	Nombre:			EVAL 1	Nota
	Curso:	**4º ESO B**	Examen I – A		
	Fecha:	14 de octubre de 2024	**Los números Reales**		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.– Calcula paso a paso las siguientes operaciones y escribe su resultado en esta hoja: (1,5 puntos)

a) $-(-2)\cdot\left(-(-3)^2\right)\cdot\left(-\left(-\left(-\left(-4\right)^0\right)\right)\right)^3\cdot(-1)^{12}=$

b) $0{,}4+0{,}\widehat{4}+0{,}0\widehat{4}=$

c) $\dfrac{1-\dfrac{2}{3-\dfrac{2}{3}}}{2+\dfrac{2}{5}}=$

2.– Claudia sale de su casa, se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 6 plantas, después baja 9, vuelve a subir 7, baja 5, sube 7, baja 4 y por último baja 8, parándose en el segundo sótano. ¿En qué planta vive Claudia?, ¿Cuál es la planta más alta por la que ha pasado? (1 punto)

3.– Una canica cae al suelo y se eleva cada vez los 2/3 de la altura anterior. Tras botar tres veces, se ha elevado 2 metros. ¿Desde qué altura cayó la canica? (1,5 puntos)

4.– Al medir las distancias de frenado de mi viejo Audi cuando circula a 90 km/h, se obtienen los siguientes resultados: 37,5 m, 37,8 m y 37,4 m. ¿Qué medida es la más fiable? (1,5 puntos)

5.– El café pierde el 20% de su peso al tostarlo. Si lo compramos a 10 € el kilo, ¿a qué precio hay que venderlo para ganar un 10% después de tostarlo? (1,5 puntos)

6.– Representa de manera exacta en la recta real los números: $\sqrt{10}$ y $\sqrt{11}$ (1,5 puntos)

7.– Dados los intervalos $A=[-4,2]$ $B=[-1,4)$ y $C=(2,+\infty)$, completa la tabla: (1,5 puntos)

Operación		Intervalo	Representación Gráfica	Notación Matemática
a)	$A\cup B$			
b)	$B\cap\overline{C}$			
c)	$\overline{A\cap B\cup C}$			

BONUS.– Si dos números reales, x e y, pertenecen a los intervalos (–1, 3) y [0, 2], respectivamente, ¿a qué intervalo pertenece el resultado de x–y? ¿y de y–x?

	Nombre:	**SOLUCIONES**		EVAL 1	Nota
	Curso:	**4º ESO B**	Examen I – A		
	Fecha:	14 de octubre de 2024	**Los números Reales**		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.– Calcula paso a paso las siguientes operaciones y escribe su resultado en esta hoja:

a) $$-(-2)\cdot\left(-(-3)^2\right)\cdot\left(-\left(-\left(-(-4)^0\right)\right)\right)^3\cdot(-1)^{12}=2\cdot(-9)\cdot(-1)\cdot 1=+18$$

b) $$0{,}4+0{,}\widehat{4}+0{,}0\widehat{4}=\begin{cases} 0{,}4=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5} \\ 0{,}\widehat{4}=\begin{cases} N=0{,}\widehat{4} \\ 10N=4{,}\widehat{4}\end{cases} \rightarrow \quad 9N=4 \quad \rightarrow \quad N=\dfrac{4}{9} \\ 0{,}0\widehat{4}=\begin{cases} 10N=0{,}\widehat{4} \\ 100N=4{,}\widehat{4}\end{cases} \rightarrow \quad 90N=4 \quad \rightarrow \quad N=\dfrac{4}{90} \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad 0{,}4+0{,}\widehat{4}+0{,}0\widehat{4}=\frac{2}{5}+\frac{4}{9}+\frac{4}{90}=\frac{36+40+4}{90}=\frac{80}{90}=\frac{8}{9}$$

c) $$\frac{1-\dfrac{2}{3-\dfrac{2}{3}}}{2+\dfrac{2}{5}}=\frac{1-\dfrac{2}{\dfrac{9-2}{3}}}{\dfrac{10+2}{5}}=\frac{1-\dfrac{6}{7}}{\dfrac{12}{5}}=\frac{\dfrac{7-6}{7}}{\dfrac{12}{5}}=\frac{\dfrac{1}{7}}{\dfrac{12}{5}}=\frac{1\cdot 5}{7\cdot 12}=\frac{5}{84}$$

2.– Claudia sale de su casa, se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 6 plantas, después baja 9, vuelve a subir 7, baja 5, sube 7, baja 4 y por último baja 8, parándose en el segundo sótano. ¿En qué planta vive Claudia?, ¿Cuál es la planta más alta por la que ha pasado?

