

RECONOCER MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Nombre: Curso: Fecha:

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

- Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando la razón entre dos cantidades correspondientes de ambas es constante:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = k$$

- Esta constante k se denomina **constante de proporcionalidad directa**.

EJEMPLO

Si cada kilo de manzanas vale 40 céntimos, averigua la relación que existe entre el peso de manzanas y el precio.

Para ello, formamos una tabla de dos filas: en una de ellas representamos las cantidades de una magnitud, y en la otra, las cantidades de la otra magnitud.

Peso (en kilos)	1	2	3	4	5
Precio (en céntimos)	40	80	120	160	200

Todas las divisiones entre el precio de las manzanas y su peso dan el mismo resultado:

$$\frac{40}{1} = 40 \quad \frac{80}{2} = 40 \quad \frac{120}{3} = 40 \quad \frac{160}{4} = 40 \quad \frac{200}{5} = 40$$

$$\frac{40}{1} = \frac{80}{2} = \frac{120}{3} = \frac{160}{4} = \frac{200}{5} = 40 = k$$

Es decir, el peso de las manzanas y su precio son magnitudes directamente proporcionales.

La constante de proporcionalidad es, en este caso, $k = 40$.

La tabla representada se denomina tabla de proporcionalidad.

ACTIVIDADES

- 1 Para hacer una tortilla se utilizan 4 huevos. Determina la relación entre estas magnitudes.

a) Completa la tabla:

Huevos	8	16	20		32
Tortilla	2	4	5	6	

b) Comprueba el resultado de todas las divisiones entre cantidades correspondientes.

$$\frac{8}{2} = 4 \quad \frac{16}{4} = 4 \quad \frac{20}{5} = 4 \quad \frac{\square}{6} = \square \quad \frac{32}{\square} = \square$$

c) ¿Son magnitudes directamente proporcionales? $\frac{8}{2} = \frac{16}{4} = \frac{20}{5} = \frac{\square}{6} = \frac{32}{\square} = \square$

d) Determina la constante de proporcionalidad, k .

- 2 Completa las tablas siguientes para que sean tablas de proporcionalidad directa.

2	4		8	40
6		15		

0	0,25	3		8
	1,25		12	

RECONOCER MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Nombre: Curso: Fecha:

EJEMPLO

Esta tabla refleja el tiempo y los kilómetros recorridos por un coche que no circula a velocidad constante, es decir, va frenando y acelerando según el tráfico. Averigua si existe proporcionalidad.

Horas transcurridas	1	2	3	4
Kilómetros recorridos	3	7	15	19

Realizamos todas las divisiones entre las dos magnitudes:

$$\frac{3}{1} = 3 \quad \frac{7}{2} = 3,5 \quad \frac{15}{3} = 5 \quad \frac{19}{4} = 4,75$$

Podemos observar que estas divisiones no dan el mismo resultado. Por tanto, las magnitudes de las horas transcurridas y los kilómetros recorridos no son directamente proporcionales.

- 3 Por cada ventana instalada nos cobran 500 €, pero si instalamos más de 10 ventanas nos cobran 450 € por cada una. Comprueba si estas magnitudes son directamente proporcionales.

a) Completa la tabla con los datos numéricos que faltan.

Número de ventanas	2	4	7	10	11	20
Precio	1000	2000		5000	4950	9000

b) Halla el resultado de las razones entre cantidades correspondientes.

$$\frac{1000}{2} = \square \quad \frac{2000}{4} = \square \quad \frac{\square}{7} = \square$$

$$\frac{5000}{10} = \square \quad \frac{4950}{11} = \square \quad \frac{9000}{20} = \square$$

c) ¿Son magnitudes directamente proporcionales?

- 4 Estudia si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

- El lado de un cuadrado y su perímetro.
- El volumen que ocupa un líquido y su peso.
- El número de fotocopias y su precio.

- 5 Observa la tabla siguiente. Comprueba que las magnitudes M y M' son directamente proporcionales, y calcula y e y' .

Magnitud M	4	6	7	9	10
Magnitud M'	12	18	21	y	y'

APLICAR LA REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

Nombre: Curso: Fecha:

REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

- La **regla de tres simple directa** es un procedimiento para conocer una cantidad que forma proporción con otras cantidades conocidas de dos magnitudes directamente proporcionales.

