Nombre:		EVAL II	Nota
Curso:	**4º ESO B**	Examen VII	
Fecha:	21 de febrero de 2025	**ECUACIONES**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.– Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones: (4 puntos)

a) $\sqrt{x^2-2x}+x=\sqrt{x}$

c) $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$

b) $\dfrac{x-1}{x^2+2x}-\dfrac{2}{x^2-2x}+\dfrac{x}{4-x^2}=0$

d) $\dfrac{\log\left(35-x^2\right)}{\log\left(5-x\right)}=3$

02.– Hicham sale de excursión el fin de semana con una cierta cantidad de dinero. El viernes gasta la tercera parte de lo que tiene menos 100 dh, el sábado gasta la mitad de lo que tiene al empezar el día más 50 dh y el domingo gasta 4/5 de lo que le quedaba. Si regresa a casa el domingo por la tarde con 80 dh. ¿Con cuánto dinero empezó Hicham la excursión? (1,5 puntos)

03.– ¿Cuántos hermanos hay en una familia si por Navidad cada uno hace un regalo a cada hermano y entre todos reúnen 30 regalos? (1,5 puntos)

04.– Imane está reformando el salón de su casa y ha agrandado un poquito la ventana, ahora es 20 cm más alta y 30 cm más ancha. Con eso, Imane, tendrá una ventana que es 0,99 m^2 más grande que la antigua y que le permitirá tener más luz en su casa. Si quiere poner una ventana de dos hojas cuadradas. ¿Cuáles eran las dimensiones de la ventana antes? (1,5 puntos)

05.– María y Bianca forman pareja para realizar el trabajo en grupo que ha encargado la profesora de Biología sobre los efectos de las drogas en el organismo de los adolescentes. Si hicieran el trabajo conjuntamente, tardarían 2 horas. María, ella sola, emplearía 3 horas más que Bianca, también en solitario. ¿Cuántas horas tardaría cada una de ellas por separado en hacer el trabajo? (1,5 puntos)

BONUS.– Si dejamos caer una piedra desde una altura de 80 metros. ¿Qué tiempo tardaría en llegar al suelo?, ¿y con qué velocidad impactaría con él? (Dato: $|g| = 10\ m{\cdot}s^{-2}$)

	Nombre:	**SOLUCIONES**		EVAL 1
	Curso:	**4º ESO B**	Examen VII	
	Fecha:	21 de febrero de 2025	**ECUACIONES**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.- Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones: (4 puntos)

a) $\sqrt{x^2-2x}+x=\sqrt{x} \xrightarrow{\text{Pasamos la x a la derecha}} \sqrt{x^2-2x}=\sqrt{x}-x \xrightarrow{\text{Elevamos al cuadrado ambos miembros}} \left(\sqrt{x^2-2x}\right)^2=\left(\sqrt{x}-x\right)^2$

$\xrightarrow{\text{Operamos}} x^2-2x=x+x^2-2x\sqrt{x} \xrightarrow{\text{Dejamos solo el radical}} x^2-2x-x-x^2=-2x\sqrt{x} \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -3x=-2x\sqrt{x}$

$\xrightarrow{\text{Elevamos al cuadrado ambos miembros}} (-3x)^2=\left(-2x\sqrt{x}\right)^2 \xrightarrow{\text{Operamos}} 9x^2=4x^3 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 4x^3-9x^2=0 \xrightarrow{\text{Sacamos factor común}}$

$$x^2(4x-9)=0 \xrightarrow{\text{Resolvemos}} \begin{cases} \text{Si } x^2=0 \rightarrow x_1=0 \\ \text{Si } (4x-9)=0 \rightarrow 4x=9 \rightarrow x_2=\dfrac{9}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{Solución}} \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=\dfrac{9}{4} \end{cases}$$

Desechamos la solución $x_2=\dfrac{9}{4}$ porque no verifica la igualdad:

$$\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2-2\left(\frac{9}{4}\right)}+\left(\frac{9}{4}\right)=\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)} \rightarrow \sqrt{\frac{81}{16}-\frac{9}{2}}+\frac{9}{4}=\frac{3}{2} \rightarrow \sqrt{\frac{9}{16}}+\frac{9}{4}=\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{4}+\frac{9}{4}=\frac{3}{2} \rightarrow 3=\frac{3}{2}$$

cosa que es falsa

Solución: $x=0$

b) $\dfrac{x-1}{x^2+2x}-\dfrac{2}{x^2-2x}+\dfrac{x}{4-x^2}=0 \xrightarrow{\text{Descomponemos en factores los denominadores}} \begin{cases} x^2+2x=x(x+2) \\ x^2-2x=x(x-2) \\ 4-x^2=(2+x)\cdot(2-x)=-(x+2)(x-2) \end{cases} \rightarrow$

