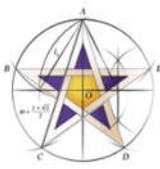


| | | | | |
|---|---------|-------------------------|---------------------------|------|
|  | Nombre: | | 1ª Evaluación | Nota |
| | Curso: | 4º ESO A | Examen III | |
| | Fecha: | 12 de diciembre de 2022 | Final de la 1ª Evaluación | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones utilizando las propiedades que sean necesarias: (3 puntos)

$$a) \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{4}\right)^{-2} =$$

$$b) 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2 - \frac{3}{4}}} =$$

$$c) \frac{[(2^2)^3 \cdot 4^6] : 8^3}{16^2} - \frac{3 \cdot 3^2}{3^{-4}} =$$

$$d) \sqrt{48} - 2\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 3\sqrt{75} =$$

$$e) \frac{\sqrt[3]{81x^3 \cdot y^5} \cdot \sqrt{3x^3 \cdot y^5}}{\sqrt{27x^5 \cdot y^7}} =$$

$$f) \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}} =$$

2.- Una entrada al cine Kinépolis de Granada cuesta normalmente 8,50 €, pero por ser estudiante me aplican un descuento del 20 %. Como además el miércoles es el día del espectador, me aplican un descuento adicional del 30 %. ¿Cuánto me costarán las entradas mía y de mi madre si este miércoles quiero invitarla a ver la película *Los Constructores de la Alhambra*? (1,5 puntos)

3.- Resuelve paso a paso: (1 punto)

$$a) \log(x^2 + 15) = \log(x + 3) + \log x$$

$$b) 10^{3-x} = 0,1$$

4.- Sea Considera los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2$$

$$Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$$

$$R(x) = 2x^2 + 4x - 5$$

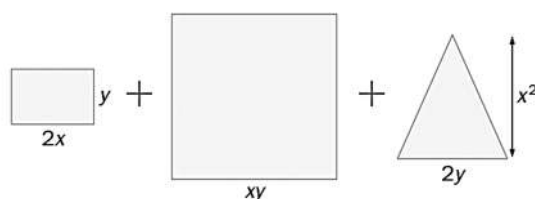
$$S(x) = x^2 + 1$$

$$\text{Calcula: } a) 3 \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x) + R(x)$$

$$b) P(x) \cdot Q(x) - 3 \cdot S(x)$$

$$c) P(x) : S(x)$$

5.- Expresa en forma de producto la suma de las áreas de estas 3 figuras: (1 punto)



6.- Mi abuela María coloca 7.500 € al 4,75% anual y los mantiene en el banco durante diez años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. Mi abuela Elvira coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios de cada una de mis abuelas? (1,5 puntos)

7.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: (1 punto) $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 + 2x^2 + x}$

8.- (Bonus) Una aproximación del número irracional $\sqrt{2}$ es la fracción 17/12. ¿Podemos afirmar que es una buena aproximación? Para responder, ayúdate con el error relativo cometido en dicha aproximación.

| | | | | | |
|--|---------|-------------------------|----------------------------------|---------------|------|
| | Nombre: | SOLUCIONES | | 1ª Evaluación | Nota |
| | Curso: | 4º ESO A | Examen III | | |
| | Fecha: | 12 de diciembre de 2022 | Final de la 1ª Evaluación | | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones utilizando las propiedades que sean necesarias: (3 puntos)

$$a) \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{4} - \frac{7}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{8} - \frac{10}{8}\right)^{-2} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^{-2} = -2^{-6} \cdot 2^6 = -2^0 = -1$$

$$b) 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2 - \frac{3}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{8-3}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{5}{4}}} = 1 + \frac{1}{1 - \frac{4}{5}} = 1 + \frac{1}{\frac{5-4}{5}} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{5}} = 1 + 5 = 6$$

$$c) \frac{[(2^2)^3 \cdot 4^6] : 8^3}{16^2} - \frac{3 \cdot 3^2}{3^{-4}} = \frac{[(2^2)^3 \cdot (2^2)^6] : (2^3)^3}{(2^4)^2} - \frac{3^3}{3^{-4}} = \frac{[2^6 \cdot 2^{12}] : 2^9}{2^8} - 3^7 = 2 - 3^7 = 2 - 2187 = -2185$$

$$d) \sqrt{48} - 2\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 3\sqrt{75} = 4\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 4 \cdot 3\sqrt{3} - 3 \cdot 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