EJEMPLO

Si una docena de huevos cuesta 3 €, ¿cuánto cuestan 4 huevos?

Como la cantidad de huevos y su precio son magnitudes directamente proporcionales, podemos expresar esta relación de la siguiente manera.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si 12 huevos} \xrightarrow{\text{cuestan}} 3 \text{ €} \\ \text{4 huevos} \xrightarrow{\text{costarán}} x \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{12}{4} = \frac{3}{x}$$

Ahora despejamos la x :

$$\frac{12}{4} \cdot x = \frac{3}{1} \rightarrow \frac{12x}{4} = 3 \rightarrow 12x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{12} = 1$$

Los 4 huevos cuestan 1 €.

ACTIVIDADES

- 1** En una panadería han pagado 42 € por 70 barras de pan. ¿Cuánto tendrían que pagar si hubiesen comprado 85 barras?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } \boxed{} \text{ barras} \xrightarrow{\text{cuestan}} \boxed{} \text{ €} \\ \boxed{} \text{ barras} \xrightarrow{\text{costarán}} \boxed{} \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow \text{---} = \text{---}$$

Despejamos la x :

Las 85 barras cuestan €.

- 2** Si 4 dólares son 3 euros, ¿cuántos euros son 4,5 dólares?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } \boxed{} \text{ dólares} \xrightarrow{\text{son}} \boxed{} \text{ euros} \\ \boxed{} \text{ dólares} \xrightarrow{\text{serán}} \boxed{} \text{ euros} \end{array} \right\} \rightarrow \text{---} = \text{---}$$

Despejamos la x :

Los 4,5 dólares son euros.

CALCULAR PORCENTAJES

Nombre: Curso: Fecha:

PORCENTAJES

- Los **porcentajes** o **tantos por ciento** expresan la razón entre dos magnitudes directamente proporcionales y nos indican la cantidad de una de ellas correspondiente a 100 unidades de la otra.

EJEMPLO

Si el 17% de un terreno es 23,46 m², ¿cuántos metros cuadrados representan el total del terreno?

$$\begin{array}{l} \% \quad 17 \longrightarrow 100 \\ \text{m}^2 \quad 23,46 \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \% \\ \text{m}^2 \end{array}} \right\}$$

Como es una relación de proporcionalidad directa, tenemos que: $\frac{17}{23,46} = \frac{100}{x}$.

Despejamos la x : $17x = 100 \cdot 23,46$ $x = \frac{2346}{17} = 138$

El total del terreno es 138 m².

ACTIVIDADES

- 1** Un depósito de 3000 litros de capacidad contiene 1025 litros. ¿Qué tanto por ciento es?

$$\begin{array}{l} \% \quad 100 \longrightarrow x \\ \text{Litros} \quad 3000 \longrightarrow 1025 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \% \\ \text{Litros} \end{array}} \right\}$$

Como es una relación de proporcionalidad directa: $\frac{100}{3000} = \frac{x}{1025}$.

Despejamos la x :

Con los 1025 litros el depósito está al %.

- 2** En época de sequía, un embalse con capacidad máxima de 200 hectómetros cúbicos estaba al 45%. ¿Qué capacidad de agua contenía en ese momento?

$$\begin{array}{l} \text{Capacidad} \quad x \longrightarrow 200 \\ \% \quad 45 \longrightarrow 100 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Capacidad} \\ \% \end{array}} \right\}$$

Como es una relación de proporcionalidad directa: $\frac{x}{45} = \frac{200}{100}$.

Despejamos la x :

La capacidad de agua es hectómetros cúbicos.

- 3** A un artículo que vale 30 € se le aplica un 20% de descuento. ¿Cuánto cuesta el artículo?

$$\begin{array}{l} \% \quad 100 \longrightarrow 20 \\ \text{Euros} \quad 30 \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \% \\ \text{Euros} \end{array}} \right\}$$

REALIZAR REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Nombre: Curso: Fecha:

REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Para realizar el **reparto** de una cantidad n de forma **directamente proporcional** a unas cantidades a, b, c, \dots :

- Se suman las cantidades: $a + b + c + \dots$
- Se divide la cantidad a repartir, n , entre esa suma. Este cociente es la constante de proporcionalidad.
- Para calcular cada parte basta con multiplicar cada cantidad a, b, c, \dots por esa constante.

