

Ecuaciones de primer y segundo grado

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Traduce estas expresiones a lenguaje algebraico y determina su valor numérico para $x = 2$.

- a) Un número más su triple.
 b) El doble de un número menos su cuadrado.
 c) La suma de un número y su mitad.

a) $x + 3x \rightarrow$ Valor numérico: 8 b) $2x - x^2 \rightarrow$ Valor numérico: 0 c) $x + \frac{x}{2} \rightarrow$ Valor numérico: 3

2. Escribe dos igualdades algebraicas que se cumplan para todos los valores de las letras y otras dos que solo se cumplan para un valor.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Se cumplen para todos los valores: $3x - x = 2 \cdot (x + 1) - 2$ $2x + 7 = 4x + 3 - 2x + 4$

Se cumplen para un único valor: $3x + 1 = 2x - 3$ $x^2 + 2 = 4x - 2$

VIDA COTIDIANA

En 1885 el ingeniero alemán Karl Benz diseña el primer automóvil, el Motorwagen, impulsado por un motor de combustión interna. La velocidad que podía alcanzar era de 13 km/h.

Tuvieron que pasar algunos años para aumentar esa velocidad: en 1908 el Ford T lograba alcanzar entre 62 y 74 km/h.

- Con los coches actuales, en una autopista podemos recorrer 120 km en una hora. ¿Cuánto tardaría el Motorwagen en recorrer esa distancia?

$$\frac{120}{13} = 9,23 \text{ h} = 9 \text{ horas, } 13 \text{ minutos y } 51 \text{ segundos}$$

RESUELVE EL RETO

En una balanza que está en equilibrio tengo, en un platillo, un ladrillo, y en el otro, medio ladrillo y una pesa de $\frac{3}{4}$ de kg. ¿Cuánto pesa el ladrillo?

x = peso en kg del ladrillo

$$x = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \rightarrow x = 1,5 \text{ kg}$$

Hay 7 niños, cada uno lleva una bicicleta o un triciclo. Si en total hay 19 ruedas, ¿cuántas bicicletas tienen?

x bicicletas $\rightarrow 7 - x$ triciclos

$$19 = 2x + 3(7 - x) \rightarrow x = 2 \rightarrow \text{Tienen 2 bicicletas y 5 triciclos.}$$

Calcula el valor del siguiente producto:

$$(x - a)(x - b)(x - c) \dots (x - y)(x - z)$$

El valor del producto es 0, pues uno de los factores del producto es $x - x$

ACTIVIDADES

1. Identifica las igualdades que son ecuaciones. Determina sus miembros, términos, incógnitas y grado.

- a) $3x - 2 = 6x + 5$ d) $x = 3x - 2$
 b) $x - 2x + 1 = -x + 1$ e) $x^2 - 3 = y + 7x$
 c) $25 - 4 = 21$ f) $2x + 50 = 2(x + 25)$

Las expresiones de los apartados a), d) y e) son ecuaciones.

- | | | | |
|--------------------------------|----------------------------|--------------------|----------|
| a) Miembros: $3x - 2, 6x + 5$ | Términos: $3x, -2, 6x, 5;$ | Incógnitas: x | Grado: 1 |
| d) Miembros: $x, 3x - 2$ | Términos: $x, 3x, -2$ | Incógnitas: x | Grado: 1 |
| e) Miembros: $x^2 - 3, y + 7x$ | Términos: $x^2, -3, y, 7x$ | Incógnitas: x, y | Grado: 2 |

2. Comprueba si se cumplen estas igualdades para $x = -1$ e identifica si son ecuaciones.

- a) $8x + 4 = 3x - 2$ b) $x - 3x + 1 = -2x + 1$

a) $-8 + 4 \neq -3 - 2$ No se cumple. Sí es ecuación.

b) $-1 + 3 + 1 = 2 + 1$ Sí se cumple. No es ecuación.

3. Completa en tu cuaderno la expresión $-2 \cdot (x + 4) = 4x - (\square)$ para que sea:

- a) Una identidad. b) Una ecuación.

a) $-2 \cdot (x + 4) = 4x - (6x + 8)$

b) Respuesta abierta. Por ejemplo: $-2 \cdot (x + 4) = 4x - (x + 1)$

4. Indica cuáles de las siguientes ecuaciones tienen como solución $x = 2$.

- a) $x^2 - x = 2$
 b) $(-x + 7) \cdot (-3) = 7x - 2$
 c) $6x - 1 = 4x + 3$
 d) $4x^2 + 12 - 10x = x^2 + 2x$

Tienen como solución $x = 2$ los apartados a), c) y d).

5. Escribe, en cada caso, una ecuación que tenga por solución estos valores.

- a) $x = -1$ b) $x = 3$ c) $x = 0$

a) $4x - 5 = 9x$

b) $9 - x = x + 3$

c) $x - 7x + 2 = 5x + 2$

6. Escribe tres ecuaciones equivalentes a estas ecuaciones.

- a) $4x - 2 = 6$ b) $x + 3 = 4x$

a) $2x - 1 = 3$

$5x - x + 2 = 2 \cdot (x + 3)$

$7 - 3x = x - 1$

b) $6 - 3x = 2x + 1$

$5x - 7 = x - 3$

$4x + 5 = 3(x + 2)$

7. Resuelve estas ecuaciones utilizando la transposición de términos.

a) $4x - 2 = x + 4$ d) $6 + 4x = -x - 4$

b) $-x + 7 = 5 + x$ e) $8 - 5x = 2 - 2x$

c) $1 - 3x = 5 - 2x$ f) $9x + 1 = x + 9$

a) $4x - x = 4 + 2 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$

d) $4x + x = -4 - 6 \rightarrow 5x = -10 \rightarrow x = -2$

b) $-x - x = 5 - 7 \rightarrow -2x = -2 \rightarrow x = 1$

e) $-5x + 2x = 2 - 8 \rightarrow -3x = -6 \rightarrow x = 2$

c) $-3x + 2x = 5 - 1 \rightarrow -x = 4 \rightarrow x = -4$

f) $9x - x = 9 - 1 \rightarrow 8x = 8 \rightarrow x = 1$

8. Completa en tu cuaderno esta ecuación para que su solución sea $x = 5$.

$$5 \cdot (x + 3) = 4 \cdot (x + \square)$$

$$5 \cdot (5 + 3) = 4 \cdot (5 + \square) \rightarrow 40 = 20 + 4 \cdot \square \rightarrow 20 = 4 \cdot \square \rightarrow \square = 5$$

9. ¿Qué pasa cuando en los dos miembros de una ecuación aparece un mismo término?

Se puede eliminar restando dicho término a los dos miembros de la ecuación.

10. Resuelve estas ecuaciones de primer grado.

a) $\frac{7x - 4}{3} = \frac{5x - 2}{2}$

b) $\frac{1 - 3x}{7} = \frac{x - 1}{3}$

c) $\frac{3x}{4} = \frac{x - 5}{2}$

d) $\frac{x + 4}{3} = \frac{x + 1}{4}$

e) $\frac{2x + 3}{3} = \frac{x - 1}{4}$

a) $6 \cdot \frac{7x - 4}{3} = 6 \cdot \frac{5x - 2}{2} \rightarrow 2 \cdot (7x - 4) = 3 \cdot (5x - 2) \rightarrow 14x - 8 = 15x - 6 \rightarrow -x = 2 \rightarrow x = -2$

b) $21 \cdot \frac{1 - 3x}{7} = 21 \cdot \frac{x - 1}{3} \rightarrow 3 \cdot (1 - 3x) = 7 \cdot (x - 1) \rightarrow 3 - 9x = 7x - 7 \rightarrow x = \frac{5}{8}$

c) $4 \cdot \frac{3x}{4} = 4 \cdot \frac{x - 5}{2} \rightarrow 3x = 2 \cdot (x - 5) \rightarrow 3x = 2x - 10 \rightarrow x = -10$

d) $12 \cdot \frac{x + 4}{3} = 12 \cdot \frac{x + 1}{4} \rightarrow 4 \cdot (x + 4) = 3 \cdot (x + 1) \rightarrow 4x + 16 = 3x + 3 \rightarrow x = -13$

e) $12 \cdot \frac{2x + 3}{3} = 12 \cdot \frac{x - 1}{4} \rightarrow 4 \cdot (2x + 3) = 3 \cdot (x - 1) \rightarrow 8x + 12 = 3x - 3 \rightarrow x = -3$

11. Encuentra la solución de estas ecuaciones.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x + 1}{2} = x - 3$ c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 15$

b) $\frac{3x}{4} = \frac{x}{2} + 2$ d) $2 - \frac{x}{4} = -3$

$$\begin{aligned} \text{a) } 6 \cdot \left(\frac{x}{3} + \frac{x+1}{2} \right) &= 6 \cdot (x-3) \rightarrow 2x + 3x + 3 = 6x - 18 \rightarrow x = 21 & \text{c) } 6 \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} \right) &= 6 \cdot 15 \rightarrow 3x + 2x = 90 \rightarrow x = 18 \\ \text{b) } 4 \cdot \left(\frac{3x}{4} \right) &= 4 \cdot \left(\frac{x}{2} + 2 \right) \rightarrow 3x = 2x + 8 \rightarrow x = 8 & \text{d) } 4 \cdot \left(2 - \frac{x}{4} \right) &= 4 \cdot (-3) \rightarrow 8 - x = -12 \rightarrow x = 20 \end{aligned}$$

12. Halla la solución de cada una de estas ecuaciones.

$$\text{a) } 3x + 4 - \frac{x+3}{2} = 0 \quad \text{c) } \frac{4x}{5} - \frac{x+5}{6} = x - 10$$

$$\text{b) } \frac{5x}{9} - \frac{x+6}{3} = \frac{x}{6} \quad \text{d) } \frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} = -1$$

$$\text{a) } 2 \cdot \left(3x + 4 - \frac{x+3}{2} \right) = 0 \rightarrow 6x + 8 - x - 3 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$\text{b) } 18 \cdot \left(\frac{5x}{9} - \frac{x+6}{3} \right) = 18 \cdot \frac{x}{6} \rightarrow 10x - 6x - 36 = 3x \rightarrow x = 36$$

$$\text{c) } 30 \cdot \left(\frac{4x}{5} - \frac{x+5}{6} \right) = 30 \cdot (x-10) \rightarrow 24x - 5x - 25 = 30x - 300 \rightarrow x = 25$$

$$\text{d) } 6 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} \right) = 6 \cdot (-1) \rightarrow 2x - 3x + 3 = -6 \rightarrow x = 9$$

