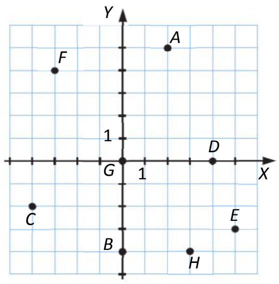
Funciones

CLAVES PARA EMPEZAR

1. **Representa los siguientes puntos.**

$A(2, 5)$ $\quad$ $C(-4, -2)$ $\quad$ $E(5, -3)$ $\quad$ $G(0, 0)$

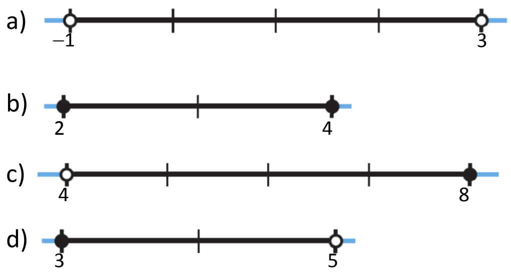
$B(0, -4)$ $\quad$ $D(4, 0)$ $\quad$ $F(-3, 4)$ $\quad$ $H(3, -4)$



2. **Representa los siguientes intervalos y decide si los extremos pertenecen o no a cada uno de ellos.**

a) $(-1, 3)$ $\quad$ c) $(4, 8]$

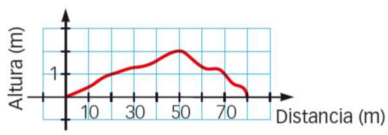
b) $[2, 4]$ $\quad$ d) $[3, 5)$



VIDA COTIDIANA

La aviación inició su andadura en el siglo XVIII, con los globos aerostáticos que se elevaban impulsados por aire caliente.

- **Aquí tienes las gráficas de uno de los primeros vuelos de la historia.**



¿A qué distancia llegó el vuelo? ¿Cuál fue su altura máxima?

Avanzó 80 metros y la máxima altura alcanzada fueron 2 metros

RESUELVE EL RETO

Piensa y completa la tabla.

X	*Y*
1	1
2	2
3	2
4	3
5	2
6	4
7	2
8	4
9	¿

A 9 le corresponde 3, porque tiene 3 divisores: 1, 3 y 9.

Un caracol sube por un palo de 10 m de altura. Asciende 3 m durante el día y resbala 2 m por la noche. ¿Cuánto tiempo tardará en subir?

El primer día llega hasta el tercer metro y por la noche cae hasta el primer metro; el segundo día llega hasta el cuarto metro durante el día y por la noche cae hasta el segundo metro; …; el octavo día llega hasta el décimo metro durante el día. Tarda 8 días en subir.

Si una función continua corta a *Y* en $y = 3$ y no corta al eje *X*, ¿qué podemos decir de su recorrido?

Si es lineal, la única opción es que sea la función constante $y = 3$, así que su recorrido es 3. Si no es lineal y no corta al eje *X*, lo que sabemos es que su recorrido solo toma valores positivos.

La función que mide el ángulo que forman las manecillas del reloj a medida que pasa el tiempo es periódica. ¿Cuál es el valor del período?

12 horas

ACTIVIDADES

1. **¿Son estas relaciones funciones?**

a) Número de jabones comprados y precio a pagar.

b) El número de DNI y la suma de sus dos últimos dígitos.

c) Medida del ancho de un rectángulo y perímetro del rectángulo.

d) Número de monedas de 2 € y cantidad de dinero que representan.

a) Sí, a cada valor de *x*, el número de jabones comprados, le corresponde un único precio a pagar.

b) Sí, para cada par de números finales del DNI solo hay un posible resultado al sumarlos.

c) No, para dos rectángulos del mismo ancho, el perímetro puede ser diferente, es decir, le corresponde más de un valor, dependerá también del valor de la altura.

d) Sí, a cada valor de *x*, número de monedas de 2 €, le corresponde una única cantidad de dinero que representa.

2. Calcula, para los números 1, 2, 3, 4 y 5, el número o números que les corresponden con estas relaciones, e indica cuáles son funciones.

a) A cada número, su opuesto.

b) A cada número, su doble más 5.

c) A cada número, su cantidad de divisores.

a) –1, –2, –3, –4 y –5

b) 7, 9, 11, 13 y 15

c) 1, 2, 2, 3 y 2

Las tres relaciones son funciones.

3. Encuentra una relación que sea función y otra que no lo sea.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Es función la relación entre la longitud del pie y la talla de zapato.

No es función la relación entre la temperatura que hace y la probabilidad de lluvia.

4. Expresa, mediante un enunciado, las siguientes funciones.

a) $y = 2x - 1$ b) $y = -x + 3$

a) El doble de un número menos uno.

b) El opuesto de un número más tres.

5. Obtén la expresión algebraica de la función que asocia a cada número:

a) Su triple b) Su cuadrado c) Su doble más 5

a) $y = 3x$

b) $y = x^2$

c) $y = 2x + 5$

6. Determina la ecuación de la función que asocia a cada número su doble menos 3 unidades. Calcula $f(8)$, $f(-4)$ y $f(10)$.

$f(x) = 2x - 3$

$f(8) = 2 \cdot 8 - 3 = 13$ $f(-4) = 2 \cdot (-4) - 3 = -11$ $f(10) = 2 \cdot 10 - 3 = 17$

7. Halla la expresión algebraica de la función que pasa una medida expresada en metros a la misma medida expresada en centímetros.

Sea x la medida expresada en metros, la función que la expresa en centímetros es $f(x) = 100x$.

8. Construye una tabla de valores para la función que a cada número lo relaciona con:

a) Su triple menos dos unidades.

b) La suma de su cuadrado y 2 unidades.

c) Su número opuesto más 3 unidades.

a)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x) = 3x - 2$	−8	−5	−2	1	4

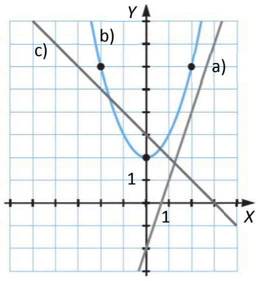
b)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x) = x^2 + 2$	6	3	2	3	6

c)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x) = -x + 3$	5	4	3	2	1

9. Dibuja las gráficas que determinan las funciones de la actividad anterior.

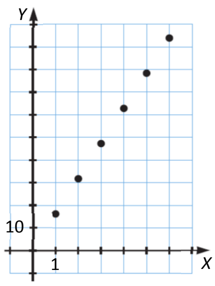


10. El precio de una entrada es 15,75 €. Expresa esta función mediante una ecuación, una tabla y una gráfica.

El precio final dependerá del número de entradas que se compre y no se puede comprar un número de entradas negativo.

Expresión algebraica: $f(x) = 15{,}75x$

x	0	1	2	3	4
$f(x) = 15{,}75x$	0	15,75	31,50	47,25	63



11. **Representa la función que relaciona una medida en decámetros con su equivalente.**

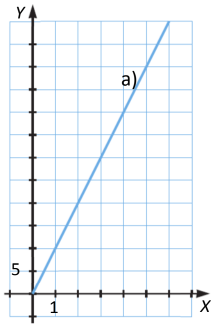
a) En metros b) En centímetros

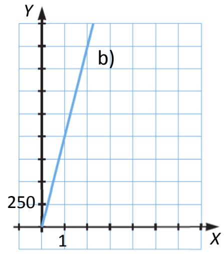
a) Expresión algebraica: $f(x) = 10x$

x	0	1	2	3	4
$f(x) = 10x$	0	10	20	30	40

b) Expresión algebraica: $f(x) = 1\,000x$

x	0	1	2	3	4
$f(x) = 1\,000x$	0	1 000	2 000	3 000	4 000





12. **Una familia consume semanalmente 10 barras de pan, 3 kg de carne, 16 ℓ de leche y 6 kg de frutas y verduras. Haz en unos ejes de coordenadas, utilizando diferentes colores, la representación gráfica del consumo a lo largo de seis semanas.**

Pan: $10x$

x	1	2	3	4	5	6
$f(x) = 10x$	10	20	30	40	50	60

Carne: $3x$

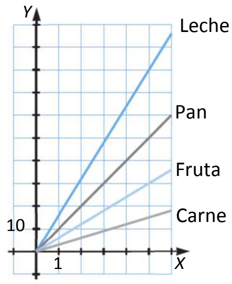
x	1	2	3	4	5	6
$f(x) = 3x$	3	6	9	12	15	18

Leche: $16x$

x	1	2	3	4	5	6
$f(x) = 16x$	16	32	48	64	80	96

Fruta: $6x$

x	1	2	3	4	5	6
$f(x) = 6x$	6	12	18	24	30	36

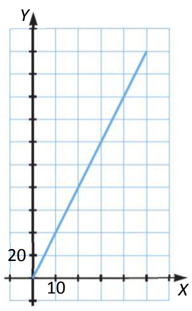


13. **Un grifo, que arroja 4 ℓ de agua por minuto, se mantiene abierto hasta llenar un depósito de 200 ℓ. Representa la gráfica de la función que relaciona los minutos durante los que está abierto el grifo con:**

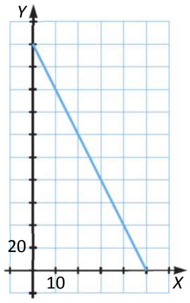
a) La cantidad de agua arrojada

b) La cantidad de agua que falta para llenar el depósito

a) En función del tiempo, de los minutos que esté abierto, la cantidad de agua arrojada es $y = 4x$.