ACTIVIDADES

- 1** La Unión Europea ha concedido una subvención de 15 000 € para tres pueblos. El pueblo A tiene 1 800 habitantes; el B, 700, y el C, 500. ¿Cómo debe repartirse el dinero?

$$A + B + C = 1800 + 700 + 500 = 3000$$

• Pueblo A

	Total	A	B	C
Habitantes	3000	1800	700	500
Euros	15000	x	y	z

$$\frac{3000}{15000} = \frac{1800}{x}$$
Despejamos la x :

$$3000x = 1800 \cdot 15000 \rightarrow 3000x = 27000000 \rightarrow x = \frac{27000000}{3000} = 9000$$

$$x = \boxed{} \text{ €}$$

• Pueblo B

	Total	A	B	C
Habitantes	3000	1800	700	500
Euros	15000	x	y	z

$$\frac{3000}{15000} = \frac{700}{y}$$
Despejamos la y :

$$y = \boxed{} \text{ €}$$

• Pueblo C

	Total	A	B	C
Habitantes	3000	1800	700	500
Euros	15000	x	y	z

$$\frac{3000}{15000} = \frac{500}{z}$$
Despejamos la z :

$$z = \boxed{} \text{ €}$$

REALIZAR REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Nombre: Curso: Fecha:

- 2 Vicente y José abren una cartilla de ahorros en el banco. Vicente ingresa 400 € y José ingresa 800 €. Al cabo de unos años les devuelven 1380 €. ¿Cómo se los tienen que repartir?

$$\text{Vicente} + \text{José} = 400 + 800 = 1200$$

	Total	Vicente	José
Dinero invertido	1200	400	800
Dinero ganado	1380	x	y

$$\frac{\text{Dinero ganado}}{\text{Dinero invertido}} = \frac{\text{Dinero ganado}}{\text{Dinero invertido}}$$

Despejamos la x:

Despejamos la y:

$$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$$

- 3 Tres socios de un negocio aportan 30000, 20000 y 10000 €, respectivamente. Si obtienen unos beneficios de 102000 €, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

	Total	Socio 1	Socio 2	Socio 3
Dinero invertido	<input type="text"/>	30000	20000	10000
Beneficios	102000	x	y	z

Despejamos la x:

Despejamos la y:

Despejamos la z:

$$x = \boxed{} \quad y = \boxed{} \quad z = \boxed{}$$

- 4 Un padre reparte el premio de una quiniela entre sus tres hijos de 18, 22 y 25 años para ayudar en su formación universitaria, de forma directamente proporcional a sus edades. Si el menor obtiene 12000 €, calcula:

- a) ¿Cuánto dinero ha repartido el padre?
b) ¿Cuánto le ha correspondido a cada hijo?

	Total	Hijo 1	Hijo 2	Hijo 3
Años	<input type="text"/>	18	22	25
Dinero	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

RECONOCER MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Nombre: Curso: Fecha: **MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES**

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si el producto de dos valores correspondientes de ambas es constante:

$$a \cdot a' = b \cdot b' = k$$

Esta constante k se denomina **constante de proporcionalidad inversa**.

EJEMPLO

30 obreros tardan 120 horas en pintar una fachada. Si fuesen 20 obreros tardarían 180 horas, y si fuesen 15 obreros, 240 horas. ¿Qué relación hay entre estas magnitudes?

Obreros	30	20	15
Horas	120	180	240

$$30 \cdot 120 = 3600 \quad 20 \cdot 180 = 3600 \quad 15 \cdot 240 = 3600 \quad k = 3600$$

Como los productos que obtenemos son iguales, las magnitudes número de obreros y número de horas son inversamente proporcionales.

ACTIVIDADES

- 1** Tardamos 3 horas en hacer el recorrido que hay de casa al colegio a una velocidad de 12 km/h. Si fuésemos a 15 km/h tardaríamos 2,4 horas, y si fuésemos a 4 km/h, 9 horas. Comprueba si estas magnitudes son inversamente proporcionales.

