 6-12x > 5 \\ 12x-15 \leq x-1 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x < \frac{1}{12} \\ x \leq \frac{14}{11} \end{aligned} \right\} \rightarrow x < \frac{1}{12} \\
 & \text{Solución: } \left(-\infty, \frac{1}{12}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & \left. \begin{aligned} \frac{3 \cdot (x+2)}{4} - \frac{x}{5} > 3 \\ \frac{5x}{6} - \frac{x-2}{4} \geq 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 15x+30-4x > 60 \\ 10x-3x+6 \geq 24 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x > \frac{30}{11} \\ x \geq \frac{18}{7} \end{aligned} \right\} \rightarrow x > \frac{30}{11} \\
 & \text{Solución: } \left(\frac{30}{11}, +\infty\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } & \left. \begin{aligned} 5 - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} > \frac{x-5}{6} \\ \frac{x+4}{5} - \frac{x}{6} > \frac{7}{10} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 60-4x-3x > 2x-10 \\ 6x+24-5x > 21 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x < \frac{70}{9} \\ x > -3 \end{aligned} \right\} \\
 & \rightarrow -3 < x < \frac{70}{9} \rightarrow \text{Solución: } \left(-3, \frac{70}{9}\right)
 \end{aligned}$$

048

Encuentra la solución de los siguientes sistemas de inecuaciones.

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} x > 0 \\ 2x+1 \geq 0 \\ 4x-3 < 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} 5x-2 \leq 0 \\ 3x+4 > 0 \\ \frac{x+9}{2} \geq 3 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{aligned} x > 0 \\ \left. \begin{aligned} x > 0 \\ 2x+1 \geq 0 \\ 4x-3 < 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x \geq \frac{-1}{2} \\ x < \frac{3}{4} \end{aligned} \right\} \rightarrow 0 < x < \frac{3}{4} \rightarrow \text{Solución: } \left(0, \frac{3}{4}\right)
 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{b) } \left. \begin{aligned} \left. \begin{aligned} 5x-2 \leq 0 \\ 3x+4 > 0 \\ \frac{x+9}{2} \geq 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} x \leq \frac{2}{5} \\ x > \frac{-4}{3} \\ x \geq -3 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{-4}{3} < x \leq \frac{2}{5} \rightarrow \text{Solución: } \left(\frac{-4}{3}, \frac{2}{5}\right]
 \end{aligned} \right\}$$

Sistemas de ecuaciones

049

En una chocolatería hay 900 bombones envasados en cajas de 6 y 12 unidades.



¿Cuántas cajas hay de cada clase si en total tienen 125 cajas?

N.º de cajas de 6 bombones: x

N.º de cajas de 12 bombones: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 125 \\ 6x + 12y = 900 \end{array} \right\} \rightarrow x = 125 - y$$

$$6x + 12y = 900 \xrightarrow{x = 125 - y} 750 - 6y + 12y = 900 \rightarrow 6y = 150 \rightarrow y = 25$$

$$x = 125 - y \xrightarrow{y = 25} x = 100$$

Hay 100 cajas de 6 bombones y 25 cajas de 12 bombones.

050

A un congreso acuden 60 personas. Si se van 3 hombres y vienen 3 mujeres, el número de mujeres sería $\frac{1}{3}$ del número de hombres. ¿Cuántos hombres y mujeres hay en el congreso?

N.º de hombres: x

N.º de mujeres: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 60 \\ x - 3 = 3 \cdot (y + 3) \end{array} \right\} \rightarrow x = 60 - y$$

$$x - 3 = 3 \cdot (y + 3) \xrightarrow{x = 60 - y} 57 - y = 3 \cdot (y + 3) \rightarrow 4y = 48 \rightarrow y = 12$$

$$x = 60 - y \xrightarrow{y = 12} x = 48$$

Hay 48 hombres y 12 mujeres en el congreso.

051

Halla las edades de dos personas, sabiendo que hace 10 años la primera tenía 4 veces la edad de la segunda persona, pero dentro de 20 años la edad de la primera persona será el doble de la edad de la segunda.

