

4

Ecuaciones de primer y segundo grado

IGUALDADES ALGEBRAICAS

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

TIPOS DE ECUACIONES

MÉTODO GENERAL

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

ECUACIONES
COMPLETAS

ECUACIONES
INCOMPLETAS

ESTUDIO DEL NÚMERO
DE SOLUCIONES

FÓRMULA
GENERAL

MÉTODOS
DE RESOLUCIÓN

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MEDIANTE ECUACIONES

El fin del mundo

En octubre de 1533 la cárcel de Wittenberg acogió una curiosa reunión: allí estaba Lutero visitando a su íntimo amigo Michael Stifel. Este, aplicando a la Biblia cálculos numéricos, había profetizado que el fin del mundo tendría lugar el 18 de octubre de ese año. Lutero conteniendo la risa le decía:

–Michael, ¿cuántas veces te dije que no mezclaras la Fe con la Razón?

–¡Jamás me volverá a pasar! Cuando salga de aquí me dedicaré a ordenar mis escritos y publicaré mis trabajos científicos. Pero nunca más mezclaré cosas que son agua y aceite.

Como prometió, en 1544 publicó su obra *Aritmetica integra* en la que generaliza el uso de los signos + y – para la suma y la resta. En ella también admite, por primera vez, los coeficientes negativos en las ecuaciones, aunque no las soluciones negativas.

Según Stifel...



¿cuál sería la solución de estas ecuaciones?

La ecuación:

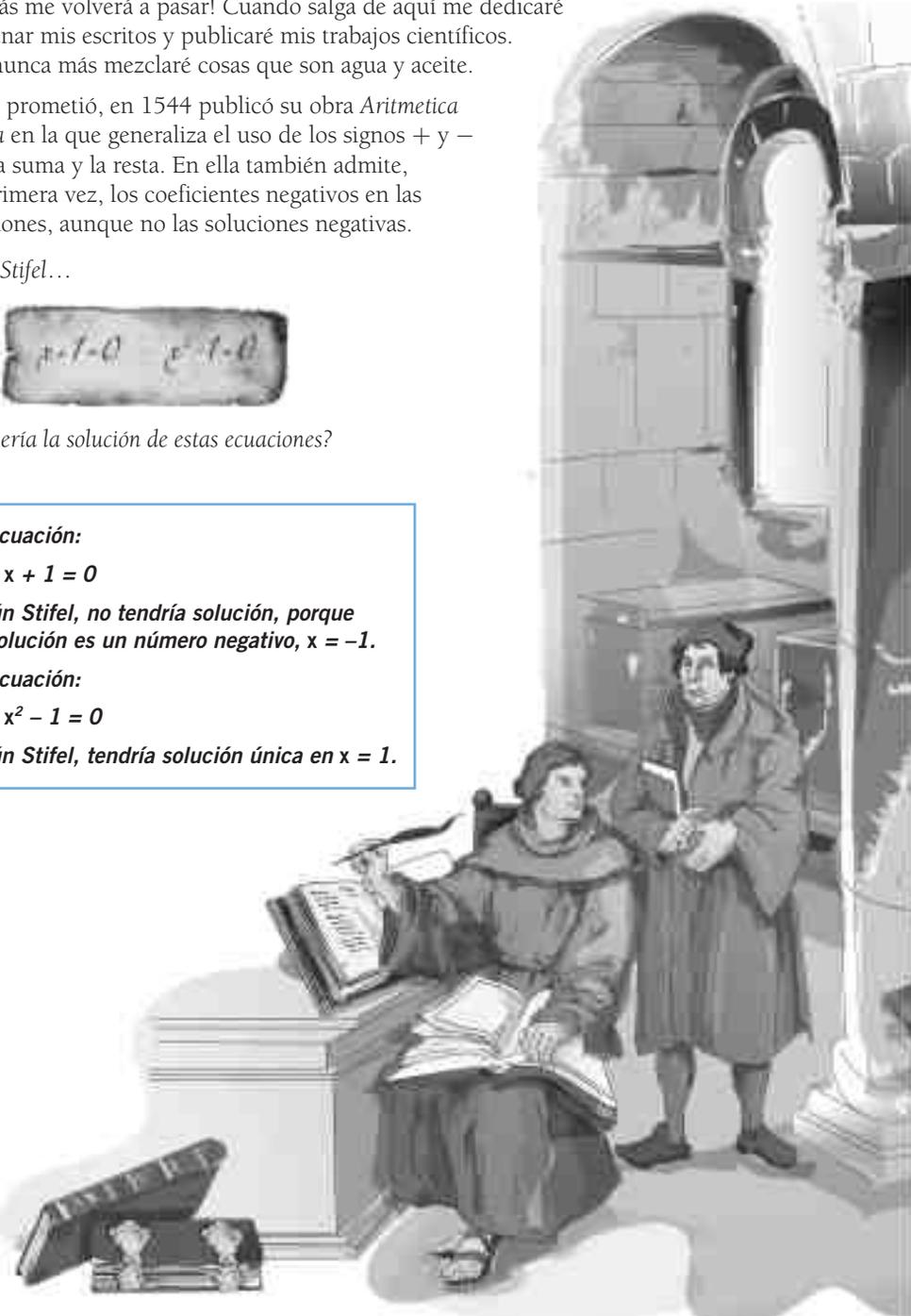
$$x + 1 = 0$$

según Stifel, no tendría solución, porque su solución es un número negativo, $x = -1$.

La ecuación:

$$x^2 - 1 = 0$$

según Stifel, tendría solución única en $x = 1$.



Ecuaciones de primer y segundo grado

EJERCICIOS

001 Calcula el valor numérico de las expresiones.

a) $2x + x^2 - 3$ si $x = 4$ d) $x + x^3 - x$ si $x = -1$

b) $3x + 4y$ si $x = y = 2$ e) $x^4 + 2$ si $x = -1$

c) $x^3 - 2x + 2$ si $x = -3$

a) $8 + 16 - 3 = 21$

b) $6 + 8 = 14$

c) $-27 + 6 + 2 = -19$

d) $-1 - 1 + 1 = -1$

e) $1 + 2 = 3$

002 Señala cuáles de estas igualdades son identidades o ecuaciones.

a) $-6(x - 2) + 5 = -2(3x - 3) + 11$

b) $6(x - 1) = 4(x - 2) - 3(-x - 5)$

a) $-6x + 12 + 5 = -6x + 6 + 11 \rightarrow -6x + 17 = -6x + 17 \rightarrow$ Igualdad

b) $6x - 6 = 4x - 8 + 3x + 15 \rightarrow 6x - 6 = 7x + 7$

Es cierta solo para $x = -13 \rightarrow 6(-13) - 6 = 7(-13) + 7 \rightarrow$
 $\rightarrow -78 - 6 = -91 + 7$

003 Escribe dos identidades y dos ecuaciones.

Identidades: $7x + 2x - 8 = 9x + 4 - 12$

$-7x - 2 = 7(-x - 1) + 5$

Ecuaciones: $2x + 3 = 85$

$6x + 8 = 2x + 6$

004 Determina los elementos de estas ecuaciones.

a) $2x - 5 = 4(x + 9)$

b) $x^2 + x - 1 = x^2 - 2x$

c) $x(x^2 - x) + 2 + x^2 = x^3 + x$

a) Primer miembro: $2x - 5$.

Segundo miembro: $4(x + 9)$.

Incógnita: x .

Grado: 1.

b) Primer miembro: $x^2 + x - 1$.

Segundo miembro: $x^2 - 2x$.

Incógnita: x .

Grado: 1.

c) Primer miembro: $x(x^2 - x) + 2 + x^2$.

Segundo miembro: $x^3 + x$.

Incógnita: x .

Grado: 1.

005 ¿Cuál de los siguientes números es solución de la ecuación $5x - 9 = 4(x - 5)$?

- a) 4 b) -3 c) 14 d) -11

$$5x - 9 = 4(x - 5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 5 \cdot 4 - 9 = 20 - 9 = 11 \\ 4(4 - 5) = 4(-1) = -4 \end{array} \right\} \rightarrow \text{No}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } 5(-3) - 9 = -15 - 9 = -24 \\ 4(-3 - 5) = 4(-8) = -32 \end{array} \right\} \rightarrow \text{No}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } 5 \cdot 14 - 9 = 70 - 9 = 61 \\ 4(14 - 5) = 4 \cdot 9 = 36 \end{array} \right\} \rightarrow \text{No}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } 5(-11) - 9 = -55 - 9 = -64 \\ 4(-11 - 5) = 4(-16) = -64 \end{array} \right\} \rightarrow \text{La solución es } x = -11$$

006 Escribe dos ecuaciones que tengan como solución $x = 1$.

$$3x = 3$$

$$2x + 5 = 7$$

007 Escribe dos ecuaciones que tengan:

- a) Dos soluciones.
b) Ninguna solución.
c) Infinitas soluciones.

$$\text{a) } x^2 + 5x = -3$$

$$x^2 = 4$$

$$\text{b) } x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\text{c) } 3x + 6 = 3(x + 2)$$

$$5x + 4 = 2x + 3 + 3x + 1$$

008 Resuelve aplicando las reglas de la suma y el producto.

- a) $x + 4 = 5$ d) $8x = 24$
b) $x - 2 = -1$ e) $-6x = 72$
c) $3 - x = 21$ f) $-4x = -24$

$$\text{a) } x + 4 = 5 \rightarrow x + 4 - 4 = 5 - 4 \rightarrow x = 1$$

$$\text{b) } x - 2 = -1 \rightarrow x - 2 + 2 = -1 + 2 \rightarrow x = 1$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3 - x = 21 &\rightarrow 3 - x - 3 = 21 - 3 \rightarrow -x = 18 \rightarrow \\ &\rightarrow (-1)(-x) = (-1)18 \rightarrow x = -18 \end{aligned}$$

$$\text{d) } 8x = 24 \rightarrow \frac{8x}{8} = \frac{24}{8} \rightarrow x = 3$$

$$\text{e) } -6x = 72 \rightarrow \frac{-6x}{-6} = \frac{72}{-6} \rightarrow x = -12$$

$$\text{f) } -4x = -24 \rightarrow \frac{-4x}{-4} = \frac{-24}{-4} \rightarrow x = 6$$