Velocidad (km/h)	12	15	4
Tiempo (horas)	3	2,4	9

- 2** Para construir una nave en 60 días son necesarias 30 personas. Si pasados 24 días se incorporan 12 personas más, ¿en cuántos días terminarán?

APLICAR LA REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA

Nombre: Curso: Fecha:

REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA

La **regla de tres simple inversa** es un procedimiento para conocer una cantidad que forma proporción con otras cantidades conocidas de dos magnitudes inversamente proporcionales.

EJEMPLO

Si 4 trabajadores tardan 10 días en hacer un trabajo, ¿cuánto tardarán 3 trabajadores?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si 4 trabajadores} \xrightarrow{\text{tardan}} 10 \text{ días} \\ \text{3 trabajadores} \xrightarrow{\text{tardarán}} x \text{ días} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{x}{10}$$

$$4 \cdot 10 = 3 \cdot x \rightarrow 40 = 3x \rightarrow x = \frac{40}{3} = 13,3 \text{ días}$$

Los 3 trabajadores tardarán algo más de 13 días.

ACTIVIDADES

1 En un depósito hay agua para 20 personas durante 30 días. ¿Para cuánto tiempo durará el agua si fueran 22 personas?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } \boxed{20} \text{ personas} \xrightarrow{\text{tienen para}} \boxed{30} \text{ días} \\ \text{Si } \boxed{} \text{ personas} \xrightarrow{\text{tendrán para}} \boxed{} \text{ días} \end{array} \right\} \rightarrow \text{---} = \text{---}$$

Despejamos la x:

Las 22 personas tendrán agua para días.

2 Con el agua de un depósito se llenan 60 envases de 5 litros cada uno. ¿Cuántas botellas, de tres cuartos de litro (0,75 ℓ) cada una, se llenarían con el agua del depósito?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } \boxed{5} \text{ litros} \xrightarrow{\text{llenan}} \boxed{60} \text{ envases} \\ \boxed{} \text{ litros} \xrightarrow{\text{llenarían}} \boxed{} \text{ botellas} \end{array} \right\} \rightarrow \text{---} = \text{---}$$

Despejamos la x:

Se llenarían botellas de tres cuartos de litro.

REALIZAR REPARTOS INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Nombre: Curso: Fecha:

REPARTOS INVERSAMENTE PROPORCIONALES

- **Repartir** una cantidad n de forma **inversamente proporcional** a otras cantidades a, b, c, \dots es equivalente a repartirla de forma directamente proporcional a los inversos de las cantidades a, b, c, \dots
- Cada parte se obtiene dividiendo la constante de proporcionalidad: $R = \frac{n}{1/a + 1/b + 1/c + \dots}$ entre su cantidad correspondiente a, b, c, \dots

EJEMPLO

El premio de una carrera es de 550 € y se repartirá entre los tres primeros corredores en acabar la prueba de forma inversamente proporcional al orden de llegada, es decir, inversamente proporcional a 1, 2 y 3. ¿Qué cantidad le corresponde a cada corredor?

Puestos

$$\left. \begin{array}{l} 1 \xrightarrow{\text{Inverso}} \frac{1}{1} = 1 \\ 2 \xrightarrow{\text{Inverso}} \frac{1}{2} \\ 3 \xrightarrow{\text{Inverso}} \frac{1}{3} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Sumamos los inversos}} 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{11}{6}$$

Dividimos la cantidad, 550 €, entre la suma de los inversos. $550 : \frac{11}{6} = \frac{550 \cdot 6}{11} = 300$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Al 1.º le corresponde } \frac{300}{1} = 300 \text{ €} \\ \text{Al 2.º le corresponde } \frac{300}{2} = 150 \text{ €} \\ \text{Al 3.º le corresponde } \frac{300}{3} = 100 \text{ €} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Comprobamos}} 300 + 150 + 100 = 550 \text{ €}$$