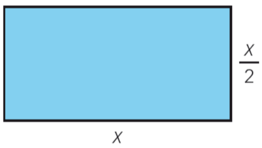


b) En función de los minutos que esté abierto, la cantidad de agua que falta para llenar el depósito es $y = 200 - 4x$.

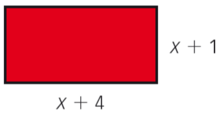


14. **Representa gráficamente la función que relaciona la longitud x con el perímetro de la figura en cada caso.**

a)

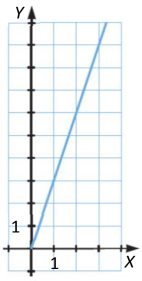


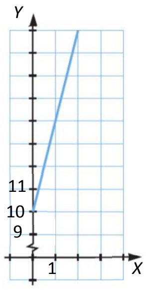
b)



a) $f(x) = 2x + 2 \cdot \dfrac{x}{2} = 3x$

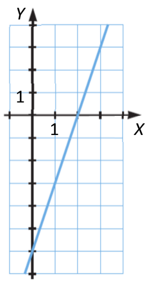
b) $f(x) = 2 \cdot (x + 4) + 2 \cdot (x + 1) = 4x + 10$





15. **Dada la función que asocia a cada número real su triple menos 6, obtén su expresión algebraica, su dominio, recorrido y gráfica.**

$f(x) = 3x - 6$ Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = \mathbb{R}$



16. **Considerando la función que asocia a cada número real su inverso más 3.**

a) Escribe su expresión algebraica.

b) Obtén su dominio y recorrido.

c) ¿Cuál es el valor de la función si $x = 2$?

a) $f(x) = \frac{1}{x} + 3$ b) Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$, Im $f = \mathbb{R} - \{3\}$ c) $f(2) = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$

17. **Indica el dominio y el recorrido de estas funciones.**

a) $f(x) = x^2 - 7$ b) $f(x) = \frac{3}{4x}$

a) Dom $f = \mathbb{R}$, Im $f = [-7, +\infty)$ b) Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$, Im $f = \mathbb{R} - \{0\}$

18. **Encuentra el dominio y el recorrido de estas funciones.**

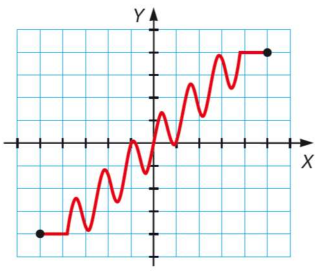
a) $f(x) = \frac{x-1}{2}$ c) $f(x) = -2$

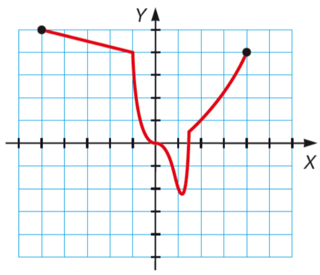
b) $f(x) = |x|$ d) $f(x) = +\sqrt{x}$

a) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = \mathbb{R}$ c) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = -2$

b) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = [0, +\infty)$ d) Dom $f = [0, +\infty)$ Im $f = [0, +\infty)$

19. **Indica el dominio y el recorrido de estas funciones que aparecen de las notas de Sara.**





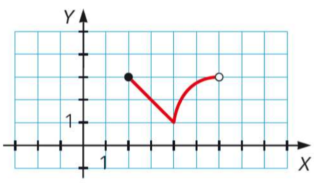
Si cada cuadrícula equivale a una unidad:

Para la primera nota: Dom $f = [-5, +5]$, Im $f = [-4, +4]$

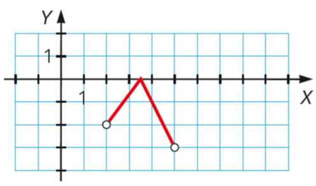
Para la segunda nota: Dom $f = [-5, +4]$, Im $f = [-2, +5]$

20. **Indica el dominio y el recorrido de estas funciones.**

a)



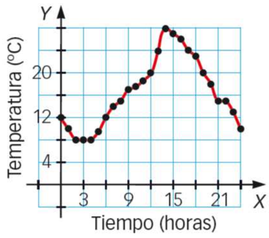
b)



a) Dom $f = [+2, +6)$, Im $f = [+1, +3]$

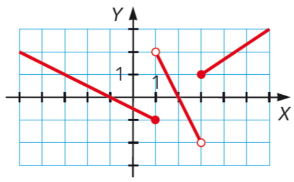
b) Dom $f = (+2, +5)$, Im $f = (-3, 0]$

21. **Esta es la gráfica de la temperatura de una ciudad durante todo el día. Indica el dominio y el recorrido.**



Dom $f = [0, 24]$, Im $f = [+8, +28]$

22. **Observa la gráfica de esta función y determina los puntos de discontinuidad y los puntos de corte con los ejes.**

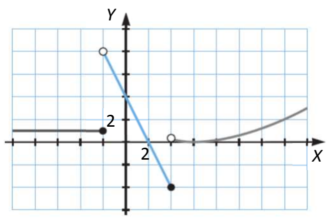


Hay discontinuidades en $x = 1$ y en $x = 3$.

La gráfica corta al eje X en $x = -1$ y en $x = 2$. La gráfica corta al eje Y en $y = -1/2$.

23. **Dibuja una función continua para todos los valores de x excepto en $x = -2$ y $x = 4$, y que corte a los ejes en $(0, 4)$, $(2, 0)$ y $(6, 0)$.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



24. **Halla los puntos de corte con los ejes de $f(x) = ax + b$, donde a y b son números, sabiendo que pasa por los puntos $(1, 1)$ y $(2, -1)$.**

Si pasa por $(1, 1)$ cumple que: $1 = a \cdot 1 + b$

Si pasa por $(2, -1)$ cumple que: $-1 = a \cdot 2 + b$.

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, al resolverlo obtenemos que $a = -2$ y $b = 3$.

La función es $f(x) = -2x + 3$.

Los puntos de corte con los ejes son $(0, 3)$ y $(3/2, 0)$.

25. Halla los puntos de corte con el eje de abscisas de estas funciones.

a) $y = 4x - 1$

b) $y = 2x^2 + 4$

c) $y = \dfrac{x^2 - 5}{2}$

d) $y = \dfrac{3x + 2}{5}$

e) $y = (x - 1)^2$

f) $y = 3(x + 1)$

a) Puntos de corte con el eje *X:* $4x - 1 = 0 \rightarrow x = 1/4$.

El punto es (1/4, 0).

b) Puntos de corte con el eje *X:* $2x^2 + 4 = 0. \rightarrow x^2 = -2$

No existen puntos de corte con este eje.

c) Puntos de corte con el eje *X:* $\dfrac{x^2 - 5}{2} = 0 \rightarrow x = +\sqrt{5}$ y $x = -\sqrt{5}$.

Los puntos son $(+\sqrt{5}, 0)$ y $(-\sqrt{5}, 0)$.

d) Puntos de corte con el eje *X:* $\dfrac{3x + 2}{5} = 0 \rightarrow x = -2/3$.

El punto es (–2/3, 0).

e) Puntos de corte con el eje *X:* $(x - 1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$.

El punto es (1, 0).

f) Puntos de corte con el eje *X:* $3(x + 1) = 0 \rightarrow x = -1$.

El punto es (–1, 0).

26. Halla los puntos de corte con el eje de ordenadas de estas funciones.

a) $y = 3 - x$

b) $y = 2 + \dfrac{x}{3}$

c) $y = x^2 - x + 2$

d) $y = \dfrac{x - 3}{5} + 1$

e) $y = (x - 2)^2$

f) $y = \dfrac{x - 8}{3}$

g) $y = -4x - 4$

h) $y = \dfrac{x^2 - 9}{10}$

a) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow 3 - 0 = 3$. El punto de corte es (0, 3).

b) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow 2 + \dfrac{0}{3} = 2$. El punto de corte es (0, 2).

c) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow 0^2 - 0 + 2 = 2$. El punto de corte es (0, 2).

d) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow \dfrac{0 - 3}{5} + 1 = \dfrac{2}{5}$. El punto de corte es (0, 2/5).

e) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow (0 - 2)^2 = 4$. El punto de corte es (0, 4).

f) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow \dfrac{0 - 8}{3} = -\dfrac{8}{3}$. El punto de corte es (0, –8/3).

g) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow -4 \cdot 0 - 4 = -4$. El punto de corte es (0, –4).

h) Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow \dfrac{0^2 - 9}{10} = -\dfrac{9}{10}$. El punto de corte es (0, –9/10).

