Nombre:		EVAL II	Nota
Curso:	4º ESO B	Examen IX	
Fecha:	28 de marzo de 2025	FIN 2ª EVAL	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.– Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones e inecuaciones: (4 puntos)

a) $2^{x+3}+4^{x+1}-320=0$

b) $\dfrac{2x-3}{x+1}>1$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{1}{4}+y-\dfrac{2x-5y}{6}=\dfrac{19}{12} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log\left(2x-y^2\right)=\log\left(2-y\right)+1 \\ 3^{x-1}=27^{y+3} \end{cases}$

Soluciones
a)
b)
c)
d)

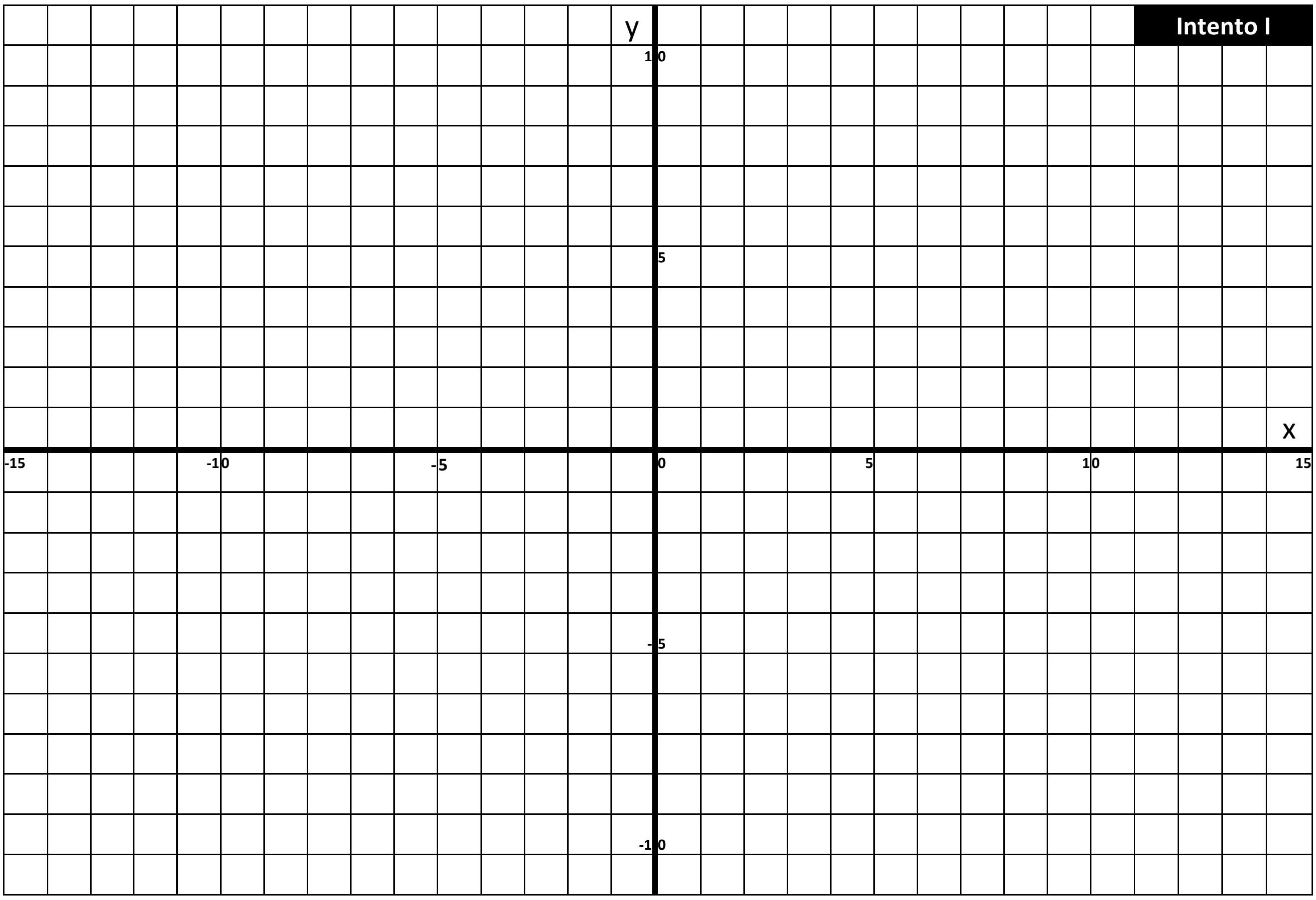
02.– Dos grifos A y B, abiertos los dos, pueden llenar un barril en 2 horas y 24 minutos. Calcula el tiempo que tardaría en llenar el depósito cada uno de ellos en solitario, sabiendo que el segundo grifo es capaz de hacerlo en dos horas menos que el primero. (1,5 puntos)

