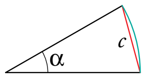
7 Trigonometría

Dos grandes astrónomos griegos

Históricamente, el desarrollo de la trigonometría va ligado al de la astronomía.

En la antigua Grecia destacaron dos grandes astrónomos:

Hiparco de Nicea (190-120 a. C.), considerado el "padre de la astronomía", consolidó el sistema sexagesimal para la medida de ángulos. Teniendo en cuenta que la esencia de la trigonometría es sustituir medidas angulares por medidas lineales, elaboró unas tablas en las que asociaba la medida de cada ángulo con la longitud de la cuerda correspondiente.



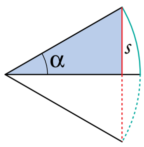
Ptolomeo de Alejandría (85-165) amplió y mejoró la obra de Hiparco y escribió un enorme tratado de astronomía de trece libros, al que se acabó llamando el *Almagesto, (el más grande)*.

Edición del siglo XIII del "Almagesto" de Ptolomeo que se conserva en la Biblioteca Nacional de Madrid.

Hiparco de Nicea, considerado el inventor de la trigonometría.

Evolución posterior de la trigonometría

Los indios, durante los siglos IV y V, desarrollaron una trigonometría con un enfoque distinto al de los griegos: asociaron a cada ángulo la longitud de la semicuerda del ángulo doble (lo que posteriormente se llamaría *seno* del ángulo), consiguiendo así trabajar con triángulos rectángulos, más fáciles de manejar.



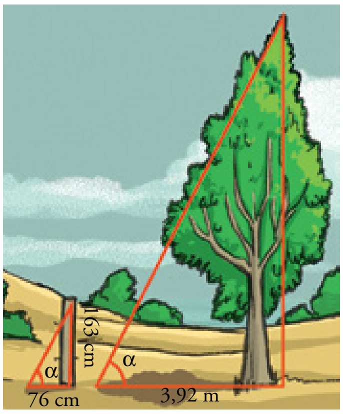
Los árabes (siglos IX-X) se inspiraron en el *Almagesto* de Ptolomeo pero utilizaron las tablas de los senos de los indios, las ampliaron con otras medidas y las mejoraron. Su trigonometría, bien fundamentada y muy práctica, se extendió por Europa a partir del siglo XII.

Astrolabio islámico del siglo XIII. Hiparco inventó este instrumento astronómico de uso imprescindible para agrimensores y navegantes hasta el siglo XVIII.

70

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

1 Razones trigonométricas de un ángulo agudo



Como hemos visto en la página anterior, la razón entre la altura y la sombra de la estaca (163/76) es igual a la razón entre la altura y la sombra del árbol. De esta forma, podemos hallar la altura de un chopo multiplicando la longitud de su sombra, 3,92 m, por 163/76. Este cociente es lo que aquí estamos llamando tangente del ángulo α.

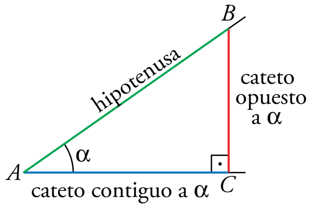
La trigonometría se basa en la semejanza de triángulos rectángulos:

La razón entre dos lados de un triángulo rectángulo es igual a la razón entre los lados correspondientes de cualquier otro triángulo semejante a él.

En adelante, nos disponemos a estudiar todas las posibles razones entre dos de los lados de un triángulo rectángulo.

Seno, coseno y tangente de un ángulo

Sobre un ángulo agudo, α, como el de la derecha, construimos un triángulo rectángulo, *ABC*.



Observa las siguientes relaciones llamadas **razones trigonométricas** del ángulo α.