27. **Relaciona cada función con sus puntos de corte.**

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{4}$ I) (0, 0)

b) $g(x) = 3x^2$ II) (0, 8), (2, 0)

c) $h(x) = 4(2 - x)$ III) (0; −0,25), (1, 0), (−1, 0)

d) $i(x) = \dfrac{x + 1}{2}$ IV) (0; 0,25), (−1, 0)

a) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow \dfrac{0^2 - 1}{4} = -\dfrac{1}{4} = -0{,}25$. El punto de corte es (0; –0,25).

b) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow 3 \cdot 0^2 = 0$. El punto de corte es (0, 0).

c) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow 4 \cdot (2 - 0) = 8$. El punto de corte es (0, 8).

d) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow \dfrac{0 + 1}{2} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$. El punto de corte es (0; 0,5).

Para a) la correspondencia debería ser III). Comprobamos que los otros puntos de corte son los puntos de corte con el eje X: $\dfrac{x^2 - 1}{4} = 0 \rightarrow x = 1$ y $x = -1$. Sí se cumple, la correspondencia con a) es III).

Para b) la correspondencia es I). Los puntos de corte con X son los que cumplen $3x^2 = 0$, de modo que de nuevo tenemos el punto (0, 0).

Para c) la correspondencia debería ser II). Comprobamos que los otros puntos de corte son los puntos de corte con el eje X: $4 \cdot (2 - x) = 0 \rightarrow x = 2$. Sí se cumple, la correspondencia con c) es II).

Para d) no hay correspondencia. Los puntos de IV) no se corresponden con ninguna de las funciones indicadas.

28. **Algunas de estas funciones tienen el mismo punto de corte con el eje *Y*. ¿Cuáles son?**

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $g(x) = -x + 4$

c) $h(x) = 3(x + 1)$

d) $i(x) = \dfrac{x}{2} + 3$

e) $j(x) = 3$

a) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow 2 \cdot 0 + 3 = 3$. El punto de corte es (0, 3).

b) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow -0 + 4 = 4$. El punto de corte es (0, 4).

c) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow 3 \cdot (0 + 1) = 3$. El punto de corte es (0, 3).

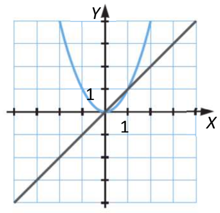
d) Punto de corte con el eje Y: $x = 0 \rightarrow \dfrac{0}{2} + 3 = 3$. El punto de corte es (0, 3).

e) Punto de corte con el eje Y: $x = 0$. El punto de corte es (0, 3).

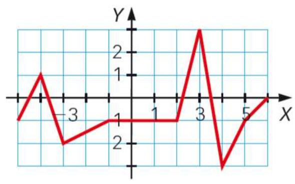
Tienen el mismo punto de corte con el eje Y las funciones a), c), d) y e).

29. **¿Pueden tener los mismos puntos de corte con los ejes dos funciones diferentes? Dibuja la gráfica de dos funciones que cumplan esta condición.**

Sí, es posible, por ejemplo la función $y = x$ y la función $y = x^2$.



30. **Determina el crecimiento, el decrecimiento, los máximos y los mínimos de esta función.**



La función crece en $(-\infty, -4) \cup (-3, -1) \cup (2, 3) \cup (4, +\infty)$.

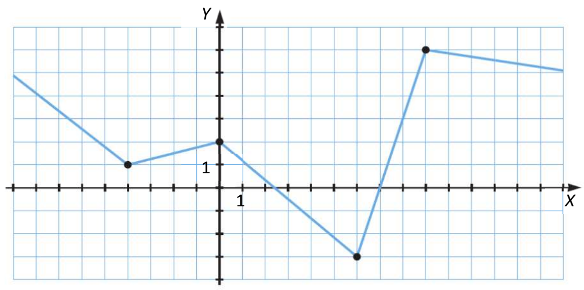
La función decrece en $(-4, -3) \cup (3, 4)$.

La función es constante en $(-1, 2)$.

Tiene máximo para $x = -4$ y $x = 3$. Y tiene mínimo en $x = -3$ y $x = 4$.

31. **Dibuja la gráfica de una función que sea creciente en los intervalos $(-4, 0)$ y $(6, 9)$ y decreciente en el resto.**

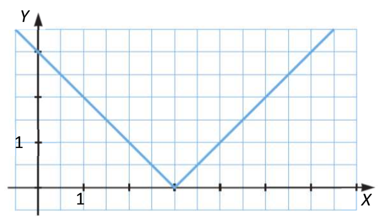
Respuesta abierta, por ejemplo:



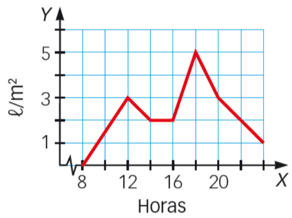
32. **Analiza el crecimiento y el decrecimiento de la función $y = |x - 3|$.**

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2

La función decrece en $(-\infty, 3)$ y crece en $(3, +\infty)$.



33. **Esta gráfica representa el número de litros por metro cuadrado a lo largo de un día lluvioso.**



a) ¿Cuáles son los intervalos de tiempo en que aumentó la cantidad de litros por metro cuadrado? ¿Y en los que disminuyó?

b) ¿A qué hora del día llovió más?

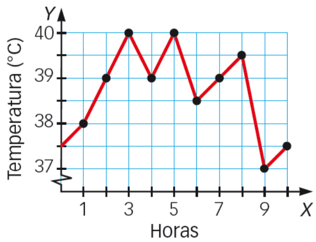
c) ¿Y la hora en que la cantidad de litros por metro cuadrado fue la menor?

a) La cantidad de litros por metro cuadrado aumenta de 8 a 12 de la mañana y de 4 a 6 de la tarde. Disminuye de 12 de la mañana a 2 de la tarde y de 6 de la tarde a 12 de la noche.

b) Llovió más a las 6 de la tarde.

c) A las 8 de la mañana, que no llovía.

34. **La siguiente gráfica muestra la evolución de la temperatura de un paciente a lo largo de 10 horas.**



a) ¿Cuáles son los períodos de tiempo en los que le aumenta la temperatura? ¿Y en los que le disminuye?

b) ¿Cuál fue el momento en que su temperatura fue máxima?

c) ¿A qué hora registró la temperatura mínima?

a) Aumenta su temperatura en las 3 primeras horas de la medición, luego entre la 4.ª y la 5.ª hora, también entre la 6.ª y la 8.ª hora y finalmente la última hora de la medición (entre la 9.ª y la 10.ª).

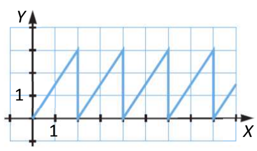
Disminuye entre la 3.ª y la 4.ª hora, entre la 5.ª y la 6.ª hora y entre la 8.ª y la 9.ª hora.

b) Alcanza la máxima temperatura, de 40 °C, en la 3.ª y la 5.ª hora de la medición.

c) La temperatura mínima se registra 9 horas después de la primera medición.

35. **Dibuja la gráfica de una función periódica de período 2.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



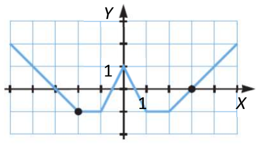
36. **Estudia las simetrías de la función $y = x^3$.**

Simetría par: $f(-x) = (-x)^3 = (-1)^3 \cdot x^3 = -x^3 \neq x^3 = f(x)$. No existe simetría par.

Simetría impar: $f(-x) = (-x)^3 = (-1)^3 \cdot x^3 = -x^3 = -f(x)$. Tiene simetría impar.

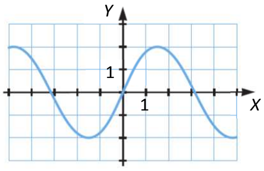
37. **Dibuja la gráfica de una función par de la que se sabe que $f(-2) = -1$ y $f(3) = 0$.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:

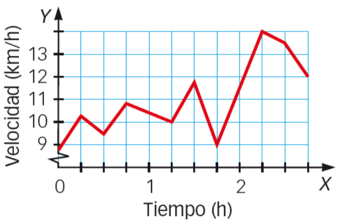


38. **Una función simétrica respecto del origen, ¿puede ser periódica?**

Sí, por ejemplo:



39. **En la gráfica se muestra la velocidad de Pablo (en kilómetros por hora) durante una carrera.**



a) Analiza su continuidad.

b) ¿En qué puntos corta a los ejes?

c) Estudia su crecimiento.

d) Señala sus máximos y mínimos.

e) ¿A partir de qué minuto supera Pablo los 12 kilómetros por hora?

a) Es continua en todo su dominio.

