| | Nombre: | | EVAL 0 | Nota |
|---|---|---|---|---|
| | Curso: | **4º ESO B** | Examen I | |
| | Fecha: | 14 de octubre de 2024 | **Los números Reales** | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

**1.–** Calcula paso a paso las siguientes operaciones y escribe su resultado en esta hoja: (1,5 puntos)

*a)* $-(-2)\cdot\left(-(-3)^2\right)\cdot\left(-\left(-\left(-\left(-(-4)^0\right)\right)\right)\right)^3\cdot(-1)^{12}=$

*b)* $0{,}4+0{,}\widehat{4}+0{,}0\widehat{4}=$

*c)* $\dfrac{1-\dfrac{2}{3-\dfrac{2}{3}}}{2+\dfrac{2}{5}}=$

**2.–** Claudia sale de su casa, se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 6 plantas, después baja 9, vuelve a subir 7, baja 5, sube 7, baja 4 y por último baja 8, parándose en el segundo sótano. ¿En qué planta vive Claudia?, ¿Cuál es la planta más alta por la que ha pasado? (1 punto)

**3.–** Una canica cae al suelo y se eleva cada vez los 2/3 de la altura anterior. Tras botar tres veces, se ha elevado 2 metros. ¿Desde qué altura cayó la canica? (1,5 puntos)

**4.–** Al medir las distancias de frenado de mi viejo Audi cuando circula a 90 km/h, se obtienen los siguientes resultados: 37,5 m, 37,8 m y 37,4 m. ¿Qué medida es la más fiable? (1,5 puntos)

**5.–** El café pierde el 20% de su peso al tostarlo. Si lo compramos a 10 € el kilo, ¿a qué precio hay que venderlo para ganar un 10% después de tostarlo? (1,5 puntos)

**6.–** Representa de manera exacta en la recta real los números: $\sqrt{10}$ y $\sqrt{11}$ (1,5 puntos)

**7.–** Dados los intervalos $A=[-4,2]$ $B=[-1,4)$ y $C=(2,+\infty)$, completa la tabla: (1,5 puntos)

| Operación | | Intervalo | Representación Gráfica | Notación Matemática |
|---|---|---|---|---|
| **a)** | $A\cup B$ | | | |
| **b)** | $B\cap\overline{C}$ | | | |
| **c)** | $\overline{A\cap B\cup C}$ | | | |

**BONUS.–** Si dos números reales, x e y, pertenecen a los intervalos (–1, 3) y [0, 2], respectivamente, ¿a qué intervalo pertenece el resultado de x–y? ¿y de y–x?

| | Nombre: | S O L U C I O N E S | | EVAL 0 | Nota |
|---|---|---|---|---|---|
| | Curso: | 4º ESO B | Examen I | | |
| | Fecha: | 14 de octubre de 2024 | Los números Reales | | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

**1.-** Calcula paso a paso las siguientes operaciones y escribe su resultado en esta hoja:

a) $$-(-2)\cdot\left(-(-3)^2\right)\cdot\left(-\left(-\left(-(-4)^0\right)\right)\right)^3\cdot(-1)^{12}=2\cdot(-9)\cdot(-1)\cdot 1=+18$$

b) $$0{,}4+0{,}\widehat{4}+0{,}0\widehat{4}=\begin{cases}0{,}4=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}\\ 0{,}\widehat{4}=\begin{cases}N=0{,}\widehat{4}\\10N=4{,}\widehat{4}\end{cases}\to 9N=4\to N=\dfrac{4}{9}\\ 0{,}0\widehat{4}=\begin{cases}10N=0{,}\widehat{4}\\100N=4{,}\widehat{4}\end{cases}\to 90N=4\to N=\dfrac{4}{90}\end{cases}$$

$$\to\quad 0{,}4+0{,}\widehat{4}+0{,}0\widehat{4}=\frac{2}{5}+\frac{4}{9}+\frac{4}{90}=\frac{36+40+4}{90}=\frac{80}{90}=\frac{8}{9}$$

c) $$\frac{1-\dfrac{2}{3-\dfrac{2}{3}}}{2+\dfrac{2}{5}}=\frac{1-\dfrac{2}{\dfrac{9-2}{3}}}{\dfrac{10+2}{5}}=\frac{1-\dfrac{6}{7}}{\dfrac{12}{5}}=\frac{\dfrac{7-6}{7}}{\dfrac{12}{5}}=\frac{\dfrac{1}{7}}{\dfrac{12}{5}}=\frac{1\cdot 5}{7\cdot 12}=\frac{5}{84}$$

**2.-** Claudia sale de su casa, se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 6 plantas, después baja 9, vuelve a subir 7, baja 5, sube 7, baja 4 y por último baja 8, parándose en el segundo sótano. ¿En qué planta vive Claudia?, ¿Cuál es la planta más alta por la que ha pasado?

