

Ejercicios y Problemas

Unidad Didáctica 5

# ECUACIONES

3° ESO



**Colección de ejercicios  
de examen resueltos**



© Raúl González Medina

# TEMA 5: ECUACIONES

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x + (3x - 5) = 2x - (5 - 4x) + 1$

Rompemos Paréntesis  $\rightarrow x + 3x - 5 = 2x - 5 + 4x + 1$  Agrupamos  $\rightarrow$

Agrupamos  $\rightarrow 4x - 5 = 6x - 4$  Transponemos términos  $\rightarrow 4x - 6x = -4 + 5$  Agrupamos  $\rightarrow -2x = 1$  Despejamos x  $\rightarrow$

Despejamos x  $\rightarrow x = \frac{1}{-2}$  Solución  $\rightarrow x = -\frac{1}{2}$

b)  $\frac{2x}{3} - 2 = 1 + \frac{3x}{4}$

Reducimos a común denominador  $\rightarrow \frac{8x}{12} - \frac{24}{12} = \frac{12}{12} + \frac{9x}{12}$  Quitamos denominadores  $\rightarrow \frac{8x}{12} - \frac{24}{12} = \frac{12}{12} + \frac{9x}{12}$

$\rightarrow 8x - 24 = 12 + 9x$  Transponemos términos  $\rightarrow 8x - 9x = 12 + 24$  Agrupamos  $\rightarrow -x = 36$  Solución  $\rightarrow x = -36$

c)  $2x^2 - 2x - 12 = 0$

Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original  $ax^2 + bx + c = 0$

$\begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \\ c = -12 \end{cases}$  Y resolvemos mediante la fórmula  $\rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Sustituyendo con a, b y c, calculamos x  $\rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}}{2 \cdot 2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{4} = \frac{2 \pm 10}{4}$

Operamos  $\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2 + 10}{4} = \frac{12}{4} = 3 \\ x_2 = \frac{2 - 10}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases}$  Solución  $\rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

d)  $2x^2 + 5 - 3x^2 + 2 + 6x = 6x - 2x^2 + 11$

Transponemos términos  $\rightarrow 2x^2 + 5 - 3x^2 + 2 + 6x - 6x + 2x^2 - 11 = 0$

Agrupamos  $\rightarrow x^2 - 4 = 0$  Es una ecuación Incompleta. Resolvemos directamente  $\rightarrow x^2 = 4$  Soluciones  $\rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$

2.- La suma de cuatro números consecutivos es 78. ¿Cuáles son esos números?

Sean los 4 números consecutivos:  $\begin{cases} 1^\circ: x \\ 2^\circ: x+1 \\ 3^\circ: x+2 \\ 4^\circ: x+3 \end{cases}$  podemos plantear la ecuación haciendo que su suma sea 78:

1 2 3 4 5

$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 78$

Cuya solución es:

$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 78$  Agrupamos  $\rightarrow 4x + 6 = 78$  Transponemos  $\rightarrow 4x = 78 - 6 \rightarrow 4x = 72$

Despejamos  $\rightarrow x = \frac{72}{4}$  Solución  $\rightarrow x = 18$

6 7 8 9

Por tanto, los números son 18, 19, 20 y 21.

3.- En el aparcamiento del Carrefour, entre coches y motos, hay 70 vehículos y 260 ruedas sin contar las de repuesto. ¿Cuántos coches y motos hay?

Si llamamos **x** al número de coches, el de motos será **70-x**.

Como sabemos que una moto tiene 2 ruedas y un coche 4, podemos plantear la ecuación con el número de ruedas:



$$\text{Ruedas de coche} + \text{Ruedas de moto} = 260$$

$$4x + 2(70 - x) = 260$$



Cuya solución es:

$$4x + 2(70 - x) = 260 \xrightarrow[\text{Rompemos Paréntesis}]{\rightarrow} 4x + 140 - 2x = 260 \xrightarrow[\text{Transponemos términos}]{\rightarrow} 4x - 2x = 260 - 140$$

$$\xrightarrow[\text{Agrupamos}]{\rightarrow} 2x = 120 \xrightarrow[\text{Despejamos x}]{\rightarrow} x = \frac{120}{2} \xrightarrow[\text{Solución}]{\rightarrow} x = 60$$

Por tanto, el número de coches es 60 y el de motos  $70 - 60 = 10$

4.- Tenemos 145 dátiles repartidos en 3 cajas. La caja grande tiene 15 dátiles más que la mediana, y la pequeña tiene 20 menos que la mediana. ¿Cuántos dátiles tiene cada caja? (1,5 puntos)

Si llamamos  $x$  a los dátiles que ha en la caja mediana, en la grande habrá  $x+15$  dátiles y en la pequeña  $x-20$ .