$\dfrac{x-1}{x(x+2)}-\dfrac{2}{x(x-2)}-\dfrac{x}{(x+2)(x-2)}=0 \xrightarrow{\text{Reducimos a común denomindador}} \dfrac{(x-1)(x-2)}{x(x+2)(x-2)}-\dfrac{2(x+2)}{x(x+2)(x-2)}-\dfrac{x^2}{x(x+2)(x-2)}=0$

$\xrightarrow{\text{Quitamos denomin.}} \dfrac{(x-1)(x-2)}{\cancel{x(x+2)(x-2)}}-\dfrac{2(x+2)}{\cancel{x(x+2)(x-2)}}-\dfrac{x^2}{\cancel{x(x+2)(x-2)}}=0 \rightarrow (x-1)(x-2)-2(x+2)-x^2=0$

$\xrightarrow{\text{Operamos}} x^2-3x+2-2x-4-x^2=0 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -5x-2=0 \xrightarrow{\text{Solución}} x=-\dfrac{2}{5}$

c) $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960 \xrightarrow{\text{Operamos}} \dfrac{2^x}{2}+\dfrac{2^x}{4}+\dfrac{2^x}{8}+\dfrac{2^x}{16}=960 \xrightarrow{\text{Sacamos factor común}} 2^x\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{16}\right)=960$

$\xrightarrow{\text{Operamos}} 2^x\left(\dfrac{15}{16}\right)=960 \xrightarrow{\text{Despejamos}} 2^x=960\cdot\dfrac{16}{15} \rightarrow 2^x=1024 \rightarrow 2^x=2^{10} \xrightarrow{\text{Solución}} x=10$

d) $\dfrac{\log\left(35-x^2\right)}{\log(5-x)}=3 \xrightarrow{\text{Operamos}} \log\left(35-x^2\right)=3\log(5-x) \xrightarrow{\text{Aplicamos propiedades logaritmos}} \log\left(35-x^2\right)=\log(5-x)^3$

$$\xrightarrow{\text{Quitamos logaritmos}} \quad \cancel{\log}\left(35-x^2\right)=\cancel{\log}\left(5-x\right)^3 \quad \rightarrow \quad 35-x^2=\left(5-x\right)^3 \quad \xrightarrow{\text{Desarrollamos}} \quad 35-x^2=125-75x+15x^2-x^3$$

$$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} \quad x^3-16x^2+75x-90=0 \quad \xrightarrow{\text{Riffineamos}} \quad \left(x-6\right)\left(x^2-10x+15\right)=0 \quad \rightarrow$$

Resolvemos a parte la ecuación de segundo grado porque no sale por Ruffini:

$$x^2-10x+15=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-10 \\ c=15 \end{cases} \quad \leftrightarrow \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow \quad x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot1\cdot15}}{2\cdot1}=\frac{10\pm\sqrt{100-60}}{2}=\frac{10\pm\sqrt{40}}{2}=\frac{10\pm2\sqrt{10}}{2}=\begin{cases} x_1=\dfrac{10+2\sqrt{10}}{2}=5+\sqrt{10} \\ x_2=\dfrac{10-2\sqrt{10}}{2}=5-\sqrt{10} \end{cases}$$

Las soluciones son: $\begin{cases} x_1=6 \\ x_2=5+\sqrt{10} \\ x_3=5-\sqrt{10} \end{cases}$ que tenemos que verificar en la ecuación original.