13. Calcula el valor de x para que se cumpla la igualdad.

$$\text{a) } \frac{3 \cdot (x+2)}{5} + \frac{4x}{3} = \frac{-11}{15} \quad \text{d) } \frac{3 \cdot (x-3)}{2} - \frac{4 \cdot (x+1)}{3} = -4$$

$$\text{b) } \frac{4x+1}{7} = \frac{x}{2} - \frac{2 \cdot (x-3)}{7} \quad \text{e) } \frac{2 \cdot (x-2)}{3} - \frac{7}{5} = \frac{x+3}{4} + \frac{3-2x}{5}$$

$$\text{c) } \frac{16}{9} = \frac{4 \cdot (x+1)}{3} + \frac{2 \cdot (1-x)}{9}$$

$$\text{a) } 15 \cdot \left(\frac{3x+6}{5} + \frac{4x}{3} \right) = 15 \cdot \left(\frac{-11}{15} \right) \rightarrow 9x + 18 + 20x = -11 \rightarrow x = -1$$

$$\text{b) } 14 \cdot \left(\frac{4x+1}{7} \right) = 14 \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{2x-6}{7} \right) \rightarrow 8x + 2 = 7x - 4x + 12 \rightarrow x = 2$$

$$\text{c) } 9 \cdot \left(\frac{16}{9} \right) = 9 \cdot \left(\frac{4x+4}{3} + \frac{2-2x}{9} \right) \rightarrow 16 = 12x + 12 + 2 - 2x \rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$\text{d) } 6 \cdot \left(\frac{3x-9}{2} - \frac{4x+4}{3} \right) = 6 \cdot (-4) \rightarrow 9x - 27 - 8x - 8 = -24 \rightarrow x = 11$$

$$\text{e) } 60 \cdot \left(\frac{2x-4}{3} - \frac{7}{5} \right) = 60 \cdot \left(\frac{x+3}{4} + \frac{3-2x}{5} \right) \rightarrow 40x - 80 - 84 = 15x + 45 + 36 - 24x \rightarrow x = 5$$

14. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado, aplicando la fórmula general.

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 - 7x + 12 &= 0 & \text{d) } x^2 - 9x + 14 &= 0 \\ \text{b) } x^2 - 9x + 18 &= 0 & \text{e) } x^2 - 6x + 8 &= 0 \\ \text{c) } 2x^2 - 8x + 8 &= 0 & \text{f) } 3x^2 + 12x + 9 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{a) } x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } x = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2} = \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8}}{2 \cdot 2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{4} = \frac{8 \pm 0}{4} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } x = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2} = \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{e) } x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9}}{2 \cdot 3} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 108}}{6} = \frac{-12 \pm 6}{6} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

15. Escribe y resuelve la ecuación de segundo grado que tiene estos coeficientes.

a) $a = 3$ $b = -2$ $c = -1$

b) $a = -8$ $b = 26$ $c = -15$

c) $a = -2$ $b = -2$ $c = 12$

$$\text{a) } 3x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{2 \pm 4}{6} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{b) } -8x^2 + 26x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{-26 \pm \sqrt{26^2 - 4 \cdot (-8) \cdot (-15)}}{2 \cdot (-8)} = \frac{-26 \pm 14}{-16} = \begin{cases} x_1 = \frac{3}{4} \\ x_2 = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } -2x^2 - 2x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 12}}{2 \cdot (-2)} = \frac{2 \pm 10}{-4} = \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

16. ¿Cuántas soluciones tendrá una ecuación en la que $b^2 - 4ac < 0$? ¿Y si $b^2 - 4ac \geq 0$?

$b^2 - 4ac < 0 \rightarrow$ No hay soluciones reales.

$b^2 - 4ac \geq 0 \rightarrow$ Existirá una solución real cuando $b^2 - 4ac = 0$ o dos soluciones cuando $b^2 - 4ac > 0$.

17. Calcula el discriminante de estas ecuaciones y averigua su número de soluciones. Después, resuelve las ecuaciones y comprueba que el número de soluciones coincide.

a) $2x^2 + 3x - 2 = 0$ e) $-2x^2 + 6x + 1 = 0$

b) $x^2 - x + 3 = 0$ f) $4x^2 + 5x - 3 = 0$

c) $-x^2 + 3x + 1 = 0$ g) $x^2 - 6x + 4 = 0$

d) $x^2 + 4x - 2 = 0$ h) $-x^2 + 2x - 1 = 0$

$$\text{a) } \Delta = 9 + 16 = 25 > 0 \rightarrow \text{Dos soluciones: } x = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = -11 < 0 \rightarrow \text{No hay soluciones reales: } x = \frac{1 \pm \sqrt{-11}}{2}$$

$$\text{c) } \Delta = 9 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 13 > 0 \rightarrow \text{Dos soluciones: } x = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{-2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{-2} \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{-2} \end{cases}$$

$$\text{d) } \Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 24 > 0 \rightarrow \text{Dos soluciones: } x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = \begin{cases} x_1 = -2 + \sqrt{6} \\ x_2 = -2 - \sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{e) } \Delta = 36 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 44 > 0 \rightarrow \text{Dos soluciones: } x = \frac{-6 \pm \sqrt{44}}{-4} = \begin{cases} x_1 = \frac{3 - \sqrt{11}}{2} \\ x_2 = \frac{3 + \sqrt{11}}{2} \end{cases}$$

$$\text{f) } \Delta = 25 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 73 > 0 \rightarrow \text{Dos soluciones: } x = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{73}}{8} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{73}}{8} \end{cases}$$

$$\text{g) } \Delta = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 20 > 0 \rightarrow \text{Dos soluciones: } x = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 + \sqrt{5} \\ x_2 = 3 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{h) } \Delta = 4 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) = 0 \rightarrow \text{Una solución: } x = \frac{-2 \pm 0}{-2} = x = 1$$

18. Encuentra el valor de c en la ecuación:

$$-x^2 + x + c = 0$$

para que sus dos soluciones sean:

a) $x_1 = -1$ y $x_2 = 2$

b) $x_1 = -3$ y $x_2 = 4$

a) $-(-1)^2 + (-1) + c = 0 \rightarrow c = 2$

b) $-(-3)^2 + (-3) + c = 0 \rightarrow c = 12$

19. Encuentra una ecuación de segundo grado con $a = 1$ que tenga:

a) $b = 3$ y dos soluciones.

d) $c = 9$ y una solución única.

b) $c = 2$ y dos soluciones.

e) $b = -3$ y no tenga solución.

c) $b = 4$ y una solución única.

f) $c = 1$ y no tenga solución.

a) $x^2 + 3x + c = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4c > 0 \rightarrow c < \frac{9}{4} \rightarrow$ La ecuación podría ser $x^2 + 3x + 2 = 0$

b) $x^2 + bx + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 8 > 0 \rightarrow b^2 > 8 \rightarrow$ La ecuación podría ser $x^2 + 4x + 2 = 0$

c) $x^2 + 4x + c = 0 \rightarrow \Delta = 16 - 4ac = 0 \rightarrow c = 4 \rightarrow$ La ecuación es $x^2 + 4x + 4 = 0$

d) $x^2 + bx + 9 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4 \cdot 9 = 0 \rightarrow b = \pm 6 \rightarrow$ Las dos posibles ecuaciones son $x^2 \pm 6x + 9 = 0$

e) $x^2 - 3x + c = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4c < 0 \rightarrow c > \frac{9}{4} \rightarrow$ La ecuación podría ser $x^2 - 3x + 5 = 0$

f) $x^2 + bx + 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4 < 0 \rightarrow b^2 < 4 \rightarrow$ La ecuación podría ser $x^2 + x + 1 = 0$

20. Considera las ecuaciones de segundo grado en las que sus coeficientes son iguales:

$$ax^2 + ax + a = 0.$$

¿Cuántas soluciones tienen? Razona la respuesta.

$$\Delta = a^2 - 4a^2 = -3a^2 < 0 \rightarrow \text{No tiene ninguna solución real.}$$

21. Escribe una ecuación de segundo grado con dos soluciones, otra con una solución doble y otra sin solución.

Dos soluciones: $x^2 + 4x - 1 = 0$

Una solución doble: $x^2 - 2x + 1 = 0$

Sin soluciones: $x^2 + x + 2 = 0$

22. Resuelve las ecuaciones.

a) $x^2 - 6x = 0$

e) $5x^2 = 10$

b) $x^2 - 49 = 0$

f) $x^2 = x$

c) $x \cdot (x + 3) = 0$

g) $4x^2 + 4x = 0$

d) $-2x^2 + 6x = 0$

h) $-x^2 + x = 0$

$$\text{a) } x^2 - 6x = 0 \rightarrow x \cdot (x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$$\text{e) } 5x^2 = 10 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} \\ x_2 = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2 - 49 = 0 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

$$\text{f) } x^2 = x \rightarrow x \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } x \cdot (x + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{g) } 4x^2 + 4x = 0 \rightarrow 4x \cdot (x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) } -2x^2 + 6x = 0 \rightarrow -2x \cdot (x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{h) } -x^2 + x = 0 \rightarrow -x \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

23. Resuelve.

a) $5x(2x - 1) = 7x$

b) $(x - 2)(3x + 7) = 0$

$$\text{a) } 10x^2 - 5x - 7x = 0 \rightarrow 10x^2 - 12x = 0 \rightarrow 2x \cdot (5x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\text{b) } (x - 2) \cdot (3x + 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

24. Escribe una ecuación de segundo grado con algún coeficiente igual a cero y una solución.

Respuesta abierta. Por ejemplo, $4x^2 = 0$.

25. Resuelve.

- a) $x^2 + 7x = 0$ e) $10x^2 - 11x = 0$
 b) $6x^2 = 0$ f) $x^2 + 9x = 0$
 c) $-4x^2 + 5x = 0$ g) $-x^2 - x = 0$
 d) $14x^2 + x = 0$ h) $9x^2 = 0$

$$\text{a) } x^2 + 7x = 0 \rightarrow x \cdot (x + 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

$$\text{e) } 10x^2 - 11x = 0 \rightarrow x \cdot (10x - 11) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{11}{10} \end{cases}$$

$$\text{b) } 6x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{f) } x^2 + 9x = 0 \rightarrow x \cdot (x + 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -9 \end{cases}$$

$$\text{c) } -4x^2 + 5x = 0 \rightarrow x \cdot (-4x + 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$\text{g) } -x^2 - x = 0 \rightarrow -x \cdot (x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) } 14x^2 + x = 0 \rightarrow x \cdot (14x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\frac{1}{14} \end{cases}$$

$$\text{h) } 9x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

26. Halla las soluciones de estas ecuaciones.

- a) $x^2 = 5x$ e) $-x^2 + 10 = 0$
 b) $4x^2 = 16$ f) $10x^2 - 10 = 0$
 c) $x^2 - 64 = 0$ g) $-x^2 = -6$
 d) $-x^2 = 8x$ h) $9x^2 - 81 = 0$

$$\text{a) } x^2 = 5x \rightarrow x \cdot (x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\text{e) } -x^2 + 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{10} \\ x_2 = -\sqrt{10} \end{cases}$$

$$\text{b) } 4x^2 = 16 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$\text{f) } 10x^2 - 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } x^2 - 64 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -8 \end{cases}$$

$$\text{g) } -x^2 = -6 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{6} \\ x_2 = -\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\text{d) } -x^2 = 8x \rightarrow -x \cdot (x + 8) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -8 \end{cases}$$

$$\text{h) } 9x^2 - 81 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

27. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado.