03.– ¿Es cierto que la suma de un número y de su cuadrado es siempre positiva? Justifica tu respuesta. (1,5 puntos)

04.– Hace 6 años me gasté 450 € en una PS4 Pro y en el nuevo God of War edición coleccionista. Como quiero comprarme la PS5, los tengo que vender. Si en la venta pierdo el 30% en la consola y el 60% en el juego, y en total voy a perder el 36 % del valor de compra, ¿cuánto me costó cada artículo? (1,5 puntos)

05.– Mi abuelo tiene un olivar rectangular de 1600 metros cuadrados de superficie con más de 300 olivos. Últimamente, está teniendo problemas con gente que le roba la aceituna y quiere poner una cerca de 2 metros y medio de altura. Como el olivar tiene un río colindante en uno de sus lados más cortos, solo es necesario cercar los otros tres lados. Si ha comprado 450 m² de cerca, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?

Bonus.– Representa la región del plano dada por las inecuaciones: $\begin{cases} 2x - 3y \leq -3 \\ x + y \leq 11 \\ 2 \leq x \end{cases}$



Nombre:	**SOLUCIONES**		EVAL 1
Curso:	**4º ESO B**	Examen VII	
Fecha:	21 de febrero de 2025	**ECUACIONES**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.- Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones e inecuaciones: (4 puntos)

a) $2^{x+3}+4^{x+1}-320=0 \rightarrow 2^x\cdot 2^3+4^x\cdot 4-320=0 \rightarrow 2^x\cdot 2^3+4^x\cdot 4-320=0 \rightarrow$

$\rightarrow 8\cdot 2^x+4\cdot\left(2^x\right)^2-320=0 \xrightarrow{\text{Cambio de Variable: } Z=2^x} 8\cdot z+4\cdot(z)^2-320=0 \rightarrow 4z^2+8z-320=0$

$\rightarrow z^2+2z-80=0 \rightarrow (x-8)(x+10)=0 \rightarrow \begin{cases} x-8=0 & \rightarrow x_1=8 \\ x+10=0 & \rightarrow x_2=-10 \end{cases}$

Desechamos la solución negativa porque 2^x nunca será negativo y deshacemos el cambio:

$$2^x=8 \rightarrow 2^x=2^3 \rightarrow x=3 \qquad x=3$$

b) $\dfrac{2x-3}{x+1}>1 \rightarrow \dfrac{2x-3}{x+1}-1>0 \rightarrow \dfrac{2x-3}{x+1}-\dfrac{x+1}{x+1}>0 \rightarrow \dfrac{2x-3-x-1}{x+1}>0 \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{x-4}{x+1}>0 \rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4>0 & \rightarrow x>4 \\ x+1>0 & \rightarrow x>-1 \end{cases} \rightarrow x>4 \\ \begin{cases} x-4<0 & \rightarrow x<4 \\ x+1<0 & \rightarrow x<-1 \end{cases} \rightarrow x<-1 \end{cases} \rightarrow (-\infty,-1)\cup(4,+\infty)$$

c) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{1}{4}+y-\dfrac{2x-5y}{6}=\dfrac{19}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{3x}{6}-\dfrac{2x-2y}{6}=\dfrac{1}{6} \\ \dfrac{3}{12}+\dfrac{12y}{12}-\dfrac{4x-10y}{12}=\dfrac{19}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-2x+2y=1 \\ 3+12y-4x+10y=19 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ -4x+22y=16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ -2x+11y=8 \end{cases} \xrightarrow{1^a \text{ por } 2} \begin{cases} 2x+4y=2 \\ -2x+11y=8 \end{cases} \rightarrow$