Supongamos que se monta en la planta baja, si los pisos que sube los contamos como positivos y los que baja como negativos, se bajaría en la planta:

$$+6-9+7-5+7-4-8=-6$$

Como lo hace en la -2, entonces la diferencia es de:

$$-2-(-6)=-2+6=4$$

Por tanto, claudia vive en la cuarta planta.

Para ver la planta más alta por la que ha pasado basta con hacer las sumas parciales y ver cuál es mayor:

$$4+6=10 \qquad 10-9=1 \qquad 1+7=8 \qquad 8-5=3$$
$$3+7=10 \qquad 10-4=6 \qquad 6-8=-2$$

La planta más alta que pasa es la décima planta por la que pasa en dos ocasiones.

3.- Una canica cae al suelo y se eleva cada vez los 2/3 de la altura anterior. Tras botar tres veces, se ha elevado 2 metros. ¿Desde qué altura cayó la canica?

Vamos a hacer el ejercicio al revés, si en cada bote llega a 2/3 de la altura anterior, en sentido contrario, en cada bote subiría hasta 3/2 de la altura anterior, si reiteramos 3 veces el proceso:

$$2\ m\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}=2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3=2\cdot\frac{27}{8}=\frac{27}{4}=6{,}75\ m$$

Por tanto, la canica cayó desde una altura inicial de 6,75 metros.

4.- Al medir las distancias de frenado de mi viejo Audi cuando circula a 90 km/h, se obtienen los siguientes resultados: 37,5 m, 37,8 m y 37,4 m. ¿Qué medida es la más fiable?

Sabemos que cuando tenemos varias medidas, la medida más fiable es la que tiene menor error relativo. Así que calcularemos primero la distancia de frenado mediante media aritmética de las 3 medidas:

$$\overline{x}=\frac{\sum_i x_i}{n}=\frac{37{,}5+37{,}8+37{,}4}{3}=37{,}6\ m$$

En la que ponemos el mismo número de cifras significativas.

De las tres medidas, la medida más fiable es la de 37,5 metros, puesto que es la más próxima a la media, y por ello, su error absoluto será el menor y por tanto, también lo será su error relativo, y no sería necesario calcularlo, pero lo haremos para que se vea:

$$E_{A(37,5)}=\left|V_{\text{Real}}-V_{\text{Aprox}}\right|=\left|37{,}5-37{,}6\right|=0{,}1 \quad\rightarrow\quad E_{R(37,5)}=\frac{E_A}{V_R}\cdot100=\frac{0{,}1}{37{,}6}\cdot100=0{,}27\ \%$$

$$E_{A(37,8)}=\left|V_{\text{Real}}-V_{\text{Aprox}}\right|=\left|37{,}8-37{,}6\right|=0{,}2 \quad\rightarrow\quad E_{R(37,8)}=\frac{E_A}{V_R}\cdot100=\frac{0{,}2}{37{,}6}\cdot100=0{,}53\ \%$$

$$E_{A(37,4)}=\left|V_{\text{Real}}-V_{\text{Aprox}}\right|=\left|37{,}4-37{,}6\right|=0{,}2 \quad\rightarrow\quad E_{R(37,4)}=\frac{E_A}{V_R}\cdot100=\frac{0{,}2}{37{,}6}\cdot100=0{,}53\ \%$$

5.- El café pierde el 20% de su peso al tostarlo. Si lo compramos a 10 € el kilo, ¿a qué precio hay que venderlo para ganar un 10% después de tostarlo?

Si compramos un kilo de café natural y lo tostamos, al perder el 20% de su peso, obtendremos 0,8 kg de café tostado.

Esos 0,8 kg de café nos han costado 10 €, así que 1 kg de café tostado costaría:

$$\frac{0{,}8\ kg}{10\ €}=\frac{1\ kg}{x} \quad\rightarrow\quad x=\frac{10\ €\cdot 1\ \cancel{kg}}{0{,}8\ \cancel{kg}}=12{,}50\ €$$

Para lo que hemos hecho una proporción.

Como queremos ganar un 10% , habría que añadir un 10% a los 12,50 €, por tanto:

$$12{,}50\ €\cdot\left(1+\frac{10}{100}\right)=12{,}50\ €\cdot1{,}1=13{,}75\ €$$

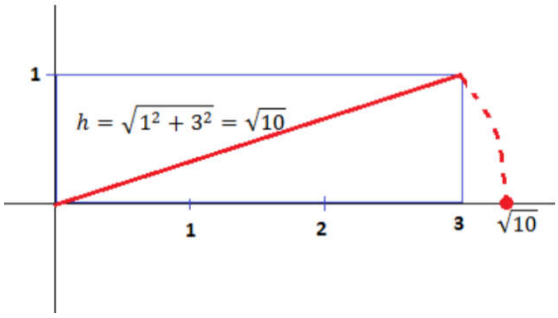
Así que, para ganar un 10% después de tostarlo habría que venderlo a 13,75 €/Kg

6.- Representa de manera exacta en la recta real los números: $\sqrt{10}$ y $\sqrt{11}$

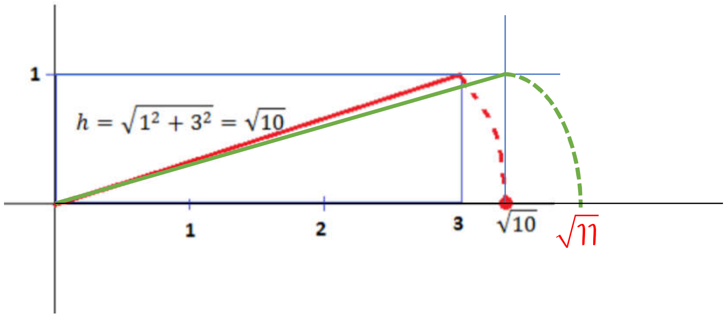
Para ello, nos ayudaremos del Teorema de Pitágoras. Sabemos que el número $\sqrt{10}$ es la diagonal de un rectángulo de lados 3 y 1:

$$\sqrt{10} = \sqrt{9+1} = \sqrt{3^2+1^2}$$

Por tanto, si lo dibujamos tenemos la figura de la derecha y bastaría con ayudarnos de un compás para pinchar en el (0,0) y prolongar la diagonal hasta la recta real. Esto nos daría la medida exacta de $\sqrt{10}$ en dicha recta.



Para representar $\sqrt{11}$ lo más fácil es ayudarnos de la representación de $\sqrt{10}$, puesto que podemos escribir: $\sqrt{11} = \sqrt{10+1} = \sqrt{\sqrt{10}^2 + 1^2}$, así que $\sqrt{11}$ es la diagonal de un rectángulo de lados $\sqrt{10}$ y 1.



7.- Dados los intervalos $A=[-4,2]$ $B=[-1,4)$ y $C=(2,+\infty)$, completa la tabla:

Operación		Intervalo	Representación Gráfica	Notación Matemática
a)	$A \cup B$	$[-4,4)$		$\{x \in \mathbb{R} / -4 \le x < 4\}$
b)	$B \cap \overline{C}$	$[-1,2]$		$\{x \in \mathbb{R} / -1 \le x \le 2\}$
c)	$\overline{A \cap B \cup C}$	$(-\infty,-1)$		$\{x \in \mathbb{R} / x < -1\}$

BONUS.- Si dos números reales, x e y, pertenecen a los intervalos (–1, 3) y [0, 2], respectivamente, ¿a qué intervalo pertenece el resultado de x–y? ¿y de y–x?

Para x–y: Vamos a calcular la diferencia entre los extremos del primero y los del segundo:

- Si x es –1 abierto e y es 0 cerrado, por tanto, x–y=–1–0=–1 abierto.
- Si x es 3 abierto e y es 0 cerrado, por tanto, x–y=3–0=3 abierto.
- Si x es –1 abierto e y es 2 cerrado, por tanto, x–y=–1–2=–3 abierto.
- Si x es 3 abierto e y es 2 cerrado, por tanto, x–y=3–2=1 abierto.

Por tanto, x–y pertenece al intervalo (–3,3)

Para y–x: Vamos a calcular la diferencia entre los extremos del segundo y los del primero:

- Si y es 0 cerrado y x es –1 abierto, por tanto, y–x=0–(–1)=1 abierto.
- Si y es 2 cerrado y x es –1 abierto, por tanto, y–x=2–(–1)=3 abierto.
- Si y es 0 cerrado y x es 3 abierto, por tanto, y–x=0–3=–3 abierto.
- Si y es 2 cerrado y x es 3 abierto, por tanto, y–x=2–3=–1 abierto.

Por tanto, y–x pertenece al intervalo (–3,3)

				Nota
	Nombre:		**EVAL 1**	
	Curso:	**4º ESO B**	Examen I – B	
	Fecha:	28 de octubre de 2024	**Los números Reales**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.– Calcula paso a paso las siguientes operaciones combinadas: (1 punto)

$$a)\ 0{,}0\widehat{9}+\cfrac{1}{3+\cfrac{2}{3+\cfrac{1}{2}}}= \qquad b)\ \sqrt{-\frac{5}{9}+1}\cdot\left(-2+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-1\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}=$$

2.– Una entrada al cine Kinépolis de Granada cuesta normalmente 8,50 €, pero por ser estudiante me aplican un descuento del 20 %. Como además el miércoles es el día del espectador, me aplican un descuento adicional del 30 %. ¿Cuánto me costarán las entradas de mi madre y mía si este miércoles quiero invitarla a ver la película *Los Constructores de la Alhambra*? (2 puntos)

3.– Si x es un número del intervalo $[-1,3)$ e y es otro número del intervalo $(0,4]$, explica en qué intervalo puede estar $y-x$. (1 punto)

4.– Una aproximación del número irracional $\sqrt{2}$ es la fracción $17/12$. ¿Podemos afirmar que es una buena aproximación? Para responder, ayúdate con el error relativo cometido en dicha aproximación. (1 punto)

5.– Un futbolista ha metido los 2/5 del número total de goles marcados por su equipo y otro la cuarta parte del resto. Si los demás jugadores han marcado 54 goles, ¿cuántos goles metió el equipo en toda la temporada? ¿Qué fracción del total de goles metió el segundo? ¿Y el resto de jugadores? (1,5 puntos)

6.– Escribe en forma de intervalo y gráficamente el intervalo dado por la desigualdad $\{x\in\mathbb{R}\,/\,|x|\le 4\}$
(1 punto)

7.– Representa de manera exacta en la recta real el número $\sqrt{5}$. Y ayúdate de él para representar $\sqrt{6}$
(1 punto)

8.– Dados los intervalos $A=[-4,2]$ $B=[-1,4)$ y $C=(2,+\infty)$, completa la tabla: (1,5 puntos)

Operación		Intervalo	Representación Gráfica	Notación Matemática
a)	$A\cup C$			
b)	$B\cap\overline{A}$			
c)	$\overline{C\cap B\cup A}$			

Nombre:	**S o l u c i o n e s**	EVAL 1	Nota
Curso:	**4º ESO B**	Examen I – B	
Fecha:	28 de octubre de 2024	**Los números Reales**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.– Calcula paso a paso las siguientes operaciones combinadas: (1 punto)

a) $$0{,}0\widehat{9}+\cfrac{1}{3+\cfrac{2}{3+\cfrac{1}{2}}}=\frac{1}{10}+\cfrac{1}{3+\cfrac{2}{\frac{7}{2}}}=\frac{1}{10}+\cfrac{1}{3+\frac{4}{7}}=\frac{1}{10}+\cfrac{1}{\frac{25}{7}}=\frac{1}{10}+\frac{7}{25}=\frac{5}{50}+\frac{14}{50}=\frac{19}{50}$$

b) $$\sqrt{-\frac{5}{9}+1}\cdot\left(-2+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-1\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}=\sqrt{-\frac{5}{9}+\frac{9}{9}}\cdot\left(-\frac{8}{4}+\frac{5}{4}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{4}\right)\cdot(-2)^{2}=$$

$$=\sqrt{\frac{4}{9}}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot 4=\frac{2}{3}\left(-\frac{3}{4}\right)+3=-\frac{1}{2}+3=-\frac{1}{2}+\frac{6}{2}=\frac{5}{2}$$