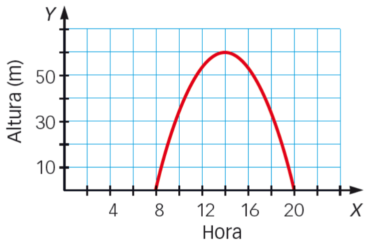
b) Corta al eje *Y* en el momento en que Pablo empieza a correr, a una velocidad un poco inferior a 9 km/h.

c) Crece el primer cuarto de hora, luego decrece otro cuarto de hora. Entonces vuelve a incrementar su velocidad otros 15 minutos, para luego ir decreciendo esta durante media hora (en ese momento lleva corriendo una hora y cuarto). Vuelve a incrementarla durante un cuarto de hora y decelera el cuarto de hora siguiente. Tras esta bajada de velocidad la vuelve a aumentar durante 30 minutos (lleva corriendo 2 horas y cuarto), para bajarla de nuevo los últimos 30 minutos que está corriendo.

d) La velocidad máxima la alcanza tras correr 2 horas y cuarto y la mínima tras llevar corriendo 1 hora y 45 minutos. A lo largo del camino tiene velocidades máximas relativas en $x = 0{,}25$, $x = 0{,}75$ e $x = 1{,}5$. Y velocidades mínimas relativas en $x = 0{,}5$ y $x = 1{,}25$.

e) Pablo supera los 12 km/h tras aproximadamente 2,1 horas corriendo; esto es, 126 minutos corriendo.

40. **El gráfico indica la altura del sol sobre el horizonte (en metros) en una ciudad el día 1 de octubre.**



a) ¿A qué hora sale el sol y a qué hora se pone?

b) ¿Es una función continua?

c) Calcula sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) ¿Cuál es el máximo de la función?

e) ¿Cuántas horas de sol hay ese día?

a) El Sol sale a las 8 de la mañana y se pone a las 8 de la tarde.

b) Sí, pues no hay ningún salto en el trazo de la función.

c) Crece entre las 8 de la mañana y las 2 de la tarde y decrece entre las 2 de la tarde y las 8 de la noche.

d) El máximo de la función se tiene a las 2 de la tarde, cuando el Sol alcanza una altura de 60 m sobre el horizonte. Es decir, el punto del máximo es (14, 60).

e) Hay 12 horas de sol ese día.

ACTIVIDADES FINALES

41. **Señala qué relaciones son funciones.**

a) Un número y su mitad

b) Un número y su valor absoluto

c) Un número y su raíz cuadrada

d) Un número y su raíz cúbica

a) Es función. Para cualquier número que consideremos su mitad es única.

b) Es función. Para cualquier número que consideremos su valor absoluto es único.

c) No es función. Si no nos especifican el signo de la raíz cuadrada, para un número tenemos dos posibles valores, por ejemplo, a 1 le corresponderían 1 y -1.

d) Es función. Para cualquier número que consideremos su raíz cúbica es única.

42. **Indica cuáles de estas relaciones geométricas son funciones.**

a) Radio de un círculo y su área

b) Perímetro de un rectángulo y área del rectángulo

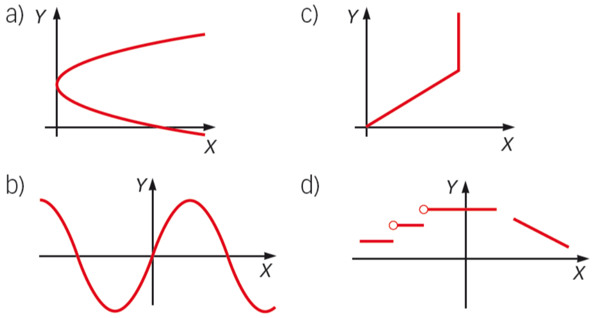
c) Base de un rectángulo y su perímetro

a) Sí es función. Dado un círculo con un radio determinado, solo existe una posibilidad para el valor de su área.

b) No es función.

c) No es función.

44. **Indica cuáles son funciones y cuáles no.**

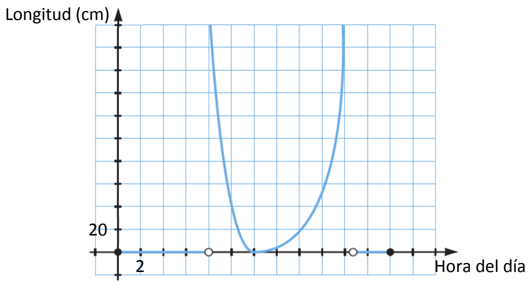


Son funciones b) y d). Las gráficas a) y c) tienen valores de *x* a los que les corresponde más de un valor de *y*.

45. **Realiza una representación gráfica que muestre la medida de la sombra de una farola a lo largo de un día soleado.**

a) Razona si se trata de una función.

b) Si cada día se realizara esta gráfica, ¿sería la misma?



a) Sí, para cada hora del día, solo hay un posible valor de medición de la sombra.

b) No, varía en función del sol (hora de salida, posición, …).

46. **Encuentra la expresión algebraica de la relación que a cada número le hace corresponder:**

a) Su tercera parte más dos

b) La mitad de su triple

c) La raíz cuadrada de su cubo

a) $y = \frac{x}{3} + 2$ b) $y = \frac{3x}{2}$ c) $y = \sqrt{x^3}$

47. **Escribe la relación entre las siguientes magnitudes con una expresión algebraica.**

a) Área de un cuadrado y su lado

b) Apotema de un hexágono regular y lado del hexágono

c) Volumen de una esfera y radio de la esfera

a) $A = l^2$ b) $ap = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ c) $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

48. **Para la función $y = 4x - 3$, calcula el valor de la abscisa o la ordenada en cada caso.**

a) $x = 3$ b) $y = -1$ c) $x = -2$ d) $y = 5$

a) $y = 4 \cdot 3 - 3 = 9$ b) $-1 = 4x - 3 \rightarrow x = 1/2$ c) $y = 4 \cdot (-2) - 3 = -11$ d) $5 = 4x - 3 \rightarrow x = 2$

49. **Calcula el valor de las siguientes funciones para $x = -1$, $x = 2$ y $x = 3$.**

a) $f(x) = x^2 - 4$

b) $f(x) = \dfrac{2x - 1}{3}$

c) $f(x) = 3x - 6$

d) $f(x) = (x + 2)^2$

a) $f(-1) = -3$, $f(2) = 0$, $f(3) = 5$

b) $f(-1) = -1$, $f(2) = 1$, $f(3) = 5/3$

c) $f(-1) = -9$, $f(2) = 0$, $f(3) = 3$

d) $f(-1) = 1$, $f(2) = 16$, $f(3) = 25$

50. **Elabora una tabla de valores para cada una de las funciones y realiza su gráfica.**

a) $f(x) = x - 3$

b) $f(x) = \dfrac{1 - x}{2}$

c) $f(x) = 5x - 1$

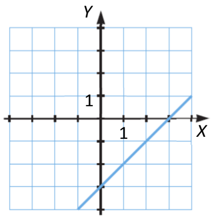
d) $f(x) = \dfrac{x}{2} + 4$

e) $f(x) = -x + 6$

f) $f(x) = -2 + \dfrac{3x}{4}$

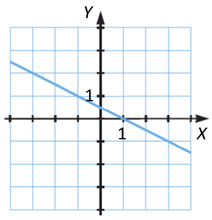
a)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x)$	−5	−4	−3	−2	−1



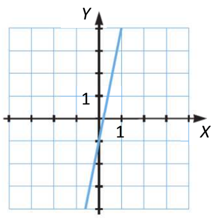
b)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x)$	3/2	1	1/2	0	−1/2



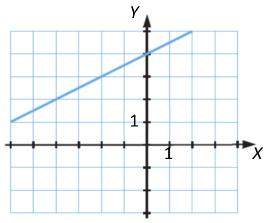
c)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x)$	−11	−6	−1	4	9



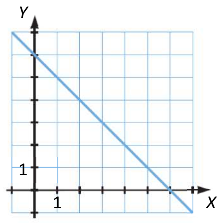
d)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x)$	3	7/2	4	9/2	5



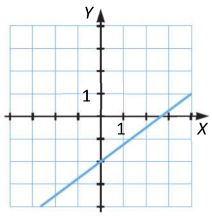
e)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x)$	8	7	6	5	4

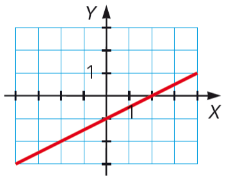


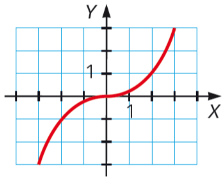
f)

x	−2	−1	0	1	2
$f(x)$	−7/2	−11/4	−2	−5/4	−1/2



52. **Haz una tabla de valores para cada gráfica.**

a) 

b) 

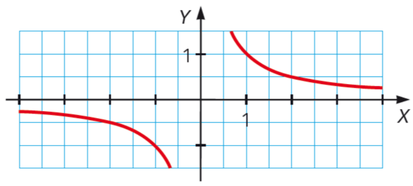
a)

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	-3	-2	-1	0	1

b)

x	-3	-2	0	2	3
$f(x)$	-3	-1	0	1	3

53. **Realiza una tabla de valores que se ajuste a esta representación gráfica.**



x	-4	-2	-1	1	2	4
$f(x)$	$-0{,}25$	$-0{,}5$	-1	1	$0{,}5$	$0{,}25$

54. **Encuentra la expresión algebraica que relaciona la base y la altura de los rectángulos de área 48 m^2. Elabora una tabla con algunos valores enteros.**

$A = b \cdot h \rightarrow 48 = b \cdot h \rightarrow h = 48/b$

b	1	2	3	4	8
h	48	24	16	12	6

55. **Considera la función $f(x) = 2x^2 + 1$. Responde verdadero o falso razonadamente.**

a) El valor que corresponde a $x = 2$ es $f(2) = 9$.

b) Para $x = 1$ y $x = -1$ tenemos $f(1) = f(-1)$.

c) La función nunca toma el valor 0.

d) La función toma valores negativos para las abscisas negativas.

a) Verdadero. $f(2) = 2 \cdot 2^2 + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$

b) Verdadero. $f(1) = 2 \cdot 1^2 + 1 = 3 = 2 \cdot (-1)^2 = f(-1)$

c) Verdadero. $2x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1/2$. No hay ningún número real que cumpla esta condición.

d) Falso. Por ejemplo, $f(-1) = 3$

56. **Halla el dominio y el recorrido de estas funciones.**

a) $y = 3x - 4$

b) $y = \dfrac{4x}{3}$

c) $y = x^2 + 2$

d) $y = \dfrac{x}{2} + 6$

e) $y = (x - 3)^2$

f) $y = \dfrac{2x + 4}{5}$

a) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = \mathbb{R}$

b) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = \mathbb{R}$

c) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = [2, +\infty)$

d) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = \mathbb{R}$

e) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = [0, +\infty)$

f) Dom $f = \mathbb{R}$ Im $f = \mathbb{R}$

57. Calcula el dominio de las siguientes funciones.

a) $y = \sqrt{x+2}$ b) $y = \dfrac{4}{x-2}$ c) $y = \dfrac{4}{x} - 2$

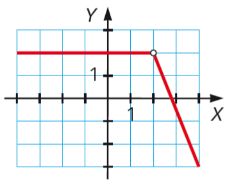
a) Dom $f = [-2, +\infty)$

b) Dom $f = \mathbb{R} - \{2\}$

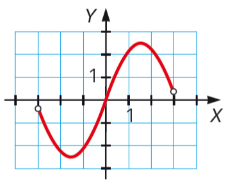
c) Dom $f = \mathbb{R} - \{0\}$

58. Indica el dominio y el recorrido de las funciones representadas. ¿Son continuas?

a)



b)



a) Dom $f = \mathbb{R} - \{2\}$. No es continua, no está definida en $x = 2$

b) Dom $f = (-3, 3)$. Es continua.

59. Halla los puntos de corte con los ejes de estas funciones.

a) $y = 3x - 2$
b) $y = -2$
c) $y = 4x + 1$
d) $y = x^2 - 2$
e) $y = 5$
f) $y = (x - 1)^2$

a) Puntos de corte con el eje *X*: $3x - 2 = 0 \rightarrow x = 2/3$. El punto de corte es $(2/3, 0)$.

Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow 3 \cdot 0 - 2 = -2$. El punto de corte es $(0, -2)$.

b) Puntos de corte con el eje *X:* para cualquier valor de *x*, el valor de *y* es -2, no hay puntos de corte con el eje *X*.

Punto de corte con el eje *Y*: para cualquier valor de *x*, el valor de *y* es -2. El punto de corte es $(0, -2)$.

c) Puntos de corte con el eje *X:* $4x + 1 = 0 \rightarrow x = -1/4$. El punto de corte es $(-1/4, 0)$.

Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow 4 \cdot 0 + 1 = 1$. El punto de corte es $(0, 1)$.

d) Puntos de corte con el eje *X:* $x^2 - 2 = 0 \rightarrow x = +\sqrt{2}$ y $x = -\sqrt{2}$. Los puntos de corte son $(+\sqrt{2}, 0)$ y $(-\sqrt{2}, 0)$.

Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow 0^2 - 2 = -2$. El punto de corte es $(0, -2)$.

e) Puntos de corte con el eje *X:* para cualquier valor de *x*, el valor de *y* es 5, no hay puntos de corte con el eje *X*.

Punto de corte con el eje *Y*: para cualquier valor de *x*, el valor de *y* es 5. El punto de corte es $(0, 5)$.

f) Puntos de corte con el eje *X:* $(x - 1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$. El punto de corte es $(1, 0)$.

Punto de corte con el eje *Y*: $x = 0 \rightarrow (0 - 1)^2 = 1$. El punto de corte es $(0, 1)$.

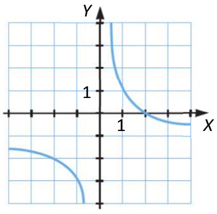
60. **Elabora una tabla de valores para cada una de las funciones, haz la representación gráfica y analiza la continuidad.**

a) $y = \dfrac{2}{x} - 1$ c) $y = \dfrac{3}{2x}$ e) $y = \dfrac{x-4}{x}$

b) $y = \sqrt{x+1}$ d) $y = \sqrt{3x}$ f) $y = \sqrt{4-2x}$

a)

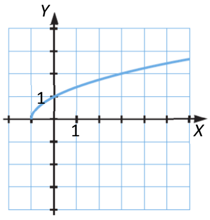
x	−2	−1	−0,5	0,5	1	2
$f(x)$	−2	−3	−5	3	1	0



No es continua, tiene una discontinuidad en $x = 0$.

b)

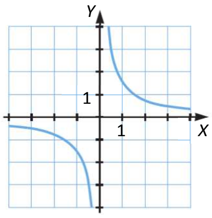
x	−1	−3/4	0	5/4	3	8
$f(x)$	0	1/2	1	3/2	2	3



Es continua.

c)

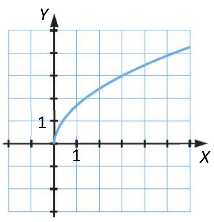
x	−3	−2	−1	1	2	3
$f(x)$	−1/2	−3/4	−3/2	3/2	3/4	1/2



No es continua, tiene una discontinuidad en $x = 0$.

d)

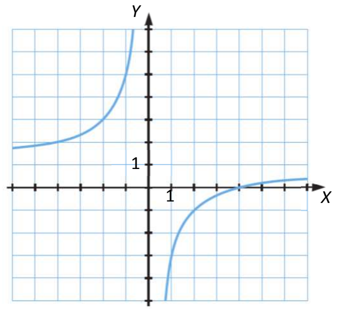
x	0	1/3	1	4/3	3	16/3
$f(x)$	0	1	$\sqrt{3} = 1{,}7$	2	3	4



Es continua.

e)

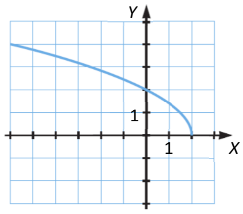
x	−3	−2	−1	1	2	3
$f(x)$	7/3	3	5	−3	−1	−1/3



No es continua, tiene una discontinuidad en $x = 0$.

f)

x	−6	−5/2	0	3/2	2
$f(x)$	4	3	2	1	0

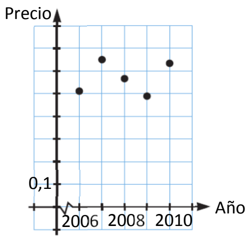


Es continua.

61. **Observa los precios, en euros, del kilogramo de patatas en el período 2006-2010.**

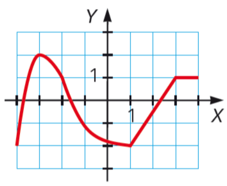
Representa los datos en una gráfica y analiza su crecimiento y decrecimiento.