Ecuaciones de primer y segundo grado

009 Calcula.

a) $2x + 4 = 16$ b) $7x + 8 = 57$ c) $5x - 5 = 25$ d) $-6x - 1 = -13$

a) $2x + 4 = 16 \rightarrow 2x + 4 - 4 = 16 - 4 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \rightarrow x = 6$

b) $7x + 8 = 57 \rightarrow 7x + 8 - 8 = 57 - 8 \rightarrow 7x = 49 \rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{49}{7} \rightarrow x = 7$

c) $5x - 5 = 25 \rightarrow 5x - 5 + 5 = 25 + 5 \rightarrow 5x = 30 \rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$

d) $-6x - 1 = -13 \rightarrow -6x - 1 + 1 = -13 + 1 \rightarrow -6x = -12 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{-6x}{-6} = \frac{-12}{-6} \rightarrow x = 2$

010 Resuelve. a) $-11x = -4x + 15$ c) $7x - 4 = -5 - 6x$

b) $-1 - 2x = -3x - 11$ d) $4x - 8 = 6x + 2$

a) $-11x = -4x + 15 \rightarrow -11x + 4x = -4x + 15 + 4x \rightarrow -7x = 15 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{-7x}{-7} = \frac{15}{-7} \rightarrow x = -\frac{15}{7}$

b) $-1 - 2x = -3x - 11 \rightarrow -1 - 2x + 3x + 11 = -3x - 11 + 3x + 11 \rightarrow$
 $\rightarrow x = -10$

c) $7x - 4 = -5 - 6x \rightarrow 7x - 4 + 6x + 4 = -5 - 6x + 6x + 4 \rightarrow$
 $\rightarrow 13x = -1 \rightarrow \frac{13x}{13} = -\frac{1}{13} \rightarrow x = -\frac{1}{13}$

d) $4x - 8 = 6x + 2 \rightarrow 4x - 8 - 6x + 8 = 6x + 2 - 6x + 8 \rightarrow$
 $\rightarrow -2x = 10 \rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{10}{-2} \rightarrow x = -5$

011 Halla la solución de esta ecuación: $3(x + 2) = 3x + 6$.

$3(x + 2) = 3x + 6 \rightarrow 3x + 6 = 3x + 6$. Es una identidad: infinitas soluciones.

012 Resuelve estas ecuaciones.

a) $2x + 5 = 2 + 4x + 3$

d) $4x - 5 = 3x - 2 + x - 5$

b) $3x - 5 = 2x + 4 + x - 9$

e) $9x - 11 = 4x + 6 + 5x + 5$

c) $3x + 8 = 5x + 2$

f) $6x + 2x + 4 = 3x + 3 - 5x - 9$

a) $2x + 5 = 2 + 4x + 3 \rightarrow 2x + 5 = 4x + 5 \rightarrow 2x - 4x = 5 - 5 \rightarrow x = 0$

b) $3x - 5 = 2x + 4 + x - 9 \rightarrow 3x - 5 = 3x - 5 \rightarrow$ Identidad

c) $3x + 8 = 5x + 2 \rightarrow 3x - 5x = 2 - 8 \rightarrow -2x = -6 \rightarrow x = 3$

d) $4x - 5 = 3x - 2 + x - 5 \rightarrow 4x - 5 = 4x - 7 \rightarrow 4x - 4x = -7 + 5 \rightarrow$
 $\rightarrow 0x = -2 \rightarrow$ Ecuación incompatible

e) $9x - 11 = 4x + 6 + 5x + 5 \rightarrow 9x - 11 = 9x + 11 \rightarrow$
 $\rightarrow 9x - 9x = 11 + 11 \rightarrow 0x = 22 \rightarrow$ Ecuación incompatible

f) $6x + 2x + 4 = 3x + 3 - 5x - 9 \rightarrow 8x + 4 = -2x - 6 \rightarrow x = -1$

013 Indica si el paso es correcto o no.

a) $2x + 5x = 2x + 4 \rightarrow 5x = 4$

b) $3x - 5 = x - 9 \rightarrow 4x = -4$

a) $2x + 5x - 2x = 4 \rightarrow 5x = 4$. Sí es correcto.

b) $3x - x = -9 + 5 \rightarrow 2x = -4$. No es correcto.

014 ¿Qué pasa cuando en los dos miembros de una ecuación aparece un mismo término?

Entonces podemos eliminarlo de los dos miembros, porque transponiendo uno quedaría la suma de uno de ellos más su opuesto.

015 Resuelve.

a) $x - 5(x - 2) = 6x$

b) $120 = 2x - (15 - 7x)$

a) $x - 5(x - 2) = 6x \rightarrow x - 5x + 10 = 6x \rightarrow -4x + 10 = 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 10 = 6x + 4x \rightarrow 10 = 10x \rightarrow x = 1$

b) $120 = 2x - (15 - 7x) \rightarrow 120 = 2x - 15 + 7x \rightarrow 120 = 9x - 15 \rightarrow$
 $\rightarrow 120 + 15 = 9x \rightarrow 135 = 9x \rightarrow x = 15$

016 Calcula el valor de x .

a) $\frac{x+2}{2} = \frac{x+3}{3}$

b) $\frac{x}{2} - \frac{2x+7}{5} = 5$

c) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{7x}{12}$

a) $\frac{x+2}{2} = \frac{x+3}{3}$ m.c.m. (2, 3) = 6 $\rightarrow 6 \cdot \frac{x+2}{2} = 6 \cdot \frac{x+3}{3} \rightarrow$
 $\rightarrow 3(x+2) = 2(x+3) \rightarrow 3x+6 = 2x+6 \rightarrow 3x-2x = 6-6 \rightarrow x=0$

b) $\frac{x}{2} - \frac{2x+7}{5} = 5$ $\rightarrow 10 \cdot \frac{x}{2} - 10 \cdot \frac{2x+7}{5} = 10 \cdot 5 \rightarrow$
 m.c.m. (2, 5) = 10
 $\rightarrow 5x - 2(2x+7) = 50 \rightarrow 5x - 4x - 14 = 50 \rightarrow x = 50 + 14 \rightarrow x = 64$

c) $\frac{x}{4} + 5 = \frac{7x}{12}$ $\rightarrow 12 \cdot \frac{x}{4} + 12 \cdot 5 = 12 \cdot \frac{7x}{12} \rightarrow 3x + 60 = 7x \rightarrow$
 m.c.m. (4, 12) = 12
 $\rightarrow 60 = 7x - 3x \rightarrow 60 = 4x \rightarrow x = \frac{60}{4} = 15$

Ecuaciones de primer y segundo grado

017 Resuelve estas ecuaciones.

a) $\frac{4(x-1)}{3} - \frac{2(x-3)}{6} = 5$

b) $2x + \frac{(x+5)}{6} - \frac{3(x+4)}{8} = 7 - 3x$

a) $\frac{4(x-1)}{3} - \frac{2(x-3)}{6} = 5 \rightarrow 6 \cdot \frac{4(x-1)}{3} - 6 \cdot \frac{2(x-3)}{6} = 6 \cdot 5 \rightarrow$
m.c.m. (3, 6) = 6
 $\rightarrow 8(x-1) - 2(x-3) = 30 \rightarrow 8x - 8 - 2x + 6 = 30 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x - 2 = 30 \rightarrow 6x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$

b) $2x + \frac{(x+5)}{6} - \frac{3(x+4)}{8} = 7 - 3x \rightarrow$
m.c.m. (6, 8) = 24
 $\rightarrow 24 \cdot 2x + 24 \cdot \frac{(x+5)}{6} - 24 \cdot \frac{3(x+4)}{8} = 24(7 - 3x) \rightarrow$
 $\rightarrow 48x + 4(x+5) - 9(x+4) = 24(7 - 3x) \rightarrow$
 $\rightarrow 48x + 4x + 20 - 9x - 36 = 168 - 72x \rightarrow$
 $\rightarrow 43x - 16 = 168 - 72x \rightarrow 43x + 72x = 168 + 16 \rightarrow$
 $\rightarrow 115x = 184 \rightarrow x = \frac{184}{115} = \frac{8}{5}$

018 Escribe una ecuación de primer grado con paréntesis y denominadores que tenga como solución $x = -1$.

$$\frac{x+3}{2} + 2(x+1) = \frac{4-x}{5}$$

019 Resuelve.

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

d) $x^2 - 9x + 14 = 0$

b) $x^2 - 9x + 18 = 0$

e) $x^2 - 6x + 8 = 0$

c) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

f) $3x^2 + 12x + 9 = 0$

a) $x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12}}{2} =$
 $= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} 4 \\ 3 \end{cases}$

b) $x^2 - 9x + 18 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 18}}{2} =$
 $= \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2} = \begin{cases} 6 \\ 3 \end{cases}$

$$c) 2x^2 - 8x + 8 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$d) x^2 - 9x + 14 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 14}}{2} =$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} = \begin{cases} 7 \\ 2 \end{cases}$$

$$e) x^2 - 6x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 8}}{2} =$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} 4 \\ 2 \end{cases}$$

$$f) 3x^2 + 12x + 9 = 0 \rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 108}}{6} = \frac{-12 \pm \sqrt{36}}{6} = \frac{-12 \pm 6}{6} = \begin{cases} -1 \\ -3 \end{cases}$$

020 Expresa de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ y resuelve.

a) $x^2 - x = 20$ b) $2x^2 = 48 - 10x$ c) $3x^2 - 8 = -2x$ d) $x^2 + 9 = 10x$

$$a) x^2 - x - 20 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 + 4 \cdot 20}}{2} =$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{cases} 5 \\ -4 \end{cases}$$

$$b) 2x^2 = 48 - 10x \rightarrow 2x^2 + 10x - 48 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 2 \cdot 48}}{2 \cdot 2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 384}}{4} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{484}}{4} = \frac{-10 \pm 22}{4} = \begin{cases} 3 \\ -8 \end{cases}$$

$$c) 3x^2 - 8 = -2x \rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 3 \cdot 8}}{2 \cdot 3} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{6} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6} = \begin{cases} 8/6 = 4/3 \\ -2 \end{cases}$$

$$d) x^2 + 9 = 10x \rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} =$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \\ 1 \end{cases}$$

Ecuaciones de primer y segundo grado

021 Resuelve estas ecuaciones.

a) $2x^2 - 98 = 0$

b) $5x^2 + 20x = 0$

a) $2x^2 - 98 = 0 \rightarrow 2x^2 = 98 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} = \begin{cases} 7 \\ -7 \end{cases}$

b) $5x^2 + 20x = 0 \rightarrow x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x_2 = -4 \end{cases}$

Otra forma:

$$5x^2 + 20x = 0 \rightarrow x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 5 \cdot 0}}{10} \rightarrow x = \frac{-20 \pm \sqrt{400}}{10} = \frac{-20 \pm 20}{10} = \begin{cases} 0 \\ -4 \end{cases}$$