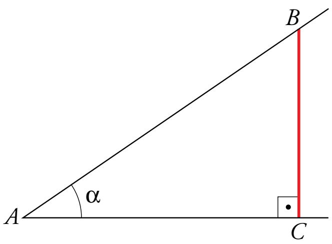
seno de $\alpha = \dfrac{\text{longitud del cateto opuesto a } \alpha}{\text{longitud de la hipotenusa}}$ $\qquad$ $sen\ \alpha = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

coseno de $\alpha = \dfrac{\text{longitud del cateto contiguo a } \alpha}{\text{longitud de la hipotenusa}}$ $\qquad$ $cos\ \alpha = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

tangente de $\alpha = \dfrac{\text{longitud del cateto opuesto a } \alpha}{\text{longitud del cateto contiguo a } \alpha}$ $\qquad$ $tg\ \alpha = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

En la web Visualización de las razones trigonométricas de un ángulo agudo.

Cálculo gráfico (aproximado) de razones trigonométricas



La propia definición nos proporciona un método para calcular las razones trigonométricas de un ángulo agudo.

- Se dibuja un ángulo. Por ejemplo, 34°.
- Desde un punto, *B*, de uno de los lados se traza una perpendicular al otro lado. De este modo se forma un triángulo rectángulo *ABC*.
- Se miden los lados del triángulo. En nuestro ejemplo:

$$\overline{AC} = 41 \text{ mm}, \quad \overline{BC} = 28 \text{ mm}, \quad \overline{AB} = 50 \text{ mm}$$

- Con estos datos, calculamos las razones trigonométricas del ángulo, 34°:

$$sen\ \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{28}{50} = 0{,}56; \quad cos\ \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{41}{50} = 0{,}82; \quad tg\ \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{28}{41} = 0{,}68$$

Las medidas tomadas son aproximadas, por lo que las relaciones también lo son.

Piensa y practica

1. Dibuja sobre un ángulo como el anterior, 34°, un triángulo rectángulo de tal modo que $\overline{AB}$ = 100 mm.

Halla sus razones trigonométricas y observa que obtienes, aproximadamente, los mismos valores que en el ejemplo de arriba.

2. Dibuja, sobre un ángulo de 45°, un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mida 10 cm.

Calcula, como en el ejemplo de arriba, las razones trigonométricas de 45°. ¿Cómo son entre sí el seno y el coseno? ¿Cuánto vale la tangente? Explica por qué.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

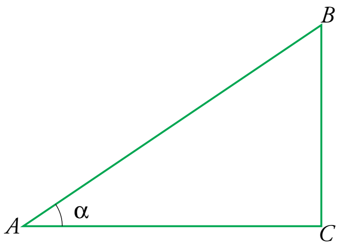
2 Relaciones trigonométricas fundamentales

Notación

En lugar de $(sen\ \alpha)^2$ se suele poner $sen^2\ \alpha$. Del mismo modo:

$(cos\ \alpha)^2 = cos^2\ \alpha$ y $(tg\ \alpha)^2 = tg^2\ \alpha$

A pesar de la costumbre, y para evitar confusiones, utilizaremos durante este curso la expresión con paréntesis.



Los valores de *sen*, *cos* y *tg* de un mismo ángulo no son independientes, sino que están relacionados, de tal modo que *conociendo uno de ellos, podemos calcular los otros dos*. Las relaciones que los ligan son las siguientes (se las suele llamar **relaciones fundamentales**):

$$(sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \quad [I] \qquad \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = tg\ \alpha \quad [II]$$

Estas igualdades son fáciles de demostrar:

$$[I] \quad (sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = \left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right)^2 + \left(\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\right)^2 = \frac{\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2}{\overline{AB}^2} \overset{(*)}{=} \frac{\overline{AB}^2}{\overline{AB}^2} = 1$$

(*) Por el teorema de Pitágoras, se cumple que $\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$.

$$[II] \quad \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} : \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = tg\ \alpha$$

En los siguientes ejercicios resueltos vemos cómo, conocida una razón trigonométrica de un ángulo, se pueden calcular las otras dos.