Si sumamos ambas ecuaciones, por el método de reducción, obtenemos: $\rightarrow 15y=10$

$\rightarrow y=\dfrac{10}{15} \rightarrow y=\dfrac{2}{3}$

Sustituyendo en: $x+2y=1 \rightarrow x+2\dfrac{2}{3}=1 \rightarrow x+\dfrac{4}{3}=1 \rightarrow x=1-\dfrac{4}{3} \rightarrow x=-\dfrac{1}{3}$

$$S.C.D.\left\{x=-\frac{1}{3};\, y=\frac{2}{3}\right\}$$

d) $\begin{cases} \log\left(2x-y^2\right)=\log(2-y)+1 \\ 3^{x-1}=27^{y+3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log\left(2x-y^2\right)-\log(2-y)=1 \\ 3^{x-1}=\left(3^3\right)^{y+3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log\dfrac{2x-y^2}{2-y}=1 \\ 3^{x-1}=3^{3y+9} \end{cases}$

$$\rightarrow \begin{cases} \dfrac{2x-y^2}{2-y}=10 \\ x-1=3y+9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-y^2=20-10y \\ x-1=3y+9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+10y-y^2=20 \\ x-3y=10 \end{cases}$$

Por el método de sustitución, despejamos x de la segunda ecuación: $x=3y+10$, y lo sustituimos en la primera:

$$2x+10y-y^2=20 \quad \rightarrow \quad 2(3y+10)+10y-y^2=20 \quad \rightarrow \quad 6y+20+10y-y^2=20$$

Ecuación de segundo grado incompleta, cuya solución viene dada por:

$$16y-y^2=0 \quad \rightarrow \quad y(16-y)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} y=0 & \rightarrow & y_1=0 \\ 16-y=0 & \rightarrow & \cancel{y_2=16} \end{cases}$$

Desechamos la y=16 porque no verifica la ecuación logarítmica ya que log(2−16) no existe.

Y conocida la y, podemos calcular la x de $x=3y+10 \quad \rightarrow \quad x=10$

$$S.C.D.\{x=10;\, y=0\}$$

02.- Dos grifos A y B, abiertos los dos, pueden llenar un barril en 2 horas y 24 minutos. Calcula el tiempo que tardaría en llenar el depósito cada uno de ellos en solitario, sabiendo que el segundo grifo es capaz de hacerlo en dos horas menos que el primero. (1,5 puntos)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría en llenar la alberca uno de los grifos, entonces el otro tardaría **x+2** horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción de barril que se llena en una hora con cada uno de los grifos o con los dos, sabiendo que 2 horas y 24 minutos son 2,4 horas:

$$\left.\begin{array}{l} Grifo\ 1: x \\ Grifo\ 2: x+2 \\ Los\ dos: 2{,}4 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora llenarán:}} \left.\begin{array}{l} Grifo\ 1: \dfrac{1}{x} \\ Grifo\ 2: \dfrac{1}{x+2} \\ Los\ dos: \dfrac{1}{2{,}4} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{Será igual a la suma de lo que haga cada uno por separado también en 1 hora}]{\text{Lo que hagan los dos grifos a la vez en 1 hora}} \frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2{,}4} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2{,}4(x+2)}{\cancel{x\cdot(x+2)\cdot 2{,}4}}+\frac{2{,}4x}{\cancel{x\cdot(x+2)\cdot 2{,}4}}=\frac{x(x+2)}{\cancel{x\cdot(x+2)\cdot 2{,}4}} \rightarrow 2{,}4x+4{,}8+2{,}4x=x^2+2x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2+2x-4{,}8x-4{,}8=0 \rightarrow x^2-2{,}8x-4{,}8=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2{,}8 \\ c=-4{,}8 \end{cases} \leftrightarrow$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x=\frac{-(-2{,}8)\pm\sqrt{(-2{,}8)^2-4\cdot 1\cdot(-4{,}8)}}{2\cdot 1}=\frac{2{,}8\pm\sqrt{7{,}84+19{,}2}}{2}=\frac{2{,}8\pm\sqrt{27{,}04}}{2}=$$