022 Determina el número de soluciones de las ecuaciones de segundo grado.

a) $x^2 - 7x - 12 = 0$

b) $x^2 + 9x + 18 = 0$

c) $3x^2 - x + 12 = 0$

a) $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49 + 48 = 97 > 0 \rightarrow$ Tiene 2 soluciones

b) $\Delta = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 81 - 72 = 9 > 0 \rightarrow$ Tiene 2 soluciones

c) $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 1 - 144 = -143 < 0 \rightarrow$ No tiene solución

023 Halla cuántas soluciones tienen estas ecuaciones de segundo grado. Después, calcula su valor.

a) $x^2 - 6x + 4 = 0$

d) $x^2 - 5x + 9 = 0$

b) $2x^2 = 4 - 10x$

e) $7x^2 + 1 = 6x$

c) $3x^2 = 6x$

f) $8x^2 = -3$

a) $x^2 - 6x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 16}}{2} =$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} = \begin{cases} \frac{6 + \sqrt{20}}{2} \\ \frac{6 - \sqrt{20}}{2} \end{cases}$$

b) $2x^2 = 4 - 10x \rightarrow 2x^2 + 10x - 4 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 32}}{4} =$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{132}}{4} = \begin{cases} \frac{-10 + \sqrt{132}}{4} \\ \frac{-10 - \sqrt{132}}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3x^2 = 6x &\rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} = \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{36}}{6} = \frac{6 \pm 6}{6} = \begin{cases} 2 \\ 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } x^2 - 5x + 9 = 0 &\rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 9}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 36}}{2} = \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 7x^2 + 1 = 6x &\rightarrow 7x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 7}}{2 \cdot 7} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 28}}{14} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{14} = \\ &= \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{14} = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{7} = \begin{cases} \frac{3 + \sqrt{2}}{7} \\ \frac{3 - \sqrt{2}}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{f) } 8x^2 = -3 \rightarrow x^2 = -\frac{3}{8} \rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{3}{8}} \rightarrow \text{No tiene soluciones reales}$$

024 Calcula el valor del discriminante y las soluciones en cada caso.

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

c) $x^2 - 4x = -5$

b) $2x^2 - 20x = -50$

d) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{5}x = 0$

a) $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0 \rightarrow$ Tiene 2 soluciones

b) $2x^2 - 20x + 50 = 0 \rightarrow x^2 - 10x - 25 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0 \rightarrow$
 \rightarrow Tiene 1 solución (doble)

c) $x^2 - 4x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4 < 0 \rightarrow$
 \rightarrow No tiene solución

d) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{5}x = 0 \rightarrow \Delta = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0 \rightarrow$ Tiene 2 soluciones

025 Escribe una ecuación de segundo grado:

a) Con dos soluciones.

b) Con una solución doble.

c) Sin solución.

a) $x^2 + 7x + 12 = 0 \rightarrow x_1 = -3, x_2 = -4$

b) $x^2 + 6x + 9 = 0 \rightarrow x = -3$ (doble)

c) $x^2 - 3x + 5 = 0 \rightarrow$ No tiene soluciones reales

Ecuaciones de primer y segundo grado

026 Resuelve.

a) $x^2 - 9x = 0$

b) $x^2 - 7x = 0$

c) $4x^2 - 5x = 0$

d) $7x^2 = 6x$

e) $2x^2 - 32 = 0$

f) $x^2 + 6x = 0$

g) $x^2 + 9x = 0$

h) $10x^2 + 11x = 0$

i) $3x^2 = -4x$

j) $3x^2 - 243 = 0$

$$a) x^2 - 9x = 0 \rightarrow x(x - 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 9 = 0 \rightarrow x_2 = 9 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x - 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 7 = 0 \rightarrow x_2 = 7 \end{cases}$$

$$c) 4x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(4x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = 5/4 \end{cases}$$

$$d) 7x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(7x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 7x - 6 = 0 \rightarrow x_2 = 6/7 \end{cases}$$

$$e) 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$f) x^2 + 6x = 0 \rightarrow x(x + 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x + 6 = 0 \rightarrow x_2 = -6 \end{cases}$$

$$g) x^2 + 9x = 0 \rightarrow x(x + 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x + 9 = 0 \rightarrow x_2 = -9 \end{cases}$$

$$h) 10x^2 + 11x = 0 \rightarrow x(10x + 11) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 10x + 11 = 0 \rightarrow x_2 = -11/10 \end{cases}$$

$$i) 3x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(3x + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 3x + 4 = 0 \rightarrow x_2 = -4/3 \end{cases}$$

$$j) 3x^2 - 243 = 0 \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = -9 \end{cases}$$

027 Calcula.

a) $900x^2 = 9$

c) $-x^2 = 3x - 10$

b) $5x(2x - 1) = 7x$

d) $(x - 2)(3x + 7) = 0$

$$a) 900x^2 = 9 \rightarrow x^2 = \frac{1}{100} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{100}} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1/10 \\ x_2 = -1/10 \end{cases}$$

$$b) 5x(2x - 1) = 7x \rightarrow 10x^2 - 5x - 7x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 + 4 \cdot 10 \cdot 30}}{2 \cdot 10} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 1.200}}{20} =$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{1.225}}{20} = \frac{5 \pm 35}{20} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -30/20 = -3/2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -x^2 &= 3x - 10 \rightarrow -x^2 - 3x + 10 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 + 4 \cdot 10}}{-2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{-2} = \frac{3 \pm 7}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -5 \\ x_2 = 2 \end{cases} \\ \text{d) } (x - 2)(3x + 7) &= 0 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x_1 = 2 \\ 3x + 7 = 0 \rightarrow x_2 = -7/3 \end{cases} \end{aligned}$$

028 Escribe una ecuación de segundo grado con algún coeficiente igual a cero y dos soluciones.

$$x^2 - 16 = 0 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

029 La suma de dos números es 48. Si uno es la mitad del otro, ¿qué números son?

Sean los dos números x y $2x$.

$$x + 2x = 48 \rightarrow 3x = 48 \rightarrow x = 16 \rightarrow 2x = 32$$

Los dos números son 16 y 32.

030 María tiene 4 tebeos menos que Sara. Si María le da 2 de sus tebeos, Sara tendrá el triple que ella. ¿Cuántos tebeos tiene cada una?

Tebeos de María: x

Tebeos de Sara: $x + 4$

$$\begin{aligned} x + 4 + 2 &= 3(x - 2) \rightarrow x + 4 + 2 = 3x - 6 \rightarrow x - 3x = -6 - 4 - 2 \rightarrow \\ &\rightarrow -2x = -12 \rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

María tiene 6 tebeos y Sara 10.

031 A una fiesta asisten 43 personas. Si se marchasen 3 chicos, habría el triple de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay?

N.º de chicos: x

N.º de chicas: $43 - x$

$$43 - x = 3(x - 3) \rightarrow 43 - x = 3x - 9 \rightarrow 43 = 4x - 9 \rightarrow 52 = 4x \rightarrow x = 13$$

Sustituimos: $43 - 13 = 30$.

Hay 13 chicos y 30 chicas.

032 La suma de dos números consecutivos impares es 156. ¿De qué números se trata?

Sean los dos números x y $x + 2 \rightarrow x + x + 2 = 156 \rightarrow 2x = 154 \rightarrow x = 77$

Por tanto, los números son 77 y 79.

033 El producto de un número por el doble de ese mismo número es 288. ¿Qué número es? ¿Existe más de una solución?

Número: x

$$x \cdot 2x = 288 \rightarrow 2x^2 = 288 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$$

Tiene dos soluciones: 12 y -12.

Ecuaciones de primer y segundo grado

034 Alberto tiene el doble de edad que Ana. Si multiplicamos sus edades obtenemos el número 512. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad de Ana: x Edad de Alberto: $2x$

$$x \cdot 2x = 512 \rightarrow 2x^2 = 512 \rightarrow x^2 = 256 \rightarrow x = \pm 16$$

Como la edad es un número positivo, la solución es única.

Ana tiene 16 años y Alberto 32 años.

035 La suma de un número y su cuadrado es 42. ¿De qué número se trata?

$$x + x^2 = 42 \rightarrow x^2 + x - 42 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \cdot 42}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-1 \pm 13}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

Existen dos soluciones:

$$\text{Para } x = 6 \rightarrow 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42$$

$$\text{Para } x = -7 \rightarrow (-7)^2 + (-7) = 49 - 7 = 42$$

036 El producto de las edades de Luisa y su hermano, que tiene 5 años menos que ella, es 176. ¿Cuántos años tienen ambos?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Edad de Luisa: } x \\ \text{Edad de su hermano: } x - 5 \end{array} \right\} x(x - 5) = 176 \rightarrow x^2 - 5x - 176 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 + 4 \cdot 176}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 704}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{729}}{2} = \\ = \frac{5 \pm 27}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 16 \\ x_2 = -11 \end{cases}$$

La segunda solución no es válida (una edad no puede ser negativa), así que la edad de Luisa es 16 años y la de su hermano: $16 - 5 = 11$ años.

037 Encuentra dos números consecutivos tales que al multiplicarlos se obtenga como resultado 380 unidades.

Sean los dos números x y $x + 1$.

$$x(x + 1) = 380 \rightarrow x^2 + x - 380 = 0 \rightarrow$$

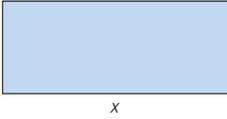
$$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \cdot 380}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1521}}{2} = \frac{-1 \pm 39}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 19 \\ x_2 = -20 \end{cases}$$

Existen dos soluciones:

Para $x = 19 \rightarrow$ Los números son 19 y 20.

Para $x = -20 \rightarrow$ Los números son -20 y -19.

- 038** Para vallar una finca rectangular de 750 m^2 se utilizan 110 m de cerca. Calcula las dimensiones de la cerca.



Los lados miden x y $55 - x$.

El área será: $A = x(55 - x) = 750$.