Ejercicios resueltos

1. ***Sabiendo que $cos\ \alpha = 0{,}63$, calcular $s = sen\ \alpha$ y $t = tg\ \alpha$.***

Mediante la igualdad I, conocido $sen\ \alpha$ obtenemos $cos\ \alpha$, y viceversa.

$$s^2 + 0{,}63^2 = 1 \to s^2 = 1 - 0{,}63^2 = 0{,}6031 \to s = \sqrt{0{,}6031} = 0{,}777$$

(Solo tomamos la raíz positiva, porque $sen\ \alpha$ ha de ser positivo).

$$t = \frac{0{,}777}{0{,}63} = 1{,}23$$

Solución: $sen\ \alpha = 0{,}777 \qquad tg\ \alpha = 1{,}23$

2. ***Sabiendo que $tg\ \alpha = 2$, calcular $s = sen\ \alpha$ y $c = cos\ \alpha$.***

Mediante las igualdades I y II, conocida $tg\ \alpha$ se obtienen, resolviendo un sistema de ecuaciones, los valores de $sen\ \alpha$ y $cos\ \alpha$:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{s}{c} = 2 \\ s^2 + c^2 = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} s = 2c \\ (2c)^2 + c^2 = 1 \to 4c^2 + c^2 = 1 \to 5c^2 = 1 \end{array}$$

$$c^2 = \frac{1}{5} \xrightarrow[\text{la raíz positiva}]{\text{solo tomamos}} c = \frac{1}{\sqrt{5}} \xrightarrow{\text{racionalizando}} c = \frac{\sqrt{5}}{5}; \quad s = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

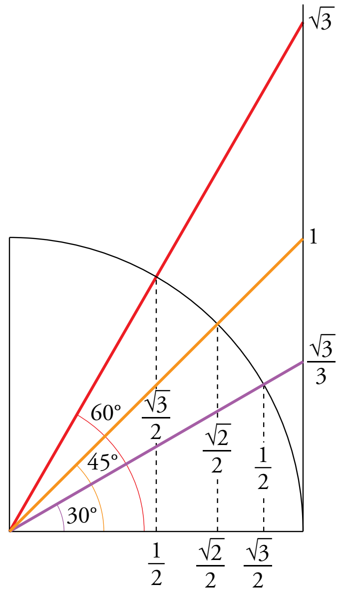
Solución: $sen\ \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} = 0{,}894 \qquad cos\ \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} = 0{,}447$

Piensa y practica

1. $sen\ \alpha = 0{,}6$. Calcula $cos\ \alpha$ y $tg\ \alpha$.

2. $tg\ \beta = 0{,}53$. Calcula $sen\ \beta$ y $cos\ \beta$.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....



Localiza en la gráfica las razones que aparecen en la tabla.

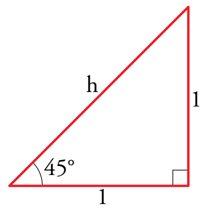
	sen	*cos*	*tg*
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Razones trigonométricas de 30°, 45° y 60°

Los triángulos rectángulos cuyos ángulos agudos son 45°, 30° o 60° aparecen con mucha frecuencia, por lo que resultan especialmente interesantes en geometría. Vamos a hallar las razones trigonométricas de estos ángulos.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE 45°

La hipotenusa de este triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 1 es:



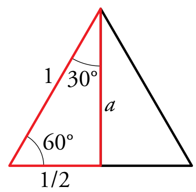
$$h = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Por tanto:

$$sen\ 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad cos\ 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad tg\ 45° = 1$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE 30° Y DE 60°

Calculamos la altura de este triángulo equilátero de lado 1:



$$a = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Por tanto:

$$sen\ 30° = \frac{1}{2} \qquad cos\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad tg\ 30° = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$sen\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad cos\ 60° = \frac{1}{2} \qquad tg\ 60° = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$$

Piensa y practica

3. Teniendo en cuenta que $tg\ 45° = 1$, deduce el valor de $sen\ 45°$ y de $cos\ 45°$ mediante las relaciones fundamentales.

