

| | | | | |
|--|---------|-------------------------|---------------------|------|
| | Nombre: | | EVAL 1 | Nota |
| | Curso: | 4º ESO B | Examen IV | |
| | Fecha: | 13 de diciembre de 2024 | Final 1ª Evaluación | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso: (1 punto)

$$\sqrt{\sqrt{\left[(-5) \cdot 2 - \frac{1}{8}\right] \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} - \sqrt{\left(1 + \sqrt{-16} \cdot \sqrt{-36}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4} + 1\right)} + \sqrt{\sqrt{\left[(-4)^2 \cdot (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]}} =$$

2.- Una persona sale de compras y se gasta los $\frac{3}{7}$ del dinero que lleva en gasolina, después la mitad de lo que le queda en el supermercado, más tarde, la mitad del nuevo resto en una tienda de regalos y, finalmente, la mitad de lo restante en una papelería. Si vuelve a casa con 12,50 euros: (1,5 puntos)

- ¿Cuánto dinero tenía al salir de casa?
- ¿Cuánto se ha gastado en cada cosa?
- ¿Con qué fracción del dinero volvió a casa?

3.- Calcula y simplifica todo lo que puedas: $\frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{x^2+2x+1} - \frac{1-2x}{1+x} =$ (1 punto)

4.- Dados los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$$P(x) = 4x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x - 1 \quad Q(x) = x^4 - 2x^3 + 3x - 5 \quad R(x) = 2x^2 - 3$$

Calcula: a) $3 \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x) + R(x)$ b) $[Q(x)]^2$ c) $P(x) : R(x)$

5.- Calcula el valor de las siguientes expresiones con radicales: (2 puntos)

$$a) \frac{(2\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2}{2\sqrt{24}} \quad b) \frac{2a}{\sqrt{a}} + \frac{b}{\sqrt[3]{b^2}} - \frac{\sqrt{a}}{2 - \sqrt{2}} =$$

6.- Aplica las propiedades de los logaritmos para reducir a un solo logaritmo: (1 punto)

$$\log a - 4 \log b + \frac{1}{5} (\log c - 2 \log d)$$

7.- Calcula el valor de "m" para que al dividir el polinomio $P(x) = 2x^5 - 4x^4 + 3x^2 - (m+5)x + 18$ por el binomio $(x-3)$ de resto 60. (1 punto)

8.- En una determinada ciudad se reciclaron hace dos años 3.520 toneladas de vidrio. El año pasado, la cantidad reciclada disminuyó en un 7,3%. Tras una serie de campañas de publicidad, este año se consiguió reciclar un 24,8% más. ¿Cuánto vidrio se ha reciclado en este último año? ¿Cómo ha variado la cantidad de vidrio reciclado respecto del primer año? (1 punto)

Bonus.- Calcula: $(2x - 3)^5$

| | | | | | |
|--|---------|-------------------------|---------------------|--------|-----------|
| | Nombre: | SOLUCIONES | | EVAL 1 | 11 |
| | Curso: | 4º ESO B | Examen IV | | |
| | Fecha: | 13 de diciembre de 2024 | Final 1ª Evaluación | | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso y escribe su resultado en esta hoja:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\sqrt{\left[(-5) \cdot 2 - \frac{1}{8}\right] \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}} - \sqrt{\left(1 + \sqrt{-16} \cdot \sqrt{-36}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4} + 1\right)} + \sqrt{\sqrt{\sqrt{(-4)^2 \cdot (-2)^3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}}} = \\ & = \sqrt{\sqrt{\left[-10 - \frac{1}{8}\right] \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)}} - \sqrt{\left(1 + \sqrt{(-16) \cdot (-36)}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)} + \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^4 \cdot 2^3} \cdot 2}} = \sqrt{\frac{81}{16}} - \sqrt{(1+24) \cdot \left(\frac{1}{4}\right)} + \sqrt[8]{2^8} = \\ & = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}} + 2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} + 2 = 1 \end{aligned}$$

2.- Una persona sale de compras y se gasta los 3/7 del dinero que lleva en gasolina, después la mitad de lo que le queda en el supermercado, más tarde, la mitad del nuevo resto en una tienda de regalos y, finalmente, la mitad de lo restante en una papelería. Si vuelve a casa con 12,50 euros:

- ¿Cuánto dinero tenía al salir de casa?
- ¿Cuánto se ha gastado en cada cosa?
- ¿Con qué fracción del dinero volvió a casa?

$$\text{Shopping} \left\{ \begin{array}{l} \text{Gasolina: } \frac{3}{7} \rightarrow \text{quedan: } \frac{4}{7} \\ \text{Súpermercado: } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{2}{7} \rightarrow \text{Gasolina} + \text{Súper} = \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \rightarrow \text{quedan: } \frac{2}{7} \\ \text{Regalos: } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{2}{7} = \frac{1}{7} \rightarrow \text{quedan: } \frac{1}{7} \\ \text{Papelería: } \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{7} = \frac{1}{14} \rightarrow \text{quedan: } \frac{1}{14} \end{array} \right.$$

Si vuelve a casa con 12,50 €, quiere esto decir que $\frac{1}{14}$ del dinero total son 12,50 €

$$\text{Así que de casa salió con: } 14 \cdot 12,50 = 175 \text{ €}$$

En cada cosa se ha gastado:

$$\text{Shopping} \left\{ \begin{array}{l} \text{Gasolina: } \frac{3}{7} \text{ de } 175 = 75 \text{ €} \\ \text{Súpermercado: } \frac{2}{7} \text{ de } 175 = 50 \text{ €} \\ \text{Regalos: } \frac{1}{7} \text{ de } 175 = 25 \text{ €} \\ \text{Papelería: } \frac{1}{14} \text{ de } 175 = 12,50 \text{ €} \end{array} \right.$$

Y es evidente que volvió a casa con 1/14 del dinero con el que salió.

3.- Calcula y simplifica todo lo que puedas: $\frac{x-x^2}{1-x^2} + \frac{1+x}{x^2+2x+1} - \frac{1-2x}{1+x}$

Antes de operar vamos a descomponer en factores para ver si se simplifica algo y facilitamos los cálculos:

$$b) \frac{2a}{\sqrt{a}} + \frac{b}{\sqrt[3]{b^2}} - \frac{\sqrt{a}}{2-\sqrt{2}} = \begin{cases} \frac{2a}{\sqrt{a}} = \frac{2a \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{2a \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a^2}} = \frac{2a \cdot \sqrt{a}}{a} = \frac{2 \cancel{a} \cdot \sqrt{a}}{\cancel{a}} = 2\sqrt{a} \\ \frac{b}{\sqrt[3]{b^2}} = \frac{b}{\sqrt[3]{b^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b}} = \frac{b \cdot \sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{b^3}} = \frac{b \cdot \sqrt[3]{b}}{b} = \frac{\cancel{b} \cdot \sqrt[3]{b}}{\cancel{b}} = \sqrt[3]{b} \\ \frac{\sqrt{a}}{2-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a}}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2}) \cdot \sqrt{a}}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = \frac{(2+\sqrt{2}) \cdot \sqrt{a}}{4-2} = \frac{2\sqrt{a} + \sqrt{2a}}{2} \end{cases}$$

Donde hemos racionalizado cada uno de los radicales por separado

Una vez racionalizados sumamos y agrupamos $\rightarrow \frac{2a}{\sqrt{a}} + \frac{b}{\sqrt[3]{b^2}} - \frac{\sqrt{a}}{2-\sqrt{2}} = 2\sqrt{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt{a} - \frac{\sqrt{2a}}{2} = \sqrt{a} + \sqrt[3]{b} - \frac{\sqrt{2a}}{2}$

6.- Aplica las propiedades de los logaritmos para reducir a un solo logaritmo:

$$\log a - 4 \log b + \frac{1}{5}(\log c - 2 \log d)$$

$$\log a - 4 \log b + \frac{1}{5}(\log c - 2 \log d) = \log a - 4 \log b + \frac{1}{5} \log c - \frac{2}{5} \log d = \begin{cases} \log a = \log a \\ 4 \log b = \log b^4 \\ \frac{1}{5} \log c = \log \sqrt[5]{c} \\ \frac{2}{5} \log d = \log \sqrt[5]{d^2} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Donde hemos aplicado} \\ \text{las propiedades de la potencia} \\ \log_a (P)^Q = Q \cdot \log_a P \\ \text{y de la raíz} \\ \log_a \sqrt[Q]{P} = \frac{1}{Q} \cdot \log_a P \end{array} \right\} = \log a - \log b^4 + \log \sqrt[5]{c} - \log \sqrt[5]{d^2} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Y si aplicamos las propiedades del} \\ \text{producto: } \log_a (P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q \\ \text{y cociente: } \log_a \left(\frac{P}{Q} \right) = \log_a P - \log_a Q \end{array} \right\}$$

llegamos a: $\log a - 4 \log b + \frac{1}{5}(\log c - 2 \log d) = \log \left(\frac{a \cdot \sqrt[5]{c}}{b^4 \cdot \sqrt[5]{d^2}} \right)$

7.- Calcula el valor de "m" para que al dividir el polinomio $P(x) = 2x^5 - 4x^4 + 3x^2 - (m+5)x + 18$ por el binomio $(x-3)$ de resto 60.

Como se trata de una división de un polinomio por un binomio, la podemos realizar mediante la regla de Ruffini, así que cogemos los coeficientes y usamos el 3:

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 3 & 2 & -4 & 0 & 3 & -m-5 & 18 \\ & & 6 & 6 & 18 & 63 & -3m+174 \\ \hline & 2 & 2 & 6 & 21 & -m+58 & \underline{60} \end{array}$$

Como el resto, según el enunciado, es 60 llegamos a que:

$$18 - 3m + 174 = 60$$

Que es una ecuación de primer grado en m y cuya solución es:

$$192 - 3m = 60 \rightarrow -3m = 60 - 192 \rightarrow -3m = -132 \rightarrow m = \frac{132}{3} \rightarrow m = 44$$

Por tanto, $m = 44$

8.- En una determinada ciudad se reciclaron hace dos años 3.520 toneladas de vidrio. El año pasado, la cantidad reciclada disminuyó en un 7,3 %. Tras una serie de campañas de publicidad, este año se consiguió reciclar un 24,8 % más. ¿Cuánto vidrio se ha reciclado en este último año? ¿Cómo ha variado la cantidad de vidrio reciclado respecto del primer año?

La cantidad de vidrio reciclado ha sufrido dos variaciones en los dos últimos años, así que vamos a calcular los índices de variación asociados a cada una de ellas:

$$\text{Baja un 7,3\%} \rightarrow I_1 = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{7,3}{100} = 1 - 0,073 = 0,927$$

$$\text{Sube un 24,8\%} \rightarrow I_2 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{24,8}{100} = 1 + 0,248 = 1,248$$

El índice de variación total se calcula multiplicando todos los índices parciales:

$$I_{\text{Total}} = I_1 \cdot I_2 = 0,927 \cdot 1,248 = 1,156896$$

Para calcular la cantidad de vidrio reciclada este año, multiplicaremos la cantidad reciclada hace dos años por el índice de variación total:

$$\text{Cantidad}_{\text{final}} = \text{Cantidad}_{\text{inicial}} \cdot I_{\text{Total}} \rightarrow C_f = 3.502 \text{ Ton} \cdot 1,156896 = 4.051,45 \text{ Ton}$$

Para calcular el porcentaje total de subida o bajada nos fijamos en el índice de variación total y como es mayor que 1 lo que se pasa de uno 0,156896 lo multiplicamos por 100 y obtenemos el porcentaje:

$$\% = 0,156896 \cdot 100 = 15,6896\% \approx 15,7\%$$

Por tanto, la cantidad de vidrio reciclada este año ronda las 4.051 toneladas, y esta cantidad ha aumentado un 15,7 %

Bonus.- Calcula: $(2x - 3)^5$

Con la ayuda del triángulo de Pascal dibujado a la derecha, sabemos que:

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Así que bastaría con cambiar a por 2x y b por -3 y calcular:

$$(2x - 3)^5 = (2x)^5 + 5(2x)^4(-3) + 10(2x)^3(-3)^2 + 10(2x)^2(-3)^3 + 5(2x)(-3)^4 + (-3)^5 = 32x^5 - 240x^4 + 720x^3 - 1080x^2 + 810x - 243$$