Para hallar la medida de los lados resolvemos la ecuación de segundo grado:

$$x(55 - x) = 750 \rightarrow 55x - x^2 = 750 \rightarrow x^2 + 55x - 750 = 0$$

$$x = \frac{-55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \cdot 750}}{-2} = \frac{-55 \pm \sqrt{3.025 - 3.000}}{-2} =$$

$$= \frac{-55 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{-55 \pm 5}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 25 \\ x_2 = 30 \end{cases}$$

ACTIVIDADES

- 039** Determina si las siguientes igualdades algebraicas son identidades o ecuaciones.

a) $2x + 3 = 5(x - 1) - 3x + 8$

b) $2x - 3x - 7 = 5x + 1 - x$

c) $4x + 6 - x - 3x = 5 + 8x - 3 - 2x$

d) $(x + 2)^2 - x^2 - 4x = 4$

a) $2x + 3 = 5(x - 1) - 3x + 8 \rightarrow 2x + 3 = 5x - 5 - 3x + 8 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x + 3 = 2x + 3 \rightarrow$ Identidad

b) $2x - 3x - 7 = 5x + 1 - x \rightarrow -x - 7 = 4x + 1 \rightarrow$ Ecuación

c) $4x + 6 - x - 3x = 5 + 8x - 3 - 2x \rightarrow 6 = 2 + 6x \rightarrow$ Ecuación

d) $(x + 2)^2 - x^2 - 4x = 4 \rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 - 4x = 4 \rightarrow 4 = 4 \rightarrow$
 \rightarrow Identidad

- 040** Indica los miembros de estas ecuaciones.

a) $2x + 3 = 5$

b) $2x - 3x - 7 = 5x + x - 5x$

c) $4x + 6 - x - 3x = 5 + 2x - 3 - 2x$

d) $(x + 2) - (x^2 - 2) = 4$

a) $\underbrace{2x + 3}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{5}_{2.^\text{o miembro}}$

b) $\underbrace{2x - 3x - 7}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{5x + x - 5x}_{2.^\text{o miembro}}$

c) $\underbrace{4x + 6 - x - 3x}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{5 + 2x - 3 - 2x}_{2.^\text{o miembro}}$

d) $\underbrace{(x + 2)}_{1.^\text{er miembro}} - \underbrace{(x^2 - 2)}_{2.^\text{o miembro}} = \underbrace{4}$

047 Escribe dos ecuaciones en cada caso.

- a) Que tengan como solución $x = 3$. c) Que su solución sea $x = 5$.
 b) Que tengan como solución $x = -2$. d) Que su solución sea $x = -1$.
- a) $2x = 6$ y $3x + 6 = 15$ c) $x - 5 = 0$ y $2x = 10$
 b) $3x = -6$ y $9 - 2x = 13$ d) $x + 1 = 0$ y $3x = -3$

048 Resuelve.

- a) $10 - x = 3$ e) $4x + 5 = 11$
 b) $9 + x = 2$ f) $3x + 7 = 14$
 c) $-12 - x = 3$ g) $-5 + 20x = 95$
 d) $16 + 3x = -12$ h) $-9 - 11x = 2$

a) $10 - x = 3 \rightarrow 10 - 3 = x \rightarrow x = 7$
 b) $9 + x = 2 \rightarrow 9 + x - 9 = 2 - 9 \rightarrow x = -7$
 c) $-12 - x = 3 \rightarrow -12 - x + 12 = 3 + 12 \rightarrow -x = 15 \rightarrow x = -15$
 d) $16 + 3x = -12 \rightarrow 16 + 3x - 16 = -12 - 16 \rightarrow 3x = -28 \rightarrow x = -\frac{28}{3}$
 e) $4x + 5 = 11 \rightarrow 4x = 11 - 5 \rightarrow 4x = 6 \rightarrow x = \frac{3}{2}$
 f) $3x + 7 = 14 \rightarrow 3x = 14 - 7 \rightarrow 3x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{3}$
 g) $-5 + 20x = 95 \rightarrow 20x = 95 + 5 \rightarrow x = \frac{200}{20} = 5$
 h) $-9 - 11x = 2 \rightarrow -11x = 2 + 9 \rightarrow x = \frac{11}{-11} = -1$

049 Halla la solución de estas ecuaciones.

- a) $4x + 5 = -3x + 12$ d) $6x + 40 = 2x + 50$ g) $9x + 8 = -7x + 16$
 b) $3x + 7 = 2x + 16$ e) $-3x - 42 = -2x - 7$ h) $-5x - 13 = -2x - 4$
 c) $5 + 20x = 7 + 12x$ f) $3x - 50 = 10 - 2x$ i) $9x - 8 = 8x - 9$

a) $4x + 5 = -3x + 12 \rightarrow 4x + 3x = 12 - 5 \rightarrow 7x = 7 \rightarrow x = 1$
 b) $3x + 7 = 2x + 16 \rightarrow 3x - 2x = 16 - 7 \rightarrow x = 9$
 c) $5 + 20x = 7 + 12x \rightarrow 20x - 12x = 7 - 5 \rightarrow 8x = 2 \rightarrow x = \frac{1}{4}$
 d) $6x + 40 = 2x + 50 \rightarrow 6x - 2x = 50 - 40 \rightarrow 4x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$
 e) $-3x - 42 = -2x - 7 \rightarrow -3x + 2x = -7 + 42 \rightarrow -x = 35 \rightarrow x = -35$
 f) $3x - 50 = 10 - 2x \rightarrow 3x + 2x = 10 + 50 \rightarrow 5x = 60 \rightarrow x = 12$
 g) $9x + 8 = -7x + 16 \rightarrow 9x + 7x = 16 - 8 \rightarrow 16x = 8 \rightarrow x = \frac{1}{2}$
 h) $-5x - 13 = -2x - 4 \rightarrow -5x + 2x = -4 + 13 \rightarrow -3x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{-3} = -3$
 i) $9x - 8 = 8x - 9 \rightarrow 9x - 8x = -9 + 8 \rightarrow x = -1$

Ecuaciones de primer y segundo grado

050

Corrige los errores en la resolución de la ecuación.

En el tercer paso, al despejar x , el 5 debe pasar dividiendo con el mismo signo con el que multiplica a x , en este caso positivo, $x = \frac{10}{5} = 2$.

051

HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVE UNA ECUACIÓN CON PARÉNTESIS?

Resuelve $3(4 - 2x) - 2(3x - 1) = 2$.

PRIMERO. Se eliminan los paréntesis, teniendo en cuenta que si hay un signo menos delante de un paréntesis se cambian todos los signos de su interior.

$$\begin{aligned}3(4 - 2x) - 2(3x - 1) &= 2 \\3 \cdot 4 - 3 \cdot 2x - 2 \cdot 3x + 2 \cdot 1 &= 2 \\12 - 6x - 6x + 2 &= 2\end{aligned}$$

SEGUNDO. Agrupamos los términos con x en un miembro, y los números, en el otro.

$$12 - 6x - 6x + 2 = 2 \rightarrow 12 + 2 - 2 = 6x + 6x$$

TERCERO. Reducimos los términos semejantes.

$$12 + 2 - 2 = 6x + 6x \rightarrow 12 = 12x$$

CUARTO. Despejamos x .

$$12 = 12x \rightarrow x = \frac{12}{12} = 1$$

052

Resuelve.

a) $6(x + 11) = 40 + 6(x + 2)$

d) $120 = 2x - (15 - 7x)$

b) $2(x - 17) = x - 3(12 - 2x)$

e) $5(x + 4) = 7(x - 2)$

c) $x - 5(x - 2) = 6$

f) $3(x + 7) - 6 = 2(x + 8)$

a) $6(x + 11) = 40 + 6(x + 2) \rightarrow 6x + 66 = 40 + 6x + 12 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x + 66 = 6x + 52 \rightarrow 6x - 6x = 52 - 66 \rightarrow$
 $\rightarrow 0x = 14 \rightarrow$ No tiene solución

b) $2(x - 17) = x - 3(12 - 2x) \rightarrow 2x - 34 = x - 36 + 6x \rightarrow$
 $\rightarrow 2x - 34 = 7x - 36 \rightarrow 2x - 7x = -36 + 34 \rightarrow -5x = -2 \rightarrow x = \frac{2}{5}$

c) $x - 5(x - 2) = 6 \rightarrow x - 5x + 10 = 6 \rightarrow -4x = -4 \rightarrow x = 1$

d) $120 = 2x - (15 - 7x) \rightarrow 120 = 2x - 15 + 7x \rightarrow 120 + 15 = 9x \rightarrow$
 $\rightarrow x = \frac{135}{9} = 15$

e) $5(x + 4) = 7(x - 2) \rightarrow 5x + 20 = 7x - 14 \rightarrow 5x - 7x = -14 - 20 \rightarrow$
 $\rightarrow -2x = -34 \rightarrow x = 17$

f) $3(x + 7) - 6 = 2(x + 8) \rightarrow 3x + 21 - 6 = 2x + 16 \rightarrow$
 $\rightarrow 3x + 15 = 2x + 16 \rightarrow 3x - 2x = 16 - 15 \rightarrow x = 1$

053 Resuelve estas ecuaciones.

a) $\frac{4x}{20} = 3$ c) $\frac{-2x}{3} = 4$ e) $\frac{9x}{3} = -5$

b) $\frac{3x}{6} = -21$ d) $\frac{7x}{4} = 28$ f) $\frac{-3x}{2} = -25$

a) $\frac{4x}{20} = 3 \rightarrow 4x = 3 \cdot 20 \rightarrow 4x = 60 \rightarrow x = 15$

b) $\frac{3x}{6} = -21 \rightarrow 3x = -21 \cdot 6 \rightarrow 3x = -126 \rightarrow x = -\frac{126}{3} = -42$

c) $\frac{-2x}{3} = 4 \rightarrow -2x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{-2} = -6$

d) $\frac{7x}{4} = 28 \rightarrow 7x = 28 \cdot 4 \rightarrow x = \frac{112}{7} = 16$

e) $\frac{9x}{3} = -5 \rightarrow 9x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{9} = -\frac{5}{3}$

f) $\frac{-3x}{2} = -25 \rightarrow -3x = -50 \rightarrow x = \frac{50}{3}$

054 Escribe una ecuación:

- a) Que tenga un paréntesis y solución -1 .
 b) Que tenga un denominador y solución 3 .
 c) Que tenga dos paréntesis y solución 4 .

a) $\frac{3(x-3)}{2} = -6$ b) $\frac{x-5}{2} = -1$ c) $3(x-1) - 6(5-x) = 3$

055 Resuelve.

a) $\frac{x-2}{5} = 1$

c) $\frac{3x}{2} + 20 = x + 25$

b) $\frac{3x+15}{6} = -7$

d) $\frac{3x}{4} - 1 = 12 - 3x$

a) $\frac{x-2}{5} = 1 \rightarrow x-2 = 5 \rightarrow x = 5+2 = 7$

b) $\frac{3x+15}{6} = -7 \rightarrow 3x+15 = -42 \rightarrow 3x = -57 \rightarrow x = \frac{-57}{3} = -19$

c) $\frac{3x}{2} + 20 = x + 25 \rightarrow \frac{3x}{2} - x = 25 - 20 \rightarrow \frac{1}{2}x = 5 \rightarrow x = 2 \cdot 5 = 10$

d) $\frac{3x}{4} - 1 = 12 - 3x \rightarrow \frac{3x}{4} + 3x = 12 + 1 \rightarrow \frac{3+12}{4}x = 13 \rightarrow$