- a) $x \cdot (x + 2) = 15$ d) $(1 - x) \cdot (2 + x) = 1$ g) $x^2 - 8x + 16 = 0$
 b) $x^2 + 4 \cdot (x + 3) = 10$ e) $x^2 - 3 = x + 3$ h) $(x + 5) \cdot (3 - x) = x - 2$
 c) $x - (x + 3)^2 = -5$ f) $(2x + 3) \cdot 4x - 6 = 0$ i) $-x \cdot (7 - x) = 0$

$$\text{a) } x^2 + 2x = 15 \rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2 + 4x + 12 = 10 \rightarrow x^2 + 4x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \begin{cases} x_1 = -2 + \sqrt{2} \\ x_2 = -2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } x - (x^2 + 6x + 9) = -5 \rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$d) 2 + x - 2x - x^2 = 1 \rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$e) x^2 - x = 6 \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$f) 8x^2 + 12x - 6 = 0 \rightarrow 4x^2 + 6x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36+48}}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{21}}{4} \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{21}}{4} \end{cases}$$

$$g) x^2 - 8x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64-64}}{2} = \{x_1 = x_2 = 4\}$$

$$h) 3x - x^2 + 15 - 5x = x - 2 \rightarrow -x^2 - 3x + 17 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9+68}}{-2} = \begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{77}}{-2} \\ x_2 = \frac{3 - \sqrt{77}}{-2} \end{cases}$$

$$i) -x \cdot (7 - x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 7 \end{cases}$$

28. El precio de un cuaderno y un libro es 6 €. El precio del cuaderno es $\frac{3}{7}$ del precio del libro.

- a) Expresa mediante una ecuación este problema.
 b) ¿Cuál es la ecuación si me descuentan un 10%?

x = precio que pago del libro en €. Entonces:

$$a) x + \frac{3}{7}x = 6 \qquad b) \frac{3x}{7} + x = 0,9 \cdot 6 \rightarrow \frac{3x}{7} + x = 5,4$$

29. Escribe un problema que responda a esta ecuación: $3x - 6 = 92$.

Respuesta abierta. Por ejemplo: «Si al triple del dinero que tengo le quito 6 € me quedan 92 €.»

30. Expresa este enunciado mediante una ecuación: El producto de dos números consecutivos impares es 483.

$$(2x - 1) \cdot (2x + 1) = 483$$

31. Fernando gasta en la entrada de cine las $\frac{2}{5}$ partes de su paga semanal. Después, gasta una tercera parte de lo que le queda en palomitas y con una sexta parte del resto compra una rifa escolar. Al final, le quedan 5 €. ¿Cuál es su paga semanal?

x = paga semanal de Fernando

$$\text{Entrada del cine: } \frac{2x}{5} \rightarrow \text{Gasto en palomitas: } \frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{2x}{5}\right) = \frac{x}{5}.$$

$$\text{Rifa escolar: } \frac{1}{6} \cdot \left(x - \frac{2x}{5} - \frac{x}{5}\right) = \frac{x}{15} \rightarrow \text{Le quedan 5 €}.$$

$$\text{Por lo tanto: } \frac{2x}{5} + \frac{x}{5} + \frac{x}{15} + 5 = x \rightarrow x = 15 \text{ €}.$$

32. La suma de un número y su cuadrado es 42. ¿De qué número se trata?

$$x + x^2 = 42 \rightarrow x + x^2 - 42 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 168}}{2} = \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -7 \end{cases}$$

33. El producto de un número por el doble de ese mismo número es 288. ¿Qué número es?
¿Existe más de una solución?

$$x \cdot 2x = 288 \rightarrow 2x^2 = 288 \rightarrow x = \pm 12 \rightarrow \text{Existen dos soluciones.}$$

ACTIVIDADES FINALES

34. Indica los miembros de estas ecuaciones.

a) $2x + 3 = 5$

b) $2x - 3x - 7 = 5x + x - 5x$

c) $4x + 6 - x - 3x = 5 + 2x - 3 - 2x$

d) $(x + 2) - (x^2 - 2) = 4$

a) $\underbrace{2x + 3}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{5}_{2.^\text{o miembro}}$

b) $\underbrace{2x - 3x - 7}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{5x + x - 5x}_{2.^\text{o miembro}}$

c) $\underbrace{4x + 6 - x - 3x}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{5 + 2x - 3 - 2x}_{2.^\text{o miembro}}$

d) $\underbrace{(x + 2) - (x^2 - 2)}_{1.^\text{er miembro}} = \underbrace{4}_{2.^\text{o miembro}}$

35. Señala los términos de las ecuaciones.

a) $5x + 1 = 25$

b) $2x - x - 9 = x + 3x - 5x$

c) $4x + 6 = 76 + 12x + 3 - 2x$

d) $9(x + 7) - 3(x^2 - 2) = 4$

a) $5x + 1 = 25 \rightarrow$ Términos: $5x, 1, 25$

b) $2x - x - 9 = x + 3x - 5x \rightarrow$ Términos: $2x, -x, -9, x, 3x, -5x$

c) $4x + 6 = 76 + 12x + 3 - 2x \rightarrow$ Términos: $4x, 6, 76, 12x, 3, -2x$

d) $9(x + 7) - 3(x^2 - 2) = 4 \rightarrow 9x + 63 - 3x^2 + 6 = 4$
 \rightarrow Términos: $9x, 63, -3x^2, 6, 4$

36. Indica el grado de las siguientes ecuaciones.

a) $x^4 - 8 + x = 0$ c) $3x^2 + 75 = 0$

b) $2x^2 + x = 0$ d) $-4x^2 - 12x^5 = x^6$

a) Grado 4 b) Grado 2 c) Grado 2 d) Grado 6

37. ¿Cuáles de los siguientes números son solución de la ecuación $x \cdot (x + 2) = x^2 - x$?

- a) $x = 2$ d) $x = -3$
 b) $x = -1$ e) $x = 1$
 c) $x = -2$ f) $x = 0$

a) $x = 2 \rightarrow 2 \cdot 4 \neq 4 - 2 \rightarrow$ No es solución.

d) $x = -3 \rightarrow -3 \cdot (-1) \neq 9 + 3 \rightarrow$ No es solución.

b) $x = -1 \rightarrow -1 \cdot 1 \neq 1 + 1 \rightarrow$ No es solución.

e) $x = 1 \rightarrow 1 \cdot 3 \neq 1 - 1 \rightarrow$ No es solución.

c) $x = -2 \rightarrow -2 \cdot 0 \neq 4 + 2 \rightarrow$ No es solución.

f) $x = 0 \rightarrow 0 \cdot 2 = 0 - 0 \rightarrow$ Sí es solución.

38. ¿Para cuál de las siguientes ecuaciones es solución el valor $x = 3$?

- a) $x \cdot (x + 5) = 7x + 3$ e) $-x - 3 = 0$
 b) $x^3 = 27$ f) $x^2 + 9 = 0$
 c) $-x + 3 = 0$ g) $x \cdot (x - 2) - 3 = x \cdot (x - 3)$
 d) $x^2 = 3x$ h) $(x - 1)^2 - 4 = 0$

a) $x \cdot (x + 5) = 7x + 3 \xrightarrow{x=3} 3 \cdot 8 = 21 + 3 \rightarrow$ Sí es solución.

b) $x^3 = 27 \xrightarrow{x=3} 3^3 = 27 \rightarrow$ Sí es solución.

c) $-x + 3 = 0 \xrightarrow{x=3} -3 + 3 = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

d) $x^2 = 3x \xrightarrow{x=3} 3^2 = 3 \cdot 3 \rightarrow$ Sí es solución.

e) $-x - 3 = 0 \xrightarrow{x=3} -3 - 3 \neq 0 \rightarrow$ No es solución.

f) $x^2 + 9 = 0 \xrightarrow{x=3} 3^2 + 9 \neq 0 \rightarrow$ No es solución.

g) $x \cdot (x - 2) - 3 = x \cdot (x - 3) \xrightarrow{x=3} 3 \cdot 1 - 3 = 3 \cdot 0 \rightarrow$ Sí es solución.

h) $(x - 1)^2 - 4 = 0 \xrightarrow{x=3} 2^2 - 4 = 0 \rightarrow$ Sí es solución.

39. Razona cuál de las siguientes ecuaciones es equivalente a $2x - 10 = 4$.

- a) $2(x - 10) = -x + 1$
 b) $2x - 10 = x$
 c) $3x - 10 = 11$

$2x - 10 = 4 \rightarrow x = 7$

a) $2 \cdot (x - 10) = -x + 1 \rightarrow x = 7 \rightarrow$ Sí son equivalentes.

b) $2x - 10 = x \rightarrow x = 10 \rightarrow$ No son equivalentes.

c) $3x - 10 = 11 \rightarrow x = 7 \rightarrow$ Sí son equivalentes.

40. Escribe una ecuación para estos enunciados.

- a) El doble de un número más 5 unidades es 13.
 b) La mitad de un número más 3 unidades es 10.
 c) El cuadrado de un número menos 4 unidades es igual al triple de ese número.
 d) La suma de dos números distintos es 16.
 e) La suma de tres números pares consecutivos es 48.
 f) La diferencia de los cubos de dos números distintos es 61.
 g) La tercera parte de un número más su quinta parte excede en 1 unidad a la mitad de ese mismo número.

a) $2x + 5 = 13$

c) $x^2 - 4 = 3x$

e) $2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 48$

g) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{x}{2} + 1$

b) $\frac{x}{2} + 3 = 10$

d) $x + y = 16$

f) $x^3 - y^3 = 61$

41. Resuelve.

a) $10 - x = 3$

e) $4x + 5 = 11$

b) $9 + x = 2$

f) $3x + 7 = 14$

c) $-12 - x = 3$

g) $-5 + 20x = 95$

d) $16 + 3x = -12$

h) $-9 - 11x = 2$

a) $10 - x = 3 \rightarrow 10 - 3 = x \rightarrow x = 7$

b) $9 + x = 2 \rightarrow 9 + x - 9 = 2 - 9 \rightarrow x = -7$

c) $-12 - x = 3 \rightarrow -12 - x + 12 = 3 + 12 \rightarrow -x = 15 \rightarrow x = -15$

d) $16 + 3x = -12 \rightarrow 3x = -28 \rightarrow x = -\frac{28}{3}$

e) $4x + 5 = 11 \rightarrow 4x = 11 - 5 \rightarrow 4x = 6 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

f) $3x + 7 = 14 \rightarrow 3x = 14 - 7 \rightarrow 3x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{3}$

g) $-5 + 20x = 95 \rightarrow 20x = 95 + 5 \rightarrow x = \frac{100}{20} = 5$

h) $-9 - 11x = 2 \rightarrow -11x = 2 + 9 \rightarrow x = \frac{11}{-11} = -1$

42. Halla la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $3x - 10 = 4x + 2$

b) $-x + 5 = 6x - 9$

c) $-5x - 13 = -2x - 4$

d) $9x - 8 = 8x - 9$

e) $-6 + 8x = -3 + 5x$

f) $2x - 4 + 7x = 8x + 5 - 2x$

g) $7x + 9 = -x + 1$

h) $-5x - 3 + 4x + 7 = 0$

i) $9x + 8 = -7x + 16$

j) $-3x - 42 = -2x - 7$

- a) $3x - 10 = 4x + 2 \rightarrow -x = 12 \rightarrow x = -12$ f) $2x - 4 + 7x = 8x + 5 - 2x \rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3$
 b) $-x + 5 = 6x - 9 \rightarrow -7x = -14 \rightarrow x = 2$ g) $7x + 9 = -x + 1 \rightarrow 8x = -8 \rightarrow x = -1$
 c) $-5x - 13 = -2x - 4 \rightarrow -3x = 9 \rightarrow x = -3$ h) $-5x - 3 + 4x + 7 = 0 \rightarrow -x = -4 \rightarrow x = 4$
 d) $9x - 8 = 8x - 9 \rightarrow x = -1$ i) $9x + 8 = -7x + 16 \rightarrow 16x = 8 \rightarrow x = \frac{1}{2}$
 e) $-6 + 8x = -3 + 5x \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$ j) $-3x - 42 = -2x - 7 \rightarrow -x = 35 \rightarrow x = -35$

43. Resuelve estas ecuaciones.

- a) $4x + 3(x - 2) = 9(x - 1) + 7$ d) $-4(5 - 2x) + 3 = 2(-x) - 7$
 b) $(-7 + x)(-5) = 10$ e) $6x - (3x - 4) + 5 = 15$
 c) $8x - 2(x + 1) = 4x + 3(x + 6)$ f) $x - 8 - 2(7 - 5x) = 0$
- a) $4x + 3(x - 2) = 9(x - 1) + 7 \rightarrow 4x + 3x - 6 = 9x - 9 + 7 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2$
 b) $(-7 + x) \cdot (-5) = 10 \rightarrow 35 - 5x = 10 \rightarrow -5x = -25 \rightarrow x = 5$
 c) $8x - 2(x + 1) = 4x + 3(x + 6) \rightarrow 8x - 2x - 2 = 4x + 3x + 18 \rightarrow -x = 20 \rightarrow x = -20$
 d) $-4(5 - 2x) + 3 = 2(-x) - 7 \rightarrow -20 + 8x + 3 = -2x - 7 \rightarrow 10x = 10 \rightarrow x = 1$
 e) $6x - (3x - 4) + 5 = 15 \rightarrow 6x - 3x + 4 + 5 = 15 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$
 f) $x - 8 - 2(7 - 5x) = 0 \rightarrow x - 8 - 14 + 10x = 0 \rightarrow 11x = 22 \rightarrow x = 2$

44. Resuelve.

- a) $\frac{x-1}{3} = \frac{2x}{5}$ c) $\frac{5x-2}{6} = \frac{3x+1}{4}$
 b) $\frac{x+3}{4} = \frac{x-1}{3}$ d) $\frac{4x}{5} = \frac{x+6}{2}$
- a) $\frac{x-1}{3} = \frac{2x}{5} \rightarrow 15 \cdot \frac{x-1}{3} = 15 \cdot \frac{2x}{5} \rightarrow 5 \cdot (x-1) = 3 \cdot (2x) \rightarrow x = -5$
 b) $\frac{x+3}{4} = \frac{x-1}{3} \rightarrow 12 \cdot \frac{x+3}{4} = 12 \cdot \frac{x-1}{3} \rightarrow 3 \cdot (x+3) = 4 \cdot (x-1) \rightarrow x = 13$
 c) $\frac{5x-2}{6} = \frac{3x+1}{4} \rightarrow 12 \cdot \frac{5x-2}{6} = 12 \cdot \frac{3x+1}{4} \rightarrow 2 \cdot (5x-2) = 3 \cdot (3x+1) \rightarrow x = 7$
 d) $\frac{4x}{5} = \frac{x+6}{2} \rightarrow 10 \cdot \frac{4x}{5} = 10 \cdot \frac{x+6}{2} \rightarrow 2 \cdot (4x) = 5 \cdot (x+6) \rightarrow x = 10$

45. Encuentra la solución.

- a) $6 - x = 1 - \frac{x}{2}$ d) $x - \frac{3x}{5} = 18$
 b) $3 - \frac{x}{5} = \frac{x}{10}$ e) $\frac{2x}{7} - \frac{x+4}{8} = \frac{x-4}{6}$
 c) $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = -1$ f) $x - \frac{x+1}{4} = \frac{x+5}{2}$

- a) $6 - x = 1 - \frac{x}{2} \rightarrow 12 - 2x = 2 - x \rightarrow x = 10$
- b) $3 - \frac{x}{5} = \frac{x}{10} \rightarrow 30 - 2x = x \rightarrow x = 10$
- c) $\frac{x}{4} - \frac{x}{6} = -1 \rightarrow 12 \cdot \left(\frac{x}{4} - \frac{x}{6}\right) = -1 \cdot 12 \rightarrow 3x - 2x = -12 \rightarrow x = -12$
- d) $x - \frac{3x}{5} = 18 \rightarrow 5x - 3x = 90 \rightarrow x = 45$
- e) $\frac{2x}{7} - \frac{x+4}{8} = \frac{x-4}{6} \rightarrow 48x - 21x - 84 = 28x - 112 \rightarrow x = 28$
- f) $x - \frac{x+1}{4} = \frac{x+5}{2} \rightarrow 4x - x - 1 = 2x + 10 \rightarrow x = 11$

46. Resuelve estas ecuaciones.

- a) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{x}{3}$
- b) $\frac{3-2x}{9} - \frac{5-3x}{4} = \frac{x}{2}$
- c) $\frac{1-4x}{3} - \frac{1+3x}{8} = \frac{x}{6}$
- d) $\frac{x+9}{10} - \frac{x-5}{6} = \frac{x-2}{3}$
- e) $x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+3}{5} = \frac{x}{4}$
- f) $\frac{10-3x}{8} - \frac{x+1}{9} - \frac{17}{36} = \frac{x}{6}$
- a) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{x}{3} \rightarrow 15x + 45 - 6x + 6 = 10x \rightarrow x = 51$
- b) $\frac{3-2x}{9} - \frac{5-3x}{4} = \frac{x}{2} \rightarrow 12 - 8x - 45 + 27x = 18x \rightarrow x = 33$
- c) $\frac{1-4x}{3} - \frac{1+3x}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow 8 - 32x - 3 - 9x = 4x \rightarrow x = \frac{1}{9}$
- d) $\frac{x+9}{10} - \frac{x-5}{6} = \frac{x-2}{3} \rightarrow 3x + 27 - 5x + 25 = 10x - 20 \rightarrow x = 6$
- e) $x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+3}{5} = \frac{x}{4} \rightarrow 20x - 10x - 10 - 4x - 12 = 5x \rightarrow x = 22$
- f) $\frac{10-3x}{8} - \frac{x+1}{9} - \frac{17}{36} = \frac{x}{6} \rightarrow 90 - 27x - 8x - 8 - 34 = 12x \rightarrow x = \frac{48}{47}$

47. Calcula el valor de x.

- a) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{2x}{6} + 9$
- b) $\frac{x+2}{3} = 5x - 46$
- c) $x - \frac{x+4}{5} = 1 + \frac{x}{2}$
- d) $\frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{6} = 2$
- e) $\frac{x-5}{5} + \frac{8-x}{2} + \frac{2x-10}{2} = 3$
- f) $\frac{x-10}{2} - \frac{x-20}{4} - \frac{x-30}{3} = 5$
- a) $\frac{3x}{5} + 7 = \frac{2x}{6} + 9 \rightarrow \frac{3x}{5} - \frac{2x}{6} = 9 - 7 \rightarrow \left(\frac{3 \cdot 6 - 2 \cdot 5}{30}\right)x = 2$
 $\rightarrow \frac{8}{30}x = 2 \rightarrow x = \frac{2 \cdot 30}{8} = \frac{15}{2}$
m.c.m. (5, 6) = 30
- b) $\frac{x+2}{3} = 5x - 46 \rightarrow x + 2 = 15x - 138 \rightarrow x - 15x = -138 - 2$
 $\rightarrow -14x = -140 \rightarrow x = 10$

$$c) x - \frac{x+4}{5} = 1 + \frac{x}{2} \rightarrow 10x - 2(x+4) = 10 + 5x$$

\uparrow
 m.c.m. (5, 2) = 10
 $\rightarrow 10x - 2x - 8 = 10 + 5x$
 $\rightarrow 8x - 8 = 10 + 5x$
 $\rightarrow 8x - 5x = 10 + 8 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6$

$$d) \frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{6} = 2 \rightarrow 6 \cdot \frac{x+8}{2} - 6 \cdot \frac{x-4}{6} = 6 \cdot 2$$

\uparrow
 m.c.m. (2, 6) = 6
 $\rightarrow 3(x+8) - (x-4) = 12$
 $\rightarrow 3x + 24 - x + 4 = 12 \rightarrow 2x + 28 = 12$
 $\rightarrow 2x = 12 - 28 \rightarrow x = \frac{-16}{2} = -8$

$$e) \frac{x-5}{5} + \frac{8-x}{2} + \frac{2x-10}{2} = 3$$

\uparrow
 m.c.m. (5, 2) = 10
 $\rightarrow 10 \cdot \frac{x-5}{5} + 10 \cdot \frac{8-x}{2} + 10 \cdot \frac{2x-10}{2} = 10 \cdot 3$
 $\rightarrow 2(x-5) + 5(8-x) + 5(2x-10) = 30$
 $\rightarrow 2x - 10 + 40 - 5x + 10x - 50 = 30$
 $\rightarrow 7x - 20 = 30 \rightarrow 7x = 50 \rightarrow x = \frac{50}{7}$

$$f) \frac{x-10}{2} - \frac{x-20}{4} - \frac{x-30}{3} = 5$$

\uparrow
 m.c.m. (2, 4, 3) = 12
 $\rightarrow 12 \cdot \frac{x-10}{2} - 12 \cdot \frac{x-20}{4} - 12 \cdot \frac{x-30}{3} = 12 \cdot 5$
 $\rightarrow 6(x-10) - 3(x-20) - 4(x-30) = 60$
 $\rightarrow 6x - 60 - 3x + 60 - 4x + 120 = 60$
 $\rightarrow -x + 120 = 60 \rightarrow -x = 60 - 120 = -60 \rightarrow x = 60$