Edad de la primera persona: x

Edad de la segunda persona: y

$$\left. \begin{array}{l} x - 10 = 4 \cdot (y - 10) \\ x + 20 = 2 \cdot (y + 20) \end{array} \right\} \rightarrow x = 4y - 30$$

$$x + 20 = 2 \cdot (y + 20) \xrightarrow{x = 4y - 30} 4y - 10 = 2y + 40 \rightarrow 2y = 50 \rightarrow y = 25$$

$$x = 4y - 30 \xrightarrow{y = 25} x = 70$$

La primera persona tiene 70 años y la segunda tiene 25 años.

- 052** La edad de Marta más la edad que tendrá dentro de 3 años es igual a la edad de Luisa dentro de 6 años, y la edad de Luisa dentro de 3 años es igual a la que tendrá Marta dentro de 6 años. Calcula las edades de Marta y de Luisa.

Edad de Marta: x

Edad de Luisa: y

$$\left. \begin{array}{l} x + x + 3 = y + 6 \\ y + 3 = x + 6 \end{array} \right\} \rightarrow x = y - 3$$

$$x + x + 3 = y + 6 \xrightarrow{x=y-3} 2y - 6 + 3 = y + 6 \rightarrow y = 9$$

$$x = y - 3 \xrightarrow{y=9} x = 6$$

Marta tiene 6 años y Luisa tiene 9 años.

- 053** Por el desierto va una caravana formada por camellos y dromedarios, con un total de 440 patas y 160 jorobas. ¿Cuántos camellos y dromedarios hay en la caravana? (Recuerda que los camellos tienen dos jorobas y los dromedarios tienen una.)



N.º de camellos: x

N.º de dromedarios: y

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 160 \\ 4x + 4y = 440 \end{array} \right\} \rightarrow x = 110 - y$$

$$2x + y = 160 \xrightarrow{x=110-y} 220 - 2y + y = 160 \rightarrow y = 60$$

$$x = 110 - y \xrightarrow{y=60} x = 50$$

Hay 50 camellos y 60 dromedarios en la caravana.

- 054** Pedro le dice a María: «Si cambias los billetes de 10 € que tienes por billetes de 5 € y los billetes de 5 € por billetes de 10 €, seguirás teniendo el mismo dinero». ¿Cuánto dinero tiene María, si en total son 20 billetes?

N.º de billetes de 5 €: x

N.º de billetes de 10 €: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \\ 5x + 10y = 10x + 5y \end{array} \right\} \rightarrow x = y$$

$$x + y = 20 \xrightarrow{x=y} 2y = 20 \rightarrow y = 10$$

$$x = y \xrightarrow{y=10} x = 10$$

María tiene 10 billetes de 5 € y 10 billetes de 10 €.

Sistemas de ecuaciones

055



Los billetes de 50 € y 20 € que lleva Ángel en el bolsillo suman 380 €. Si cambiamos los billetes de 50 € por billetes de 20 € y al revés, entonces suman 320 €. Calcula cuántos billetes tiene de cada tipo.

N.º de billetes de 20 €: x

N.º de billetes de 50 €: y

$$\left. \begin{array}{l} 20x + 50y = 380 \\ 50x + 20y = 320 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{:2} \\ \xrightarrow{:(-5)} \end{array} \begin{array}{l} 10x + 25y = 190 \\ + \\ -10x - 4y = -64 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 20x + 50y = 380 \\ 50x + 20y = 320 \end{array}} \right\} 21y = 126$$

$$21y = 126 \rightarrow y = 6$$

$$20x + 50y = 380 \xrightarrow{y=6} 20x + 300 = 380 \rightarrow x = 4$$

Ángel tiene 4 billetes de 20 € y 6 billetes de 50 €.

056



Laura acude al banco a cambiar monedas de 5 céntimos por monedas de 20 céntimos. Si sale del banco con 225 monedas menos que cuando entró, ¿cuánto dinero llevaba?