$\rightarrow 15x = 13 \cdot 4 \rightarrow x = \frac{52}{15}$

Ecuaciones de primer y segundo grado

056

Calcula el valor de x .

a) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{2x}{6} + 9$

d) $\frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{6} = 2$

b) $\frac{x+2}{3} = 5x - 46$

e) $\frac{x-5}{5} + \frac{8-x}{2} + \frac{2x-10}{2} = 3$

c) $x - \frac{x+4}{5} = 1 + \frac{x}{2}$

f) $\frac{x-10}{2} - \frac{x-20}{4} - \frac{x-30}{3} = 5$

a) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{2x}{6} + 9 \rightarrow \frac{3x}{5} - \frac{2x}{6} = 9 - 7 \rightarrow \left(\frac{3 \cdot 6 - 2 \cdot 5}{30} \right) x = 2 \rightarrow$
 $\rightarrow \frac{8}{30} x = 2 \rightarrow x = \frac{2 \cdot 30}{8} = \frac{15}{2}$
m.c.m. (5, 6) = 30

b) $\frac{x+2}{3} = 5x - 46 \rightarrow x + 2 = 15x - 138 \rightarrow x - 15x = -138 - 2 \rightarrow$
 $\rightarrow -14x = -140 \rightarrow x = 10$

c) $x - \frac{x+4}{5} = 1 + \frac{x}{2} \rightarrow 10x - 2(x+4) = 10 + 5x \rightarrow$
m.c.m. (5, 2) = 10
 $\rightarrow 10x - 2x - 8 = 10 + 5x \rightarrow 8x - 8 = 10 + 5x \rightarrow$
 $\rightarrow 8x - 5x = 10 + 8 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6$

d) $\frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{6} = 2 \rightarrow 6 \cdot \frac{(x+8)}{2} - 6 \cdot \frac{(x-4)}{6} = 6 \cdot 2 \rightarrow$
m.c.m. (2, 6) = 6
 $\rightarrow 3(x+8) - (x-4) = 12 \rightarrow 3x + 24 - x + 4 = 12 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x + 28 = 12 \rightarrow 2x = 12 - 28 \rightarrow x = \frac{-16}{2} = -8$

e) $\frac{x-5}{5} + \frac{8-x}{2} + \frac{2x-10}{2} = 3 \rightarrow$ m.c.m. (5, 2) = 10
 $\rightarrow 10 \cdot \frac{(x-5)}{5} + 10 \cdot \frac{(8-x)}{2} + 10 \cdot \frac{(2x-10)}{2} = 10 \cdot 3 \rightarrow$
 $\rightarrow 2(x-5) + 5(8-x) + 5(2x-10) = 30 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x - 10 + 40 - 5x + 10x - 50 = 30 \rightarrow$
 $\rightarrow 7x - 20 = 30 \rightarrow 7x = 50 \rightarrow x = \frac{50}{7}$

f) $\frac{x-10}{2} - \frac{x-20}{4} - \frac{x-30}{3} = 5 \rightarrow$ m.c.m. (2, 4, 3) = 12
 $\rightarrow 12 \cdot \frac{(x-10)}{2} - 12 \cdot \frac{(x-20)}{4} - 12 \cdot \frac{(x-30)}{3} = 12 \cdot 5 \rightarrow$
 $\rightarrow 6(x-10) - 3(x-20) - 4(x-30) = 60 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x - 60 - 3x + 60 - 4x + 120 = 60 \rightarrow$
 $\rightarrow -x + 120 = 60 \rightarrow -x = 60 - 120 = -60 \rightarrow x = 60$

057 Obtén la solución de estas ecuaciones.

a) $\frac{2x-10}{3} - \frac{3(x-12)}{4} = -1$

d) $\frac{3-x}{7} - x = \frac{3+2(x-1)}{14}$

b) $\frac{-3x-3}{5} = 3-4(x+2)$

e) $\frac{4x-6}{10} + 2x = 21 - \frac{3(x+1)}{12}$

c) $\frac{2x-5}{5} + \frac{x+1}{4} = 20-x$

a) $\frac{2x-10}{3} - \frac{3(x-12)}{4} = -1 \rightarrow 12 \cdot \frac{(2x-10)}{3} - 12 \cdot \frac{3(x-12)}{4} = -12 \rightarrow$

m.c.m. (3, 4) = 12

$$\rightarrow 4(2x-10) - 9(x-12) = -12 \rightarrow 8x - 40 - 9x + 108 = -12 \rightarrow$$

$$\rightarrow -x + 68 = -12 \rightarrow -x = -12 - 68 = -80 \rightarrow x = 80$$

b) $\frac{-3x-3}{5} = 3-4(x+2) \rightarrow 5 \cdot \frac{-3x-3}{5} = 15-20(x+2) \rightarrow$

$$\rightarrow -3x-3 = 15-20x-40 \rightarrow -3x+20x = -25+3 \rightarrow$$

$$\rightarrow 17x = -22 \rightarrow x = -\frac{22}{17}$$

c) $\frac{2x-5}{5} + \frac{x+1}{4} = 20-x \rightarrow$

m.c.m. (5, 4) = 20

$$\rightarrow 20 \cdot \frac{(2x-5)}{5} + 20 \cdot \frac{(x+1)}{4} = 20(20-x) \rightarrow$$

$$\rightarrow 4(2x-5) + 5(x+1) = 20(20-x) \rightarrow 8x-20+5x+5 = 400-20x \rightarrow$$

$$\rightarrow 13x+20x = 400+15 \rightarrow 33x = 415 \rightarrow x = \frac{415}{33}$$

d) $\frac{3-x}{7} - x = \frac{3+2(x-1)}{14} \rightarrow 14 \cdot \frac{3-x}{7} - 14x = 14 \cdot \frac{3+2(x-1)}{14} \rightarrow$

$$\rightarrow 2(3-x) - 14x = 3+2(x-1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 6-2x-14x = 3+2x-2 \rightarrow 6-16x = 1+2x \rightarrow$$

$$\rightarrow -16x-2x = 1-6 \rightarrow -18x = -5 \rightarrow x = \frac{5}{18}$$

e) $\frac{4x-6}{10} + 2x = 21 - \frac{3(x+1)}{12} \rightarrow$

m.c.m. (10, 12) = 60

$$\rightarrow 60 \cdot \frac{4x-6}{10} + 60 \cdot 2x = 60 \cdot 21 - 60 \cdot \frac{3(x+1)}{12} \rightarrow$$

$$\rightarrow 6(4x-6) + 120x = 1.260 - 15(x+1) \rightarrow$$

$$\rightarrow 24x-36+120x = 1.260-15x-15 \rightarrow$$

$$\rightarrow 144x+15x = 1.245+36 \rightarrow 159x = 1.281 \rightarrow x = \frac{1.281}{159} = \frac{427}{53}$$

(: 3)

Ecuaciones de primer y segundo grado

058



¿Está bien resuelta esta ecuación? Averígualo comprobando su solución. Corrija los errores que se han cometido.

$$\frac{4x - 2}{7} = 2x - \frac{x - 1}{4}$$

- 1.º Se calcula el m.c.m. m.c.m. (7, 4) = 28
2.º Se multiplica por 28. $4(4x - 2) = 2x - 7(x - 1)$
3.º Se eliminan paréntesis. $16x - 2 = 2x - 7x - 7$
4.º Se transponen términos. $16x - 2x + 7x = -7 + 2$
5.º Se reducen términos. $15x = -5$
6.º Se despeja la x. $x = \frac{15}{-5} = -3$

2.º No se ha multiplicado $2x$ por 2:

$$4(4x - 2) = 56x - 7(x - 1)$$

3.º Está mal aplicada la propiedad distributiva:

$$16x - 8 = 56x - 7x + 7$$

4.º $14x - 56x + 7x = 7 + 8$

5.º Está mal sumado:

$$-35x = 15$$

6.º Se ha despejado mal la x:

$$x = -\frac{15}{35} = -\frac{3}{7}$$

059



Resuelve.

a) $\frac{2(x + 5)}{2} = \frac{(x + 1)(x - 3)}{3}$

b) $\frac{x}{6} - \frac{x}{3} - \frac{4(x - 1)}{2} = \frac{5(x - 2)}{2}$

c) $\frac{2x - 3(x - 5)}{2} = \frac{x - 3}{4}$

a) $3(x + 5) = (x + 1)(x - 3) \rightarrow 3x + 15 = x^2 - 2x - 3 \rightarrow x^2 - 5x - 18 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{97}}{2} \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{97}}{2} \end{cases}$$

b) $x - 2x - 12(x - 1) = 15(x - 2) \rightarrow x - 2x - 12x + 12 = 15x - 30 \rightarrow$
 $\rightarrow -28x = -42 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

c) $2(2x - 3(x - 5)) = x - 3 \rightarrow 4x - 6x + 30 = x - 3 \rightarrow -3x = -33 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 11$

060 Resuelve las ecuaciones de segundo grado aplicando la fórmula general.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

e) $x^2 - 2x + 1 = 0$

b) $2x^2 - 4x + 13 = 0$

f) $7x^2 - 3x + 1 = 0$

c) $x^2 + 8x + 16 = 0$

g) $-x^2 - 4x + 5 = 0$

d) $3x^2 + 2x - 16 = 0$

$$a) x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

$$b) x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 104}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{-88}}{4} \rightarrow \text{No tiene solución}$$

$$c) x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2} = -4 \text{ (doble)}$$

$$d) x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2+14}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{-2-14}{6} = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

$$e) x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = 1 \text{ (doble)}$$

$$f) x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 28}}{14} = \frac{3 \pm \sqrt{-19}}{14} \rightarrow \text{No tiene solución}$$

$$g) x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 36}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-4+6}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-4-6}{2} = -5 \end{cases}$$

061 Sin resolverlas, averigua el número de soluciones de estas ecuaciones.

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$

e) $x^2 + 8x + 16 = 0$

b) $-2x^2 - 6x + 8 = 0$

f) $2x^2 - 4x + 13 = 0$

c) $x^2 - 8x + 16 = 0$

g) $7x^2 - 3x + 1 = 0$

d) $-x^2 + x + 1 = 0$

a) $\Delta = 25 - 24 = 1 > 0$: 2 soluciones.

b) $\Delta = 36 + 64 = 100 > 0$: 2 soluciones.

c) $\Delta = 64 - 64 = 0$: 1 solución.

d) $\Delta = 1 + 4 = 5 > 0$: 2 soluciones.

e) $\Delta = 64 - 64 = 0$: 1 solución.

f) $\Delta = 16 - 104 = -88 < 0$: sin solución.

g) $\Delta = 9 - 28 = -19 < 0$: sin solución.

