

	Nombre:		EVAL II	Nota
	Curso:	4º ESO B	Examen IX	
	Fecha:	28 de marzo de 2025	FIN 2ª EVAL	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.- Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones e inecuaciones: (4 puntos)

a) $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$

b) $\frac{2x-3}{x+1} > 1$

c)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} + y - \frac{2x-5y}{6} = \frac{19}{12} \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \log(2x - y^2) = \log(2 - y) + 1 \\ 3^{x-1} = 27^{y+3} \end{cases}$$

Soluciones
a)
b)
c)
d)

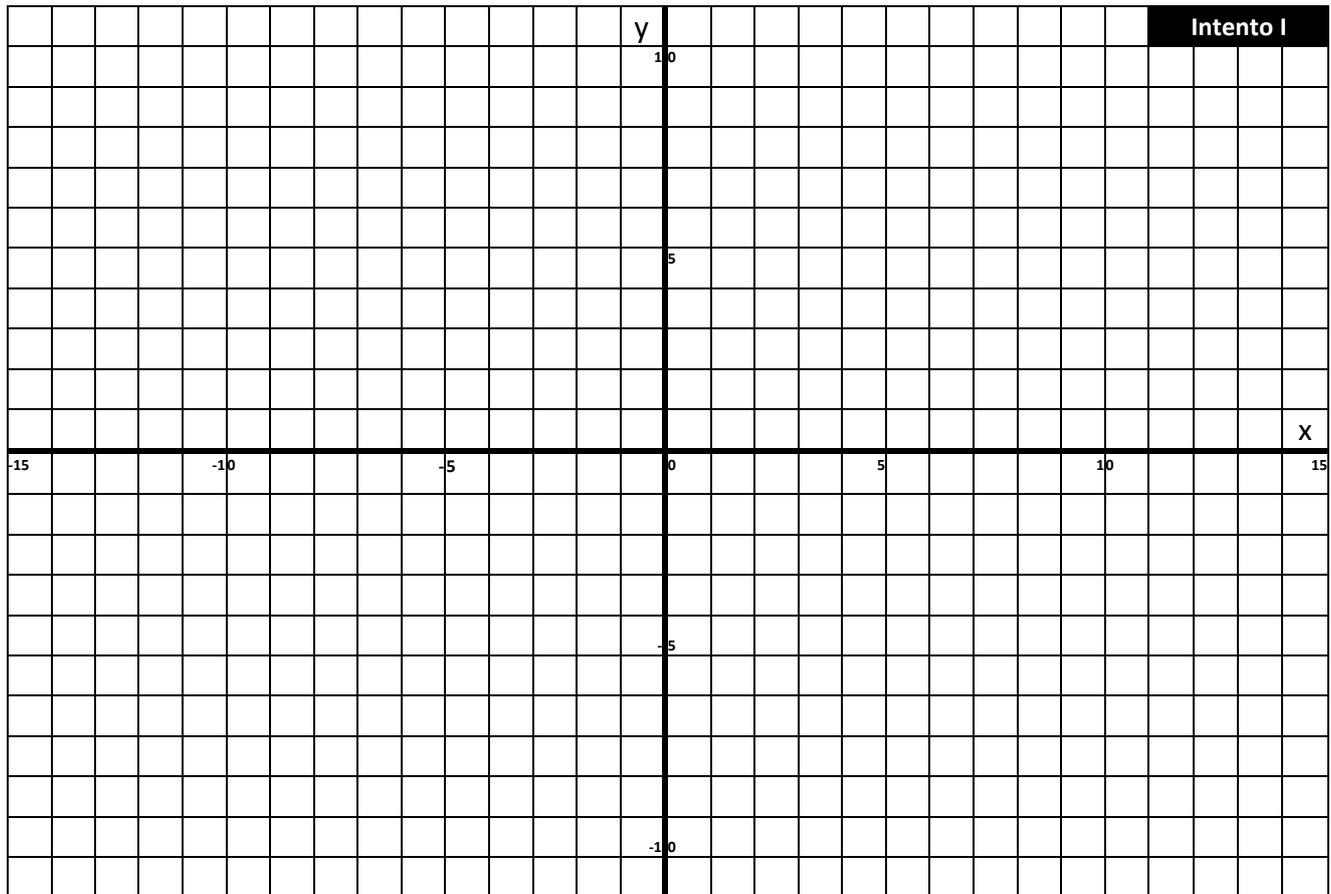
02.- Dos grifos A y B, abiertos los dos, pueden llenar un barril en 2 horas y 24 minutos. Calcula el tiempo que tardaría en llenar el depósito cada uno de ellos en solitario, sabiendo que el segundo grifo es capaz de hacerlo en dos horas menos que el primero. (1,5 puntos)