N.º de monedas de 5 céntimos: x

N.º de monedas de 20 céntimos: y

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 225 \\ 5x = 20y \end{array} \right\} \rightarrow x = 4y$$

$$4y = y + 225 \rightarrow y = 75$$

$$x = 4y \xrightarrow{y=75} x = 300$$

Tenía 300 monedas de 5 céntimos o, lo que es lo mismo, 15 €.

057



Por un chándal y unas zapatillas de deporte que costaban 135 € he pagado 85,50 € en rebajas, ya que en la sección de textil tienen el 40 % de descuento, y en la de calzado, el 30 %. ¿Qué precio tenía cada artículo y cuánto me han costado?



Precio del chándal: x

Precio de las zapatillas: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 135 \\ \frac{60}{100}x + \frac{70}{100}y = 85,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow x = 135 - y \\ \rightarrow 6x + 7y = 855 \end{array}$$

$$6x + 7y = 855 \xrightarrow{x=135-y} 810 - 6y + 7y = 855 \rightarrow y = 45$$

$$x = 135 - y \xrightarrow{y=45} x = 90$$

El precio del chándal era de 90 € y el precio de las zapatillas era de 45 €.

Me han costado 54 € y 31,50 €, respectivamente.

- 058** ●● Por la mezcla de 400 kg de pienso de tipo A con 800 kg de pienso de tipo B se han pagado 2.200 €. Calcula el precio de cada tipo de pienso, sabiendo que, si se mezclas 1 kg de pienso de cada tipo, la mezcla costaría 3,90 €.

Precio del pienso A: x Precio del pienso B: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3,9 \\ 400x + 800y = 2.200 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 3,9 - y \\ 2x + 4y = 11 \end{array}$$

$$2x + 4y = 11 \xrightarrow{x = 3,9 - y} 7,8 - 2y + 4y = 11 \rightarrow y = 1,6$$

$$x = 3,9 - y \xrightarrow{1,6} x = 2,3$$

El pienso A cuesta 2,30 €/kg y el pienso B cuesta 1,60 €/kg.

- 059** ●●● La suma de las dos cifras de un número es 9. Si le añadimos 27, el número resultante es capicúa con él. Halla cuál es dicho número.

Cifra de las decenas: x Cifra de las unidades: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 9 \\ 10x + y + 27 = x + 10y \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} x = 9 - y \\ x = y - 3 \end{array}$$

$$9 - y = y - 3 \rightarrow y = 6$$

$$x = 9 - y \xrightarrow{y = 6} x = 3$$

Es el número 36.

- 060** ●● Obtén un número de dos cifras cuya diferencia de sus cifras es 6 y la cifra de las unidades es el cuadrado de la cifra de las decenas.

Cifra de las decenas: x Cifra de las unidades: y

$$\left. \begin{array}{l} y - x = 6 \\ y = x^2 \end{array} \right\}$$

$$y - x = 6 \xrightarrow{y = x^2} x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases} \rightarrow \text{Solución no válida}$$

$$y = x^2 \xrightarrow{2y = 3} y = 9$$

Es el número 39.

- 061** ●● Halla un número de dos cifras si el producto de sus cifras es 18 y la cifra de las unidades es el doble que la cifra de las decenas.

Cifra de las decenas: x Cifra de las unidades: y

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x \cdot y = 18 \end{array} \right\}$$

$$x \cdot y = 18 \xrightarrow{y = 2x} 2x^2 = 18 \rightarrow x = 3$$

$$y = 2x \xrightarrow{x = 3} y = 6$$

Es el número 36.

Sistemas de ecuaciones

062

Determina dos números cuya suma es 5 y la suma de sus cuadrados es 13.

Números: x, y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{array} \right\} \rightarrow x = 5 - y$$

$$x^2 + y^2 = 13 \xrightarrow{x=5-y} 25 - 10y + 2y^2 = 13 \rightarrow y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$\rightarrow y_1 = 2, y_2 = 3$$

$$x = 5 - y \xrightarrow{y_1=2} x_1 = 3 \qquad x = 5 - y \xrightarrow{y_2=3} x_2 = 2$$

Los números son 2 y 3.