ACTIVIDADES

- 1 Un padre acude con sus dos hijos a una feria y en la tómbola gana 50 caramelos que los reparte de forma inversamente proporcional a sus edades, que son 9 y 6 años. ¿Cuántos caramelos le da a cada uno?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Edades} \\ 9 \xrightarrow{\text{Inverso}} \boxed{} \\ 6 \xrightarrow{\text{Inverso}} \boxed{} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Sumamos los inversos}} \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$$

Dividimos la cantidad, 50, entre la suma de los inversos:

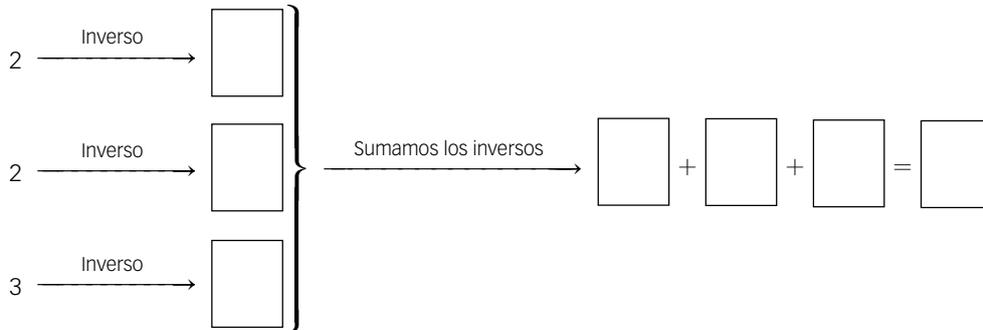
$$\left. \begin{array}{l} \text{Al hijo de 9 años le corresponden } \boxed{} \\ \text{Al hijo de 6 años le corresponden } \boxed{} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Comprobamos}} \boxed{} + \boxed{} = 50$$

REALIZAR REPARTOS INVERSAMENTE PROPORCIONALES

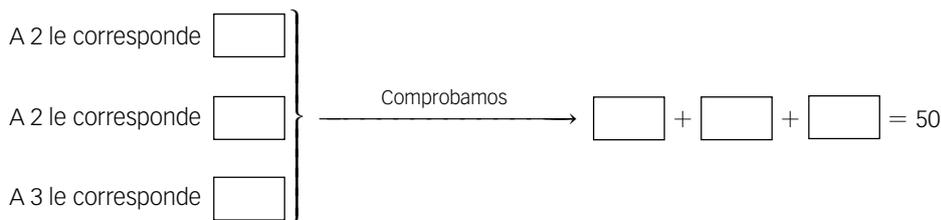
Nombre: Curso: Fecha:

- 2 Reparte 50 en partes inversamente proporcionales a los números 2, 2 y 3.

Números

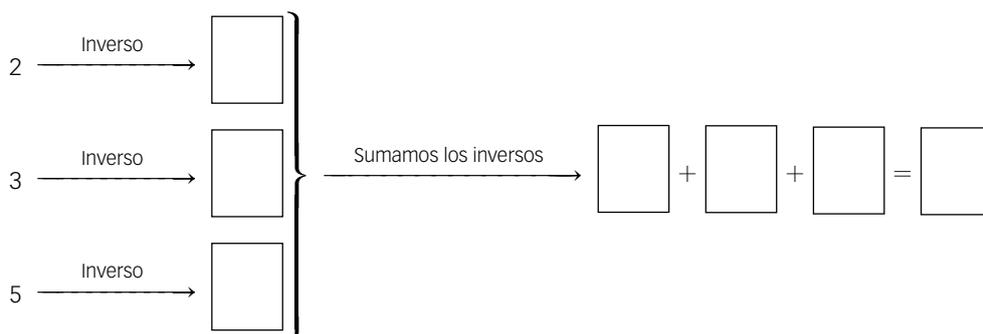


Dividimos la cantidad, 50, entre la suma de los inversos:



- 3 El coste de la matrícula de una academia de música es menor cuantos más notables se han obtenido en el curso anterior. Tres amigos, Pedro, Sara y Leonor, han obtenido 2, 3 y 5 notables, respectivamente, y entre los tres han pagado 310 €. ¿Cuánto le ha costado la matrícula a cada uno?

Notables



Dividimos la cantidad, 310, entre la suma de los inversos:

