IES ABYLA	Nombre 1:		EVAL 1	Nota
	Nombre 2:			
	Curso:	**4º ESO B**	Examen III – DUO	
	Fecha:	29 de noviembre de 2024	Cada ejercicio vale 2 puntos	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.- En una muestra de pacientes que están siendo tratados de una grave enfermedad pulmonar, se observa que los 2/5 son no fumadores. Del resto de pacientes, los 2/9 no tienen colesterol. Si los pacientes que son fumadores y tienen colesterol son 4.200, calcula:

a) ¿cuántos pacientes son fumadores sin colesterol?
b) ¿cuántos pacientes son fumadores?
c) ¿cuántos pacientes tiene la muestra?

2.- El AVE recorre los 350 kilómetros que separan Villacero de Villafin, parando en tres estaciones intermedias, que se encuentran a 90, 210 y 315 kilómetros de Villa bajo. En la primera permanece 5 minutos; en la segunda, 10, y en la tercera, 5. El tiempo que tarda en realizar todo el recorrido, contando las paradas, es de 1 hora y 40 minutos.

a) Calcula la velocidad media del tren.
b) Si el primer tren sale a las siete de la mañana, averigua a qué hora pasa por cada parada y a qué hora llega.

3.- Se cree que, por año, un coche nuevo pierde de media un 18% de su precio original. Si el coche de mis sueños, el Audi RS Q8, vale actualmente 130.000 € en el concesionario.

a) Si decidiera venderlo dentro de 15 años, ¿Cuál sería su valor en ese momento?
b) ¿Qué porcentaje de dinero habría perdido?

4.- En un terremoto aparecen dos tipos de ondas sísmicas: las P, longitudinales y de velocidad de propagación rápida, y las ondas S, transversales y de velocidad menor. En la escala de Richter, la magnitud de un terremoto se calcula como:

$$M = \log A + 3\log(8t) - 2{,}92$$

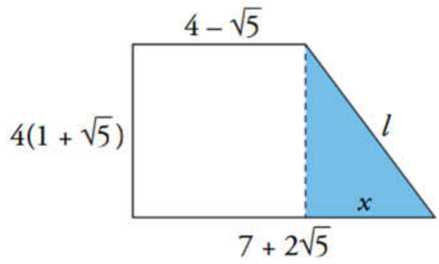
Donde A es la amplitud en milímetros de las ondas S (medidas en el sismógrafo), y t, el tiempo transcurrido, en segundos, entre la aparición de las ondas P y las S.

a) Copia y completa la tabla, calculando las características para tres seísmos diferentes.

Seísmo	t (s)	A (mm)	M
1	8	15	
2	15		4
3		45	7

b) Calcula la relación entre las amplitudes de dos terremotos de magnitudes 6 y 9. (Suponemos el mismo valor para t.)

5.- Sabiendo que el perímetro de una figura plana es igual a la suma de todos sus lados, calcular el perímetro del trapecio rectángulo de la figura adjunta, para lo cual será necesario calcular antes el valor de l.



Bonus.- Jugando con un trozo de alambre, podemos formar figuras geométricas planas. Si doblamos un trozo de alambre de 40 cm y formamos un rectángulo, estoy seguro de que seríais capaces de hallar la expresión algebraica que definiría su área y calcular su valor para x=4.

	Nombre:	S O L U C I O N E S	EVAL 1
	Curso:	4º ESO B	Examen III – DUO
	Fecha:	29 de noviembre de 2024	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.- En una muestra de pacientes que están siendo tratados de una grave enfermedad pulmonar, se observa que los 2/5 son no fumadores. Del resto de pacientes, los 2/9 no tienen colesterol. Si los pacientes que son fumadores y tienen colesterol son 4.200, calcula: (Examen 1 – 2023)

a) ¿cuántos pacientes son fumadores sin colesterol?
b) ¿cuántos pacientes son fumadores?
c) ¿cuántos pacientes tiene la muestra?

Si nos ayudamos de unas llaves para representar los datos del problema, llevamos a:

$$\text{Pacientes}\begin{cases} \dfrac{2}{5}\ \text{No Fumadores} \\ \\ \dfrac{3}{5}\ \text{Si Fumadores}\begin{cases} \dfrac{2}{9}\ \text{No Colesterol} \\ \\ \dfrac{7}{9}\ \text{Si Colesterol} \quad \rightarrow \quad 4.200\ \text{Pacientes} \end{cases} \end{cases}$$

Por tanto, como podemos observar en el cuadro anterior, 7/9 de los 3/5 de los pacientes son pacientes fumadores y con colesterol, y como nos dicen que estos son 4.200, con esto ya podemos calcular todo, empezando por el número de pacientes.

$$\frac{7}{9}\,de\,\frac{3}{5}\,\text{de los pacientes son 4.200 pacientes} \quad \rightarrow \quad \frac{7}{9}\frac{3}{5}=\frac{7}{15}$$

$$\text{Si } \frac{7}{15} \text{ de los pacientes son 4.200, } \frac{1}{15} \text{ son 600 pacientes y } \frac{15}{15} \text{ son } 600 \cdot 15 = 9.000 \text{ pacientes.}$$

El total de pacientes de la muestra es de 9.000 pacientes.