Tenemos  $\begin{cases} \text{Caja grande: } x+15 \\ \text{Caja mediana: } x \\ \text{Caja pequeña: } x-20 \end{cases}$  y como entre las tres cajas suman 145 dátiles, podemos plantear la ecuación:

$$x + 15 + x + x - 20 = 145$$



Cuya solución es:

$$x + 15 + x + x - 20 = 145 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{\rightarrow} 3x - 5 = 145 \xrightarrow[\text{Transponemos}]{\rightarrow} 3x = 145 + 5 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{\rightarrow} 3x = 150$$

$$\xrightarrow[\text{Despejamos x}]{\rightarrow} x = \frac{150}{3} \xrightarrow[\text{Solución}]{\rightarrow} x = 50$$

Así que, en la caja mediana hay 50 dátiles, en la pequeña  $50 - 20 = 30$  y en la grande  $50 + 15 = 65$

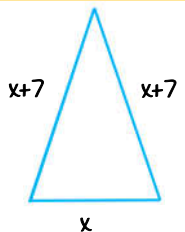
5.- Los dos lados iguales de un triángulo isósceles son 7 cm más largos que el lado desigual. Si su perímetro es de 47 cm. ¿Cuánto miden los lados del triángulo? (1,5 puntos)

Si llamamos  $x$  al lado desigual, los lados iguales serán  $x+7$  y si nos ayudamos de un dibujo:

Podemos plantear una ecuación sabiendo que su perímetro es 47:

$$\text{Perímetro} = \text{Suma de sus lados} = 47$$

$$x + x + 7 + x + 7 = 47$$



Cuya solución es:

$$x + x + 7 + x + 7 = 47 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{\rightarrow} 3x + 14 = 47 \xrightarrow[\text{Transponemos}]{\rightarrow} 3x = 47 - 14 \xrightarrow[\text{Agrupamos}]{\rightarrow} 3x = 33$$

$$\xrightarrow[\text{Despejamos x}]{\rightarrow} x = \frac{33}{3} \xrightarrow[\text{Solución}]{\rightarrow} x = 11$$

Por tanto, el lado desigual mide 11 cm y los lados iguales miden  $11 + 7 = 18$  cm.

6.- En un torneo Fornite, cada vez que un gamer gana una partida recibe 25 paVos y cada vez que pierde paga 8, si al cabo de 10 partidas ha ganado 151 paVos. Calcula el número de partidas ganadas.

Si llamamos  $x$  a las partidas ganadas, como el gamer ha jugado 10 partidas, entonces las partidas perdidas serán  $10 - x$ .

Partidas ganadas	Partidas perdidas
$x$	$10 - x$

Una vez que hecho esto, podemos plantear la ecuación con el dinero que gana. Si por cada partida ganada obtiene 25 paVos, por todas las partidas ganadas obtendrá  $25 \cdot x$  pavos. Y si por las pérdidas paga 8 paVos, en total pagará  $8 \cdot (10 - x)$ . Si restamos ambas cantidades nos dará el dinero total que gana, por tanto:

$$\underbrace{25x}_{\text{Dinero ganado}} - \underbrace{8(10-x)}_{\text{Dinero perdido}} = 151$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} 25x - 8(10 - x) &= 151 && \xrightarrow{\text{Rompe los Paréntesis}} && 25x - 80 + 8x = 151 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && 33x - 80 = 151 && \xrightarrow{\text{Trasponemos los términos}} \\ \rightarrow 33x &= 151 + 80 && \xrightarrow{\text{Agrupamos de nuevo}} && 33x = 231 && \xrightarrow{\text{Despejamos x}} && x = \frac{231}{33} && \xrightarrow{\text{Solución}} && x = 7 \end{aligned}$$

Por tanto, el gamer ha ganado 7 partidas.

7.- Si sumamos 10 € al doble de tu dinero resultará lo mismo que si restamos tu dinero de 43 €. ¿Cuánto tienes?

Si llamamos  $x$  al dinero que tengo, podemos plantear una ecuación:  $2x + 10 = 43 - x$

Cuya solución es:

$$2x + 10 = 43 - x \rightarrow 2x + x = 43 - 10 \rightarrow 3x = 33 \rightarrow x = \frac{33}{3} \rightarrow x = 11$$

Por tanto, tengo 11 euros.