$$=\frac{2{,}8\pm 5{,}2}{2}=\begin{cases} x_1=\dfrac{2{,}8+5{,}2}{2}=\dfrac{8}{2}=4 \\ x_2=\dfrac{2{,}8-5{,}2}{2}=\dfrac{-2{,}4}{2}=-1{,}2 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, un grifo llena la alberca en 4 horas y el otro en 4+2=6 horas.

03.- ¿Es cierto que la suma de un número y de su cuadrado es siempre positiva? Justifica tu respuesta. (1,5 puntos)

Si llamamos **x** al número, su cuadrado será x^2 y ya podemos plantear una inecuación con los datos del problema:

$$x^2 + x > 0$$

Cuya solución encontraremos con la ayuda de la ecuación de segundo:

$$x^2 + x = 0 \quad \rightarrow \quad x(x+1) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} Si \ \ x = 0 & \rightarrow \quad x_1 = 0 \\ Si \ \ x+1=0 & \rightarrow \quad x_2 = -1 \end{cases}$$

Estas dos soluciones dividen en 3 intervalos la recta real: $(-\infty,-1)$ $\quad (-1,0)$ $\quad (0,+\infty)$

Solo nos queda verificar en cuál de ellos se verifica la desigualdad $x^2 + x > 0$

- Si cogemos un número del primer intervalo, por ejemplo, el –2, tenemos que:

$$x^2 + x > 0 \quad \rightarrow \quad 4 - 2 > 0 \quad \rightarrow \quad 2 > 0$$

- Si cogemos un número del segundo intervalo, por ejemplo, el –1/2, tenemos que:

$$x^2 + x > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{2} > 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{2} > 0 \quad \rightarrow \quad FALSO$$

Por tanto, a la pregunta del problema hemos de responder NO.

04.- Hace 6 años me gasté 450 € en una PS4 Pro y en el nuevo God of War edición coleccionista. Como quiero comprarme la PS5, los tengo que vender. Si en la venta pierdo el 30% en la consola y el 60% en el juego, y en total voy a perder el 36 % del valor de compra, ¿cuánto me costó cada artículo?

Si en la venta va a perder un 36%, vamos, primero, a calcular por cuánto dinero las venderá:

Sabemos que, en un ejercicio de porcentajes, la cantidad final se calcula multiplicando la cantidad inicial por el índice de variación porcentual (Iv) total, es decir:

$$C_f = C_o \cdot I_v \quad \rightarrow \quad C_f = 450 \cdot 0{,}64 = 288 \text{ €}$$

Así que, el **precio de venta será de 288 euros.**

Si llamamos **x** al precio de compra de la PS4, e **y** al precio de compra del juego, con esto ya podemos plantear la primera ecuación del sistema:

$$Compra: \quad x + y = 450$$

Si en la consola pierde un 30%, la venderá por 0,7x, y si en el juego pierde un 60%, lo venderá por 0,4y, así que con esto podemos plantear la segunda ecuación del sistema:

$$Venta: \quad 0{,}7x + 0{,}4y = 288$$

Así que, juntando ambas ecuaciones, tenemos un sistema de ecuaciones lineales, cuya solución, viene dada por:

$$\begin{cases} x + y = 450 \\ 0{,}7x + 0{,}4y = 288 \end{cases} \xrightarrow{\text{La 1ª por } (-0{,}7)} \begin{cases} -0{,}7x + -0{,}7y = -315 \\ 0{,}7x + 0{,}4y = 288 \end{cases}$$