4. Teniendo en cuenta que $sen\ 30° = 1/2$, halla el valor de $cos\ 30°$ y de $tg\ 30°$ mediante las relaciones fundamentales.

5. Calcula el seno y la tangente de un ángulo cuyo coseno vale 0,8.

6. Halla el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0,7.

7. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla de razones trigonométricas:

sen α	0,94		4/5			
cos α		0,82			$\sqrt{3}/2$	
tg α				3,5		1

En las operaciones donde aparezcan fracciones o radicales, trabaja con ellos; no utilices su expresión decimal.

En la web — Obtención de las razones trigonométricas de 30°, 45° y 60°.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

3 Utilización de la calculadora en trigonometría

Teclas trigonométricas

Para el cálculo y el manejo de las razones trigonométricas, hasta ahora solo hemos utilizado las operaciones aritméticas de la calculadora: [+] [−] [×] [÷] y [√].

En este apartado vamos a aprender a manejar las teclas específicamente trigonométricas.

Las calculadoras científicas nos dan directamente el valor del seno, del coseno o de la tangente de cualquier ángulo. También nos dicen cuál es el ángulo del que conocemos el valor de una de sus razones trigonométricas.

Veamos, paso a paso, cómo se recurre a la calculadora para trabajar en trigonometría.

■ SELECCIÓN DEL MODO DEG (GRADOS SEXAGESIMALES)

Las calculadoras manejan tres unidades de medida de ángulos:

- Grados sexagesimales (DEG). Son los que utilizamos normalmente.
- Grados centesimales (GRA). Un ángulo recto tiene 100 grados centesimales. Nunca usaremos esta unidad de medida.
- Radianes (RAD). Esta unidad de medida de ángulos está relacionada con el estudio funcional de las razones trigonométricas (funciones trigonométricas).

En este curso utilizaremos, casi siempre, los grados sexagesimales. Por tanto, selecciona en la calculadora el modo DEG, a partir de la tecla [MODE] o [SETUP], según el modelo de calculadora.

■ ANOTAR UN ÁNGULO. TECLA [°'"]

Para escribir el ángulo 38° 25' 36'', se procede así:

38 [°'"] 25 [°'"] 36 [°'"] {38.42666667}   [SHIFT] [°'"] {38°25°36}

Se anota el ángulo en forma decimal   Se expresa el ángulo en forma sexagesimal

En las CALCULADORAS DE PANTALLA DESCRIPTIVA se procede del mismo modo:

38 [°'"] 25 [°'"] 36 [°'"] [=] {38°25°36° / 38°25'36''}

■ CÁLCULO DE UNA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA. TECLAS [sin] [cos] [tan]

Para calcular *sen* (47° 25'), se procede así:

[sin] 47 [°'"] 25 [°'"] {47.41666667} [=] {0.736293951 21}

Es decir, *sen* 47° 25' = 0,736.

Análogamente, se procede con coseno, [cos], y tangente, [tan].

■ FUNCIONES INVERSAS: [sin⁻¹] ([SHIFT] [sin]), [cos⁻¹] ([SHIFT] [cos]), [tan⁻¹] ([SHIFT] [tan])

¿Cuál es el ángulo cuyo seno vale 0,5? Sabemos que es 30°. La forma de preguntárselo a la calculadora es esta:

[SHIFT] [sin] 0,5 [=] {30}

Análogamente:

cos α = 0,56 → ¿α? → [SHIFT] [cos] 0,56 [=] [SHIFT] [°'"] {55°56°39.13}

tg α = 3 → ¿α? → [SHIFT] [tan] 3 [=] [SHIFT] [°'"] {71°33°54.18}

Entrénate

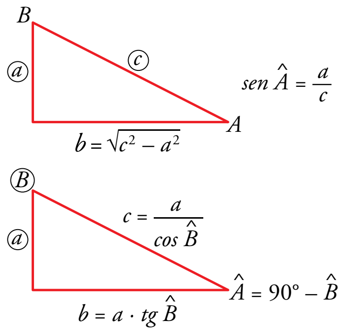
Obtén las siguientes razones trigonométricas y escribe en tu cuaderno los resultados redondeando a las milésimas.