8.- Resuelve paso a paso las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} a) \quad x - 10 &= 3x - 7 + 8x - 13 && \xrightarrow{\text{Hacemos la transposición de términos}} && x - 3x - 8x = -7 - 13 + 10 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && -10x = -10 && \rightarrow \\ \text{Despejamos x} &&& \rightarrow && x = \frac{-10}{-10} && \xrightarrow{\text{Solución}} && x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad 75 - 37x + 25 - 12x &= 318 + x - 10 + 2x && \xrightarrow{\text{Transposición de términos}} && -37x - 12x - x - 2x = 318 - 10 - 75 - 25 && \rightarrow \\ \text{Agrupamos} &&& \rightarrow && -52x = 208 && \xrightarrow{\text{Despejamos x}} && x = \frac{208}{-52} && \xrightarrow{\text{Solución}} && x = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad 2(1+x) - 3(x-1) - 6 &= x - 11 && \xrightarrow{\text{Rompe los paréntesis}} && 2 + 2x - 3x + 3 - 6 = x - 11 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && -x - 1 = x - 11 && \rightarrow \\ \text{Transposición de términos} &&& \rightarrow && -x - x = -11 + 1 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && -2x = -10 && \xrightarrow{\text{Despejamos x}} && x = \frac{-10}{-2} && \xrightarrow{\text{Solución}} && x = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) \quad 2(3x+2) &= 4[2x-5(x-2)] && \xrightarrow{\text{Rompe los paréntesis}} && 6x+4 = 4(2x-5x+10) && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && 6x+4 = 4(-3x+10) && \rightarrow \\ \text{Rompe los paréntesis} &&& \rightarrow && 6x+4 = -12x+40 && \xrightarrow{\text{Transposición de términos}} && 6x+12x = 40-4 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && 18x = 36 && \rightarrow \\ \text{Despejamos x} &&& \rightarrow && x = \frac{36}{18} && \xrightarrow{\text{Solución}} && x = 2 \end{aligned}$$

e)  $\frac{3x-1}{5} = \frac{2x+1}{3}$  →  $\frac{3(3x-1)}{15} = \frac{5(2x+1)}{15}$  →  $\frac{3(3x-1)}{\cancel{15}} = \frac{5(2x+1)}{\cancel{15}}$  →

→  $3(3x-1) = 5(2x+1)$  →  $9x-3 = 10x+5$  →  $9x-10x = 5+3$  →

→  $-x = 8$  →  $x = \frac{8}{-1}$  → **Solución**  $x = -8$

Reducimos a común denominador con el m.c.m. de 3 y 5  
Quitamos denominadores  
Rompemos los paréntesis  
Transposición de términos  
Agrupamos  
Despejamos x

f)  $\frac{x-1}{5} + \frac{x+2}{3} = \frac{x}{2} - \frac{x+4}{30}$  →  $\frac{6(x-1)}{30} + \frac{10(x+2)}{30} = \frac{15x}{30} - \frac{x+4}{30}$  →

→  $6(x-1) + 10(x+2) = 15x - x - 4$  →  $6x-6+10x+20 = 14x-4$  →

→  $16x+14 = 14x-4$  →  $16x-14x = -14-4$  →  $2x = -18$  →

→  $x = \frac{-18}{2}$  → **Solución**  $x = -9$

Reducimos a común denominador con el m.c.m. de 5, 3, 2 y 30  
Quitamos denominadores  
Rompemos los paréntesis  
Agrupamos  
Transposición de términos  
Agrupamos  
Despejamos x

g)  $x^2 - 12x + 36 = 0$  →  $\begin{cases} a=1 \\ b=-12 \\ c=36 \end{cases}$  →  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  →

→  $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{12 \pm 0}{2}$  → **Solución**  $x = 6$

Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original  $ax^2 + bx + c = 0$   
Y resolvemos mediante la fórmula  
Sustituyendo con a, b y c, calculamos x

h)  $5 - 3x^2 + 2 - 5x + x^2 - 2x = 5x + x^2 - 8$  →  $5 - 3x^2 + 2 - 5x + x^2 - 2x - 5x - x^2 + 8 = 0$

→  $-3x^2 - 12x + 15 = 0$  →  $x^2 + 4x - 5 = 0$  →  $\begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=-5 \end{cases}$  →

→  $x = \frac{-4 \pm 6}{2}$  → **Soluciones**  $\begin{cases} x_1 = \frac{-4+6}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-4-6}{2} = \frac{-10}{2} \rightarrow x_2 = -5 \end{cases}$

Transponemos términos  
Escribimos ecuación equivalente dividiendo por -3  
Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original  $ax^2 + bx + c = 0$   
Y resolvemos mediante la fórmula  
Sustituyendo con a, b y c, calculamos x

i)  $6x^2 - 48x = 0$  →  $6x(x-8) = 0$  →  $\begin{cases} \text{Si } 6x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ \text{Si } x-8 = 0 \rightarrow x_2 = 8 \end{cases}$

Sacamos factor común 6x  
Si el producto de dos números es cero, es porque alguno de ellos es 0

j)  $1 - 4x^2 = -8$  →  $-4x^2 = -8 - 1$  →  $-4x^2 = -9$  →  $x^2 = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4}$

→  $x^2 = \frac{9}{4}$  →  $\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{9}{4}}$  →  $x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$  → **Solución**  $x = \pm \frac{3}{2}$

Transponemos términos  
Agrupamos  
Despejamos x^2  
Calculamos x haciendo la raíz a ambos miembros de la ecuación

k)  $(2x-3)^2 - (x-2)^2 = 3(x-1) + 5x(x-1)$  →  $4x^2 - 12x + 9 - x^2 + 4x - 4 = 3x - 3 + 5x^2 - 5x$  →