$$e) \frac{\sqrt[3]{81x^3 \cdot y^5} \cdot \sqrt{3x^3 \cdot y^5}}{\sqrt{27x^5 \cdot y^7}} = \frac{\sqrt[3]{3^4 \cdot x^3 \cdot y^5} \cdot \sqrt{3x^3 \cdot y^5}}{\sqrt{3^3 \cdot x^5 \cdot y^7}} = \frac{3 \cdot x \cdot y \cdot \sqrt[3]{3 \cdot y^2} \cdot x \cdot y^2 \cdot \sqrt{3 \cdot x \cdot y}}{3 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot \sqrt{3 \cdot x \cdot y}} = \frac{3 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot y^2}}{3 \cdot x^2 \cdot y^3} = \sqrt[3]{3y^2}$$

$$f) \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}} \cdot \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

2.- Una entrada al cine Kinépolis de Granada cuesta normalmente 8,50 €, pero por ser estudiante me aplican un descuento del 20 %. Como además el miércoles es el día del espectador, me aplican un descuento adicional del 30 %. ¿Cuánto me costarán las entradas mía y de mi madre si este miércoles quiero invitarla a ver la película *Los Constructores de la Alhambra*? (1,5 puntos)

Si me descuentan el 20% y después el 30%, en total me descuentan $0,8 \cdot 0,7 = 0,56$ el 44%, así que por mi entrada pagaré:

$$Yo: C_f = C_o \cdot I_v = 8,50 \cdot 0,56 = 4,76 \text{ €}$$

Por la de mi madre, como no es estudiante solo me descuentan el 30% por ser el día del espectador, así que me costará:

$$Mom: C_f = C_o \cdot I_v = 8,50 \cdot 0,7 = 5,95 \text{ €}$$

Por tanto, las dos entradas me costarán: $5,95 + 4,76 = 10,71 \text{ €}$

3.- Resuelve paso a paso: (1 punto)

$$a) \log(x^2 + 15) = \log(x + 3) + \log x \rightarrow \log(x^2 + 15) = \log[x \cdot (x + 3)] \rightarrow x^2 + 15 = x^2 + 3x \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{3} \rightarrow x = 5 \quad \text{Que si comprobamos, vemos que no da problemas}$$

$$b) 10^{3-x} = 0,1 \rightarrow 10^{3-x} = 10^{-1} \rightarrow 3 - x = -1 \rightarrow x = 4$$

4.- Sea Considera los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2 \quad Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1 \quad R(x) = 2x^2 + 4x - 5 \quad S(x) = x^2 + 1$$

Calcula:

$$a) 3 \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x) + R(x) = 3(3x^4 - 6x^3 + 4x - 2) - 2(x^3 - 2x^2 - 3x + 1) + 2x^2 + 4x - 5 = 9x^4 - 18x^3 + 12x - 6 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 2 + 2x^2 + 4x - 5 = 9x^4 - 20x^3 + 6x^2 + 22x - 13$$

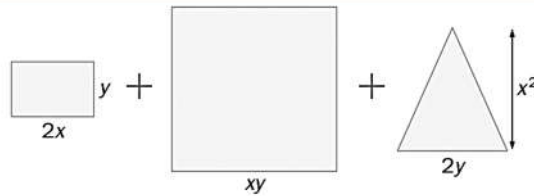
$$b) P(x) \cdot Q(x) - 3 \cdot S(x) = (3x^4 - 6x^3 + 4x - 2)(x^3 - 2x^2 - 3x + 1) - 3(x^2 + 1) = 3x^7 - 6x^6 - 9x^5 + 3x^4 - 6x^6 + 12x^5 + 18x^4 - 6x^3 + 4x^4 - 8x^3 - 12x^2 + 4x - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 2 - 3x^2 - 3 = 3x^7 - 12x^6 + 3x^5 + 25x^4 - 16x^3 - 11x^2 + 10x - 5$$

c) $P(x) : S(x)$

$$\begin{array}{r}
 3x^4 \quad -6x^3 \quad +0x^2 \quad +4x \quad -2 \quad | \quad x^2 + 1 \\
 \underline{-3x^4} \quad -3x^2 \quad | \quad 3x^2 - 6x - 3 \\
 0 \quad -6x^3 \quad -3x^2 \quad +4x \\
 \quad +6x^3 \quad +6x \\
 \hline
 0 \quad -3x^2 \quad +10x \quad -2 \\
 \quad +6x \\
 \hline
 \quad -3x^2 \quad +10x \quad -2 \\
 \quad +3x^2 \quad +3 \\
 \hline
 0 \quad +10x \quad +1
 \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{cases} C(x) = 3x^2 - 6x - 3 \\ R(x) = 10x + 1 \end{cases}$$