063

Halla dos números sabiendo que su suma es 16 y la suma de sus inversos es $\frac{1}{3}$.

Números: x, y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 16 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \rightarrow x = 16 - y$$

$$\rightarrow 3y + 3x = xy$$

$$3y + 3x = xy \xrightarrow{x=16-y} 3y + 48 - 3y = 16y - y^2$$

$$\rightarrow y^2 - 16y + 48 = 0 \rightarrow y_1 = 12, y_2 = 4$$

$$x = 16 - y \xrightarrow{y_1=12} x_1 = 4 \qquad x = 16 - y \xrightarrow{y_2=4} x_2 = 12$$

Los números son 4 y 12.

064

En un instituto, la relación del número de chicos con el número de chicas era de $\frac{8}{9}$, pero en junio esta relación era de $\frac{25}{21}$, pues abandonaron el centro 20 chicos y el 30% de las chicas. ¿Cuántos alumnos acabaron el curso?



Número de chicos que comenzaron el curso: x

Número de chicas que comenzaron el curso: y

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{8}{9} \\ \frac{x-20}{0,70 \cdot y} = \frac{25}{21} \end{array} \right\} \rightarrow y = \frac{9x}{8}$$

$$\rightarrow y = \frac{21x - 420}{17,5} \rightarrow y = \frac{6x - 120}{5}$$

$$\frac{9x}{8} = \frac{6x - 120}{5} \rightarrow 45x = 48x - 960 \rightarrow x = 320$$

$$y = \frac{9x}{8} \xrightarrow{x=320} y = 360$$

Comenzaron el curso 320 chicos y 360 chicas. Y lo acabaron 300 chicos y 252 chicas.

065 Tenemos que:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

Siendo x_1 y x_2 las soluciones de la ecuación de segundo grado, encuentra el sistema de ecuaciones que relaciona los coeficientes a , b y c con las soluciones x_1 y x_2 .

$$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0 \rightarrow ax^2 + a \cdot (-x_1 - x_2) \cdot x + a \cdot x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$ax^2 + a \cdot (-x_1 - x_2) \cdot x + a \cdot x_1 \cdot x_2 = 0 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{-b}{a} = x_1 + x_2 \\ \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2 \end{array} \right\}$$

066 Resuelve los sistemas.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ 4x - y = -1 \end{array} \right\} & \text{b) } \left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{array} \right\} & \text{c) } \left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ x + y = 8 \end{array} \right\} \end{array}$$

a) Sistema compatible determinado

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ 4x - y = -1 \end{array} \right\} \rightarrow x = 6 - y$$

$$4x - y = -1 \xrightarrow{x=6-y} 24 - 4y - y = -1 \rightarrow y = 5$$

$$x = 6 - y \xrightarrow{y=5} x = 1$$

b) Sistema compatible indeterminado

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ 2x + 2y = 12 \end{array} \right\} \rightarrow x = 6 - y$$

$$2x + 2y = 12 \xrightarrow{x=6-y} 12 - 2y + 2y = 12 \rightarrow 0 = 0$$

c) Sistema incompatible

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ x + y = 8 \end{array} \right\} \rightarrow x = 6 - y$$

$$x + y = 8 \xrightarrow{x=6-y} 6 - y + y = 8 \rightarrow 6 \neq 8 \rightarrow \text{Sin solución}$$

067 Generaliza la clasificación de sistemas de ecuaciones en función de los coeficientes y los términos independientes.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{array} \right\}$$

a) Sistema compatible determinado si: $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

b) Sistema compatible indeterminado si: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

c) Sistema incompatible si: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

EN LA VIDA COTIDIANA

068



La empresa de perfumería Rich Perfum va a lanzar al mercado su nueva colonia que presentará en envases de dos tamaños, de 75 ml y de 100 ml. La colonia se llamará Rodin y los envases tendrán la forma del *Pensador*.