03.- ¿Es cierto que la suma de un número y de su cuadrado es siempre positiva? Justifica tu respuesta. (1,5 puntos)

04.- Hace 6 años me gasté 450 € en una PS4 Pro y en el nuevo God of War edición coleccionista. Como quiero comprarme la PS5, los tengo que vender. Si en la venta pierdo el 30% en la consola y el 60% en el juego, y en total voy a perder el 36% del valor de compra, ¿cuánto me costó cada artículo? (1,5 puntos)

05.- Mi abuelo tiene un olivar rectangular de 1600 metros cuadrados de superficie con más de 300 olivos. Últimamente, está teniendo problemas con gente que le roba la aceituna y quiere poner una cerca de 2 metros y medio de altura. Como el olivar tiene un río colindante en uno de sus lados más cortos, solo es necesario cercar los otros tres lados. Si ha comprado 450 m² de cerca, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?

Bonus. – Representa la región del plano dada por las inecuaciones:
$$\begin{cases} 2x - 3y \leq -3 \\ x + y \leq 11 \\ 2 \leq x \end{cases}$$



	Nombre:	SOLUCIONES		EVAL 1	
	Curso:	4º ESO B	Examen VII		
	Fecha:	21 de febrero de 2025	ECUACIONES		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.- Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

(4 puntos)

a) $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0 \rightarrow 2^x \cdot 2^3 + 4^x \cdot 4 - 320 = 0 \rightarrow 2^x \cdot 2^3 + 4^x \cdot 4 - 320 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 8 \cdot 2^x + 4 \cdot (2^x)^2 - 320 = 0 \xrightarrow{\text{Cambio de Variable: } Z=2^x} 8z + 4(z)^2 - 320 = 0 \rightarrow 4z^2 + 8z - 320 = 0$
 $\rightarrow z^2 + 2z - 80 = 0 \rightarrow (x-8)(x+10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-8=0 & \rightarrow x_1=8 \\ x+10=0 & \rightarrow x_2=-10 \end{cases}$

b) $\frac{2x-3}{x+1} > 1 \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - \frac{x+1}{x+1} > 0 \rightarrow \frac{2x-3-x-1}{x+1} > 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4 > 0 & \rightarrow x > 4 \\ x+1 > 0 & \rightarrow x > -1 \end{cases} \rightarrow x > 4 \\ \begin{cases} x-4 < 0 & \rightarrow x < 4 \\ x+1 < 0 & \rightarrow x < -1 \end{cases} \rightarrow x < -1 \end{cases} \rightarrow (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$

c) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} + y - \frac{2x-5y}{6} = \frac{19}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{3x}{6} - \frac{2x-2y}{6} = \frac{1}{6} \\ \frac{3}{12} + \frac{12y}{12} - \frac{4x-10y}{12} = \frac{19}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2x + 2y = 1 \\ 3 + 12y - 4x + 10y = 19 \end{cases}$
 $\rightarrow \begin{cases} x + 2y = 1 \\ -4x + 22y = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 1 \\ -2x + 11y = 8 \end{cases} \xrightarrow{1^\circ \text{ por } 2} \begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ -2x + 11y = 8 \end{cases} \rightarrow$

Si sumamos ambas ecuaciones, por el método de reducción, obtenemos: $\rightarrow 15y = 10$

$$\rightarrow y = \frac{10}{15} \rightarrow y = \frac{2}{3}$$

Sustituyendo en: $x + 2y = 1 \rightarrow x + 2 \cdot \frac{2}{3} = 1 \rightarrow x + \frac{4}{3} = 1 \rightarrow x = 1 - \frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

S.C.D. $\left\{ x = -\frac{1}{3}; y = \frac{2}{3} \right\}$

d) $\begin{cases} \log(2x - y^2) = \log(2 - y) + 1 \\ 3^{x-1} = 27^{y+3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log(2x - y^2) - \log(2 - y) = 1 \\ 3^{x-1} = (3^3)^{y+3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log \frac{2x - y^2}{2 - y} = 1 \\ 3^{x-1} = 3^{3y+9} \end{cases}$
 $\rightarrow \begin{cases} \frac{2x - y^2}{2 - y} = 10 \\ x - 1 = 3y + 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y^2 = 20 - 10y \\ x - 1 = 3y + 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 10y - y^2 = 20 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$

Por el método de sustitución, despejamos x de la segunda ecuación: $x = 3y + 10$, y lo sustituimos en la primera:

$$2x + 10y - y^2 = 20 \rightarrow 2(3y + 10) + 10y - y^2 = 20 \rightarrow 6y + 20 + 10y - y^2 = 20$$

Ecuación de segundo grado incompleta, cuya solución viene dada por:

$$16y - y^2 = 0 \rightarrow y(16 - y) = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow y_1 = 0 \\ 16 - y = 0 \rightarrow y_2 = 16 \end{cases}$$

Desechamos la $y=16$ porque no verifica la ecuación logarítmica.