5.- Expresa en forma de producto la suma de las áreas de estas 3 figuras: (1 punto)



Calculamos el área de cada una de las figuras:

$$\text{Rectángulo: } A = 2x \cdot y = 2xy$$

$$\text{Cuadrado: } A = (xy)^2 = x^2 \cdot y^2$$

$$\text{Triángulo: } A = \frac{2y \cdot x^2}{2} = y \cdot x^2$$

El área total, será la suma de todas ellas y para expresarlo en forma de producto simplemente sacamos factor común lo que se repita en cada una de ellas:

$$A_{\text{Total}} = 2 \cdot x \cdot y + x^2 \cdot y^2 + y \cdot x^2 = x \cdot y \cdot (2 + xy + x)$$

6.- Mi abuela María coloca 7.500 € al 4,75% anual y los mantiene en el banco durante diez años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. Mi abuela Elvira coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios de cada una de mis abuelas? (1,5 puntos)

Si mi abuela María saca anualmente los intereses, se trata de un interés bancario simple, por tanto:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{7500 \cdot 4,75 \cdot 10}{100} = 3.562,50 \text{ €}$$

Por el contrario, mi Abuela Elvira como no saca los beneficios se trataría de un interés compuesto:

$$C_f = C_o \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 7500 \cdot \left(1 + \frac{4,75}{100}\right)^{10} = 11.928,93 \text{ €}$$

Así que los intereses serían:

$$I = C_f - C_o = 11.928,93 - 7500 = 4.428,93 \text{ €}$$

La diferencia de los beneficios entre mis dos abuelas es:

$$\Delta_{\text{Beneficios}} = 4.428,93 - 3.562,50 = 866,43 \text{ €}$$

Así que mi abuela Elvira ha obtenido casi 867 € más que mi abuela María.

7.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: (1 punto) $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 + 2x^2 + x}$

Para simplificar fracciones utilizaremos las identidades notables, sacaremos factor común o haremos Ruffini cuando sea necesario, aunque en este caso no es necesario porque el numerador es una de las nuevas identidades notables $(a+b)^3$:

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^3 + 2x^2 + x} = \frac{(x+1)^3}{x(x^2 + 2x + 1)} = \frac{(x+1)^3}{x(x+1)^2} = \frac{x+1}{x}$$

8.- (Bonus) Una aproximación del número irracional $\sqrt{2}$ es la fracción $17/12$. ¿Podemos afirmar que es una buena aproximación? Para responder, ayúdate con el error relativo cometido en dicha aproximación.


Para saber si es una buena aproximación hemos de calcular el error relativo cometido, para ello antes hemos de calcular el error absoluto:

$$E_A = |V_R - V_{ap}| = \left| \sqrt{2} - \frac{17}{12} \right| = 2,453 \cdot 10^{-3}$$

El error absoluto en porcentaje viene dado por:

$$E_r = \frac{E_A}{V_R} \cdot 100 = \frac{2,453 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}} \cdot 100 = 0,17 \%$$

Por tanto, podemos afirmar que la aproximación $\frac{17}{12}$ es una buena aproximación de $\sqrt{2}$

| | | | | |
|---|---------|-------------------------|---------------------------|------|
|  | Nombre: | | 1ª Evaluación | Nota |
| | Curso: | 4º ESO A | Simulacro Examen III | |
| | Fecha: | 12 de diciembre de 2022 | Final de la 1ª Evaluación | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones utilizando las propiedades que sean necesarias: (3 puntos)

a) $\left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4}\right)^3 : \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{4}\right)^2$ b) $\frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)}{\frac{5}{4} : \frac{7}{6}}$ c) $\frac{\left[(2^2)^3 \cdot 4^6\right] : 8^3}{16^2} - \frac{3 \cdot 3^2}{3^{-4}}$

d) $\sqrt{45} - 2\sqrt{500} + 4\sqrt{125}$ e) $\frac{\sqrt[3]{9 \cdot x^2 \cdot y^5} \cdot \sqrt{81 \cdot x^3 \cdot y^4}}{\sqrt{3x^3 \cdot y^7}}$ f) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - 3\sqrt{3}}$

2.- De las 24 horas de un lunes cualquiera, Aicha pasa 1/3 durmiendo y 1/4 en clase. De su tiempo libre, dedica 1/5 a ver su programa de televisión favorito. (1 punto)

- a) ¿Cuánto dura este programa?
- b) Si una cuarta parte del programa son anuncios y cada anuncio dura 20 segundos, ¿cuántos anuncios ve Aicha al día?