Supongamos que se monta en la planta baja, si los pisos que sube los contamos como positivos y los que baja como negativos, se bajaría en la planta:

$$+6-9+7-5+7-4-8=-6$$

Como lo hace en la -2, entonces la diferencia es de:

$$-2-(-6)=-2+6=4$$

Por tanto, claudia vive en la cuarta planta.

Para ver la planta más alta por la que ha pasado basta con hacer las sumas parciales y ver cuál es mayor:

$$4+6=10\qquad 10-9=1\qquad 1+7=8\qquad 8-5=3$$
$$3+7=10\qquad 10-4=6\qquad 6-8=-2$$

La planta más alta que pasa es la décima planta por la que pasa en dos ocasiones.

**3.-** Una canica cae al suelo y se eleva cada vez los 2/3 de la altura anterior. Tras botar tres veces, se ha elevado 2 metros. ¿Desde qué altura cayó la canica?

Vamos a hacer el ejercicio al revés, si en cada bote llega a 2/3 de la altura anterior, en sentido contrario, en cada bote subiría hasta 3/2 de la altura anterior, si reiteramos 3 veces el proceso:

$$2\ m \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 2 \cdot \frac{27}{8} = \frac{27}{4} = 6{,}75\ m$$

Por tanto, la canica cayó desde una altura inicial de 6,75 metros.

**4.-** Al medir las distancias de frenado de mi viejo Audi cuando circula a 90 km/h, se obtienen los siguientes resultados: 37,5 m, 37,8 m y 37,4 m. ¿Qué medida es la más fiable?

Sabemos que cuando tenemos varias medidas, la medida más fiable es la que tiene menor error relativo. Así que calcularemos primero la distancia de frenado mediante media aritmética de las 3 medidas:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{n} = \frac{37{,}5 + 37{,}8 + 37{,}4}{3} = 37{,}6\ m$$

En la que ponemos el mismo número de cifras significativas.

De las tres medidas, la medida más fiable es la de 37,5 metros, puesto que es la más próxima a la media, y por ello, su error absoluto será el menor y por tanto, también lo será su error relativo, y no sería necesario calcularlo, pero lo haremos para que se vea:

$$E_{A(37,5)} = \left|V_{\text{Real}} - V_{\text{Aprox}}\right| = \left|37{,}5 - 37{,}6\right| = 0{,}1 \quad \rightarrow \quad E_{R(37,5)} = \frac{E_A}{V_R} \cdot 100 = \frac{0{,}1}{37{,}6} \cdot 100 = 0{,}27\ \%$$

$$E_{A(37,8)} = \left|V_{\text{Real}} - V_{\text{Aprox}}\right| = \left|37{,}8 - 37{,}6\right| = 0{,}2 \quad \rightarrow \quad E_{R(37,8)} = \frac{E_A}{V_R} \cdot 100 = \frac{0{,}2}{37{,}6} \cdot 100 = 0{,}53\ \%$$

$$E_{A(37,4)} = \left|V_{\text{Real}} - V_{\text{Aprox}}\right| = \left|37{,}4 - 37{,}6\right| = 0{,}2 \quad \rightarrow \quad E_{R(37,4)} = \frac{E_A}{V_R} \cdot 100 = \frac{0{,}2}{37{,}6} \cdot 100 = 0{,}53\ \%$$

**5.-** El café pierde el 20% de su peso al tostarlo. Si lo compramos a 10 € el kilo, ¿a qué precio hay que venderlo para ganar un 10% después de tostarlo?

Si compramos un kilo de café natural y lo tostamos, al perder el 20% de su peso, obtendremos 0,8 kg de café tostado.

Esos 0,8 kg de café nos han costado 10 €, así que 1 kg de café tostado costaría:

$$\frac{0{,}8\ kg}{10\ €} = \frac{1\ kg}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{10\ € \cdot 1\ \cancel{kg}}{0{,}8\ \cancel{kg}} = 12{,}50\ €$$

Para lo que hemos hecho una proporción.