Ecuaciones de primer y segundo grado

062 Determina el número de soluciones de las siguientes ecuaciones.

- a) $x^2 - 1 = 0$
- b) $x^2 + 2x = 0$
- c) $x^2 - 4x + 4 = 0$
- d) $x^2 + 8x + 16 = 0$
- e) $x^2 - x - 2 = 0$
- f) $x^2 = 7x - 12$
- g) $2x^2 - 4 + 3x = x^2 + 2 + 2x$

a) $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

b) $x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -2 \end{cases}$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2$

d) $x^2 + 8x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 16}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = -4$

e) $x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 + 4 \cdot 2}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} =$

$$= \frac{1 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -1 \end{cases}$$

f) $x^2 = 7x - 12 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

g) $2x^2 - 4 + 3x = x^2 + 2 + 2x \rightarrow 2x^2 - x^2 + 3x - 2x - 4 - 2 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 6}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

063 Resuelve estas ecuaciones de segundo grado incompletas.

- a) $x^2 - 8 = 0$
- b) $2x^2 + 50 = 0$
- c) $3x^2 + 75x = 0$
- d) $x^2 - 16 = 0$
- e) $-8x^2 - 24x = 0$
- f) $-x^2 - x = 0$
- g) $x^2 - 1 = 0$
- h) $4x^2 - 2x = 0$

a) $x = \pm\sqrt{8}$

b) $x^2 = -25 \rightarrow$ No tiene solución

c) $3x(x + 25) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -25$

d) $x = \pm 4$

e) $-8x(x + 3) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3$

f) $-x(x + 1) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$

g) $x = \pm 1$

h) $2x(x - 1) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$

064 Resuelve las ecuaciones por el método más adecuado.

a) $7x^2 = 63$

b) $x^2 - 24 = 120$

c) $x^2 - 25 = 0$

d) $x^2 = 10.000$

e) $x^2 - 3 = 22$

f) $5x^2 - 720 = 0$

g) $x^2 + 1 = \frac{5}{4}$

h) $x^2 - 36 = 100$

i) $2x^2 - 72 = 0$

j) $5x^2 - 3 = 42$

k) $9x^2 - 36 = 5x^2$

l) $2x^2 + 7x - 15 = 0$

a) $7x^2 = 63 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

b) $x^2 - 24 = 120 \rightarrow x^2 = 120 + 24 = 144 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \pm 12$

c) $x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

d) $x^2 = 10.000 \rightarrow x = \pm 100$

e) $x^2 - 3 = 22 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

f) $5x^2 - 720 = 0 \rightarrow 5x^2 = 720 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$

g) $x^2 + 1 = \frac{5}{4} \rightarrow x^2 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \rightarrow$
 $\rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

h) $x^2 - 36 = 100 \rightarrow x^2 = 100 + 36 = 136 \rightarrow$
 $\rightarrow x = \pm \sqrt{136}$

i) $2x^2 - 72 = 0 \rightarrow 2x^2 = 72 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6$

j) $5x^2 - 3 = 42 \rightarrow 5x^2 = 45 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

k) $9x^2 - 36 = 5x^2 \rightarrow 9x^2 - 5x^2 = 36 \rightarrow 4x^2 = 36 \rightarrow$
 $\rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

l) $2x^2 + 7x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 120}}{4} =$

$$= \frac{-7 \pm 13}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x_2 = -\frac{20}{4} = -5 \end{cases}$$

Ecuaciones de primer y segundo grado

065

Resuelve.

a) $x^2 - 7x = 0$

b) $x^2 + 3x = 0$

c) $x^2 - 25x = 0$

d) $x^2 - 10x = 0$

e) $16x(x - 5) = 0$

f) $3x^2 - 12x = 0$

g) $3x = 4x^2 - 2x$

h) $4x^2 = 5x$

i) $25x^2 - 100x = 0$

j) $6x^2 - 6x = 12x$

a) $x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x - 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 7 = 0 \rightarrow x_2 = 7 \end{cases}$

b) $x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x + 3 = 0 \rightarrow x_2 = -3 \end{cases}$

c) $x^2 - 25x = 0 \rightarrow x(x - 25) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 25 = 0 \rightarrow x_2 = 25 \end{cases}$

d) $x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(x - 10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 10 = 0 \rightarrow x_2 = 10 \end{cases}$

e) $16x(x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} 16x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = 5 \end{cases}$

f) $3x^2 - 12x = 0 \rightarrow 3x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$

g) $3x = 4x^2 - 2x \rightarrow 4x^2 - 2x - 3x = 0 \rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow x(4x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{4} \end{cases}$

h) $4x^2 = 5x \rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(4x - 5) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{4} \end{cases}$

i) $25x^2 - 100x = 0 \rightarrow 25x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 25x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$

j) $6x^2 - 6x = 12x \rightarrow 6x^2 - 18x = 0 \rightarrow 6x(x - 3) = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow \begin{cases} 6x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$

066 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LAS ECUACIONES EN LAS QUE UN PRODUCTO ES IGUAL A CERO?

Resuelve la ecuación $(x - 1)(x + 2) = 0$.

Para que un producto de varios factores valga cero, al menos uno de los factores ha de ser cero.

PRIMERO. Se iguala a cero cada uno de los factores.

$$(x - 1)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \end{cases}$$

SEGUNDO. Se resuelven las ecuaciones resultantes.

$$(x - 1)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$$

La ecuación tiene dos soluciones: $x_1 = 1$ y $x_2 = -2$.

067 Calcula sin aplicar la fórmula general.

a) $(x + 2)(x_1 - 2) = 0$

b) $(x - 3)(x_2 + 3) = 0$

c) $(x + 3)(2x - 5)\left(5 - \frac{x}{2}\right) = 0$

d) $(x - 5)^2 = 0$

e) $(x - 2)^2 + x = x$

f) $x\left(\frac{3x}{4} - \frac{4}{5}\right)^2 = 0$

a) $\begin{cases} x + 2 = 0 \rightarrow x_1 = -2 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x_1 = -3 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x_1 = -3 \\ 2x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{2} \\ 5 - \frac{x}{2} \rightarrow x_3 = 10 \end{cases}$

d) $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$ (doble)

e) $(x - 2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ (doble)

f) $\begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ \left(\frac{3x}{4} - \frac{4}{5}\right)^2 = 0 \rightarrow \frac{3x}{4} - \frac{4}{5} = 0 \rightarrow x_2 = \frac{16}{15} \end{cases}$ (doble)

Ecuaciones de primer y segundo grado

068 Resuelve las siguientes ecuaciones.



a) $(x + 1)(x - 3) + 3 = 0$

e) $(2x + 3)(2x - 3) = 135$

b) $(x + 9)(x - 9) = 3(x - 27)$

f) $x^2 - \frac{23}{4}x = 18$

c) $x(3x - 2) = 65$

g) $x^2 - 7x + \frac{13}{4} = 0$

d) $4x - (x^2 - 4) = 2x - 4$

$$\begin{aligned} \text{a) } (x + 1)(x - 3) + 3 = 0 &\rightarrow x^2 + x - 3x - 3 + 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (x + 9)(x - 9) = 3(x - 27) &\rightarrow x^2 - 81 = 3x - 81 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x(3x - 2) = 65 &\rightarrow 3x^2 - 2x - 65 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 780}}{6} = \frac{2 \pm 28}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -13 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 4x - (x^2 - 4) = 2x - 4 &\rightarrow 4x - x^2 + 4 - 2x + 4 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow -x^2 + 2x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 8}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-2} = \\ &= \frac{-2 \pm 6}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (2x + 3)(2x - 3) = 135 &\rightarrow 4x^2 - 9 = 135 \rightarrow 4x^2 = 144 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } x^2 - \frac{23}{4}x = 18 &\rightarrow x^2 - \frac{23}{4}x - 18 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{-(-23/4) \pm \sqrt{(-23/4)^2 + 4 \cdot 18}}{2} = \frac{23/4 \pm \sqrt{(529/16) + 72}}{2} = \\ &= \frac{23/4 \pm \sqrt{(529 + 1.152)/16}}{2} = \frac{23/4 \pm 41/4}{2} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{(23/4 + 41/4)}{2} = \frac{64/4}{2} = \frac{64}{8} = 8 \\ x_2 = \frac{(23/4 - 41/4)}{2} = \frac{-18/4}{2} = -\frac{9}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } x^2 - 7x + \frac{13}{4} = 0 &\rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 13/4}}{2} = \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 13}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{36}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{13}{2} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

- 069** ●● Escribe una ecuación de segundo grado, con todos sus coeficientes distintos de cero, que tenga una solución doble.

La ecuación es $x^2 + 2x + 1 = 0$.

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

070 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON PARÉNTESIS Y DENOMINADORES?

Resuelve $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{3-4x}{4} = \frac{5+4x}{4}$.