Al vender todas las existencias, la empresa quiere obtener lo suficiente para poder mantener el negocio, pagar a sus empleados y conseguir su propia ganancia.



¿A cuánto debe vender cada frasco?

N.º de envases pequeños: x

N.º de envases grandes: y

Teniendo en cuenta que han comprado el triple de envases pequeños que de grandes, y el precio de cada uno de ellos y el total, tenemos que:

$$x = 3y$$

$$3,5x + 4,5y = 113.400$$

$$3,5x + 4,5y = 113.400 \xrightarrow{x=3y} 10,5y + 4,5y = 113.400$$

$$\rightarrow 15y = 113.400 \rightarrow y = 7.560$$

$$x = 3y \xrightarrow{y=7.560} x = 22.680$$

Se han comprado 22.680 envases pequeños y 7.560 envases grandes.

La cantidad de colonia que pueden envasar es:

$$22.680 \diamond 75 + 7.560 \diamond 100 = 2.457.000 \text{ ml} = 2.457 \text{ litros}$$

El coste de la colonia es:

$$2.457 \diamond 6 = 14.742 \text{ €}$$

Producción = colonia + envases

El coste de producción es:

$$14.742 + 113.400 = 128.142 \text{ €}$$

Para conseguir 204.020 € de beneficios hay que ingresar por las ventas:

$$204.020 + 128.142 = 332.162 \text{ €}$$

Coste del envase pequeño: z

Coste del envase grande: t

$$t = z + 2$$

$$22.680z + 7.560t = 332.162$$

$$22.680z + 7.560t = 332.162 \xrightarrow{t=z+2} 30.240z = 317.042 \rightarrow z = 10,48$$

$$t = z + 2 \xrightarrow{z=10,48} t = 12,48$$

Precio del envase pequeño: 10,48 €.

Precio del envase grande: 12,48 €.

Sistemas de ecuaciones

069



Se van a comprar ordenadores e impresoras para actualizar los equipos informáticos de un hospital.



Cada ordenador cuesta 699 €, y cada impresora, 139 €. Y el presupuesto para la compra oscila entre 7.500 y 8.000 €.

Los responsables van al departamento financiero para presentar la petición de compra.

El rendimiento óptimo de las impresoras se obtiene para un máximo de tres ordenadores por impresora.

Además, debe haber al menos una impresora en cada una de las ocho plantas del edificio.



¿Quién crees que tiene razón?

Este presupuesto no es viable.

A mí me parece que sí lo es.



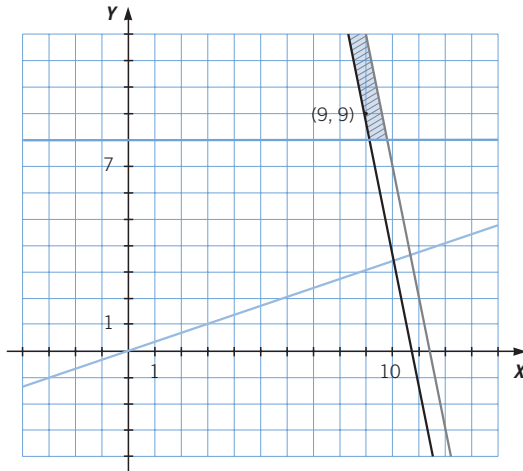
$$699x + 139y \neq 7.500$$

$$699x + 139y \leq 8.000$$

$$y \neq \frac{x}{3}$$

$$y \neq 8$$

Representamos las distintas rectas que resultan al sustituir las desigualdades por igualdades, y comprobamos los valores que están en la región solución.



De los valores que están en la región solución, el único valor que cumple todas las condiciones es que haya 9 ordenadores y 9 impresoras:

$$699 \diamond 9 + 139 \diamond 9 = 7.542$$

$$7.500 \leq 7.542 \leq 8.000$$

En cualquier otro caso dentro de la región solución, el número de impresoras es superior al número de ordenadores, y esto supondría un incremento del coste sin tener un aumento de las prestaciones.