Rompemos los ()

Agrupamos →  $3x^2 - 8x + 5 = 5x^2 - 2x - 3$  →  $3x^2 - 5x^2 - 8x + 2x + 5 + 3 = 0$  →

Transponemos términos

Agrupamos →  $-2x^2 - 6x + 8 = 0$  →  $x^2 + 3x - 4 = 0$  →

Escribimos ecuación equivalente multiplicando por -2

Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original  $ax^2 + bx + c = 0$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -4 \end{cases} \rightarrow$$

Y resolvemos mediante la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Sustituyendo con a, b y c, calculamos x

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

Soluciones

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} \rightarrow x_2 = -4 \end{cases}$$

→  $x = \frac{-3 \pm 5}{2}$

### 9.- Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones:

a)  $11 - 5(3x + 2) + 7x = 2(6 - 5x) - 13$  →  $11 - 15x - 10 + 7x = 12 - 10x - 13$  →

Rompemos Paréntesis

Transponemos términos →  $10x - 8x = -2$  →  $2x = -2$  →  $x = -\frac{2}{2}$

Despejamos x

Solución →  $x = -1$

b)  $1 - \frac{3-2x}{2} = x + \frac{2x-3}{5}$  →  $\frac{10}{10} - \frac{5 \cdot (3-2x)}{10} = \frac{10x}{10} + \frac{2 \cdot (2x-3)}{10}$  →

Reducimos a común denominador

Quitamos denominadores →  $\frac{10}{10} - \frac{5 \cdot (3-2x)}{10} = \frac{10x}{10} + \frac{2 \cdot (2x-3)}{10}$  →  $10 - 5 \cdot (3-2x) = 10x + 2 \cdot (2x-3)$  →

Rompemos Paréntesis

Agrupamos →  $10x - 5 = 14x - 6$  →

Transponemos términos

Agrupamos otra vez →  $-4x = -1$  →  $x = \frac{-1}{-4}$  →  $x = \frac{1}{4}$

Despejamos x

Solución

c)  $14x^2 + 5x - 1 = 0$  →  $\begin{cases} a = 14 \\ b = 5 \\ c = -1 \end{cases}$  →  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$  →

Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original  $ax^2 + bx + c = 0$

Y resolvemos mediante la fórmula

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 14 \cdot (-1)}}{2 \cdot 14} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{28} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{28} = \frac{-5 \pm 9}{28}$$

Sustituyendo con a, b y c, calculamos x

Operamos

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5 + 9}{28} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7} \\ x_2 = \frac{-5 - 9}{28} = \frac{-14}{28} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Solución

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{7} \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

d)  $2x^2 - 3 + 7x + 8 = x^2 + 5 - 2x$  →  $2x^2 - 3 + 7x + 8 - x^2 - 5 + 2x = 0$  →

Transponemos términos

Agrupamos

Agrupamos →  $x^2 - 9x = 0$  →  $x(x-9) = 0$  →

Es una ecuación Incompleta. Sacamos factor común X

Soluciones

$$\begin{cases} \text{Si } x=0 \rightarrow x_1 = 1 \\ \text{Si } x-9=0 \rightarrow x_2 = 9 \end{cases}$$

**10.-** Una ensaimada cuesta 10 céntimos más que un cruasán. Si tres cruasanes y cuatro ensaimadas me han costado 6 euros. ¿Cuál es el coste de cada pieza?

Si llamamos  $x$  al precio de un cruasán en céntimos, el precio de la ensaimada (también en céntimos) será  $x+10$ . Por tanto:



Como nos dicen que 3 cruasanes y 4 ensaimadas han costado 6 €, con esto podemos plantear la ecuación, pero hemos de tener cuidado porque hay que poner todos los precios en céntimos:

$$6 \text{ €} = 600 \text{ céntimos}$$

$$\underbrace{3x}_{\text{Dinero Cruasanes}} + \underbrace{4(x+10)}_{\text{Dinero Ensamadas}} = 600$$

Y cuya solución viene dada por:

$$\begin{array}{ccccccc}
 3x + 4(x+10) = 600 & \xrightarrow{\text{Rompeamos Paréntesis}} & 3x + 4x + 40 = 600 & \xrightarrow{\text{Agrupamos}} & 7x + 40 = 600 & \xrightarrow{\text{Trasponemos los términos}} & \\
 \rightarrow 7x = 600 - 40 & \xrightarrow{\text{Agrupamos de nuevo}} & 7x = 560 & \xrightarrow{\text{Despejamos x}} & x = \frac{560}{7} & \xrightarrow{\text{Solución}} & x = 80
 \end{array}$$

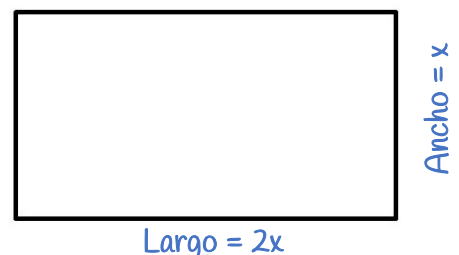
Una vez resuelta la ecuación, y usando el lenguaje algebraico respondemos a la pregunta.