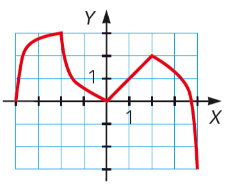
Año	2006	2007	2008	2009	2010
Precio	0,51	0,65	0,57	0,49	0,64



Hay un crecimiento del precio de la patata de 2006 a 2007, de 2007 a 2009 baja y de 2009 a 2010 sube de nuevo.

62. **Indica el dominio, el recorrido, la continuidad, el crecimiento y los máximos y mínimos, si existen.**

a) 

b) 

a) Dom $f = [-4, 4]$ Im $f = [-2, 2]$

Crece en $(-4, -3) \cup (1, 3)$. Decrece en $(-3, 1)$.

Excluyendo los extremos, hay:

Un máximo en $x = -3$. Un mínimo en $x = 1$.

b) Dom $f = [-4, 4]$ Im $f = [-3, 3]$

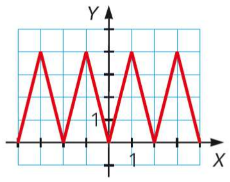
Crece en $(-4, -2) \cup (0, 2)$. Decrece en $(-2, 0) \cup (2, 4)$.

Excluyendo los extremos, hay:

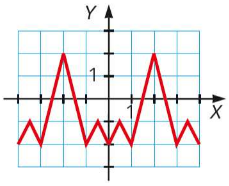
Máximos en $x = -2$, $x = 2$. Un mínimo en $x = 0$.

63. Señala las funciones periódicas y escribe su período.

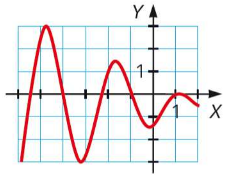
a)



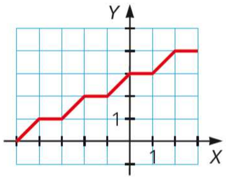
c)



b)



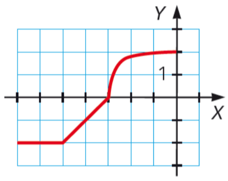
d)



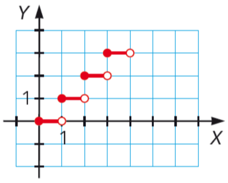
Son periódicas a) (de período 2) y c) (de período 4).

64. Completa en tu cuaderno las gráficas para que las funciones sean simétricas respecto del eje *Y*.

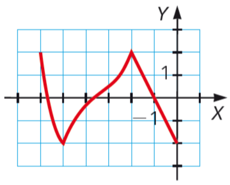
a)



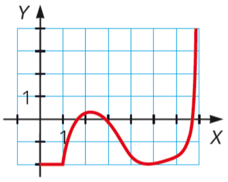
c)



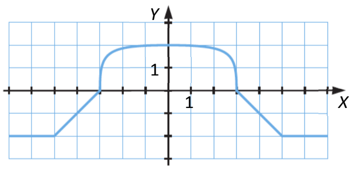
b)



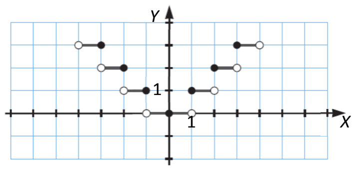
d)



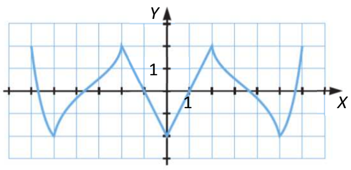
a)



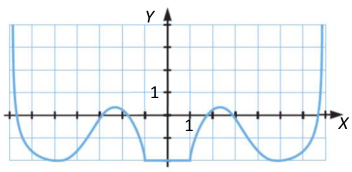
c)



b)

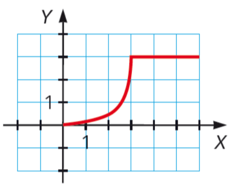


d)

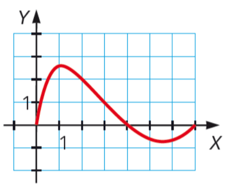


65. Completa en tu cuaderno las gráficas para que las funciones sean simétricas respecto del origen.

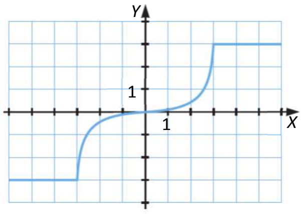
a)



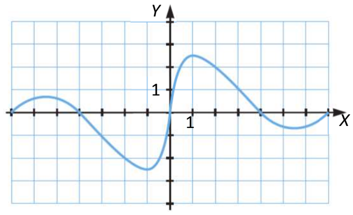
b)



a)



b)



66. **Comprueba si las siguientes funciones son simétricas y si lo son di de qué tipo.**

a) $y = x^2 + x$ c) $y = (x - 2)^2$ e) $y = x^3$

b) $y = \dfrac{x}{2}$ d) $y = x^2 - 2x^3$ f) $y = \dfrac{3}{x}$

a) $f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x$
$f(-x) \neq f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría par. $f(-x) \neq -f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría impar.

b) $f(-x) = -x/2$
$f(-x) \neq f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría par. $f(-x) = -f(x) \longrightarrow$ Tiene simetría impar.

c) $f(-x) = (-x - 2)^2 = (-1)^2\,(x + 2)^2 = (x + 2)^2$
$f(-x) \neq f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría par. $f(-x) \neq -f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría impar.

d) $f(-x) = (-x)^2 - 2(-x)^3 = x^2 + 2x^3$
$f(-x) \neq f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría par. $f(-x) \neq -f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría impar.

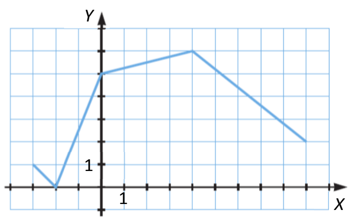
e) $f(-x) = (-x)^3 = (-1)^3\,x^3 = -x^3$
$f(-x) \neq f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría par. $f(-x) = -f(x) \longrightarrow$ Tiene simetría impar.

f) $f(-x) = 3/(-x) = -3/x$
$f(-x) \neq f(x) \longrightarrow$ No tiene simetría par. $f(-x) = -f(x) \longrightarrow$ Tiene simetría impar.

68. **Dibuja una función con estas características.**

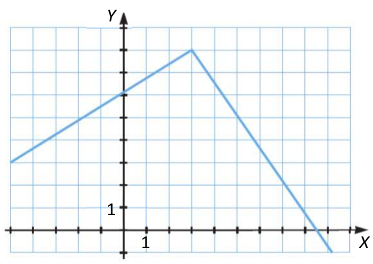
- **Dominio: $[-3, 9]$**
- **Recorrido: $[0, 6]$**
- **La ordenada en el origen es 5.**
- **$f(-3) = 1$, $f(-2) = 0$, $f(4) = 6$ y $f(9) = 2$**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



69. **Dibuja una función cuyos dominio y recorrido son $\mathbb{R}$, creciente hasta $x = 3$ y decreciente en el resto, y con un máximo de ordenada 8.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



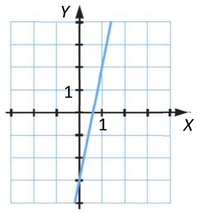
70. **Estudia las características de estas funciones.**

a) $y = 5x - 3$ b) $y = \frac{x+3}{2}$ c) $y = x^2 + 2x - 3$

Hacemos una tabla de valores y luego su representación gráfica y a partir de ella analizamos las características.

a)

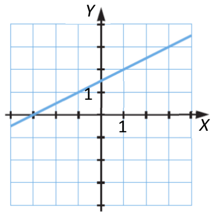
x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-13	-8	-3	2	7



Es continua creciente.

b)

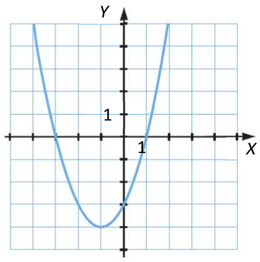
x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	$1/2$	1	$3/2$	2	$5/2$



Es continua creciente.

c)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	-4	-3	0	5



Es continua. Es decreciente en $(-\infty, -1)$ y creciente en $(-1, +\infty)$.

Tiene un mínimo en $x = -1$.

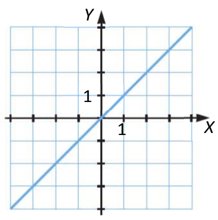
71. **Analiza si existen las siguientes funciones; en caso afirmativo ilustra tu respuesta.**

a) Función siempre creciente y simétrica respecto del origen

b) Función periódica y siempre creciente

c) Función periódica simétrica respecto del eje X

a) Sí, por ejemplo, la función $y = x$.