- Fumadores sin colesterol son: $\frac{2}{9}\,de\,\frac{3}{5}\,\text{de } 9000 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{9}\frac{3}{5}\cdot 9000 = 1.200$ pacientes
- Fumadores son: $\frac{3}{5}\,\text{de } 9.000 \quad \rightarrow \quad \frac{3}{5}\cdot 9.000 = 5.400$ pacientes

Por tanto, la muestra es de 9.000 pacientes, de los que 5.400 son fumadores y de ellos 1.200 no tienen colesterol.

2.- El AVE recorre los 350 kilómetros que separan Villacero de Villafin, parando en tres estaciones intermedias, que se encuentran a 90, 210 y 315 kilómetros de Villa bajo. En la primera permanece 5 minutos; en la segunda, 10, y en la tercera, 5. El tiempo que tarda en realizar todo el recorrido, contando las paradas, es de 1 hora y 40 minutos.

a) Calcula la velocidad media del tren.

La velocidad media viene dada por el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo empleado, por tanto:

$$V_m = \frac{e}{t} = \frac{350\ km}{\frac{5}{3}\ h} = 210\ km/h \quad \rightarrow \quad \text{La velocidad media es de 210 km/h}$$

Donde el tiempo 1 h y 40 min lo hemos expresado en horas y en forma de fracción.

b) Si el primer tren sale a las siete de la mañana, averigua a qué hora pasa por cada parada y a qué hora llega.

Queda claro que si sale a las 7:00 llegará a destino una hora y cuarenta minutos después, por tanto, a las 8:40.

Para calcular a qué hora pasa por cada una de las paradas lo haremos mediante una proporción ya que sabemos que los 350 km los recorre en 1 hora y 20 minutos, lo que en horas son: 4/3 de hora.

$$\frac{350\ \text{km}}{\frac{4}{3}\ \text{h}} = \frac{90\ \text{km}}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{90\cdot\frac{4}{3}}{350} = \frac{120}{350} = \frac{12}{35}\ \text{h} \approx 21\ \text{min}$$

Por tanto, a la primera parada llega aproximadamente a las 7:21 h y sale 5 min después, a las 7:26 h.

Para calcular el tiempo que tarda en llegar a la segunda parada hacemos lo mismo, pero ahora recorre:

$$210 - 90 = 120\ \text{km}$$

$$\frac{350\ \text{km}}{\frac{4}{3}\ \text{h}} = \frac{120\ \text{km}}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{120\cdot\frac{4}{3}}{350} = \frac{160}{350} = \frac{16}{35}\ \text{h} \approx 28\ \text{min}$$

Así que, a la segunda parada llega aproximadamente a las 7:54 h y sale 10 min después, a las 8:04 h

Y, por último, para calcular el tiempo que tarda en llegar a la tercera parada repetimos el proceso, pero esta vez el Ave recorre:

$$315 - 210 = 105\ \text{km}$$

$$\frac{350\ \text{km}}{\frac{4}{3}\ \text{h}} = \frac{105\ \text{km}}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{105\cdot\frac{4}{3}}{350} = \frac{140}{350} = \frac{14}{35}\ \text{h} \approx 24\ \text{min}$$

Así que, a la tercera parada llega aproximadamente a las 8:28 h y sale a las 8:33 h

Por tanto, pasa por las paradas a las 7:21, 7:54 y 8:28 llegando a destino a las 8:40 horas

Para verificar que todo ha ido bien, podemos comprobar que en el último trayecto de 350−315 = 35 km, tarda 8 minutos:

$$\frac{350\ \text{km}}{\frac{4}{3}\ \text{h}} = \frac{35\ \text{km}}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{35\cdot\frac{4}{3}}{350} = \frac{\frac{140}{3}}{350} = \frac{2}{15}\ \text{h} = 8\ \text{min}$$

3.– Se cree que, por año, un coche nuevo pierde de media un 18% de su precio original. Si el coche de mis sueños, el Audi RS Q8, vale actualmente 130.000 € en el concesionario. (Examen DUO – 2023)

a) Si decidiera venderlo dentro de 15 años, ¿Cuál sería su valor en ese momento?