**Por tanto, un cruasán cuesta 80 céntimos y una ensaimada  $80 + 10 = 90$  céntimos.**

**11.-** Para jugar al fútbol en la playa necesitamos delimitar una zona rectangular que sea el doble de larga que de ancha. Si se han necesitado 84 m de cinta. ¿Cuáles son las dimensiones del campo?

Si llamamos  $x$  a lo que mide el ancho del rectángulo, como dice que el largo es el doble del ancho, tendremos que el largo medirá  $2x$ , así que si nos ayudamos con un dibujo tenemos:

Ancho	Largo
$x$	$2x$



Como usamos 84 metros de cinta, quiere eso decir que todo el perímetro del rectángulo (el borde) medirá 84 metros, así que, si sumamos todos los lados, podremos plantear la ecuación:

$$\text{Perímetro} = 84 \rightarrow 2x + x + 2x + x = 84 \rightarrow 6x = 84$$

Cuya solución viene dada por:

$$6x = 84 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x = \frac{84}{6} \xrightarrow{\text{Solución}} x = 14$$

**Por tanto, el ancho del rectángulo mide 14 metros y el largo  $2 \cdot 14 = 28$  metros.**

**12.** – Fátima tiene 16 años más que Naila, pero dentro de 4 años la edad de Fátima será el doble que la de Naila. ¿Qué edad tiene cada una?

Si llamamos  $x$  a la edad de Naila, entonces Fátima que 16 años mayor, tendrá  $x+16$ . Si lo representamos en una tabla, tenemos:

	Ahora	Dentro de 4 años
Edad de Naila:	$x$	$x + 4$
Edad de Fátima:	$x + 16$	$x + 20$

Con el dato de que dentro de 4 años la edad de Fátima será el doble que la de Naila, planteamos la ecuación:

$$\underbrace{x+20}_{\text{Edad Fátima}} = \underbrace{2}_{\text{Doble}} \cdot \underbrace{(x+4)}_{\text{Edad Naila}}$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{array}{l}
 x+20=2 \cdot (x+4) \xrightarrow{\text{Rompeamos Paréntesis}} x+20=2x+8 \xrightarrow{\text{Trasponemos los términos}} x-2x=8-20 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} \\
 -x=-12 \xrightarrow{\text{Despejamos } x} x=\frac{-12}{-1} \xrightarrow{\text{Solución}} x=12
 \end{array}$$

Por tanto, Naila tiene 12 años y Fátima  $12 + 16 = 28$  años.

**13.** – El producto de dos números consecutivos es 21 unidades mayor que el triple de su suma. ¿De qué números se trata?

Si los números consecutivos son  $x$  y  $(x+1)$ , ya podemos plantar la ecuación:

$$\underbrace{x \cdot (x+1)}_{\text{Producto de números consecutivos}} - \underbrace{21}_{\text{21 unidades mayor}} = \underbrace{3}_{\text{Triple}} \cdot \underbrace{(x+x+1)}_{\text{Suma de los 2 números}}$$

Si operamos un poco:

$$x(x+1) - 21 = 3(x+x+1) \xrightarrow{\text{Rompeamos Paréntesis}} x^2 + x - 21 = 3x + 3x + 3 \xrightarrow{\text{Trasponemos términos y agrupamos}} x^2 - 5x - 24 = 0$$

Nos encontramos con una ecuación de segundo grado cuya solución viene dada por:

$$\begin{array}{l}
 x^2 - 5x - 24 = 0 \xrightarrow{\text{Anotamos el valor de los coeficientes } a, b \text{ y } c \text{ comparando con la ec. original } ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a=1 \\ b=-5 \\ c=-24 \end{cases} \xrightarrow{\text{Y resolvemos mediante la fórmula}} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \rightarrow \\
 \xrightarrow{\text{Sustituyendo con } a, b \text{ y } c, \text{ calculamos } x} x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 96}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{5 \pm 11}{2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Soluciones} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+11}{2} = \frac{16}{2} \rightarrow x_1 = 8 \\ x_2 = \frac{5-11}{2} = \frac{-6}{2} \rightarrow x_2 = -3 \end{cases}
 \end{array}$$

Así que nos encontramos con dos soluciones, veamos si las dos se verifican:

$$\underbrace{x \cdot (x+1)}_{\text{Producto de números consecutivos}} - \underbrace{21}_{\text{21 unidades mayor}} = \underbrace{3}_{\text{Triple}} \cdot \underbrace{(x+x+1)}_{\text{Suma de los 2 números}}$$

$$8 \cdot 9 - 21 \stackrel{?}{=} 3(8+9) \rightarrow 72 - 21 \stackrel{?}{=} 3 \cdot 17 \rightarrow 51 \stackrel{?}{=} 51 \rightarrow \text{Se verifica}$$

$$(-3) \cdot (-2) - 21 \stackrel{?}{=} 3(-3-2) \rightarrow 6 - 21 \stackrel{?}{=} 3(-15) \rightarrow -15 \stackrel{?}{=} -15 \rightarrow \text{Se verifica}$$

Por tanto, ambas funcionan, así que la solución es:

Los números son el 8 y el 9, pero también el .2 y el -3.