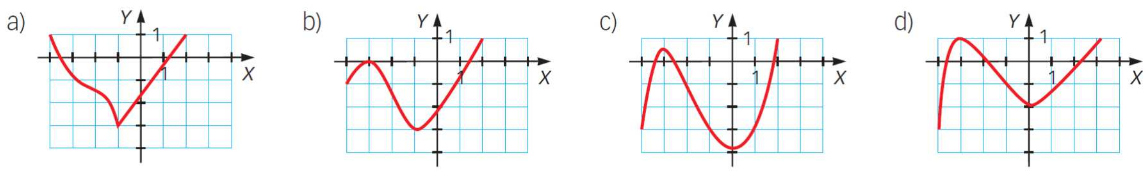
b) Una función es periódica de período T si $f(x) = f(x + T)$.

Si la función es siempre creciente, tenemos que $f(x) < f(x + T)$, para todo $T > 0$. Entonces no puede ser periódica.

c) Si es simétrica respecto del eje X no es función, porque habría más de un posible valor de y para un único valor de x.

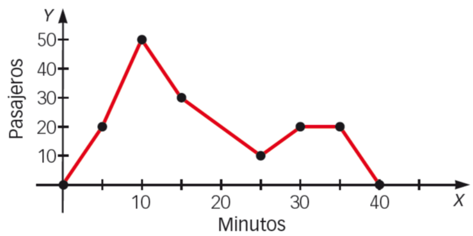
73. **Identifica la gráfica que cumple:**

- **Pasa por $(-1, -3)$ y $(2, 1)$.**
- **Crece hasta $x = -3$ y desde $x = 0$.**
- **Decrece entre $x = -3$ y $x = 0$.**



La gráfica a la que se refiere el enunciado es la c).

74. **La gráfica muestra el número de pasajeros de un autobús urbano a lo largo de sus paradas.**



a) ¿Cuántos pasajeros van en el autobús después de diez minutos en circulación?

b) ¿En qué momento había menos pasajeros?

c) ¿Cuánto tarda en realizar un viaje completo?

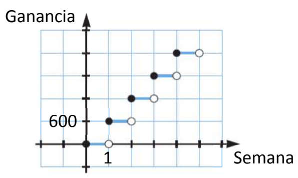
a) 50 pasajeros.

b) Al inicio y al final del trayecto, ya que hay 0 pasajeros.

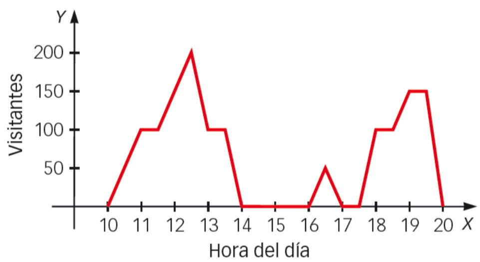
Durante el trayecto hay un mínimo tras 25 minutos de circulación.

c) 40 minutos.

75. **Un artesano fabrica relojes que vende a 600 € cada uno. Si emplea una semana en fabricar cada reloj, representa la función *tiempo-ganancia* y determina sus puntos de discontinuidad.**



76. **El número de visitantes de un museo a lo largo de un día se muestra en la siguiente gráfica.**



a) ¿Cuál es el horario del museo?
b) ¿En qué momento hay más visitantes?
c) ¿Cuál es el número máximo de visitantes?
d) Indica los períodos de crecimiento y decrecimiento del número de visitantes.
e) ¿En qué períodos había más de 100 personas en el museo?
f) ¿En algún momento, mientras permanecía abierto el museo, se ha quedado vacío?

a) De 10 a 20 (es decir, de 10 de la mañana a 8 de la tarde).

b) A las 12:30.

c) 200 visitantes.

d) El número de visitantes crece de 10 a 11, de 11:30 a 12:30, de 16:00 a 16:30, de 17:30 a 18:00 y de 18:30 a 19:00. Y decrece de 12:30 a 13:00, de 13:30 a 14:00, de 16:30 a 17:00 y de 19:30 a 20:00.

e) Ha habido más de 100 personas de 11:30 a 13:00 y de 18:30 a 19:30.

f) Sí, de 14:00 a 16:00 y de 17:00 a 17:30.

DEBES SABER HACER

1. Considera la relación que a cada número natural impar menor que 50 le asigna su doble más 2. Contesta razonadamente.

a) ¿Esta relación es una función?
b) Escribe su expresión algebraica.
c) Construye una tabla de 10 valores.

a) Sí, pues para cada posible valor de x solo existe un posible valor de y.

b) $y = 2x + 2$, donde x es natural, impar y menor que 50.

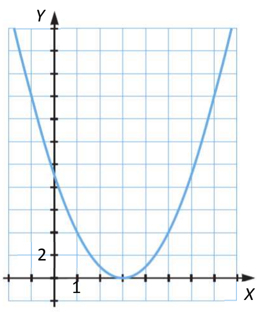
c)

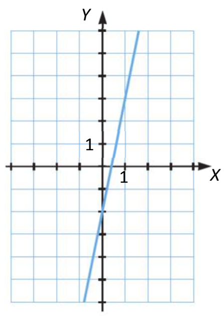
x	1	3	5	7	9	11	21	31	41	49
y	4	8	12	16	20	24	44	64	84	100

2. Completa en tu cuaderno las tablas de valores y realiza la representación gráfica.

x	1	2	3	4	5
$f(x) = (x - 3)^2$	**4**	**1**	**0**	**1**	**4**

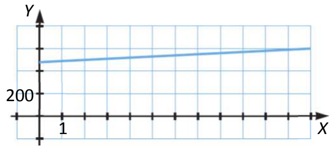
x	−2	−1	0	1	2
$h(x) = 5x - 2$	**−14**	**−7**	**−2**	**3**	**8**





3. **Un vendedor de muebles tiene un sueldo fijo de 480 € y, por cada mueble que vende, cobra 10 € de comisión. Dibuja la gráfica que expresa la ganancia en función del número de muebles vendidos.**

$y = 10x + 480$



4. **Halla los puntos de corte de estas funciones.**

a) $f(x) = -x^2 + 6$ b) $g(x) = \dfrac{4 - 5x}{2}$

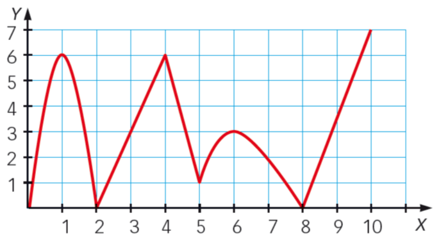
a) Puntos de corte con el eje *X:* $-x^2 + 6 = 0 \rightarrow x = +\sqrt{6}$ y $x = -\sqrt{6}$. Los puntos de corte son $(\sqrt{6}, 0)$ y $(-\sqrt{6}, 0)$.

Puntos de corte con el eje *Y:* $x = 0 \rightarrow -0^2 + 6 = 6$. El punto de corte es (0, 6).

b) Puntos de corte con el eje *X:* $\dfrac{4-5x}{2} = 0 \rightarrow x = 4/5$. El punto de corte es (4/5, 0).

Puntos de corte con el eje *Y:* $x = 0 \rightarrow \dfrac{4-5\cdot 0}{2} = 2$. El punto de corte es (0, 2).

5. **Observa la gráfica correspondiente a una función.**



a) Señala su dominio y su recorrido.

b) ¿Es una función continua?

c) Estudia su crecimiento y su decrecimiento.

d) Señala sus máximos y mínimos, si los tiene.

a) Dom $f = [0, 10]$ Im $f = [0, 7]$

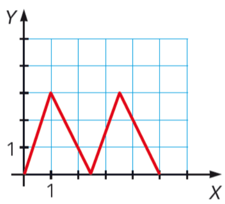
b) Sí, es continua.

c) Crece en $(0, 1) \cup (2, 4) \cup (5, 6) \cup (8, 10)$. Decrece en $(1, 2) \cup (4, 5) \cup (6, 8)$.

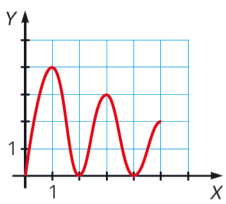
d) Excluyendo los extremos, hay máximo en $x = 1$, $x = 4$ y $x = 6$ y hay mínimos en $x = 2$, $x = 5$ y $x = 8$.

6. **Indica cuáles de las siguientes gráficas corresponden a funciones periódicas.**

a)



b)

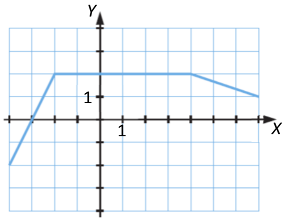


La gráfica a) es de una función periódica, de período 2,5.

7. **Representa una función con estas características.**

- **Dom $f = \mathbb{R}$**
- **Pasa por los puntos $(-3, 0)$ y $(0, 2)$.**
- **Es creciente hasta $x = -2$, constante en el intervalo $(-2, 4)$ y decreciente a partir de $x = 4$.**

Respuesta abierta. Por ejemplo:



COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

77. **Un avión comercial suele volar a una altura que está entre los 30 000 y los 40 000 pies; teniendo en cuenta que un pie son aproximadamente 0,3 m, esto sería entre unos 9 000 y 12 000 m. La altura máxima que puede alcanzar se conoce como techo de vuelo.**

De todas formas, la altura que llevan los aviones depende de muchos factores, como las limitaciones de la ruta por cuestiones del tráfico aéreo, el peso del avión, los vientos…

Un avión tarda de 15 a 20 minutos en alcanzar la altitud adecuada, y para el descenso necesita en torno a 20 minutos más.

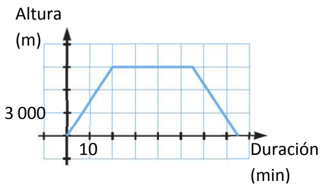
- **Dibuja una gráfica que relacione el tiempo del viaje, en minutos, y la altura del vuelo, en metros, de los siguientes vuelos.**

a) **Puente aéreo Madrid/Barcelona. Altura máxima 30 000 pies, duración del vuelo 1 hora 15 minutos.**

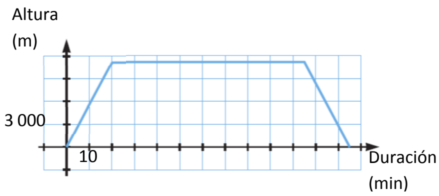
b) **Viaje de Milán/Madrid. Altura máxima 37 000 pies, duración del vuelo 2 horas 5 minutos.**

c) **Viaje Barcelona/Ibiza. Vuelo de 50 minutos, altura máxima 20 000 pies.**

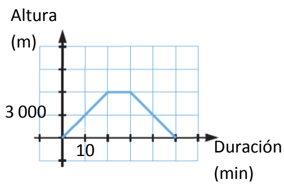
a)



b)



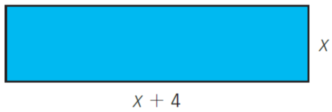
c)

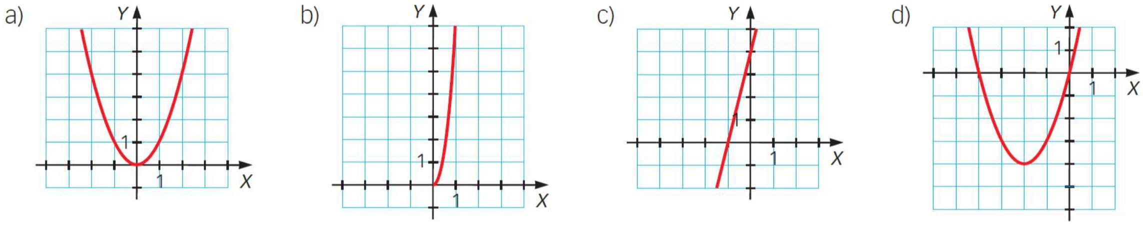


FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

78. **Considera el rectángulo cuyo ancho es x y cuyo largo es $x + 4$.**

Averigua cuál de las gráficas es la que corresponde a la función que asigna a cada valor de x el área del rectángulo.





Es la gráfica b). Las otras independientemente de si los valores se adecúan o no, no son posibles, ya que x no puede tomar valores negativos, pues es una distancia.

79. **Dibuja la gráfica de la función que mide el ángulo formado por las manecillas del reloj desde las 0:00 horas hasta las 2:00 horas. ¿Cuáles son los máximos y los mínimos?**

Minutero	Horaria
60 min → 360º	12 · 60 min → 360º
1 min → x	1 min → y

$x = 6^{\circ}$. La aguja del minutero recorre 6º cada minuto. $y = 0{,}5^{\circ}$. La aguja horaria recorre 0,5º cada minuto.

Vemos el ángulo que se forma cada 15 minutos.

A las 0:00, ángulo de 0º

A las 0:15, minutero: $6 \cdot 15 = 90^{\circ}$ y horaria $0{,}5 \cdot 15 = 7{,}5^{\circ}$, ángulo $90 - 7{,}5 = 82{,}5^{\circ}$

A las 0:30, minutero: $6 \cdot 30 = 180^{\circ}$ y horaria $0{,}5 \cdot 30 = 15^{\circ}$, ángulo $180 - 15 = 165^{\circ}$

A las 0:45, minutero: $6 \cdot 45 = 270^{\circ}$ y horaria $0{,}5 \cdot 45 = 22{,}5^{\circ}$, ángulo $270 - 22{,}5 = 247{,}5^{\circ}$

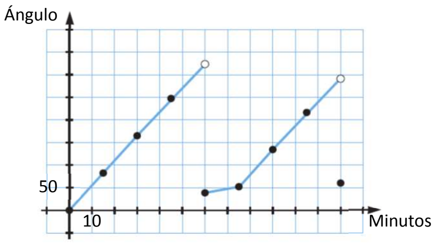
A las 1:00, minutero: 0° y horaria $0{,}5 \cdot (1 \cdot 60) = 30^{\circ}$, ángulo 30°

A las 1:15, minutero: $6 \cdot 15 = 90^{\circ}$ y horaria $0{,}5 \cdot (1 \cdot 60 + 15) = 37{,}5^{\circ}$, ángulo $90 - 37{,}5 = 52{,}5^{\circ}$

A las 1:30, minutero: $6 \cdot 30 = 180^{\circ}$ y horaria $0{,}5 \cdot (1 \cdot 60 + 30) = 45^{\circ}$, ángulo $180 - 45 = 135^{\circ}$

A las 1:45, minutero: $6 \cdot 45 = 270^{\circ}$ y horaria $0{,}5 \cdot (1 \cdot 60 + 45) = 52{,}5^{\circ}$, ángulo $270 - 52{,}5 = 217{,}5^{\circ}$

A las 2:00, minutero: 0° y horaria $0{,}5 \cdot (2 \cdot 60) = 60^{\circ}$, ángulo 60°



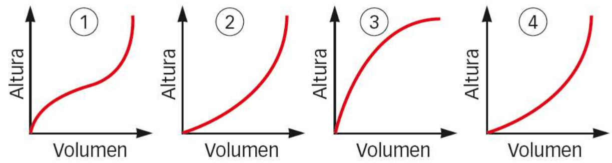
80. **¿Cuántos puntos de corte puede tener una función con el eje *Y*? ¿Y con el eje *X*?**

Con el eje *X* infinitos, pero con el eje *Y* solo uno, ya que de tener más querría decir que a $x = 0$ le corresponde más de un valor, con lo cual, no sería función.

81. **Una función, ¿puede ser simétrica respecto del eje *X*? Razona tu respuesta.**

No, puesto que si es simétrica respecto del eje *X* a cada valor de *x* le corresponde más de un valor en *y*, y por tanto no es función.

82. **¿Qué gráfica corresponde al llenado de cada frasco?**



El frasco amarillo se corresponde con 2 o 4.

El frasco rojo no se corresponde con ninguna.

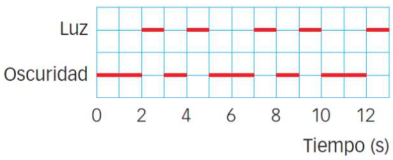
El frasco azul se corresponde con 1.

El frasco verde se corresponde con 3.

PRUEBAS PISA

83. **Los faros son torres con un foco luminoso en la parte superior. Los faros ayudan a seguir su rumbo durante la noche cuando navegan cerca de la costa. Un faro emite destellos de luz según una secuencia regular fija. Cada faro tiene su propia secuencia.**

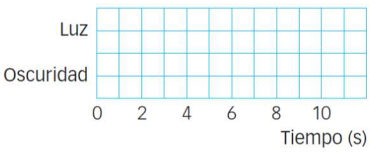
En el diagrama de abajo se puede ver la secuencia de un faro concreto. Los destellos de luz alternan con períodos de oscuridad.



Se trata de una secuencia regular. Después de algún tiempo, la secuencia se repite.

Se llama período de la secuencia al tiempo que dura un ciclo completo, antes de que comience a repetirse. Cuando se averigua el período de la secuencia, es fácil ampliar el diagrama para los siguientes segundos, minutos o incluso horas.

- **¿Cuánto dura el período de la secuencia de este faro?**
- **¿Durante cuántos segundos emite este faro destellos de luz a lo largo de 1 minuto?**
- **Copia en tu cuaderno la cuadrícula de abajo, y traza el gráfico de una posible secuencia de destellos de luz de un faro que emita 30 segundos de destellos de luz cada minuto. El período de esta secuencia debe ser de 6 segundos.**



(Prueba PISA 2003)

El período dura 5 segundos.

En 5 segundos emite destellos 2 segundos. En 1 minuto hay 60 : 5 = 12 grupos de 5 segundos, emitirá destellos 12 · 2 = 24 segundos.