Por el método de reducción y sumando ambas ecuaciones llegamos a:

$$\left\{\begin{array}{l} \cancel{-0{,}7x} - 0{,}7y = -315 \\ \cancel{0{,}7x} + 0{,}4y = 288 \end{array}\right. \quad \rightarrow \quad -0{,}3y = -27 \quad \rightarrow \quad y = \frac{-27}{-0{,}3} \quad \rightarrow \quad y = 90\ €$$

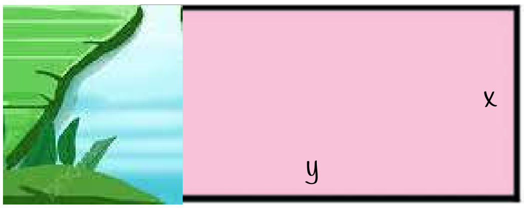
$$-0{,}3y = -27$$

De la ecuación de compra x + y = 450, podemos despejar x:

$$x + y = 450 \quad \rightarrow \quad x = 450 - y = 450 - 90 \quad \rightarrow \quad x = 360\ €$$

Por tanto, el precio de compra del **juego** fue de **90 €** **y** el de **la PS4** de 450 – 90 = **360 €**

05.– Mi abuelo tiene un olivar rectangular de 1600 metros cuadrados de superficie con más de 300 olivos. Últimamente, está teniendo problemas con gente que le roba la aceituna y quiere poner una cerca de 2 metros y medio de altura. Como el olivar tiene un río colindante en uno de sus lados más cortos, solo es necesario cercar los otros tres lados. Si ha comprado 450 m^2 de cerca, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?



Como mi abuelo ha comprado 450 m^2 de cerca y la altura de ésta es de 2,5 metros, tenemos 450 m^2 : 2,5 m = 180 m lineales de cerca.

Si llamamos **x** a la parte mas corta e **y** a la más larga, podemos plantear un sistema de ecuaciones NO lineales con el área y el "perímetro":

$$\text{Área: } x \cdot y = 1600 \qquad\qquad \text{Lados: } x + 2y = 180$$

$$\left\{\begin{array}{l} x \cdot y = 1600 \\ x + 2y = 180 \end{array}\right.$$

Si despejamos x de la segunda ecuación:

$$x + 2y = 180 \quad \rightarrow \quad x = 180 - 2y$$

Y la sustituimos en la primera, llegamos a una ecuación de segundo grado en y:

$$x \cdot y = 1600 \quad \rightarrow \quad (180 - 2y) \cdot y = 1600 \quad \rightarrow \quad 180y - 2y^2 = 1600 \quad \rightarrow \quad y^2 - 90y + 800 = 0$$

Cuya solución es:

$$y^2 - 90y + 800 = 0 \quad \rightarrow \quad (y - 10)(y - 80) = 0 \quad \rightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} Si\ y - 10 = 0 \quad \rightarrow \quad \cancel{y_1 = 10} \\ Si\ y - 80 = 0 \quad \rightarrow \quad y_2 = 80 \end{array}\right.$$

Desechamos la solución 10, porque hemos llamado y al lado más largo, y con esto:

$$x = 180 - 2y \quad \rightarrow \quad x = 180 - 2 \cdot 80 = 180 - 160 = 20$$

Por tanto, las dimensiones del terrero son 80 metros de lago por 20 m de ancho.

Bonus.– Representa la región del plano dada por las inecuaciones: $\begin{cases} 2x-3y\leq -3 \\ x+y\leq 11 \\ 2\leq x \end{cases}$

Representamos las 3 rectas ayudándonos con tablas, y hecho esto, comprobamos que semiplano es el correcto sustituyendo el valor (0,0).

Al final vemos que los tres semiplanos coindicen en un triángulo, que, en nuestro dibujo, hemos delimitado por líneas blancas discontinuas. Por tanto, ese sería el recinto pedido.