a) *sen* 86°   b) *cos* 59°
c) *tg* 22°   d) *sen* 15° 25' 43''
e) *cos* 59° 27'   f) *tg* 86° 52'
g) *sen* 10° 30'' (atención, 10° 0' 30'')

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

4 Resolución de triángulos rectángulos

En la web HOJA DE CÁLCULO para resolver triángulos rectángulos.



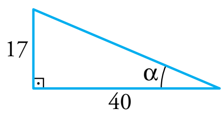
Resolver un triángulo es hallar uno o más elementos desconocidos (lados o ángulos) a partir de algunos elementos conocidos.

Las razones trigonométricas nos permiten resolver cualquier triángulo rectángulo.

- **CONOCIDOS DOS LADOS**
  - El tercer lado se obtiene mediante el teorema de Pitágoras.
  - Cada uno de los ángulos agudos se halla a partir de la razón trigonométrica que lo relaciona con los dos lados conocidos.
- **CONOCIDOS UN LADO Y UN ÁNGULO**
  - Otro lado se halla mediante la razón trigonométrica que lo relaciona con el lado y el ángulo conocidos.
  - El otro ángulo agudo es complementario del que conocemos.

Ejercicios resueltos

1. ***Los dos catetos de un triángulo miden 17 cm y 40 cm. Hallar los ángulos del triángulo.***



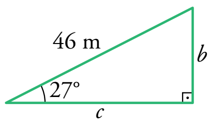
El ángulo α se relaciona con los dos catetos mediante su tangente: $tg\ \alpha = \frac{17}{40} = 0{,}425$

Hallamos con la calculadora el ángulo cuya tangente es 0,425:

SHIFT tan 0,425 = SHIFT °'" 23°1°31.77. Es decir, $\alpha = 23°\ 1'\ 32''$.

El otro ángulo es su complementario: $90° - 23°\ 1'\ 32'' = 66°\ 58'\ 28''$

2. ***En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide 27° y la hipotenusa, 46 m. Hallar los dos catetos.***

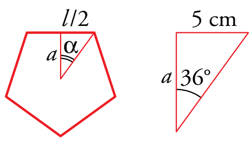


b es el cateto opuesto al ángulo de 27°. Por tanto:

$$sen\ 27° = \frac{b}{46} \rightarrow b = 46 \cdot sen\ 27° = 20{,}88 \text{ m}$$

Análogamente: $cos\ 27° = \frac{c}{46} \rightarrow c = 46 \cdot cos\ 27° = 40{,}99$ m

3. ***¿Cuánto mide la apotema de un pentágono regular de lado 10 cm?***



$\alpha = 360° : 10 = 36°$

$$tg\ 36° = \frac{5}{a} \rightarrow a = \frac{5}{tg\ 36°} = 6{,}88$$

La apotema mide 6,9 cm.

Piensa y practica

En la web Refuerza la resolución de triángulos rectángulos.

1. Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 48 cm y 71 cm. Halla los dos ángulos agudos.

2. En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide 37°, y el cateto opuesto, 87 m.

Halla el otro cateto y la hipotenusa.

3. Calcula el radio de un octógono regular de 20 cm de lado. ¿Cuánto mide su apotema?

4. Halla la apotema de un heptágono regular de 10 cm de radio.

Calcula también la longitud del lado.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

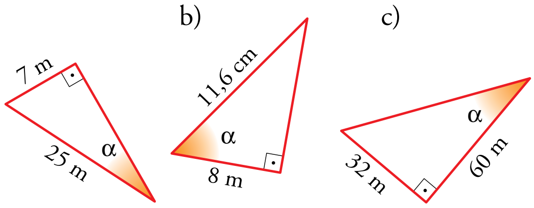
Ejercicios y problemas

Practica

Razones trigonométricas de un ángulo agudo

1. Halla las razones trigonométricas del ángulo α en cada uno de estos triángulos:

a) b) c)