- La solución x=6 no funciona en $\log\left(35-x^2\right)$ porque sale negativo y los logaritmos de negativos no existen.
- La solución $x=5+\sqrt{10}$, tampoco funciona porque hace negativo a $\log\left(5-x\right)$

Por tanto, la solución es: $x=5-\sqrt{10}$

02.- Hicham sale de excursión el fin de semana con una cierta cantidad de dinero. El viernes gasta la tercera parte de lo que tiene menos 100 dh, el sábado gasta la mitad de lo que tiene al empezar el día más 50 dh y el domingo gasta 4/5 de lo que le quedaba. Si regresa a casa el domingo por la tarde con 80 dh. ¿Con cuánto dinero empezó Hicham la excursión? (1,5 puntos)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía Hicham:

El viernes gasta: $\frac{1}{3}x-100$

Le quedan: $x-\left(\frac{1}{3}x-100\right)=\frac{2}{3}x+100$

El sábado gasta: $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x+100\right)+50=\frac{1}{3}x+100$

Entre los dos días, Hicham ha gastado: $\frac{1}{3}x-100+\frac{1}{3}x+100=\frac{2}{3}x$

Por lo que queda: $\frac{x}{3}$ del dinero

El domingo gasta: $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba, es decir $\frac{4}{5}$ de $\frac{x}{3}=\frac{4}{5}\cdot\frac{x}{3}=\frac{4}{15}x$

Luego todavía le queda $\frac{1}{5}$ de $\frac{x}{3}=\frac{1}{5}\cdot\frac{x}{3}=\frac{x}{15}$

Y esta cantidad se corresponde con los 80 dh. con los que vuelve a casa.

Así que, la ecuación a resolver será:

$$\frac{x}{15}=80$$

Cuya solución es:

$$\frac{x}{15}=80 \quad \rightarrow \quad x=15\cdot 80=1.200 \text{ dh}$$

Por tanto, Hicham empezó la excursión con 1.200 dh.

03.– ¿Cuántos hermanos hay en una familia si por Navidad cada uno hace un regalo a cada hermano y entre todos reúnen 30 regalos? (1,5 puntos)

Si llamamos x al número de hermanos, el número de regalos será x–1, por tanto, planteamos la ecuación multiplicando el número de hermanos por el número de regalos que hace cada uno e igualando a 30:

$$x(x-1)=30$$

Se trata de una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$x(x-1)=30 \quad \rightarrow \quad x^2-x-30=0 \quad \rightarrow \quad (x-6)\cdot(x+5)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \text{Si } x-6=0 & \rightarrow \quad x=6 \\ \text{Si } x+5=0 & \rightarrow \quad x=-5 \end{cases}$$

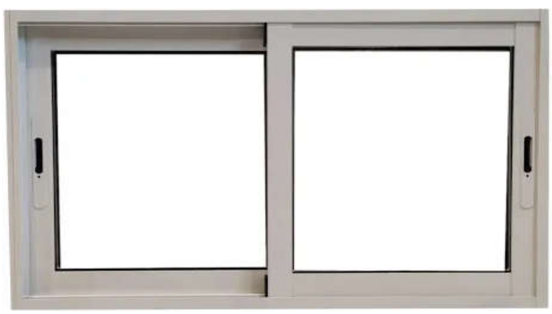
Desechamos la solución negativa por ser imposible.

De esta forma, el número de hermanos es 6.

04.– Imane está reformando el salón de su casa y ha agrandado un poquito la ventana, ahora es 20 cm más alta y 30 cm más ancha. Con eso, Imane, tendrá una ventana que es 0,99 m^2 más grande que la antigua y que le permitirá tener más luz en su casa. Si quiere poner una ventana de dos hojas cuadradas. ¿Cuáles eran las dimensiones de la ventana antes? (1,5 puntos)

Si nos ayudamos con un dibujo, podremos comprender mejor el problema.

Como dice que quiere poner dos ventanas cuadradas, la nueva ventana medirá el doble de ancho que de alto y por tanto, si llamamos x a la altura de la nueva ventana, su anchura será 2x, y con esto ya podemos escribir las dimensiones de la ventana antigua:

Antes	**Después**
 Alto = x – 20	 Alto = x
Ancho = 2x – 30	Ancho = 2x

Con estos datos ya podemos plantear la ecuación sabiendo que el área de la ventana antigua es 0,99 m^2 más pequeña que la nueva:

$$\text{Área}_{\text{Antigua}} + 0{,}99m^2 = \text{Área}_{\text{Nueva}}$$

Antes de escribirla hemos de asegurarnos que todo esté en las mismas unidades, y en este caso habrá que expresar el área en cm^2 puesto que las dimensiones de las ventanas están en cm. Por tanto:

$$\text{Área}_{\text{Antigua}} + 9900\ cm^2 = \text{Área}_{\text{Nueva}} \quad \rightarrow \quad (2x-30)\cdot(x-20)+9900=2x\cdot x$$