14.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} a) (7-6x)-5(x+2) &= 3(x+2)-2x \rightarrow 7-6x-5x-10=3x+6-2x \rightarrow \\ &\rightarrow -6x-5x-3x+2x=6+10-7 \rightarrow -12x=9 \rightarrow x=-\frac{9}{12} \rightarrow x=-\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 3[x+(14-x)] &= 2[x-(2x-21)] \rightarrow 3[x+14-x]=2[x-2x+21] \rightarrow \\ &\rightarrow 3 \cdot 14=2[-x+21] \rightarrow \cancel{42}=-2x+\cancel{42} \rightarrow 0=-2x \rightarrow x=0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \frac{(x-3)^2}{2} + \frac{(x+1)(x-1)}{3} &= \frac{4x^2-19x+31}{6} \rightarrow \frac{3(x-3)^2}{6} + \frac{2(x+1)(x-1)}{6} = \frac{4x^2-19x+31}{6} \rightarrow \\ &\rightarrow 3(x^2-6x+9)+2(x^2-1)=4x^2-19x+31 \rightarrow 3x^2-18x+27+2x^2-2-4x^2+19x-31=0 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2+x-6=0 \xrightarrow{\text{Ruffini}} (x+3)(x-2)=0 \rightarrow \begin{cases} (x+3)=0 \rightarrow x_1=-3 \\ (x-2)=0 \rightarrow x_2=2 \end{cases} \end{aligned}$$

15.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} a) 7(x-1)-2x-16 &= 3(x-3) \rightarrow 7x-7-2x-16=3x-9 \rightarrow 5x-23=3x-9 \\ &\rightarrow 5x-3x=-9+23 \rightarrow 2x=14 \rightarrow x=\frac{14}{2} \rightarrow x=7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 6x+4 &= 4[2x-5(x-2)] \rightarrow 6x+4=4[2x-5x+10] \rightarrow 6x+4=4[-3x+10] \\ &\rightarrow 6x+4=-12x+40 \rightarrow 6x+12x=40-4 \rightarrow 18x=36 \rightarrow x=\frac{36}{18}=2 \end{aligned}$$

$$c) (x-3)^2=2x^2-5x+9 \rightarrow x^2-6x+9=2x^2-5x+9 \rightarrow x^2+x=0$$

$$\rightarrow c_1) x(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x+1=0 \rightarrow x_2=-1 \end{cases}$$

$$\rightarrow c_2) x^2+x=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=0 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} =$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-1 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0 \\ x_2 = \frac{-1-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$$

$$d) x + \frac{3x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = x^2 - 2 \rightarrow \frac{6x}{6} + \frac{3(3x+1)}{6} - \frac{2(x-2)}{6} = \frac{6x^2}{6} - \frac{12}{6} \rightarrow$$

$$\rightarrow 6x + 3(3x+1) - 2(x-2) = 6x^2 - 12 \rightarrow 6x + 9x + 3 - 2x + 4 - 6x^2 + 12 = 0$$

$$-6x^2 + 13x + 19 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 13 \\ c = 19 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 4(-6) \cdot 19}}{2 \cdot (-6)} =$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 456}}{-12} = \frac{-13 \pm \sqrt{625}}{-12} = \frac{-13 \pm 25}{-12} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-13+25}{-12} = \frac{12}{-12} = -1 \\ x_2 = \frac{-13-25}{-12} = \frac{-38}{-12} = \frac{19}{6} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{19}{6} \end{cases}$$

16.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) (3-x) + 2(x-1) = (x-5) + 2x \rightarrow 3-x+2x-2 = x-5+2x \rightarrow x+1 = 3x-5$$

$$\rightarrow +1-5 = 3x-x \rightarrow -4 = 2x \rightarrow x = \frac{-4}{2} \rightarrow x = -2$$

$$b) 2(3x+2) = 4[2x-5(x-2)] \rightarrow 6x+4 = 4(2x-5x+10) \rightarrow 6x+4 = 4(-3x+10)$$

$$\rightarrow 6x+4 = -12x+40 \rightarrow 6x+12x = 40-4 \rightarrow 18x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{18} \rightarrow x = 2$$

$$c) (3x+2)^2 + 3x(1-3x) = 2x-22 \rightarrow 9x^2 + 12x + 4 + 3x - 9x^2 = 2x - 22 \rightarrow$$