Como queremos ganar un 10% , habría que añadir un 10% a los 12,50 €, por tanto:

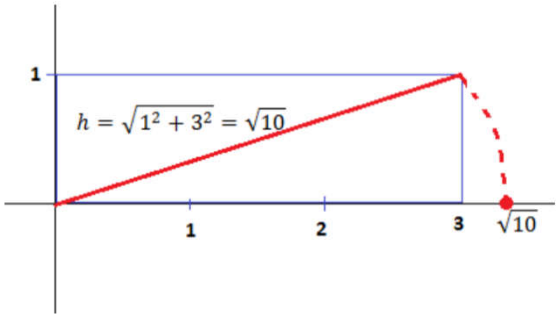
$$12{,}50\ € \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 12{,}50\ € \cdot 1{,}1 = 13{,}75\ €$$

Así que, para ganar un 10% después de tostarlo habría que venderlo a 13,75 €/Kg

## 6.- Representa de manera exacta en la recta real los números: $\sqrt{10}$ y $\sqrt{11}$

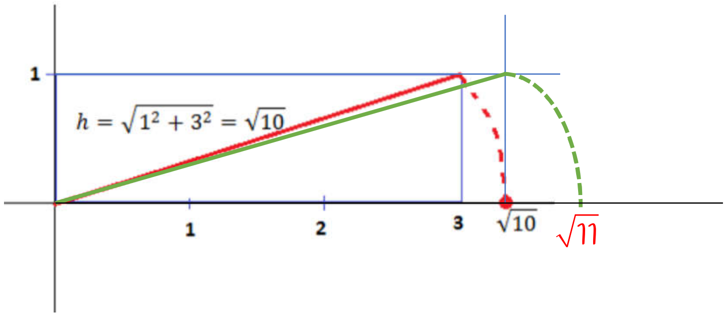
Para ello, nos ayudaremos del Teorema de Pitágoras. Sabemos que el número $\sqrt{10}$ es la diagonal de un rectángulo de lados 3 y 1:

$$\sqrt{10}=\sqrt{9+1}=\sqrt{3^2+1^2}$$

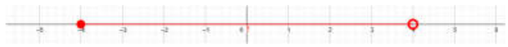



Por tanto, si lo dibujamos tenemos la figura de la derecha y bastaría con ayudarnos de un compás para pinchar en el (0,0) y prolongar la diagonal hasta la recta real. Esto nos daría la medida exacta de $\sqrt{10}$ en dicha recta.

Para representar $\sqrt{11}$ lo más fácil es ayudarnos de la representación de $\sqrt{10}$, puesto que podemos escribir: $\sqrt{11}=\sqrt{10+1}=\sqrt{\sqrt{10}^2+1^2}$, así que $\sqrt{11}$ es la diagonal de un rectángulo de lados $\sqrt{10}$ y 1.




## 7.- Dados los intervalos $A=[-4,2]$ $B=[-1,4)$ y $C=(2,+\infty)$, completa la tabla:

| Operación | | Intervalo | Representación Gráfica | Notación Matemática |
|---|---|---|---|---|
| **a)** | $A\cup B$ | $[-4,4)$ |  | $\{x\in\mathbb{R}\,/\,-4\le x<4\}$ |
| **b)** | $B\cap\overline{C}$ | $[-1,2]$ |  | $\{x\in\mathbb{R}\,/\,-1\le x\le 2\}$ |
| **c)** | $\overline{A\cap B\cup C}$ | $(-\infty,-1)$ |  | $\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<-1\}$ |

## BONUS.- Si dos números reales, x e y, pertenecen a los intervalos (–1, 3) y [0, 2], respectivamente, ¿a qué intervalo pertenece el resultado de x–y? ¿y de y–x?

**Para x–y:** Vamos a calcular la diferencia entre los extremos del primero y los del segundo:

- Si x es –1 abierto e y es 0 cerrado, por tanto, x–y=–1–0=–1 abierto.
- Si x es 3 abierto e y es 0 cerrado, por tanto, x–y=3–0=3 abierto.
- Si x es –1 abierto e y es 2 cerrado, por tanto, x–y=–1–2=–3 abierto.
- Si x es 3 abierto e y es 2 cerrado, por tanto, x–y=3–2=1 abierto.

Por tanto, x–y pertenece al intervalo (–3,3)

**Para y–x:** Vamos a calcular la diferencia entre los extremos del segundo y los del primero:

- Si y es 0 cerrado y x es –1 abierto, por tanto, y–x=0–(–1)=1 abierto.
- Si y es 2 cerrado y x es –1 abierto, por tanto, y–x=2–(–1)=3 abierto.
- Si y es 0 cerrado y x es 3 abierto, por tanto, y–x=0–3=–3 abierto.
- Si y es 2 cerrado y x es 3 abierto, por tanto, y–x=2–3=–1 abierto.

Por tanto, y–x pertenece al intervalo (–3,3)