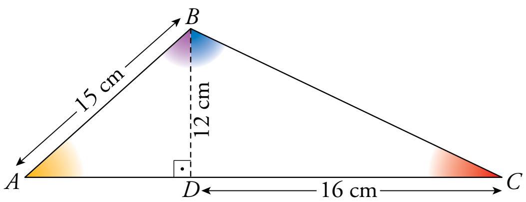
2. Halla las razones trigonométricas de los ángulos agudos de los siguientes triángulos rectángulos $(\hat{A} = 90°)$:

a) $b = 56$ cm; $a = 62{,}3$ cm

b) $b = 33{,}6$ cm; $c = 4{,}5$ cm

c) $c = 16$ cm; $a = 36$ cm

3. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos $\hat{A}$, $\hat{C}$, $\widehat{ABD}$ y $\widehat{CBD}$.



Relaciones fundamentales

4. Si $sen\ \alpha = 0{,}28$, calcula $cos\ \alpha$ y $tg\ \alpha$ utilizando las relaciones fundamentales $(\alpha < 90°)$.

5. Halla el valor exacto (con radicales) de $sen\ \alpha$ y $tg\ \alpha$ sabiendo que $cos\ \alpha = 2/3\ (\alpha < 90°)$.

6. Si $tg\ \alpha = \sqrt{5}$, calcula $sen\ \alpha$ y $cos\ \alpha$ $(\alpha < 90°)$.

7. Completa en tu cuaderno esta tabla con las razones trigonométricas que faltan siendo $\alpha < 90°$. Utiliza radicales cuando sea posible.

sen α	0,92			2/3		
cos α		0,12			$\sqrt{2}/3$	
tg α			0,75			2

Calculadora

8. Completa en tu cuaderno la tabla siguiente, utilizando la calculadora:

α	15°	55° 20'	72° 25' 40''	85,5°
sen α				
cos α				
tg α				

9. Halla el ángulo $\alpha < 90°$ en cada caso. Exprésalo en grados, minutos y segundos.

a) $sen\ \alpha = 0{,}58$ b) $cos\ \alpha = 0{,}75$ c) $tg\ \alpha = 2{,}5$

d) $sen\ \alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ e) $cos\ \alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ f) $tg\ \alpha = 3\sqrt{2}$

10. Halla, con la calculadora, las otras razones trigonométricas del ángulo $\alpha < 90°$ en cada uno de los casos siguientes:

a) $sen\ \alpha = 0{,}23$ b) $cos\ \alpha = 0{,}74$ c) $tg\ \alpha = 1{,}75$

d) $sen\ \alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ e) $tg\ \alpha = \sqrt{3}$ f) $cos\ \alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Resolución de triángulos

11. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos $(\hat{C} = 90°)$ hallando la medida de todos los elementos desconocidos:

a) $a = 5$ cm, $b = 12$ cm. Halla c, $\hat{A}$, $\hat{B}$.

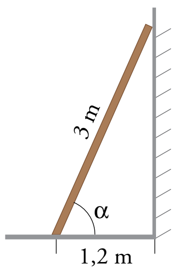
b) $a = 43$ m, $\hat{A} = 37°$. Halla b, c, $\hat{B}$.

c) $a = 7$ m, $\hat{B} = 58°$. Halla b, c, $\hat{A}$.

d) $c = 5{,}8$ km, $\hat{A} = 71°$. Halla a, b, $\hat{B}$.

12. Cuando los rayos del sol forman 40° con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?

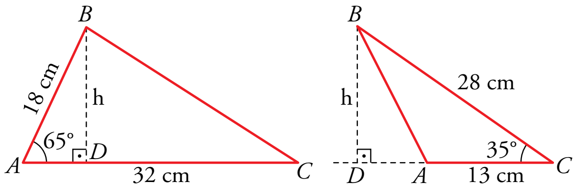
13. Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared?