Y conocida la y , podemos calcular la x de $x = 3y + 10 \rightarrow x = 10$

$$S.C.D. \{x = 10; y = 0\}$$

02.- Dos grifos A y B, abiertos los dos, pueden llenar un barril en 2 horas y 24 minutos. Calcula el tiempo que tardaría en llenar el depósito cada uno de ellos en solitario, sabiendo que el segundo grifo es capaz de hacerlo en dos horas menos que el primero. (1,5 puntos)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría en llenar la alberca uno de los grifos, entonces el otro tardaría $x+2$ horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción de alberca que se llena en una hora con cada uno de los grifos o con los dos, sabiendo que 2 horas y 24 minutos son 2,4 horas:

$\left. \begin{array}{l} \text{Grifo 1: } x \\ \text{Grifo 2: } x+2 \\ \text{Los dos: } 2,4 \end{array} \right\}$	En 1 hora llenarán: \rightarrow	$\left. \begin{array}{l} \text{Grifo 1: } \frac{1}{x} \\ \text{Grifo 2: } \frac{1}{x+2} \\ \text{Los dos: } \frac{1}{2,4} \end{array} \right\}$	Lo que hagan los dos grifos a la vez en 1 hora \rightarrow Será igual a la suma de lo que haga cada uno por separado también en 1 hora	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2,4} \rightarrow$
---	-----------------------------------	---	---	---

$$\rightarrow \frac{2,4(x+2)}{x(x+2) \cdot 2,4} + \frac{2,4x}{x(x+2) \cdot 2,4} = \frac{x(x+2)}{x(x+2) \cdot 2,4} \rightarrow 2,4x + 4,8 + 2,4x = x^2 + 2x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 2x - 4,8x - 4,8 = 0 \rightarrow x^2 - 2,8x - 4,8 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2,8 \\ c = -4,8 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-2,8) \pm \sqrt{(-2,8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4,8)}}{2 \cdot 1} = \frac{2,8 \pm \sqrt{7,84 + 19,2}}{2} = \frac{2,8 \pm \sqrt{27,04}}{2} = \frac{2,8 \pm 5,2}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{2,8 + 5,2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{2,8 - 5,2}{2} = \frac{-2,4}{2} = -1,2 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, un grifo llena la alberca en 4 horas y el otro en $4+2=6$ horas.

03.- ¿Es cierto que la suma de un número y de su cuadrado es siempre positiva? Justifica tu respuesta. (1,5 puntos)

Si llamamos x al número, su cuadrado será x^2 y ya podemos plantear una inequación con los datos del problema:

$$x^2 + x > 0$$

Cuya solución encontraremos con la ayuda de la ecuación de segundo:

$$x^2 + x = 0 \rightarrow x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Si } x=0 & \rightarrow x_1=0 \\ \text{Si } x+1=0 & \rightarrow x_2=-1 \end{cases}$$

Estas dos soluciones dividen en 3 intervalos la recta real: $(-\infty, -1)$ $(-1, 0)$ $(0, +\infty)$

Solo nos queda verificar en cuál de ellos se verifica la desigualdad $x^2 + x > 0$

🍎 Si cogemos un número del primer intervalo, por ejemplo, el -2 , tenemos que:

$$x^2 + x > 0 \rightarrow 4 - 2 > 0 \rightarrow 2 > 0$$

🍎 Si cogemos un número del segundo intervalo, por ejemplo, el $-1/2$, tenemos que:

$$x^2 + x > 0 \rightarrow \frac{1}{4} - \frac{1}{2} > 0 \rightarrow -\frac{1}{2} > 0 \rightarrow \text{FALSO}$$

Por tanto, a la pregunta del problema hemos de responder **NO**.

04.- Hace 6 años me gasté 450 € en una PS4 Pro y en el nuevo God of War edición coleccionista. Como quiero comprarme la PS5, los tengo que vender. Si en la venta pierdo el 30% en la consola y el 60% en el juego, y en total voy a perder el 36% del valor de compra, ¿cuánto me costó cada artículo?

Si en la venta va a perder un 36%, vamos, primero, a calcular por cuánto dinero las venderá:

Sabemos que, en un ejercicio de porcentajes, la cantidad final se calcula multiplicando la cantidad inicial por el índice de variación porcentual (I_v) total, es decir:

$$C_f = C_o \cdot I_v \rightarrow C_f = 450 \cdot 0,64 = 288 \text{ €}$$

Así que, el **precio de venta será de 288 euros**.

Si llamamos x al precio de compra de la PS4, e y al precio de compra del juego, con esto ya podemos plantear la primera ecuación del sistema:

$$\text{Compra: } x + y = 450$$

Si en la consola pierde un 30%, la venderá por $0,7x$, y si en el juego pierde un 60%, lo venderá por $0,4y$, así que con esto podemos plantear la segunda ecuación del sistema:

$$\text{Venta: } 0,7x + 0,4y = 288$$

Así que tenemos un sistema de ecuaciones lineales, cuya solución, viene dada por:

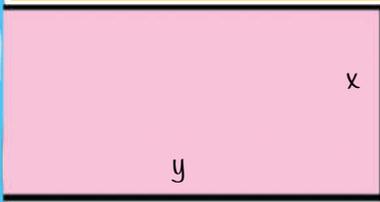
$$\begin{cases} x + y = 450 \\ 0,7x + 0,4y = 288 \end{cases} \xrightarrow{\text{La 1ª por } (-0,7)} \begin{cases} -0,7x - 0,7y = -315 \\ 0,7x + 0,4y = 288 \end{cases}$$

Por el método de reducción y sumando ambas ecuaciones llegamos a:

$$\begin{cases} -0,7x - 0,7y = -315 \\ 0,7x + 0,4y = 288 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} -0,7x & -0,7y & = & -315 \\ 0,7x & +0,4y & = & 288 \\ \hline & -0,3y & = & -27 \end{matrix} \rightarrow -0,3y = -27 \rightarrow y = \frac{-27}{-0,3} \rightarrow y = 90 \text{ €}$$

Por tanto, el precio de compra del juego fue de **90 €** y el de la PS4 de $450 - 90 = 360 \text{ €}$

05.— Mi abuelo tiene un olivar rectangular de 1600 metros cuadrados de superficie con más de 300 olivos. Últimamente, está teniendo problemas con gente que le roba la aceituna y quiere poner una cerca de 2 metros y medio de altura. Como el olivar tiene un río colindante en uno de sus lados más cortos, solo es necesario cercar los otros tres lados. Si ha comprado 450 m² de cerca, ¿cuáles son las dimensiones del terreno?



Como mi abuelo ha comprado 450 m² de cerca y la altura de ésta es de 2,5 metros, tenemos $450 \text{ m}^2 : 2,5 \text{ m} = 180 \text{ m}$ lineales de cerca.

Si llamamos x a la parte más corta e y a la más larga, podemos plantear un sistema de ecuaciones NO lineales con el área y el "perímetro":

$$\text{Área: } x \cdot y = 1600$$

$$\text{Lados: } x + 2y = 180$$

$$\begin{cases} x \cdot y = 1600 \\ x + 2y = 180 \end{cases}$$

Si despejamos x de la segunda ecuación:

$$x + 2y = 180 \rightarrow x = 180 - 2y$$

Y la sustituimos en la primera, llegamos a una ecuación de segundo grado en y :

$$x \cdot y = 1600 \rightarrow (180 - 2y) \cdot y = 1600 \rightarrow 180y - 2y^2 = 1600 \rightarrow y^2 - 90y + 800 = 0$$

Cuya solución es:

$$y^2 - 90y + 800 = 0 \rightarrow (y - 10)(y - 80) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Si } y - 10 = 0 \rightarrow y_1 = 10 \\ \text{Si } y - 80 = 0 \rightarrow y_2 = 80 \end{cases}$$

Desechamos la solución 10, porque hemos llamado y al lado más largo, y con esto:

$$x = 180 - 2y \rightarrow x = 180 - 2 \cdot 80 = 180 - 160 = 20$$

Por tanto, las dimensiones del terrero son 80 metros de largo por 20 m de ancho.

Bonus.— Representa la región del plano dada por las inecuaciones: $\begin{cases} 2x - 3y \leq -3 \\ x + y \leq 11 \\ 2 \leq x \end{cases}$