Si su precio pierde un 18 % cada año, esto lleva asociado un índice de variación porcentual de:

$$I_v = \left(1 - \frac{\%}{100}\right) = \left(1 - \frac{18}{100}\right) = 1 - 0,18 = 0,82$$

Como pierde el mismo porcentaje cada año, el índice de variación total será el producto de todos ellos:

$$I_{v_{Total}} = I_{v_1} \cdot I_{v_2} \cdot I_{v_3} \cdots\cdots\cdots I_{v_{13}} \cdot I_{v_{14}} \cdot I_{v_{15}} = (0,85)\cdot(0,85)\cdot(0,85)\cdots(0,85)\cdot(0,85)\cdot(0,85) = (0,85)^{15}$$

Y ahora, para calcular la cantidad final, bastaría con multiplicar la cantidad inicial por el índice de variación porcentual (Iv) total:

$$C_f = C_o \cdot I_{V_{Total}} = 130.000 \cdot (0,82)^{15} = 6.624,47 \text{ €}$$

Por tanto, el valor del Audi RS Q8 dentro de 15 años será de 6.624,47 €

b) ¿Qué porcentaje de dinero habría perdido?

Para calcular el % perdido, usamos el Iv total:

$$I_{V_{Total}} = \left(1 - \frac{\%}{100}\right) = (0,82)^{15} = 0,050957 \quad \rightarrow \quad 1 - \frac{\%}{100} = 0,0509575$$

Y de ahí, despejaremos el %:

$$1 - \frac{\%}{100} = 0,051 \quad \rightarrow \quad 1 - 0,051 = \frac{\%}{100} \quad \rightarrow \quad 0,949 = \frac{\%}{100} \quad \rightarrow \quad \% = 100 \cdot 0,949 = 94,9$$

Así que el coche habría perdido aproximadamente el 95 % de su valor inicial.

4.– En un terremoto aparecen dos tipos de ondas sísmicas: las P, longitudinales y de velocidad de propagación rápida, y las ondas S, transversales y de velocidad menor. En la escala de Richter, la magnitud de un terremoto se calcula como:

$$M = \log A + 3\log(8t) - 2,92$$

Donde A es la amplitud en milímetros de las ondas S (medidas en el sismógrafo), y t, el tiempo transcurrido, en segundos, entre la aparición de las ondas P y las S.

a) Copia y completa la tabla, calculando las características para tres seísmos diferentes.

Seísmo	t (s)	A (mm)	M
1	8	15	3,67
2	15	4,81	4
3	71,2	45	7

Para resolverlo bastaría con sustituir dos de los valores que nos dan en la expresión de M, y calcular el tercero:

En el seísmo 1, si sustituimos t por 8 y A por 15, obtenemos:

$$M = \log A + 3\log(8t) - 2,92 \quad \rightarrow \quad M = \log 15 + 3\log(8\cdot 8) - 2,92 \quad \rightarrow \quad M = \log 15 + 3\log 64 - 2,92 = 3,67$$

$$M = 3,67$$

En el seísmo 2, si sustituimos A por 45 y M por 7, obtenemos:

$$M=\log A+3\log(8t)-2{,}92 \quad\rightarrow\quad 4=\log A+3\log(8\cdot 15)-2{,}92 \quad\rightarrow\quad \log A=4-3\log(8\cdot 15)+2{,}92=0{,}682$$
$$\rightarrow\quad \log A=0{,}682 \quad\rightarrow\quad 10^{0{,}682}=A$$

$$A=4{,}81$$

Y por último, en el seísmo 3, si sustituimos t por 15 y M por 4, obtenemos:

$$M=\log A+3\log(8t)-2{,}92 \quad\rightarrow\quad 7=\log 45+3\log(8\cdot t)-2{,}92 \quad\rightarrow\quad 7+2{,}92-\log 45=3\log(8\cdot t)$$
$$\rightarrow\quad 9{,}92-\log 45=3\log 8+3\log t \quad\rightarrow\quad 9{,}92-\log 45-3\log 8=3\log t$$
$$\rightarrow\quad \frac{9{,}92-\log 45-3\log 8}{3}=\log t \quad\rightarrow\quad \log t=1{,}853 \quad\rightarrow\quad t=10^{1{,}853}=71{,}2$$

$$t=71{,}2\ \text{seg}$$

b) Calcula la relación entre las amplitudes de dos terremotos de magnitudes 6 y 9. (Suponemos el mismo valor para t.)