$$\rightarrow 12x + 3x - 2x = -22 - 4 \rightarrow 13x = -26 \rightarrow x = \frac{-26}{13} \rightarrow x = -2$$

$$d) \frac{3x^2}{2} - \frac{4x-1}{4} = \frac{2x(x-3)}{6} + \frac{17}{2} \rightarrow \frac{18x^2}{12} - \frac{3(4x-1)}{12} = \frac{4x(x-3)}{12} + \frac{17}{12} \rightarrow$$

$$\rightarrow 18x^2 - 3(4x-1) = 4x(x-3) + 17 \rightarrow 18x^2 - 12x + 3 = 4x^2 - 12x + 17 \rightarrow$$

$$\rightarrow 18x^2 - 12x + 3 - 4x^2 + 12x - 17 = 0 \rightarrow 14x^2 - 14 = 0 \rightarrow 14(x^2 - 1) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 14(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = +1 \end{cases}$$

17.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) (3-x) + 2(x-1) = (x-5) + 2x \rightarrow 3-x+2x-2-x+5-2x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow -x+2x-x-2x = -5+2-3 \rightarrow -2x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{-2} \rightarrow x = 3$$

$$b) (x-3)(x-4) = (x-2)^2 \rightarrow x^2 - 3x - 4x + 12 = x^2 - 4x + 4 \rightarrow -3x = -8 \rightarrow x = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$$

$$c) (x+3)^2 = 9 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = 9 \rightarrow x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(x-6) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x-6 = 0 \rightarrow x_2 = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$$d) \frac{3x^2}{2} - \frac{4x-1}{4} = \frac{2x(x-3)}{6} + \frac{17}{2} \rightarrow \frac{18x^2}{12} + \frac{3(4x-1)}{12} = \frac{2 \cdot 2x \cdot (x-3)}{12} + \frac{6 \cdot 17}{12} \rightarrow$$

$$\rightarrow 18x^2 - 12x + 3 = 4x^2 - 12x + 102 \rightarrow 18x^2 - 12x + 3 - 4x^2 + 12x - 102 = 0$$

$$14x^2 - 99 = 0 \rightarrow 14x^2 = 99 \rightarrow x^2 = \frac{99}{14} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{99}{14}} \rightarrow x = \pm \frac{3\sqrt{154}}{14}$$

**18.**— Un cajero hace dos pagos. En el primero da los  $\frac{2}{5}$  de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dh. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos  $x$  al dinero que tenía el cajero al principio:

Primer pago:  $\frac{2}{5}x + 500$

Quedan:  $x - \left(\frac{2}{5}x + 500\right) = \frac{3}{5}x - 500$

Segundo pago:  $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}x - 500\right) + 250 = \frac{3}{10}x - 250 + 250 = \frac{3}{10}x$

Entre los dos pagos, ha el cajero ha dado:  $\frac{2}{5}x + 500 + \frac{3}{10}x = \frac{7}{10}x + 500$

Por lo que quedan:  $x - \left(\frac{7}{10}x + 500\right) = \frac{3}{10}x - 500$

Y esta cantidad se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio, es decir, con  $\frac{x}{5}$ .

Así que, la ecuación será:  $\frac{3}{10}x - 500 = \frac{x}{5}$ , cuya solución es:

$$\frac{3x}{10} - 500 = \frac{x}{5} \rightarrow \frac{3x}{10} - \frac{5000}{10} = \frac{2x}{10} \rightarrow 3x - 5000 = 2x \rightarrow x = 5000$$

Por tanto, en el cajero habían 5.000 dh

En el primer pago ha dado  $\frac{2}{5} \cdot 5000 + 500 = 2.500$  y en el segundo  $\frac{3}{10} \cdot 5000 = 1.500$

Así que el primer pago da 2.500 dh y en el segundo 1.500 dh.

De esta forma quedan 1.000 dh que se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio.

**19.**— Un granjero, tiene en su granja, entre gallinas y conejos, 20 animales y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos tiene?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos  $x$  al número de gallinas, y  $20-x$  al de conejos y vamos a plantear la ecuación con el número de patas en la granja:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Gallinas: } x \\ \text{Conejos: } 20-x \end{array} \right\} \rightarrow 2x + 4(20-x) = 52 \rightarrow 2x + 80 - 4x = 52 \rightarrow 2x - 4x = 52 - 80 \rightarrow$$

$$\rightarrow -2x = -28 \rightarrow x = \frac{-28}{-2} \rightarrow x = 14$$

Por tanto, en la granja hay 14 gallinas y  $20-14=6$  conejos.

Si calculamos el total de patas, vemos que  $14 \cdot 2 + 6 \cdot 4 = 28 + 24 = 52$ , coincide con el número dado en el enunciado.