Que, operando, llegamos a:

$$(2x-30)\cdot(x-20)+9900=2x\cdot x \quad \rightarrow \quad 2x^2-40x-30x+600+9900=2x^2$$

Y agrupando llegamos a:

$$2x^2-40x-30x+600+9900=2x^2 \quad \rightarrow \quad 2x^2-70x+10500-2x^2=0$$

La x^2 se anula y nos queda una ecuación de primer grado:

$$-70x+10500=0 \quad \rightarrow \quad 70x=10500 \quad \rightarrow \quad x=\frac{10500}{70} \quad \rightarrow \quad x=150$$

Por tanto, las dimensiones de la antigua ventana eran 130 cm de alto por 270 cm de ancho.

05.- María y Bianca forman pareja para realizar el trabajo en grupo que ha encargado la profesora de Biología sobre los efectos de las drogas en el organismo de los adolescentes. Si hicieran el trabajo conjuntamente, tardarían 2 horas. María, ella sola, emplearía 3 horas más que Bianca, también en solitario. ¿Cuántas horas tardaría cada una de ellas por separado en hacer el trabajo? (1,5 puntos)

Se trata de un problema "tipo grifos", así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría en realizar el trabajo Bianca, entonces María, que tarda 3 horas más que Bianca, tardaría x+3 horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción del trabajo realizado en una hora por cada una de las alumnas o por los dos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Bianca: x horas}\\ \text{María: x+3 horas}\\ \text{Las dos: 2 horas}\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora harán:}} \left.\begin{array}{l}\text{Bianca: }\frac{1}{x}\\ \text{María: }\frac{1}{x+3}\\ \text{Los dos: }\frac{1}{2}\end{array}\right\} \xrightarrow[\substack{\text{Será igual a la suma de lo que}\\ \text{haga cada una por separado}\\ \text{también en 1 hora}}]{\substack{\text{Lo que hagan las dos alumnas}\\ \text{a la vez en 1 hora}}} \frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}=\frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2(x+3)}{\cancel{x\cdot(x+3)\cdot 2}}+\frac{2x}{\cancel{x\cdot(x+3)\cdot 2}}=\frac{x(x+3)}{\cancel{x\cdot(x+3)\cdot 2}} \rightarrow 2x+6+2x=x^2+3x \rightarrow$$

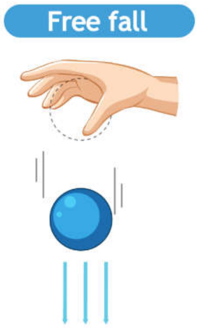
$$\rightarrow x^2+3x-4x-6=0 \rightarrow x^2-x-6=0 \rightarrow \left\{\begin{array}{l}a=1\\ b=-1\\ c=-6\end{array}\right. \leftrightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot1\cdot(-6)}}{2\cdot1}=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{1\pm5}{2}=\left\{\begin{array}{l}x_1=\frac{1+5}{2}=\frac{6}{2}=3\\ x_2=\frac{1-5}{2}=\frac{-4}{2}=-2\end{array}\right.$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, Bianca tarda 3 horas en hacer el trabajo sola y María 6 horas.

BONUS.- Si dejamos caer una piedra desde una altura de 80 metros. ¿Qué tiempo tardaría en llegar al suelo?, ¿y con qué velocidad impactaría con él? (Dato: $|g| = 10\ m{\cdot}s^{-2}$)



Se trata de un problema de caída libre que se rige por la expresión del MRUA en la que la aceleración es la de la gravedad g, a=g, y donde el espacio recorrido se corresponde con la altura H.

$$H = v_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

Como partimos del reposo, v_o=0 y de esta forma la ecuación quedaría:

$$H = v_o t + \frac{1}{2} g t^2 \quad \rightarrow \quad H = 0{\cdot}t + \frac{1}{2} g t^2 \quad \rightarrow \quad H = \frac{1}{2} g t^2$$

Si sustituimos H por 80 m y g por el valor de 10 ms^{-2}, llegamos a una simple ecuación de3 segundo grado incompleta:

$$H = \frac{1}{2} g t^2 \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Si H = 80 m} \\ \text{g= 10 } \dfrac{m}{s^2} \end{array} \right\} \quad \rightarrow \quad 80 = \frac{1}{2} 10 t^2 \quad \rightarrow \quad 80 = 5t^2$$

Cuya solución viene dada por:

$$5t^2 = 80 \quad \rightarrow \quad t^2 = \frac{80}{5} \quad \rightarrow \quad t^2 = 16 \quad \rightarrow \quad t = \pm\sqrt{16} \quad \rightarrow \quad t = \pm 4 \quad \rightarrow \quad t = 4 \text{ seg}$$

Como el tiempo no puede ser negativo, desechamos la solución negativa.