3.- Resuelve paso a paso: (1 punto)

a) $\log\sqrt{3x+1} - \log\sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$ b) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

4.- Sea Considera los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2$ $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ $R(x) = 2x^2 + 4x - 5$ $S(x) = x^2 + 1$


Calcula:

a) $2 \cdot P(x) - 3Q(x) + 4 \cdot R(x)$ b) $3[P(x) \cdot Q(x)] - 2 \cdot S(x)$ c) $P(x) : S(x)$

5.- En un cuadrado de lado x se aumenta la base en 3 unidades y se reduce la altura a la tercera parte. Halla el perímetro y el área del rectángulo resultante. (1 punto)

6.- Rosa coloca 6.000 € al 4% anual y los mantiene en el banco durante cuatro años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. María coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios de cada una de ellas? (1,5 puntos)

7.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: (1 punto) $\frac{x^3 - 7x^2 + 12x}{x^3 + 3x^2 - 16x - 48}$

| | | | | |
|---|---------|-------------------------|----------------------------------|------|
|  | Nombre: | | 1ª Evaluación | Nota |
| | Curso: | 4º ESO A | Simulacro Examen III | |
| | Fecha: | 12 de diciembre de 2022 | Final de la 1ª Evaluación | |

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones utilizando las propiedades que sean necesarias: (3 puntos)

a) $\left(\frac{3}{2} - \frac{7}{4}\right)^3 : \left(\frac{9}{8} - \frac{5}{4}\right)^2 = -1$
 b) $\frac{\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)}{\frac{5}{4} : \frac{7}{6}} = \frac{7}{450}$
 c) $\frac{\left[(2^2)^3 \cdot 4^6\right] : 8^3}{16^2} - \frac{3 \cdot 3^2}{3^{-4}} = -2185$
 d) $\sqrt{45} - 2\sqrt{500} + 4\sqrt{125} = 3\sqrt{5}$
 e) $\frac{\sqrt[3]{9 \cdot x^2 \cdot y^5} \cdot \sqrt{81 \cdot x^3 \cdot y^4}}{\sqrt{3x^3 \cdot y^7}} = \frac{3\sqrt[6]{27xy^3}}{y}$
 f) $\frac{1 - \sqrt{3}}{2 - 3\sqrt{3}} = \frac{7 - \sqrt{3}}{23}$

2.- De las 24 horas de un lunes cualquiera, Aicha pasa 1/3 durmiendo y 1/4 en clase. De su tiempo libre, dedica 1/5 a ver su programa de televisión favorito. (1 punto)

- a) ¿Cuánto dura este programa? **2 horas**
- b) Si una cuarta parte del programa son anuncios y cada anuncio dura 20 segundos, ¿cuántos anuncios ve Aicha al día? **90 anuncios**

3.- Resuelve paso a paso: (1 punto)

a) $\log\sqrt{3x+1} - \log\sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$ b) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

Sol: a) 13/5; b) 3

4.- Sea Considera los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2$ $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$ $R(x) = 2x^2 + 4x - 5$ $S(x) = x^2 + 1$

Calcula:

a) $2 \cdot P(x) - 3Q(x) + 4 \cdot R(x)$
 b) $3[P(x) \cdot Q(x)] - 2 \cdot S(x)$
 c) $P(x) : S(x)$
 Sol: a) $6x^4 - 15x^3 + 14x^2 + 33x - 27$
 b) $9x^7 - 36x^6 + 9x^5 + 75x^4 - 48x^3 - 26x^2 + 30x - 8$
 c) $C(x) = 3x^2 - 6x + 3$ $R(x) = 10x - 5$

5.- En un cuadrado de lado x se aumenta la base en 3 unidades y se reduce la altura a la tercera parte. Halla el perímetro y el área del rectángulo resultante. (1 punto)

$A = 1/3(x^2 + 3x)$; $P = 8x/3 + 6$

6.- Rosa coloca 6.000 € al 4% anual y los mantiene en el banco durante cuatro años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. María coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios de cada una de ellas? (1,5 puntos)

Sol: María obtiene 59,15 € más de beneficio que Rosa