PRIMERO. Eliminar los denominadores. Se calcula el m.c.m. de los denominadores y se multiplican los dos miembros de la ecuación por él.

$$\text{m.c.m. } (2, 4) = 4$$

$$4 \left(\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{3-4x}{4} \right) = 4 \left(\frac{5+4x}{4} \right)$$

$$2(x-1)^2 - (3-4x) = (5+4x)$$

SEGUNDO. Quitar los paréntesis.

$$2(x^2 - 2x + 1) - 3 + 4x = 5 + 4x$$

$$2x^2 - 4x + 2 - 3 + 4x = 5 + 4x$$

TERCERO. Pasar todos los términos al primer miembro y operar.

$$2x^2 - 4x + 2 - 3 + 4x - 5 - 4x = 0$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

CUARTO. Simplificar la ecuación, si se puede, y resolverla.

$$2x^2 - 4x - 6 = 0 \xrightarrow{\text{Dividimos entre 2}} x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

QUINTO. Comprobar las soluciones.

$$\frac{x=3}{\rightarrow} \frac{(3-1)^2}{2} - \frac{3-4 \cdot 3}{4} = \frac{5+4 \cdot 3}{4} \rightarrow 2 + \frac{9}{4} = \frac{17}{4}$$

$$\frac{x=-1}{\rightarrow} \frac{(-1-1)^2}{2} - \frac{3-4(-1)}{4} = \frac{5+4(-1)}{4} \rightarrow 2 - \frac{7}{4} = \frac{1}{4}$$

Ecuaciones de primer y segundo grado

071

Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{14x-5}{6} = \frac{11}{6}$

b) $\frac{(x-2)(x+2)}{5} - \frac{14x+35}{6} = \frac{52x+5}{10}$

c) $(2x+1)^2 = -1$

d) $(x-2) + (2x-1)(x-3) = x(3x-3) - 2x$

e) $(x-1)(x+2) = 2 + (x+3)(x-4)$

f) $\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{5}x = 0$

a) $2(x-2)^2 + 14x - 5 = 11 \rightarrow 2x^2 - 8x + 8 + 14x - 5 = 11 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0 \rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3+5}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-3-5}{2} = -4 \end{cases}$$

b) $12(x-2)(x+2) - 10(14x+35) = 6(52x+5) \rightarrow$
 $\rightarrow 12x^2 - 48 - 140x - 350 = 312x + 60 \rightarrow 12x^2 - 452x - 458 = 0 \rightarrow$
 $\rightarrow 6x^2 - 226x - 229 = 0$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{51.076 + 5.496}}{12} = \frac{226 \pm \sqrt{56.572}}{12} \rightarrow \text{Tiene 2 soluciones}$$

c) $4x^2 + 4x + 2 = 0 \rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-8}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{4} \rightarrow \text{Sin solución}$$

d) $x-2 + 2x^2 - 7x + 3 = 3x^2 - 3x - 2x \rightarrow -x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{-2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{-2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{-2} \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{-2} \end{cases}$$

e) $x^2 + x - 2 = 2 + x^2 - x - 12 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$

f) $x\left(\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}\right) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ \frac{3}{4}x + \frac{5}{4} = 0 \rightarrow x_2 = \frac{-5}{3} \end{cases}$

072

Encuentra dos números consecutivos que sumen 51.

Los dos números son x y $x+1 \rightarrow x+x+1 = 51 \rightarrow 2x = 50 \rightarrow x = 25$

Por tanto, los números son 25 y 26.

073

Calcula un número tal que su doble y su triple sumen 10.

El número es $x \rightarrow 2x + 3x = 10 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2$

074 Encuentra un número tal que, al sumarle 4, resulte el doble del número menos una unidad.

$$\text{El número es } x \rightarrow x + 4 = 2(x - 1) \rightarrow -x = -6 \rightarrow x = 6$$

075 Halla dos números consecutivos, sabiendo que la diferencia de sus cuadrados es 567.

Los dos números son x y $x + 1$.

$$(x + 1)^2 - x^2 = 567 \rightarrow x^2 + 2x + 1 - x^2 = 567 \rightarrow 2x = 566 \rightarrow x = 283$$

Los números son 283 y 284.

076 El precio de un anillo y su estuche es de 10.200 € y el anillo vale 10.000 € más que el estuche. ¿Cuál es precio de cada artículo?

$$\text{Estuche: } x. \text{ Anillo: } x + 10.000 \rightarrow x + x + 10.000 = 10.200 \rightarrow 2x = 200 \rightarrow \\ \rightarrow x = 100. \text{ El estuche cuesta } 100 \text{ € y el anillo } 10.100 \text{ €.}$$

077 Una bodega exportó en enero la mitad de sus barriles, y a los dos meses, un tercio de los que le quedaban. ¿Cuántos barriles tenía al comienzo si ahora hay 40.000 barriles?

Barriles: x . Exporta en enero: $\frac{x}{2}$ y en los dos meses siguientes: $\frac{1}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right)$.

$$x - \frac{x}{2} - \frac{1}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right) = 40.000 \rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{6} = 40.000 \rightarrow \frac{x}{3} = 40.000 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 120.000 \text{ barriles}$$

078 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE EDADES MEDIANTE ECUACIONES?

El perro de Álex tiene 12 años menos que él. Dentro de 4 años, Álex tendrá el triple de la edad de su perro. ¿Cuáles son sus edades?

PRIMERO. Planteamiento.

	Edad de Álex	Edad del perro
Actualmente	x	$x - 12$
Dentro de 4 años	$x + 4$	$x - 12 + 4 = x - 8$

Dentro de 4 años, la edad de Álex será el triple que la del perro: $x + 4 = 3(x - 8)$.

SEGUNDO. Resolución.

$$x + 4 = 3(x - 8) \rightarrow x + 4 = 3x - 24 \rightarrow 28 = 2x \rightarrow x = 14$$

TERCERO. Comprobación.

Álex tiene 14 años y su perro $14 - 12 = 2$ años.

En 4 años, Álex tendrá 18 años y su perro 6 años, $18 = 6 \cdot 3$.

Ecuaciones de primer y segundo grado

079 Miguel tiene 4 años más que su primo Ignacio y, dentro de 3 años, entre los dos sumarán 20 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Ignacio: x . Miguel: $x + 4 \rightarrow (x + 3) + (x + 4 + 3) = 20 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$
Ignacio: 5 años y Miguel: 9 años.

080 ¿Qué edad tengo ahora si dentro de 12 años tendré el triple de la edad que tenía hace 6 años?

Edad actual: $x \rightarrow x + 12 = 3(x - 6) \rightarrow -2x = -30 \rightarrow x = 15$ años

081 Lucía tiene tres hijos. El pequeño tiene la mitad de años que el mediano, y este tiene 6 años menos que el mayor. Calcula las edades de los tres, sabiendo que la suma de sus edades actuales es igual a la edad de su prima Ana, que es 12 años mayor que el hermano pequeño.

Mayor: x Mediano: $x - 6$ Pequeño: $\frac{x - 6}{2}$ Ana: $\frac{x - 6}{2} + 12$

$$x + x - 6 + \frac{x - 6}{2} = \frac{x - 6}{2} + 12 \rightarrow 2x = 18 \rightarrow x = 9$$

Mayor: 9 años. Mediano: 3 años. Pequeño: 1 año y medio.

082 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE MEZCLAS MEDIANTE ECUACIONES?

Disponemos de dos tipos de té: uno de Tailandia, a 5,20 €/kg, y otro de la India, a 6,20 €/kg, y queremos obtener 100 kg de té a 6 €/kg. ¿Cuántos kilos hemos de mezclar de cada tipo?

PRIMERO. Planteamiento.

	Kilos	Precio
Té tailandés	x	$5,2x$
Té indio	$100 - x$	$6,2(100 - x)$
Mezcla	100	$5,2x + 6,2(100 - x)$

$$\text{Precio por kg de mezcla} = \frac{5,2x + 6,2(100 - x)}{100} = 6$$

SEGUNDO. Resolución.

$$\frac{5,2x + 6,2(100 - x)}{100} = 6 \rightarrow 5,2x + 620 - 6,2x = 600 \rightarrow 20 = x$$

TERCERO. Comprobación.

Necesitamos 20 kg de té de Tailandia y $100 - x = 80$ kg de té de la India.

$$\text{El kilo de mezcla vale: } \frac{5,2 \cdot 20 + 6,2 \cdot 80}{100} = 6 \text{ €}.$$

083 ●● ¿Cuántos litros de leche de 0,75 €/ℓ hay que mezclar con leche de 0,85 €/ℓ para conseguir 100 litros a 0,77 €/ℓ?

Leche de 0,75 €: x Leche de 0,85 €: $100 - x$
 $0,75x + 0,85(100 - x) = 100 \cdot 0,77 \rightarrow 85 - 0,1x = 77 \rightarrow x = 80$
 Hay que mezclar 80 litros a 0,75 €/ℓ y 20 litros a 0,85 €/ℓ.

084 ●● En una fábrica de ladrillos se mezcla arcilla de 21 € la tonelada con arcilla de 45 € la tonelada. ¿Cuántas toneladas de cada clase hay que emplear para conseguir 500 toneladas de arcilla a 39 € la tonelada?

Arcilla a 21 €/t: x . Arcilla a 45 €/t: $500 - x \rightarrow 21x + 45(500 - x) = 500 \cdot 39 \rightarrow 22.500 - 24x = 19.500 \rightarrow x = 120 \rightarrow 120$ t a 21 €/t y 380 t a 45 €/t

085 ●● En una papelería se han vendido 25 cajas de papel del tipo A y 14 cajas del tipo B por 7.700 €. ¿Cuál es el precio de la caja de cada tipo

si el precio de la caja del tipo B es $\frac{5}{6}$ la del tipo A?

Tipo A: x Tipo B: $\frac{5}{6}x$

$25x + 25x + \frac{35}{3}x = 7.700 \rightarrow 75x + 35x = 23.100 \rightarrow$

$\rightarrow 110x = 23.000 \rightarrow x = 210$. Caja del tipo A: 210 €. Caja del tipo B: 175 €.

086 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE MOVIMIENTO MEDIANTE ECUACIONES?

Un camión sale de una ciudad a una velocidad de 80 km/h y, dos horas más tarde, sale un coche de la misma ciudad a 120 km/h. ¿A qué distancia de la ciudad alcanzará el coche al camión?

PRIMERO. Planteamiento.

$x \rightarrow$ Tiempo transcurrido desde que sale el coche hasta el encuentro

	Ventaja	Momento del encuentro
Distancia que recorre el camión	$2 \cdot 80$	$2 \cdot 80 + 80x$
Distancia que recorre el coche		$120x$

La distancia recorrida por los dos vehículos al encontrarse es la misma \rightarrow
 $\rightarrow 2 \cdot 80 + 80x = 120x$

SEGUNDO. Resolución: $2 \cdot 80 + 80x = 120x \rightarrow 160 = 120x - 80x \rightarrow x = 4$

TERCERO. Comprobación.

Se encuentran 4 horas después de la salida del coche, es decir, a las 6 horas de la partida del camión.

El camión, en 6 horas, recorre: $6 \cdot 80 = 480$ km.

El coche, en 4 horas, recorre: $4 \cdot 120 = 480$ km.

Ecuaciones de primer y segundo grado

087



Esther viaja de Sevilla a Barcelona en su coche. Sale a las 8 de la mañana y lleva una velocidad constante de 90 km/h. A 110 km de Barcelona, Juan coge, a esa misma hora, un autobús que viaja a 70 km/h, con la misma dirección que Esther. ¿A qué hora se encuentra Esther con el autobús? ¿Qué distancia ha recorrido cada uno?

El tiempo que tardan en encontrarse es x .

$$90x = 110 + 70x \rightarrow 20x = 110 \rightarrow x = 5,5 \text{ horas.}$$

Luego se encuentran a las 13 h 30 min. La distancia recorrida por Esther es: $5,5 \cdot 90 = 495$ km y la de Juan: $495 - 110 = 385$ km.

088



A las 7 de la mañana, Tomás sale de Zamora con dirección a Cádiz, distantes entre sí 660 km, a una velocidad de 75 km/h. A la misma hora, Natalia sale de Cádiz y se dirige hacia Zamora en la misma carretera que Tomás a una velocidad de 60 km/h. ¿A qué hora se cruzarán? ¿Y a qué distancia estarán de Cádiz?

Siendo x el tiempo que tardan en encontrarse, y considerando

que están a una distancia de 660 km: $75x + 60x = 660 \rightarrow 135x = 660 \rightarrow x = 4,888$ horas = 4 h 53 min 20 s. Se cruzarán a las 11 h 53 min 20 s y estarán a $4,888 \cdot 60 = 293,333$ km de Cádiz.

089



Un terreno rectangular tiene una superficie de 1.739 m² y mide 10 m más de largo que de ancho. Calcula sus dimensiones.

Ancho: x . Largo: $x + 10 \rightarrow x(x + 10) = 1.739 \rightarrow x^2 + 10x - 1.739 = 0$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 6.956}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{7.056}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-10 + 84}{2} = 37 \\ x_2 = \frac{-10 - 84}{2} = -47 \end{cases}$$

Las dimensiones son 37 m de ancho y 47 m de largo. La otra solución no es válida por ser negativa.

090



Si un campo de fútbol mide 30 m más de largo que ancho y su área es 7.000 m², halla sus dimensiones.

Ancho: x . Largo: $x + 30 \rightarrow x(x + 30) = 7.000 \rightarrow x^2 + 30x - 7.000 = 0$

$$x = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 28.000}}{2} = \frac{-30 \pm \sqrt{28.900}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-30 + 170}{2} = 70 \\ x_2 = \frac{-30 - 170}{2} = -100 \end{cases}$$

Las dimensiones son 70 m de ancho y 100 m de largo. La otra solución no es válida por ser negativa.

- 091** Encuentra dos números que se diferencien en 7 unidades, sabiendo que su producto es 60.

Menor: x . Mayor: $x + 7 \rightarrow x(x + 7) = 60 \rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 240}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-7 + 17}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{-7 - 17}{2} = -12 \end{cases}$$

Las soluciones son 5 y 12 o -12 y -5 .

- 092** En un triángulo rectángulo de 24 m de perímetro, la longitud de un cateto es igual a los tres cuartos de la del otro. Halla sus dimensiones.

Cateto 1: x

Cateto 2: $\frac{3}{4}x$

Hipotenusa: $\sqrt{x^2 + \frac{9}{16}x^2} = \frac{5}{4}x$

$$x + \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}x = 24 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$$

Cateto 1 = 8 m. Cateto 2 = 6 m. Hipotenusa = 10 m.

- 093** Para embaldosar un salón de 8 m de largo por 6 m de ancho se han utilizado 300 baldosas cuadradas. ¿Cuánto mide el lado de las baldosas?

Mayor: x Menor: $x - 2$ Diagonal: $\sqrt{x^2 + (x - 2)^2}$

$$x^2 + (x - 2)^2 = 102 \rightarrow 2x^2 - 4x + 4 = 100 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{196}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2 + 14}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{2 - 14}{2} = -6 \end{cases}$$

Las dimensiones son 8 cm y 10 cm.

La otra solución no es válida por ser negativa.

- 094** La diagonal de un rectángulo mide 10 cm. Halla sus dimensiones si un cateto mide 2 cm menos que el otro.

Lado de la baldosa: x

$$300x^2 = 8 \cdot 6 \rightarrow x^2 = 0,16 \rightarrow x = 0,4$$

La baldosa mide 40 cm de lado.

Ecuaciones de primer y segundo grado

095

Un cine tiene igual número de filas que de butacas por fila. El propietario decide remodelarlo quitando una butaca por fila y tres filas. Después de la remodelación, el número de butacas es 323.

- a) ¿Cuántas filas tenía el cine antes de la remodelación?
- b) ¿Cuántas butacas hay ahora en cada fila?

a) Llamamos $x = n.º$ de filas = $n.º$ de butacas/fila.

Se eliminan 3 filas: $x - 3$.

Se elimina 1 butaca por fila: $x - 1$.

$$(x - 3)(x - 1) = 323 \rightarrow x^2 - 3x - x + 3 = 323 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 4x - 320 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 + 4 \cdot 320}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 1.280}}{2} = \frac{4 \pm 36}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = -16 \end{cases}$$

No tiene sentido el valor negativo, por lo que el cine tenía 20 butacas por fila y 20 filas.

b) Ahora tiene $20 - 1 = 19$ butacas por fila.

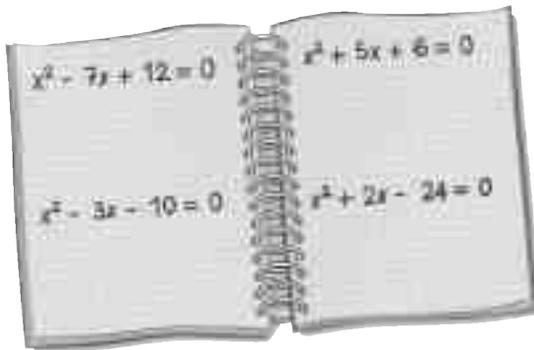
096

Vamos a investigar qué ocurre con las ecuaciones de segundo grado cuyo coeficiente de x^2 vale 1, es decir, ecuaciones de la forma:

$$x^2 + bx + c = 0$$

Para ello seguimos estos pasos.

- a) Resuelve las cuatro ecuaciones:



- b) ¿Qué relaciones observas entre las soluciones obtenidas y los coeficientes b y c ?
- c) Encuentra las soluciones de $x^2 + bx + c = 0$ y luego calcula su suma y su producto.
- d) Aplicando las relaciones halladas, busca dos números cuya suma sea 15 y su producto 56.

$$a) x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7+1}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{7-1}{2} = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3+7}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{3-7}{2} = -2 \end{cases}$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5+1}{2} = -2 \\ x_2 = \frac{-5-1}{2} = -3 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 96}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2+10}{2} = 6 \\ x_2 = \frac{2-10}{2} = -4 \end{cases}$$

$$b) b = -(x_1 + x_2), c = x_1 \cdot x_2$$

$$c) \left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} = -b \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2} = \frac{b^2 - (\sqrt{b^2 - 4c})^2}{4} = c \end{cases}$$

$$d) x^2 - 15x + 56 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 224}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{15+1}{2} = 8 \\ x_2 = \frac{15-1}{2} = 7 \end{cases}$$

097 Desarrolla y simplifica la expresión: $A = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$.

Encuentra tres números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 30.002.

$$A = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2 \rightarrow A = x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 \rightarrow A = 3x^2 + 2$$

$$30.002 = 3x^2 + 2 \rightarrow 30.000 = 3x^2 \rightarrow x^2 = 10.000 \rightarrow x = \pm 100$$

Tiene dos soluciones: 99 y 100, 101 y -99, -100 y -101.

Ecuaciones de primer y segundo grado

098

Resuelve la ecuación:

$$4x^2 - 1 + (2x + 1)(x + 3) = 0$$

sin utilizar la fórmula general. Para ello factoriza la expresión del primer miembro.

$$4x^2 - 1 + (2x + 1)(x + 3) = 0 \xrightarrow{4x^2 - 1 = (2x + 1)(2x - 1)}$$
$$\rightarrow (2x + 1)(2x - 1) + (2x + 1)(x + 3) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (2x + 1)[(2x - 1) + (x + 3)] = 0 \rightarrow (2x + 1)(3x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

EN LA VIDA COTIDIANA

099

A Mariam le quedan pocos días para dar a luz.

En su trabajo tienen la costumbre de hacer un regalo a los recién nacidos. Sus compañeros Roberto y Pilar se han encargado de recoger el dinero.

Mariam es muy popular en su empresa, la conoce casi todo el mundo, por eso la mayoría de sus compañeros han participado en el regalo.

Ayer, Roberto y Pilar estuvieron en unos grandes almacenes y han propuesto comprar un coche de bebé que está de oferta y por el que tendrían que poner 8 € cada uno.

Como todos estaban de acuerdo, fueron a comprarlo, pero resultó que la oferta había terminado y les faltaban 4 €.



Finalmente, Roberto y Pilar me han dicho que de los 14 compañeros hay una persona que no ha puesto dinero para el regalo de Mariam.

¿Crees que es cierto lo que dicen?

Personas que participan en el regalo: x

Precio original: $8x$

Precio nuevo: $8x + 4$ y $9x - 8$

$$8x + 4 = 9x - 8 \rightarrow x = 12$$

Luego lo que han dicho Roberto y Pilar no es cierto, ya que han puesto dinero 12 personas y no 13.

100

Marcelino es herrero y se ha encontrado con bastantes problemas a lo largo de su trayectoria profesional. Muchas veces le piden encargos que son difíciles de realizar.

En ocasiones, la dificultad no está solo en el trabajo que hay que realizar, sino también en interpretar lo que el cliente desea.

En la terraza tengo un trozo de pared que mide 1,30 m. Quiero colocar, sobre los extremos de la pared, una barra de hierro que forme un ángulo recto para instalar un toldo que tiene 1,70 m de longitud.



Por eso, cuando alguien le plantea un problema como este, Marcelino tiene que traducirlo a las tareas que él debe realizar en su herrería.

Lo que usted necesitaría es una barra de hierro que mida 1,70 m. Esa barra hay que doblarla hasta que forme un ángulo recto, de tal manera que la distancia entre sus extremos sea 1,30 m.



¿Cómo tendrá que doblar Marcelino la barra de hierro?

Cateto 1 del triángulo rectángulo: x . Cateto 2 del triángulo rectángulo: $170 - x$.

$$x^2 + (170 - x)^2 = 130^2 \rightarrow x^2 + x^2 - 340x + 28.900 = 16.900 \rightarrow 2x^2 - 340x + 12.000 = 0$$

$$x = \frac{340 \pm \sqrt{115.600 - 96.000}}{4} = \frac{340 \pm \sqrt{19.600}}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{340 + 140}{4} = 120 \\ x_2 = \frac{340 - 140}{4} = 50 \end{cases}$$

Tendrá que doblar la barra de tal manera que las dos partes midan 120 cm y 50 cm.