48. Obtén la solución de estas ecuaciones.

$$a) \frac{2x-10}{3} - \frac{3(x-12)}{4} = -1 \quad d) \frac{3-x}{7} - x = \frac{3+2(x-1)}{14}$$

$$b) \frac{-3x-3}{5} = 3 - 4(x+2) \quad e) \frac{4x-6}{10} + 2x = 21 - \frac{3(x+1)}{12}$$

$$c) \frac{2x-5}{5} + \frac{x+1}{4} = 20 - x$$

$$a) \frac{2x-10}{3} - \frac{3(x-12)}{4} = -1 \rightarrow 12 \cdot \frac{2x-10}{3} - 12 \cdot \frac{3(x-12)}{4} = -12$$

\uparrow
 m.c.m. (3, 4) = 12
 $\rightarrow 4(2x-10) - 9(x-12) = -12$
 $\rightarrow 8x - 40 - 9x + 108 = -12$
 $\rightarrow -x + 68 = -12 \rightarrow -x = -12 - 68 = -80 \rightarrow x = 80$

$$b) \frac{-3x-3}{5} = 3 - 4(x+2) \rightarrow 5 \cdot \frac{-3x-3}{5} = 15 - 20(x+2)$$

$\rightarrow -3x - 3 = 15 - 20x - 40 \rightarrow -3x + 20x = -25 + 3$
 $\rightarrow 17x = -22 \rightarrow x = -\frac{22}{17}$

$$c) \frac{2x-5}{5} + \frac{x+1}{4} = 20 - x$$

$$\rightarrow 20 \cdot \frac{2x-5}{5} + 20 \cdot \frac{x+1}{4} = 20(20-x)$$

↑
m.c.m. (5, 4) = 20

$$\rightarrow 4(2x-5) + 5(x+1) = 20(20-x)$$

$$\rightarrow 8x - 20 + 5x + 5 = 400 - 20x$$

$$\rightarrow 13x + 20x = 400 + 15 \rightarrow 33x = 415$$

$$\rightarrow x = \frac{415}{33}$$

$$d) \frac{3-x}{7} - x = \frac{3+2(x-1)}{14} \rightarrow 14 \cdot \frac{3-x}{7} - 14x = 14 \cdot \frac{3+2(x-1)}{14}$$

$$\rightarrow 2(3-x) - 14x = 3 + 2(x-1)$$

$$\rightarrow 6 - 2x - 14x = 3 + 2x - 2$$

$$\rightarrow 6 - 16x = 1 + 2x$$

$$\rightarrow -16x - 2x = 1 - 6 \rightarrow -18x = -5 \rightarrow x = \frac{5}{18}$$

$$e) \frac{4x-6}{10} + 2x = 21 - \frac{3(x+1)}{12}$$

$$\rightarrow 60 \cdot \frac{4x-6}{10} + 60 \cdot 2x = 60 \cdot 21 - 60 \cdot \frac{3(x+1)}{12}$$

↑
m.c.m. (10, 12) = 60

$$\rightarrow 6(4x-6) + 120x = 1260 - 15(x+1)$$

$$\rightarrow 24x - 36 + 120x = 1260 - 15x - 15$$

$$\rightarrow 144x + 15x = 1245 + 36 \rightarrow 159x = 1281$$

$$\rightarrow x = \frac{1281}{159} = \frac{427}{53}$$

49. Corrige los errores.

$$a) \begin{aligned} 7(x-2) &= 7 \\ x-2 &= 7-7 \\ x-2 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$b) \begin{aligned} 7(x-2) &= 4x+1 \\ 7x-5 &= 4x+1 \\ 3x &= 6 \\ x &= \frac{6}{-3} = -2 \end{aligned}$$

a) El primer miembro se ha dividido entre 7 y al segundo se le ha restado 7:

$$7 \cdot (x-2) = 7 \rightarrow x-2 = 1 \rightarrow x = 3$$

b) El error es realizar $7-2$ en el primer miembro en vez de multiplicar 7 por -2 ; además, en el último paso el coeficiente no debe cambiar de signo al pasar dividiendo al segundo miembro:

$$7 \cdot (x-2) = 4x+1 \rightarrow 7x-14 = 4x+1 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

50. Escribe una ecuación de primer grado que tenga como solución:

$$a) x = 2 \qquad c) x = -4$$

$$b) x = \frac{1}{4} \qquad d) x = -\frac{3}{5}$$

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) $\frac{x}{2} + 6 = 7$

b) $5x - 2 = x - 1$

c) $2(x+3) = -2$

d) $3x - (5 - x) = -8 - x$

51. Completa en tu cuaderno el número que le falta a estas ecuaciones para que su solución sea $x = 2$.

a) $\square x - 2 = 10$

e) $3(x + 2) - 4x = \square x$

b) $7x + \square = 25$

f) $x - 3(x - \square) = 4x$

c) $3x + 7 = \square$

g) $-2 + 2(\square x - 4) = 2$

d) $2(x - 1) + 1 = \square$

h) $3(2x - 1) = \square x + 5$

a) $\square \cdot 2 - 2 = 10 \rightarrow \square \cdot 2 = 12 \rightarrow \square = 6$

e) $3 \cdot (2 + 2) - 4 \cdot 2 = \square \cdot 2 \rightarrow 12 - 8 = \square \cdot 2 \rightarrow \square = 2$

b) $7 \cdot 2 + \square = 25 \rightarrow \square = 25 - 14 \rightarrow \square = 11$

f) $2 - 3(2 - \square) = 4 \cdot 2 \rightarrow 2 - \square = -2 \rightarrow \square = 4$

c) $3 \cdot 2 + 7 = \square \rightarrow 13 = \square$

g) $-2 + 2(\square \cdot 2 - 4) = 2 \rightarrow 2(\square \cdot 2 - 4) = 4 \rightarrow \square \cdot 2 = 6 \rightarrow \square = 3$

d) $2 \cdot (2 - 1) + 1 = \square \rightarrow \square = 3$

h) $3 \cdot (2 \cdot 2 - 1) = \square \cdot 2 + 5 \rightarrow 9 = \square \cdot 2 + 5 \rightarrow 4 = \square \cdot 2 \rightarrow \square = 2$

52. Escribe, en cada caso, una ecuación de primer grado que cumpla las características.

- Su solución es $x = -2$ y tiene un paréntesis.
- Su solución es $x = 3$ y tiene dos paréntesis.
- Su solución es $x = -6$ y tiene una fracción.
- Su solución es $x = 5$, tiene un paréntesis y una fracción de denominador 3.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $3(x + 4) = 6$

b) $5 + 2x - (x - 7) = 2(x - 1) + 11$

c) $x - \frac{x+1}{5} = -5$

d) $\frac{x+1}{3} = 4 - (x - 3)$

53. Escribe, en cada caso, una ecuación de segundo grado equivalente a las dadas.

a) $x^2 + 3 = -x + 6$

b) $5 \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) = 10$

c) $\frac{x \cdot (x + 2)}{3} = x + \frac{1}{2}$

d) $\frac{(x + 1)(x - 4)}{2} = x^2 - x$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $3x^2 = 2x \cdot (x - 1) + x + 3$

c) $6 \cdot \frac{x \cdot (x + 2)}{3} = 6 \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \rightarrow 2x \cdot (x + 2) = 6x + 3$

b) $(x + 2) \cdot (x - 3) = 2 \rightarrow x^2 - x - 8 = 0$

d) $(x + 1) \cdot (x - 4) = 2x^2 - 2x$

54. Considera las ecuaciones:

$3x = 6$

$x^2 = 4$

¿Son equivalentes? Justifica tu respuesta.

La primera tiene la solución $x = 2$ y la segunda, $x = \pm 2 \rightarrow$ No son equivalentes.

55. Resuelve las ecuaciones de segundo grado aplicando la fórmula general.

- a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ e) $x^2 - 2x + 1 = 0$
 b) $2x^2 - 4x + 13 = 0$ f) $7x^2 - 3x + 1 = 0$
 c) $x^2 + 8x + 16 = 0$ g) $-x^2 - 4x + 5 = 0$
 d) $3x^2 + 2x - 16 = 0$ h) $3x^2 - 9x - 54 = 0$

$$\text{a) } x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 104}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{-88}}{4} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$\text{c) } x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{0}}{2} = -4 \text{ (doble)}$$

$$\text{d) } x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 192}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{6} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2+14}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{-2-14}{6} = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\text{e) } x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = 1 \text{ (doble)}$$

$$\text{f) } x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 28}}{14} = \frac{3 \pm \sqrt{-19}}{14} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$\text{g) } x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-4+6}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-4-6}{2} = -5 \end{cases}$$

$$\text{h) } x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 648}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{729}}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{9+27}{6} = 6 \\ x_2 = \frac{9-27}{6} = -3 \end{cases}$$

56. Sin resolverlas, averigua el número de soluciones de estas ecuaciones.

- a) $x^2 + 5x + 6 = 0$ e) $x^2 + 8x + 16 = 0$
 b) $-2x^2 - 6x + 8 = 0$ f) $2x^2 - 4x + 13 = 0$
 c) $x^2 - 8x + 16 = 0$ g) $7x^2 - 3x + 1 = 0$
 d) $-x^2 + x + 1 = 0$ h) $2x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\text{a) } \Delta = 25 - 24 = 1 > 0 \rightarrow 2 \text{ soluciones}$$

$$\text{b) } \Delta = 36 + 64 = 100 > 0 \rightarrow 2 \text{ soluciones}$$

$$\text{c) } \Delta = 64 - 64 = 0 \rightarrow 1 \text{ solución doble}$$

$$\text{d) } \Delta = 1 + 4 = 5 > 0 \rightarrow 2 \text{ soluciones}$$

$$\text{e) } \Delta = 64 - 64 = 0 \rightarrow 1 \text{ solución doble}$$

$$\text{f) } \Delta = 16 - 104 = -88 < 0 \rightarrow \text{Sin solución}$$

$$\text{g) } \Delta = 9 - 28 = -19 < 0 \rightarrow \text{Sin solución}$$

$$\text{h) } \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -7 < 0 \rightarrow \text{Sin solución}$$

57. Determina el número de soluciones de las siguientes ecuaciones.

- a) $x^2 - 1 = 0$ e) $x^2 - x - 2 = 0$
 b) $x^2 + 2x = 0$ f) $x^2 = 7x - 12$
 c) $x^2 - 4x + 4 = 0$ g) $2x^2 - 4 + 3x = x^2 + 2 + 2x$
 d) $x^2 + 8x + 16 = 0$

a) $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

b) $x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x_2 = -2 \end{cases}$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2$

d) $x^2 + 8x + 16 = 0 \rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 16}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = -4$

e) $x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 + 4 \cdot 2}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2} =$
 $= \frac{1 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -1 \end{cases}$

f) $x^2 = 7x - 12 \rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$
 $\rightarrow x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

g) $2x^2 - 4 + 3x = x^2 + 2 + 2x \rightarrow 2x^2 - x^2 + 3x - 2x - 4 - 2 = 0$
 $\rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 6}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

Los apartados a), b), e), f) y g) tienen dos soluciones distintas ya que su discriminante es positivo, y los apartados c) y d) tienen una solución doble ya que su discriminante es cero.

58. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado incompletas.

- a) $x^2 - 8 = 0$ e) $-8x^2 - 24x = 0$
 b) $2x^2 + 50 = 0$ f) $-x^2 - x = 0$
 c) $3x^2 + 75x = 0$ g) $x^2 - 1 = 0$
 d) $x^2 - 16 = 0$ h) $4x^2 - 2x = 0$

a) $x = \pm \sqrt{8}$

b) $x^2 = -25 \rightarrow$ No tiene solución.

c) $3x(x + 25) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -25$

d) $x = \pm \sqrt{16} = \pm 4$

e) $-8x(x + 3) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -3$

f) $-x(x + 1) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$

g) $x = \pm \sqrt{1} = \pm 1$

h) $2x(2x - 1) \rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}$

59. Resuelve las ecuaciones por el método más adecuado.

- a) $7x^2 = 63$ g) $x^2 + 1 = \frac{5}{4}$
 b) $x^2 - 24 = 120$ h) $x^2 - 36 = 100$
 c) $x^2 - 25 = 0$ i) $2x^2 - 72 = 0$
 d) $x^2 = 10\,000$ j) $5x^2 - 3 = 42$
 e) $x^2 - 3 = 22$ k) $9x^2 - 36 = 5x^2$
 f) $5x^2 - 720 = 0$ l) $2x^2 + 7x - 15 = 0$
- a) $7x^2 = 63 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$
 b) $x^2 - 24 = 120 \rightarrow x^2 = 120 + 24 = 144 \rightarrow x = \pm 12$
 c) $x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$
 d) $x^2 = 10\,000 \rightarrow x = \pm 100$
 e) $x^2 - 3 = 22 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$
 f) $5x^2 - 720 = 0 \rightarrow 5x^2 = 720 \rightarrow x^2 = 144 \rightarrow x = \pm 12$
 g) $x^2 + 1 = \frac{5}{4} \rightarrow x^2 = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$
 h) $x^2 - 36 = 100 \rightarrow x^2 = 100 + 36 = 136 \rightarrow x = \pm \sqrt{136}$
 i) $2x^2 - 72 = 0 \rightarrow 2x^2 = 72 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6$
 j) $5x^2 - 3 = 42 \rightarrow 5x^2 = 45 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$
 k) $9x^2 - 36 = 5x^2 \rightarrow 9x^2 - 5x^2 = 36 \rightarrow 4x^2 = 36$
 $\rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$
 l) $2x^2 + 7x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 120}}{4} =$
 $= \frac{-7 \pm 13}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x_2 = -\frac{20}{4} = -5 \end{cases}$

60. Resuelve.

- a) $x^2 - 7x = 0$ f) $3x^2 - 12x = 0$
 b) $x^2 + 3x = 0$ g) $3x = 4x^2 - 2x$
 c) $x^2 - 25x = 0$ h) $4x^2 = 5x$
 d) $x^2 - 10x = 0$ i) $25x^2 - 100x = 0$
 e) $16x(x - 5) = 0$ j) $6x^2 - 6x = 12x$
- a) $x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x - 7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 7 = 0 \longrightarrow x_2 = 7 \end{cases}$
 b) $x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x + 3 = 0 \longrightarrow x_2 = -3 \end{cases}$
 c) $x^2 - 25x = 0 \rightarrow x(x - 25) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 25 = 0 \longrightarrow x_2 = 25 \end{cases}$
 d) $x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(x - 10) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 10 = 0 \longrightarrow x_2 = 10 \end{cases}$
 e) $16x(x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} 16x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 5 = 0 \longrightarrow x_2 = 5 \end{cases}$

$$f) 3x^2 - 12x = 0 \rightarrow 3x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 3x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$$

$$g) 3x = 4x^2 - 2x \rightarrow 4x^2 - 2x - 3x = 0 \rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \\ \rightarrow x(4x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$h) 4x^2 = 5x \rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \rightarrow x(4x - 5) = 0 \\ \rightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ 4x - 5 = 0 \rightarrow x_2 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$i) 25x^2 - 100x = 0 \rightarrow 25x(x - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} 25x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{cases}$$

$$j) 6x^2 - 6x = 12x \rightarrow 6x^2 - 18x = 0 \rightarrow 6x(x - 3) = 0 \\ \rightarrow \begin{cases} 6x = 0 \longrightarrow x_1 = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$$

61. Escribe estas ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ y resuélvelas.

$$a) x^2 + 2(2x + 1) = -1 \quad d) 4(x^2 + x) - 30 = -x^2 - x \quad g) \frac{8x^2 - 2}{3} = 0$$

$$b) x^2 - 3(x + 3) = 1 \quad e) -2(x^2 + x) - x = -x^2 - 4 \quad h) \frac{4x^2 + 2}{3} = 2x$$

$$c) 3(x^2 - 2x) = x^2 + 8 \quad f) \frac{1}{2}x^2 + 2(-2 + x) = 2x + 4 \quad i) \frac{7(x^2 - x)}{3} + \frac{2}{3} = \frac{x - x^2}{3}$$

$$a) x^2 + 4x + 2 = -1 \rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 3x - 9 = 1 \rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$c) 3x^2 - 6x = x^2 + 8 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$d) 4x^2 + 4x - 30 = -x^2 - x \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$e) -2x^2 - 2x - x = -x^2 - 4 \rightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{-2} = \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$f) \frac{x^2}{2} - 4 + 2x = 2x + 4 \rightarrow x^2 - 16 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{16} = 4 \\ x_2 = -\sqrt{16} = -4 \end{cases}$$

$$g) 8x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \\ x_2 = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$h) 4x^2 + 2 = 6x \rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$i) 7x^2 - 7x + 2 = x - x^2 \rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{1}{2} \text{ (doble)}$$

63. Resuelve estas ecuaciones.

a) $(3x - 2) \cdot (2x + 1) = 0$

b) $(2x + 4) \cdot (-x + 5) = 0$

c) $(2x + 2) \cdot (x^2 - 9) = 0$

a)
$$\begin{cases} 3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3} \\ 2x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + 4 = 0 \rightarrow x = -2 \\ -x + 5 = 0 \rightarrow x = 5 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 2 = 0 \rightarrow x = -1 \\ x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

64. Escribe, en cada caso, una ecuación de segundo grado que cumpla estas condiciones.

a) Tiene como solución única $x = 2$.b) Una de sus soluciones es $x = -1$, el término independiente es -3 y el coeficiente de x^2 es 1.c) No tiene solución, es incompleta y el coeficiente de x^2 es 2.d) Sus soluciones son $x = -\frac{1}{2}$ y $x = \frac{2}{3}$.a) Respuesta abierta, por ejemplo: $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) $x^2 - 2x - 3 = 0$

c) $2x^2 + 1 = 0$

d) $6x^2 - x - 2 = 0$

66. Halla la solución de estas ecuaciones de grado mayor que 2, tal como se ha explicado en la actividad anterior.

a) $x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0$

d) $x^3 - 7x^2 + 10x = 0$

b) $x^2 + 2x^3 - 8x^2 = 0$

e) $2x^3 - 11x^2 + 12x = 0$

c) $x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x = 0$

f) $x^3 - 6x^2 + 8x = 0$

a)
$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -4 & -4 & 16 \\ 4 & & 4 & 0 & -16 \\ \hline & 1 & 0 & -4 & 0 \end{array} \rightarrow (x - 4) \cdot (x^2 - 4) = 0 \rightarrow x_1 = 4, x_2 = 2, x_3 = -2$$

b) $x^2 \cdot (1 + 2x - 8) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = \frac{7}{2}$

c) $x \cdot (x^3 - 2x^2 - 11x + 12) = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -11 & 12 \\ 4 & & 4 & 8 & -12 \\ \hline & 1 & 2 & -3 & 0 \end{array} \rightarrow x \cdot (x - 4) \cdot (x^2 + 2x - 3) = 0 \rightarrow x_1 = 4, x_2 = 1, x_3 = -3, x_4 = 0$$

d) $x \cdot (x^2 - 7x + 10) = 0 \rightarrow x \cdot (x - 5) \cdot (x - 2) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = 2$

e) $x \cdot (2x^2 - 11x + 12) = 0 \rightarrow 2x \cdot (x - 4) \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = \frac{3}{2}$

f) $x \cdot (x^2 - 6x + 8) = 0 \rightarrow x \cdot (x - 2) \cdot (x - 4) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 4$

68. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{14x-5}{6} = \frac{11}{6}$

d) $(x-2) + (2x-1)(x-3) = x(3x-3) - 2x$

b) $\frac{(x-2)(x+2)}{5} - \frac{14x+35}{6} = \frac{52x+5}{10}$

e) $(x-1)(x+2) = 2 + (x+3)(x-4)$

c) $(2x+1)^2 = -1$

f) $\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{5}x = 0$

a) $2(x-2)^2 + 14 - 5 = 11 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x_1 = 3, x_2 = 1$

b) $6(x^2 - 4) - 5(14x + 35) = 3(52x + 5) \rightarrow x_1 = \frac{113}{6} + \frac{\sqrt{14\,053}}{6}, x_2 = \frac{113}{6} - \frac{\sqrt{14\,053}}{6}$

c) $4x^2 + 4x + 1 = -1 \rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow$ No tiene solución real.

d) $x - 2 + 2x^2 - 6x - x + 3 = 3x^2 - 3x - 2x \rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$

e) $x^2 + x - 2 = 2 + x^2 - x - 12 \rightarrow x = -4$

f) $x\left(\frac{3}{4}x + \frac{4}{5}\right) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{16}{15}$