Nombre y apellidos: .... Fecha: ....

Aplica lo aprendido

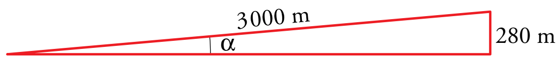
14. Calcula la altura, h, y el área de los siguientes triángulos:



15. Para medir la altura de un árbol, nos situamos a 20 m de su base y observamos, desde el suelo, su parte más alta bajo un ángulo de 50°. ¿Cuánto mide el árbol?

16. Una cometa está sujeta al suelo mediante un hilo que mide 50 m y que forma con la horizontal un ángulo de 60°. ¿A qué altura está la cometa?

17. En una carretera de montaña, una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante, la altitud es de 1 065 m. Halla la pendiente media de la carretera y el ángulo que forma con la horizontal.

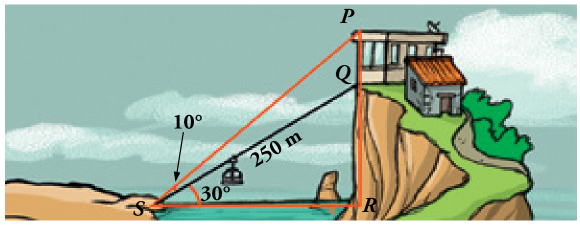


18. Desde el punto donde estoy, la visual al punto más alto del edificio que tengo en frente forma un ángulo de 28° con la horizontal. Si me acerco 20 m, el ángulo es de 40°. ¿Cuál es la altura del edificio?

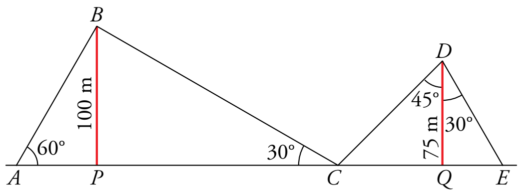
19. Dos edificios distan entre sí 90 m. Desde un punto que está entre los dos edificios vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 35° y 20°. ¿Cuál es la altura de los edificios si sabemos que uno es 6 m más alto que el otro?

20. En lo alto de un edificio en construcción hay una grúa de 4 m. Desde un punto del suelo se ve el punto más alto de la grúa bajo un ángulo de 45° con respecto a la horizontal y el punto más alto del edificio bajo un ángulo de 40° con la horizontal. Calcula la altura del edificio.

21. Para calcular la altura del edificio, $\overline{PQ}$, hemos medido los ángulos que indica la figura. Sabemos que hay un funicular para ir de S a Q, cuya longitud es de 250 m. Halla $\overline{PQ}$.



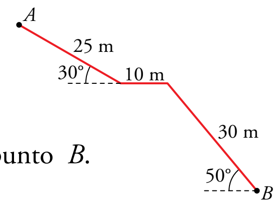
22. Dos antenas de radio están sujetas al suelo por cables tal como indica la figura.



Calcula la longitud de cada uno de los tramos de cable y la distancia AE.

23. Una escalera, por la que se accede a un túnel, tiene la forma y las dimensiones de la figura.

Calcula la profundidad del punto B.



Autoevaluación

1. a) Si $\cos \alpha = 0{,}52$ y $\alpha < 90°$, calcula $\text{sen}\, \alpha$ y $\text{tg}\, \alpha$.

b) Si $\text{tg}\, \beta = \dfrac{12}{5}$ y $\beta < 90°$, calcula $\text{sen}\, \beta$ y $\cos \beta$.

2. Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de 50°. ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?

3. En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide 50°, y la hipotenusa, 16 cm.

Resuelve el triángulo.

4. En un triángulo isósceles, cada uno de los ángulos iguales mide 70° y su altura es de 12 cm.

Halla la medida de los lados del triángulo.

Nombre y apellidos: .... Fecha: ....