2.– Una entrada al cine Kinépolis de Granada cuesta normalmente 8,50 €, pero por ser estudiante me aplican un descuento del 20 %. Como además el miércoles es el día del espectador, me aplican un descuento adicional del 30 %. ¿Cuánto me costarán las entradas de mi madre y mía si este miércoles quiero invitarla a ver la película *Los Constructores de la Alhambra*? (2 puntos)

Si me descuentan el 20% y después el 30%, en total me descuentan 0,8·0,7=0,56 el 44%, así que por mi entrada pagaré:

$$Yo:\ C_f=C_o\cdot I_v=8{,}50\cdot 0{,}56=4{,}76\ €$$

Por la de mi madre, como no es estudiante solo me descuentan el 30% por ser el día del espectador, así que me costará:

$$Mom:\ C_f=C_o\cdot I_v=8{,}50\cdot 0{,}7=5{,}95\ €$$

Por tanto, las dos entradas me costarán: 5,95 + 4,76 = 10,71 €

3.– Si x es un número del intervalo [–1,3) e y es otro número del intervalo (0,4], explica en qué intervalo puede estar y – x. (1 punto)

Vamos a calcular la diferencia entre los extremos del primer intervalo y los del segundo:

- Si x es –1 cerrado e y es 0 abierto, por tanto, y–x=0–(–1) =1 abierto.
- Si x es 3 abierto e y es 0 abierto, por tanto, y–x=0–3=–3 abierto.
- Si x es –1 cerrado e y es 4 cerrado, por tanto, y–x=4–(–1) = 5 cerrado.
- Si x es 3 abierto e y es 4 cerrado, por tanto, y–x=4–3=1 abierto.

Por tanto, x–y pertenece al intervalo (–3,5]

4.– Una aproximación del número irracional $\sqrt{2}$ es la fracción 17/12 . ¿Podemos afirmar que es una buena aproximación? Para responder, ayúdate con el error relativo cometido en dicha aproximación. (1 punto)

Para saber si es una buena aproximación hemos de calcular el error relativo cometido, para ello antes hemos de calcular el error absoluto:

$$E_A = \left|V_R - V_{ap}\right| = \left|\sqrt{2} - \frac{17}{12}\right| = 2{,}453\cdot 10^{-3}$$

El error absoluto en porcentaje viene dado por:

$$E_r = \frac{E_A}{V_R}\cdot 100 = \frac{2{,}453\cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}}\cdot 100 = 0{,}17\ \%$$

Por tanto, podemos afirmar que la aproximación $\frac{17}{12}$ es una buena aproximación de $\sqrt{2}$

5.– Un futbolista ha metido los 2/5 del número total de goles marcados por su equipo y otro la cuarta parte del resto. Si los demás jugadores han marcado 54 goles, ¿cuántos goles metió el equipo en toda la temporada? ¿Qué fracción del total de goles metió el segundo? ¿Y el resto de jugadores? (1,5 puntos)

Si el primero mete 2/5 de los goles totales del equipo y el segundo ¼ del resto, el segundo ha metido ¼ de 3/5 que son 3/20 de los goles. Así que, entre los dos han metido 2/5+3/20=11/20 del total de goles. Por lo tanto, los otros jugadores habrán metido 9/20 del total de goles que se corresponden con 54 goles. Si llamamos x al total de goles metidos por el equipo, podemos escribir:

$$\frac{9}{20}\,de\ x = 54 \quad \rightarrow \quad x = \frac{20\cdot 54}{9} = 20\cdot 6 = 120\ goles$$

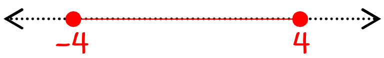
Así que el equipo metió 120 goles y de ellos 3/20 los hizo el segundo y 9/20 el resto de los jugadores.

6.– Escribe en forma de intervalo y gráficamente el intervalo dado por la desigualdad $\{x \in \mathbb{R} / |x| \le 4\}$ (1 punto)

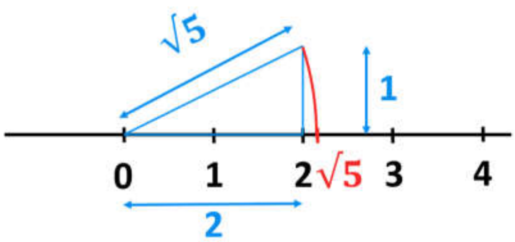
El intervalo: $\{x \in \mathbb{R} / |x| \le 4\}$ se puede escribir también como: $\{x \in \mathbb{R} / -4 \le x \le 4\}$, en forma de intervalo sería:

$$\{x \in \mathbb{R} / -4 \le x \le 4\} \quad \rightarrow \quad [-4,4]$$

Y gráficamente:



7.– Representa de manera exacta en la recta real el número $\sqrt{5}$. Y ayúdate de él para representar $\sqrt{6}$ (1 punto)

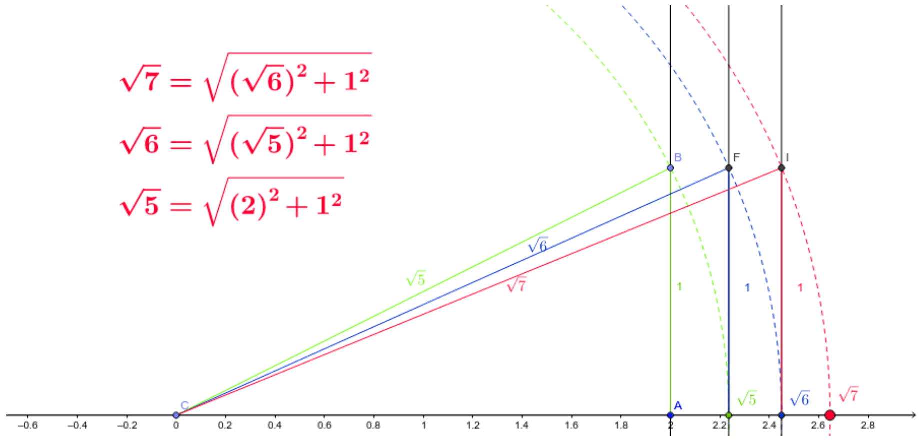


Si dibujamos sobre la recta real un triángulo rectángulo de base 2 y altura 1, y aplicamos el teorema de Pitágoras, obtendremos el valor de su hipotenusa:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Y si con un compás pinchamos en el 0 y trazamos un arco desde la diagonal derecha hasta la recta real, obtendremos sobre ella la medida $\sqrt{5}$ de forma exacta.

De forma similar al ejercicio anterior y ayudándonos de la representación de $\sqrt{5}$, trazaremos otro triángulo rectángulo de base $\sqrt{5}$ y de altura 1, y procediendo de igual manera conseguiremos $\sqrt{6}$ en la recta real. Repitiendo el proceso podemos conseguir $\sqrt{7}, \sqrt{8}$ ....



8.- Dados los intervalos $A=[-4,2]$ $B=[-1,4)$ y $C=(2,+\infty)$, completa la tabla: (1,5 puntos)

Operación		Intervalo	Representación Gráfica	Not. Matemática
a)	$A\cup C$	$[-4,+\infty)$		$\{x\in\mathbb{R} \,/\, x\geq -4\}$
b)	$B\cap\overline{A}$	$(2,4)$		$\{x\in\mathbb{R} \,/\, 2<x<4\}$
c)	$\overline{C\cap B\cup A}$	$(-\infty,4)\cup[4,+\infty)$		$\{x\in\mathbb{R} \,/\, x<-4 \text{ y } x\geq 4\}$