69. Escribe la ecuación que expresa estos enunciados y halla el número al que se hace referencia.

a) El doble de un número más su cuarta parte es igual a 135.

b) La mitad de la diferencia de un número menos 8 unidades es 3.

c) El producto de un número por el doble de ese mismo número da como resultado 512.

d) El doble de la suma de un número más 4 unidades es -12 .e) La tercera parte de un número menos la mitad de ese mismo número da como resultado -3 .

f) El producto de un número por el número resultante de sumarle 5 unidades a ese mismo número es 14.

g) La cuarta parte del cuadrado de un número es igual a la tercera parte de la suma de ese número más 1 unidad.

a) $2x + \frac{x}{4} = 135 \rightarrow 8x + x = 540 \rightarrow x = 60$

e) $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} = -3 \rightarrow 2x - 3x = -18 \rightarrow x = 18$

b) $\frac{x-8}{2} = 3 \rightarrow x-8 = 6 \rightarrow x = 14$

f) $x \cdot (x+5) = 14 \rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm 9}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -7 \end{cases}$

c) $x \cdot 2x = 512 \rightarrow 2x^2 = 512 \rightarrow x^2 = 256 \rightarrow x = \pm 16$

g) $\frac{x^2}{4} = \frac{x+1}{3} \rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{6} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$

d) $2 \cdot (x+4) = -12 \rightarrow 2x+8 = -12 \rightarrow x = -10$

70. Halla dos números naturales consecutivos sabiendo que su suma es 55.

$x + x + 1 = 55 \rightarrow 2x = 54 \rightarrow x = 27 \rightarrow$ Por tanto, los dos números son 27 y 28.

71. Obtén tres números naturales consecutivos sabiendo que su suma es 108.

$x + x + 1 + x + 2 = 108 \rightarrow 3x = 105 \rightarrow x = 35 \rightarrow$ Por tanto, los tres números son 35, 36 y 37.

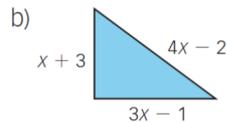
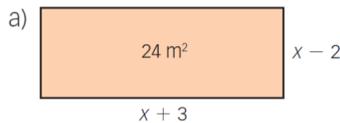
72. Halla dos números consecutivos sabiendo que la diferencia entre la tercera parte del mayor y la quinta parte del menor es igual a la séptima parte del menor.

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x}{5} = \frac{x}{7} \rightarrow 35x + 35 - 21x = 15x \rightarrow x = 35 \rightarrow \text{Por tanto, los números son 35 y 36.}$$

73. Halla un número que sumado con su quinta parte, con su sexta parte y 9 unidades da como resultado 50.

$$x + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} + 9 = 50 \rightarrow 41x = 1230 \rightarrow x = 30$$

74. Calcula x en cada caso.



a) $A_{\text{Rectángulo}} = (x+3) \cdot (x-2) = 24 \rightarrow x^2 + x - 30 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm 11}{2} \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -6$

Descartando la solución negativa, los lados del rectángulo miden 3 cm y 8 cm.

b) Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$(4x-2)^2 = (x+3)^2 + (3x-1)^2 \rightarrow 3x^2 - 8x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm 10}{6} \rightarrow x_1 = 3, x_2 = -\frac{1}{3}$$

Descartando la solución negativa, los lados del triángulo miden 6 cm, 8 cm y 10 cm.

75. Halla un número de dos cifras sabiendo que la cifra de las unidades es el doble que la de las decenas y que la suma de ambas cifras es 12.

x = cifra de las decenas $\rightarrow 2x$ = cifra de las unidades

$$x + 2x = 12 \rightarrow x = 4 \rightarrow \text{El número es 48.}$$

76. De una pieza de tela se han cortado dos partes, una de la mitad para confeccionar una camisa, y otra de la sexta parte para un pañuelo. Calcula la longitud de la pieza sabiendo que después de los cortes han quedado 6 m.



x = longitud de la tela en metros.

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{6} + 6 = x \rightarrow 3x + x + 36 = 6x \rightarrow 2x = 36 \rightarrow x = 18 \rightarrow \text{La longitud de la tela es de 18 metros.}$$

77. Llevo recorridos $\frac{7}{15}$ de un trayecto y aún me faltan 84 m para llegar a la mitad.

¿Cuál es la longitud del trayecto?

x = longitud del trayecto en metros.

$$\left(\frac{7x}{15} + 84\right) = \frac{x}{2} \rightarrow 2 \cdot 520 = 15x - 14x \rightarrow x = 2 \cdot 520 \rightarrow \text{La longitud del trayecto es de 2 520 metros.}$$

78. Un niño gasta los $\frac{2}{5}$ de sus ahorros en un regalo para su hermano. Luego, compra un libro con la tercera parte de lo que le queda, y le sobran 16 €. Calcula cuánto dinero tenía ahorrado y cuánto se gasta en el regalo y en el libro.



x = dinero ahorrado en €.

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}x + 16 = x \rightarrow 16 = \frac{2}{5}x \rightarrow x = 40 \text{ € tenía ahorrados.}$$

$$\frac{2x}{5} = \frac{2 \cdot 40}{5} = 16 \text{ € se gasta en el regalo.}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{2x}{5}\right) = \frac{1}{3} \cdot (40 - 16) = 8 \text{ € se gasta en el libro.}$$

79. Un terreno rectangular tiene una superficie de 1739 m² y mide 10 m más de largo que de ancho. Calcula sus dimensiones.

$$\text{Ancho: } x. \text{ Largo: } x + 10 \rightarrow x(x + 10) = 1739 \rightarrow x^2 + 10x - 1739 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 6956}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{7056}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-10 + 84}{2} = 37 \\ x_2 = \frac{-10 - 84}{2} = -47 \end{cases}$$

Las dimensiones son 37 m de ancho y 47 m de largo. La otra solución no es válida por ser negativa.

80. Halla la longitud de una cuerda sabiendo que, después de cortar la mitad, la quinta parte y la décima parte, quedan 30 m.

x = longitud de la cuerda.

$$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{5} + \frac{x}{10}\right) = 30 \rightarrow 10x - 5x - 2x - x = 300 \rightarrow x = 150 \text{ m}$$

81. En una fiesta hay 288 personas. El número de niños que han asistido a la fiesta es la mitad que el número de mujeres, y el número de hombres es la tercera parte de las mujeres y niños juntos. ¿Cuántos niños, mujeres y hombres hay en la fiesta?

$$x = \text{mujeres} \rightarrow \frac{x}{2} = \text{niños} \rightarrow \frac{x + \frac{x}{2}}{3} = \frac{x}{2} \text{ hombres} \quad x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 288 \rightarrow 2x = 288 \rightarrow x = 144$$

Hay 72 niños, 144 mujeres y 72 hombres.

82. Una bodega exportó en enero la mitad de sus barriles, y a los dos meses, un tercio de los que le quedaban. ¿Cuántos barriles tenía al comienzo si ahora hay 40 000?

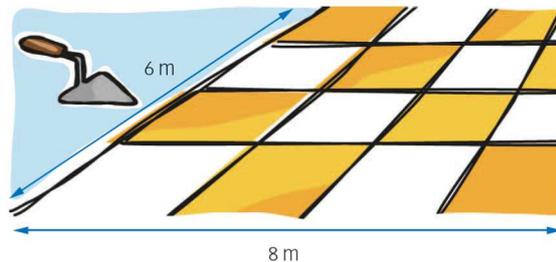
Barriles: x . Exporta en enero: $\frac{x}{2}$ y en los dos meses siguientes: $\frac{1}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right)$.

$$x - \frac{x}{2} - \frac{1}{3}\left(x - \frac{x}{2}\right) = 40\,000 \rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{6} = 40\,000 \rightarrow \frac{x}{3} = 40\,000 \\ \rightarrow x = 120\,000 \text{ barriles}$$

83. En la comunidad de vecinos de Luis hay una quinta parte de personas originarias de países africanos, una décima parte de americanos y las 28 personas restantes son europeas. ¿Cuántos vecinos hay en total?

$$x - \left(\frac{x}{5} + \frac{x}{10}\right) = 28 \rightarrow x - \left(\frac{x}{5} + \frac{x}{10}\right) = 28 \rightarrow x = 40 \text{ vecinos hay en total.}$$

84. Para embaldosar un salón de 8 m de largo por 6 m de ancho se han utilizado 300 baldosas cuadradas. ¿Cuánto mide el lado de las baldosas?



Lado de la baldosa: x

$$300x^2 = 8 \cdot 6 \rightarrow x^2 = 0,16 \rightarrow x = 0,4$$

La baldosa mide 40 cm de lado.

86. Claudia y su madre se llevan 26 años. ¿Cuántos años tienen ahora si dentro de 10 años la edad de la madre será el triple de la edad de Claudia?

	Claudia	Madre de Claudia
Actualidad	x	$x + 26$
Dentro de 10 años	$x + 10$	$x + 36$

$$x + 36 = 3 \cdot (x + 10) \rightarrow x + 36 = 3x + 30 \rightarrow x = 3$$

Claudia tiene 3 años y su madre 29 años.

87. Miguel tiene dos años más que su primo Alberto y hace cuatro años la edad de Alberto era tres cuartas partes de la de Miguel.



- a) ¿Qué edades tendrán los dos dentro de seis años?
 b) ¿Qué edad tenía cada uno cuando la edad de Miguel triplicaba la de Alberto?

a)

	Miguel	Alberto
Actualidad	$x + 2$	x
Hace 4 años	$x - 2$	$x - 4$

$$x - 4 = \frac{3}{4} \cdot (x - 2) \rightarrow 4x - 16 = 3x - 6 \rightarrow x = 10$$

Dentro de 6 años Miguel tendrá 18 años, y Alberto 16.

b)

	Miguel	Alberto
Actualidad	12	10
Hace y años	$12 - y$	$10 - y$

$$12 - y = 3(10 - y) \rightarrow 2y = 18 \rightarrow y = 9 \rightarrow \text{Hace 9 años la edad de Miguel triplicaba a la de Alberto.}$$

Es decir, Miguel tenía 3 años, y Alberto, un año.

88. María tiene dos hijos gemelos cuyas edades son la octava parte de la edad de su madre. ¿Cuáles son sus edades si entre todos suman 40 años?

$$\text{Edad de María} = x \rightarrow \text{Edad de los gemelos} = \frac{x}{8}$$

$$x + \frac{x}{8} + \frac{x}{8} = 40 \rightarrow 8x + 2x = 320 \rightarrow x = 32$$

Es decir, María tiene 32 años y sus hijos tienen 4 años.

89. Un padre tiene 35 años, y su hijo, 8. ¿Hace cuántos años el padre tenía diez veces la edad del hijo? ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el doble de la del hijo?