Así que la piedra tardaría 4 segundos en caer al suelo.

La velocidad con la que impactaría en el suelo viene dada por:

$$V = v_o + gt$$

Donde v_o es la velocidad inicial (v_o=0 porque parte del reposo), t el tiempo empleado (calculado en el apartado anterior) y g el valor de la aceleración de la gravedad ≈ 10 ms^{-2}

Por tanto:

$$V = v_o + gt \quad \rightarrow \quad V = 0 + gt \quad \rightarrow \quad V = gt \quad \rightarrow \quad V = 10\ ms^{-2} \cdot 4s \quad \rightarrow \quad V = 40\ ms^{-1}$$

Así que la piedra impactaría con el suelo con una velocidad de 40 m/s

Nombre:			EVAL II	Nota
Curso:	**4º ESO B**	Examen VII (Ausentes)		
Fecha:	17 de marzo de 2025	**ECUACIONES**		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.– Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones: (4 puntos)

a) $2\sqrt{x}-3\sqrt[4]{x}=-1$

b) $\dfrac{x}{x^2+5}=\dfrac{1-2x^2}{2x^3+10x}$

c) $5^x+5^{x+2}-30=4\cdot 5^{x+1}$

d) $\log_2 x=-2+\log_2 5$

02.– Un cajero hace dos pagos. En el primero da los 2/5 de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dhs. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado. (1,5 puntos)

03.– Calcula la longitud del lado de un cuadrado que tiene la misma área que un círculo de radio 2 m. (1,5 puntos)

04.– Se mezcla cierta cantidad de café de 5 € el kilo con el cuadrado de dicha cantidad de otro café de calidad superior cuyo precio es de 8 €/kilo. ¿Qué cantidad de cada uno se ha de utilizar para que el precio de la mezcla sea de 7,50 € el kilo? (1,5 puntos)

05.– Se poseen dos cirios de igual altura que se encienden simultáneamente. ¿Al cabo de cuánto tiempo de haberse encendido, la altura del primero será el doble del segundo, si se sabe que se consumen en forma constante, el primero en 6 horas y el segundo en 4 horas? (1,5 puntos)

	Nombre:	**SOLUCIONES**		EVAL 1	11
	Curso:	**4º ESO B**	Examen VII		
	Fecha:	21 de febrero de 2025	**ECUACIONES**		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

01.– Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones: (4 puntos)

a) $2\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} = -1 \quad \rightarrow \quad x_1 = 1 \qquad x_2 = \dfrac{1}{16}$

b) $\dfrac{x}{x^2+5} = \dfrac{1-2x^2}{2x^3+10x} \quad \rightarrow \quad x = \pm\dfrac{1}{2}$

c) $5^x + 5^{x+2} - 30 = 4 \cdot 5^{x+1} \quad \rightarrow \quad x = 1$

d) $\log_2 x = -2 + \log_2 5 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{5}{4}$

02.– Un cajero hace dos pagos. En el primero da los 2/5 de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dhs. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.

Sol: 5.000 dh.

03.– Calcula la longitud del lado de un cuadrado que tiene la misma área que un círculo de radio 2 m.

Sol: $x = 2\sqrt{\pi}$

04.– Se mezcla cierta cantidad de café de 5 € el kilo con el cuadrado de dicha cantidad de otro café de calidad superior cuyo precio es de 8 €/kilo. ¿Qué cantidad de cada uno se ha de utilizar para que el precio de la mezcla sea de 7,50 € el kilo?

Sol: 5 kilos del barato y 25 kg del caro.

05.– Se poseen dos cirios de igual altura que se encienden simultáneamente. ¿Al cabo de cuánto tiempo de haberse encendido, la altura del primero será el doble del segundo, si se sabe que se consumen en forma constante, el primero en 6 horas y el segundo en 4 horas?

Sol: 3 horas.