Si los terremotos tienen magnitudes 6 y 9, sustituyendo en la expresión dada, tenemos que:

$$M=\log A+3\log(8t)-2{,}92 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} M_1=\log A_1+3\log(8t)-2{,}92 \\ M_2=\log A_2+3\log(8t)-2{,}92 \end{cases}$$

Si a la expresión del terremoto 2 le restamos la del 1, llegamos a:

$$M_2-M_1=\log A_2+3\log(8t)-2{,}92-\left(\log A_1+3\log(8t)-2{,}92\right)=$$
$$=\log A_2+3\log(8t)-2{,}92-\log A_1-3\log(8t)+2{,}92=$$
$$=\log A_2+\cancel{3\log(8t)}-\cancel{2{,}92}-\log A_1-\cancel{3\log(8t)}+\cancel{2{,}92} \quad\rightarrow$$
$$\rightarrow\quad M_2-M_1=\log A_2-\log A_1$$

Y aplicando la propiedad delo logaritmo del cociente:

$$M_2-M_1=\log A_2-\log A_1 \quad\rightarrow\quad M_2-M_1=\log\frac{A_2}{A_1}$$

Y sustituyendo los valores de M_1 y M_2, llegamos a:

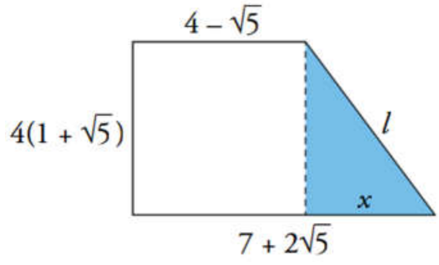
$$M_2-M_1=\log\frac{A_2}{A_1} \quad\rightarrow\quad 9-6=\log\frac{A_2}{A_1} \quad\rightarrow\quad \log\frac{A_2}{A_1}=3$$

Y por la definición de logaritmo:

$$\log\frac{A_2}{A_1}=3 \quad\rightarrow\quad \frac{A_2}{A_1}=10^3 \quad\rightarrow\quad \frac{A_2}{A_1}=1000 \quad\rightarrow\quad A_2=1000\cdot A_1$$

Por tanto, la relación entre ambas amplitudes es que la del terremoto de magnitud 9 es mil veces la del terremoto de magnitud 6. $A_2=1000\cdot A_1$

5.- Sabiendo que el perímetro de una figura plana es igual a la suma de todos sus lados, calcular el perímetro del trapecio rectángulo de la figura adjunta, para lo cual será necesario calcular antes el valor de l.



Empezamos calculando la longitud del cateto x del triángulo rectángulo de color azul, para ello restamos:

$$x=7+2\sqrt{5}-\left(4-\sqrt{5}\right)=7+2\sqrt{5}-4+\sqrt{5}=3+3\sqrt{5}=3\left(1+\sqrt{5}\right)$$

Hecho esto, calculamos la hipotenusa del triángulo azul utilizando el teorema de Pitágoras:

$$l=\sqrt{\left[4\left(1+\sqrt{5}\right)\right]^2+\left[3\left(1+\sqrt{5}\right)\right]^2}=\sqrt{16\left(1+\sqrt{5}\right)^2+9\left(1+\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{25\left(1+\sqrt{5}\right)^2}=5\left(1+\sqrt{5}\right)$$

Una vez conseguido el lado l, bastaría con sumar todos los lados para encontrar el valor del perímetro:

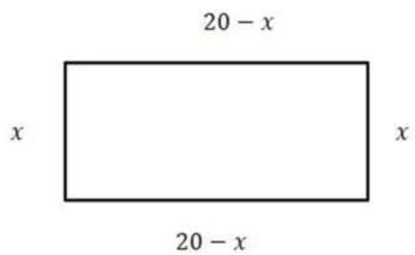
$$P=7+2\sqrt{5}+4\left(1+\sqrt{5}\right)+4-\sqrt{5}+5\left(1+\sqrt{5}\right)=7+2\sqrt{5}+4+4\sqrt{5}+4-\sqrt{5}+5+5\sqrt{5}=20+10\sqrt{5}$$

Por tanto, el perímetro pedido es $P=10\left(2+\sqrt{5}\right)$

Bonus.- Jugando con un trozo de alambre, podemos formar figuras geométricas planas. Si doblamos un trozo de alambre de 40 cm y formamos un rectángulo, estoy seguro de que seríais capaces de hallar la expresión algebraica que definiría su área y calcular su valor para x=4.

Si llamamos x a la altura del rectángulo, las dos bases del rectángulo medirán 40-2x, y por tanto, su base mediría la mitad.

Representando estos datos en un dibujo, llegamos a:



Como el área de un rectángulo es el producto de su base por su altura, tenemos que:

$$A = \text{base x altura} = (20-x)\cdot x \quad \rightarrow \quad A(x)=20x-x^2$$

Cuando nos piden que calculemos su área para x=4, en realidad nos están pidiendo el valor numérico del polinomio A cuando x es 4:

$$A(x)=20x-x^2 \quad \rightarrow \quad A(4)=20\cdot 4-4^2=80-16=64\ cm^2$$

Por tanto, su área viene dada por $A(x)=20x-x^2$ y para x=4, $A(4)=64\ cm^2$