	Padre	Hijo
Actualidad	35	8
Hace x años	$35 - x$	$8 - x$
Dentro de y años	$35 + y$	$8 + y$

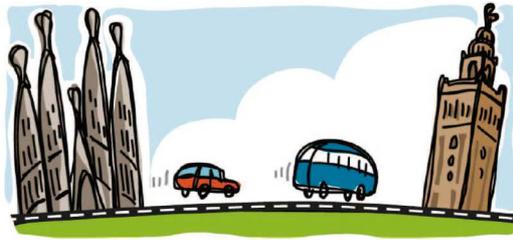
$$35 - x = 10(8 - x) \rightarrow x = 5 \rightarrow \text{Hace 5 años el padre tenía diez veces la edad del hijo.}$$

$$35 + y = 2(8 + y) \rightarrow y = 19 \rightarrow \text{Dentro de 19 años la edad del padre será el doble de la del hijo.}$$

91. A las 7 de la mañana Tomás sale de Zamora con dirección a Cádiz, a 660 km, con una velocidad de 75 km/h. A la misma hora, Natalia sale de Cádiz hacia Zamora por la misma carretera, a una velocidad de 60 km/h. ¿A qué hora se cruzarán? ¿Y a qué distancia de Cádiz?

Siendo x el tiempo que tardan en encontrarse, y considerando que están a una distancia de 660 km: $75x + 60x = 660 \rightarrow 135x = 660$
 $\rightarrow x = 4,888$ horas = 4 h 53 min 20 s. Se cruzarán a las 11 h 53 min 20 s y estarán a $4,888 \cdot 60 = 293,333$ km de Cádiz.

92. Esther viaja de Barcelona a Sevilla en coche. Sale a las 8 y lleva una velocidad de 90 km/h. A 110 km de Barcelona, Juan coge, a las 8, un autobús que viaja a 70 km/h, con la misma dirección que Esther. ¿A qué hora se encuentra Esther con el autobús? ¿Qué distancia ha recorrido cada uno?



El tiempo que tardan en encontrarse es x .
 $90x = 110 + 70x \rightarrow 20x = 110 \rightarrow x = 5,5$ horas
 Luego se encuentran a las 13 h 30 min. La distancia recorrida por Esther es:
 $5,5 \cdot 90 = 495$ km y la de Juan es: $495 - 110 = 385$ km.

93. Un camión sale de una ciudad a una velocidad de 80 km/h y, dos horas más tarde sale un coche de la misma ciudad a 120 km/h. ¿A qué distancia del origen alcanzará el coche al camión?

x = Tiempo transcurrido desde que sale el coche hasta el encuentro.

	Ventaja	Momento del encuentro
Distancia que recorre el camión	$2 \cdot 80$	$2 \cdot 80 + 80x$
Distancia que recorre el coche		$120x$

$$2 \cdot 80 + 80x = 120x \rightarrow x = 4 \rightarrow 4 \cdot 120 = 480$$

Es decir, se encuentran 4 horas después de la salida del coche, a 480 km del origen.

94. En una pastelería a las 12 h han vendido un tercio de los pasteles que había. A las 14 h han vendido la mitad de los que quedaban. Por la tarde venden una sexta parte del resto, y al cerrar quedan 20 pasteles. ¿Cuántos pasteles había al comenzar la jornada?

x = número de pasteles al comenzar la jornada.

$$\text{A las 12 h: } \frac{x}{3}$$

$$\text{A las 14 h: } \frac{1}{2} \left(x - \frac{x}{3} \right) = \frac{x}{3}$$

$$\text{Por la tarde: } \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{3} = \frac{x}{18}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x}{18} + 20 = x \rightarrow 6x + 6x + x + 360 = 18x \rightarrow x = 72 \text{ pasteles.}$$

DEBES SABER HACER**1. Escribe una ecuación:**

- a) Con dos incógnitas y términos independientes 5 y -3 .
 b) Con una incógnita y solución 7.

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) $2x + 5 = 6y - 3$

b) $2x + 5 = 19$

2. Resuelve estas ecuaciones.

a) $3(x + 2) - 4 = 2x + 3$

b) $\frac{2-x}{3} + \frac{1+x}{2} = \frac{3-x}{4}$

a) $3x + 6 - 4 = 2x + 3 \rightarrow x = 1$

b) $12 \cdot \left(\frac{2-x}{3} + \frac{1+x}{2} \right) = 12 \cdot \frac{3-x}{4} \rightarrow 8 - 4x + 6 + 6x = 9 - 3x \rightarrow x = -1$

3. Resuelve estas ecuaciones.

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$

c) $2x^2 - 4 = 0$

b) $2x^2 - 4x = 0$

d) $2x^2 = 0$

a) $x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

c) $2x^2 = 4 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} \\ x_2 = -\sqrt{2} \end{cases}$

b) $2x \cdot (x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

d) $x = 0$ doble

4. En un viaje se han hecho dos paradas. Hasta la primera se ha recorrido la tercera parte del trayecto, y hasta la segunda, la quinta parte. Si desde la segunda parada hasta el final del trayecto aún quedaban 210 km, ¿qué distancia se ha recorrido en total?

x = distancia total del trayecto.

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} + 210 = x \rightarrow 5x + 3x + 3150 = 15x \rightarrow x = 450 \text{ km}$$

5. El área de un rectángulo es 96 cm². Halla la medida de sus dimensiones sabiendo que el largo mide 4 cm más que el ancho.

Longitud del ancho en cm = x \rightarrow Longitud del largo = $x + 4$.

$$x \cdot (x + 4) = 96 \rightarrow x^2 + 4x - 96 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{400}}{2} = \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = -12 \end{cases}$$

Descartando la solución negativa, se tiene que el ancho es 8 cm y el largo 12 cm.

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

95. Para planificar un viaje necesitamos saber el tiempo aproximado que invertiremos en el trayecto. Para determinar ese tiempo, se pueden utilizar los navegadores o páginas web específicas, en las que marcando la ciudad de origen y la de llegada podemos obtener el tiempo estimado que durará el viaje.

Para calcular ese tiempo se suele utilizar la fórmula física del movimiento rectilíneo uniforme:

$$\text{Espacio} = \text{Velocidad} \cdot \text{Tiempo}$$



Lucía vive en Santander y suele veranear en Alicante con su amiga Ana, pero este año sus vacaciones coinciden y han decidido intercambiar casas. Lucía sale de Santander a las 9:00 h de la mañana y la velocidad media de su coche es de 115 km/h. Ana sale de Alicante un poco más tarde, a las 9:30 h de la mañana, y su velocidad media es de 100 km/h.

¿En qué punto kilométrico se encontrarán si suponemos que la distancia total es 900 km?

t = tiempo en horas a partir de las 9:30.

$900 = 115(t + 0,5) + 100t \rightarrow t = 3,92 \rightarrow$ Se encuentran en 3,92 horas desde la salida de Ana.

$(3,92 + 0,5) \cdot 115 = 508,3$ km desde Santander.

$3,92 \cdot 100 = 392$ km desde Alicante.

FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

96. Resuelve estas ecuaciones.

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$-6x^2 + x + 1 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$-8x^2 + 2x + 1 = 0$$

Si observas, cada par de ecuaciones son del tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad cx^2 + bx + a = 0$$

- a) Escribe dos ecuaciones que correspondan a estos tipos y resuélvelas. ¿Qué observas?
- b) Comprueba que si s_1 y s_2 son las soluciones de $ax^2 + bx + c = 0$ y r_1 y r_2 son las soluciones de $cx^2 + bx + a = 0$, se cumple que: $s_1 \cdot r_2 = 1$ y $s_2 \cdot r_1 = 1$.

$$x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$-6x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{-12} = \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$-8x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{-16} = \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{4} \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

a) Respuesta abierta, por ejemplo:

$$2x^2 - 9x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$-5x^2 - 9x + 2 = 0 \rightarrow x_1 = -2, x_2 = \frac{1}{5}$$

Si x_1 y x_2 son las soluciones de $ax^2 + bx + c = 0$, entonces $\frac{1}{x_2}$ y $\frac{1}{x_1}$ serán las soluciones de $cx^2 + bx + a = 0$

$$b) s_1 \cdot r_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4ac} = \frac{4ac}{4ac} = 1$$

$$s_2 \cdot r_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4ac} = \frac{4ac}{4ac} = 1$$

97. Resuelve estas ecuaciones:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

Si observas, cada par de ecuaciones son del tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ax^2 - bx + c = 0$$

a) Escribe dos ecuaciones que correspondan a estos tipos y resuélvelas. ¿Qué observas?

b) Comprueba que si s_1 y s_2 son las soluciones de $ax^2 + bx + c = 0$ y r_1 y r_2 son las soluciones de $ax^2 - bx + c = 0$, se cumple que: $s_1 + r_2 = 0$ y $s_2 + r_1 = 0$.

$$x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

a) Respuesta abierta, por ejemplo:

$$2x^2 - 9x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$2x^2 + 9x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = -5, x_2 = \frac{1}{2}$$

Si x_1 y x_2 son las soluciones de $ax^2 + bx + c = 0$, entonces las soluciones de $ax^2 - bx + c = 0$ serán las opuestas.

$$b) s_1 + r_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$$

$$s_2 + r_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$$

PRUEBAS PISA

98. Villazed está contemplando construir varias centrales de energía eólica para producir electricidad. El Ayuntamiento de Villazed recogió información sobre el siguiente modelo.

Modelo: E-82

Altura de la torre: 138 metros

Número de palas del rotor: 3

Longitud de una pala del rotor: 40 metros

Velocidad máxima de rotación: 20 vueltas por minuto

Precio de construcción: 3 200 000 zeds

Facturación: 0,10 zeds por kWh generado

Coste de mantenimiento: 0,01 zeds por kWh generado

Rendimiento: Operativa el 97% del año

Nota: el kilovatio-hora (kWh) es una unidad de medida de la energía eléctrica.

Villazed desea calcular los costes y el beneficio que generaría la construcción de esta central de energía eólica.

El alcalde propone la siguiente fórmula para calcular el beneficio económico, E (en zeds), durante una serie de años, a , si construyen el modelo E-82.

$$E = \underbrace{400\,000a}_{\text{Beneficio de la producción anual de electricidad}} - \underbrace{3\,200\,000}_{\text{Costes de construcción de la central de energía eólica}}$$

Según la fórmula del alcalde, ¿cuál es el número mínimo de años de funcionamiento requeridos para cubrir los costes de construcción de la central de energía eólica?



$$400\,000a - 3\,200\,000 = 0 \rightarrow a = 8$$

El número mínimo de años requeridos para cubrir los costes de producción es 8.