**20.-** Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos  $x$  al tiempo (en horas) que tardaría una de las bombas, entonces la otra tardaría  $16+x$  horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en cuanto depósito se vacía en una hora con cada una de las bombas o con las dos:

$\left. \begin{array}{l} \text{Bomba 1: } x \\ \text{Bomba 2: } x+16 \\ \text{Las dos: } 15 \end{array} \right\}$	$\rightarrow$	$\left. \begin{array}{l} \text{Bomba 1: } \frac{1}{x} \\ \text{Bomba 2: } \frac{1}{x+16} \\ \text{Las dos: } \frac{1}{15} \end{array} \right\}$	$\rightarrow$	<p style="font-size: small;">Lo que hagan las dos bombas a la vez en 1 hora</p> <p style="font-size: small;">Será igual a la suma de lo que haga cada una por separado también en 1 hora</p>	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{15} \rightarrow$
---	---------------	---	---------------	--	---

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{x(x+16) \cdot 15} + \frac{15x}{x(x+16) \cdot 15} = \frac{x(x+16)}{x(x+16) \cdot 15} \rightarrow 15x + 240 + 15x = x^2 + 16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 16x - 30x - 240 = 0 \rightarrow x^2 - 14x - 240 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-14 \\ c=-240 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-240)}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 960}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{1156}}{2} = \frac{14 \pm 34}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{14+34}{2} = \frac{48}{2} = 24 \\ x_2 = \frac{14-34}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

**Por tanto, una bomba es capaz de vaciar el depósito en 24 horas y la otra en  $24+16=40$  horas.**

**21.-** La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que  $x$  será la edad de la hija.

Edades	Hoy	Dentro de 9 años
Hija	$x$	$x+9$
Madre	$x^2$	$x^2+9$

Ahora plantearemos la ecuación **dentro de 9 años**:

$$x^2 + 9 = 3(x+9) \rightarrow x^2 + 9 = 3x + 27 \rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-18 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{3+9}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ x_2 = \frac{3-9}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

**Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre  $6^2=36$  años.**

Si calculamos las edades de cada una dentro de 9 años, vemos que  $6+9=15$  y  $36+9=45$  que es el triple.

**22.-** Un Químico tiene dos disoluciones de ácido clorhídrico, una con una concentración de 40% en volumen y la otra del 75%. ¿Cuántos  $\text{cm}^3$  de cada una de ellas debe utilizar para preparar otra disolución de  $60 \text{ cm}^3$  con una concentración del 50% en volumen?

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que  $x$  será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen ( $\text{cm}^3$ )	Concentración (%)	Total
Disolución 1	$x$	40	$40x$
Disolución 2	$60-x$	75	$75(60-x)$
Disolución Mix	60	50	3.000

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$40x + 75(60 - x) = 3000 \rightarrow 40x + 4.500 - 75x = 3000 \rightarrow 40x - 75x = 3000 - 4500 \rightarrow$$

$$\rightarrow -35x = -1500 \rightarrow x = \frac{-1500}{-35} \rightarrow x = 42,86 \text{ cm}^3$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos  $42,86 \text{ cm}^3$  de ácido al 40% con  $17,14 \text{ cm}^3$  del de 75%.

**23.-** ¿Cuál es la edad de Mohamed, si al multiplicarla por 15 le faltan 100 años para completar su cuadrado?

Si llamamos  $x$  a la edad de Mohamed, cuando la multiplicamos por 15, será  $15x$ , y si dice que le faltan 100 años para completar su cuadrado, esto quiere decir que si a  $15x$  le sumo 100 tendré el cuadrado de la edad de Mohamed, por tanto, con todo esto ya puedo escribir la ecuación.

$$15x + 100 = x^2$$

Si transponemos todo al segundo miembro, ya tenemos la ecuación preparada para resolverla:

$$15x + 100 = x^2 \rightarrow x^2 - 15x - 100 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-100)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{225 + 400}}{2} = \frac{15 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{15 \pm 25}{2}$$

$$x_1 = \frac{15 + 25}{2} = \frac{40}{2} = 20 \quad x_2 = \frac{15 - 25}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

Desechamos la solución  $-5$  porque las edades no pueden ser negativas.

La edad de Mohamed es de 20 años.

**24.-** Se vierten en un recipiente 16 litros de una mezcla con una concentración en alcohol al 25%. ¿Cuántos litros de alcohol puro debo agregar a la mezcla inicial para obtener finalmente una mezcla cuya concentración de alcohol sea del 50%?

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Concentración (%)	Total
Alcohol (1)	16	25	$16 \cdot 25 = 400$
Alcohol Puro	$x$	100	$100x$
Mezcla	$16 + x$	50	$50 \cdot (16 + x) = 800 + 50x$

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Alcohol(1)} + Total_{Alcohol Puro} = Total_{Mezcla} \rightarrow 400 + 100x = 800 + 50x$$

Que resolviendo nos da:

$$400 + 100x = 800 + 50x \rightarrow 100x - 50x = 800 - 400 \quad 50x = 400 \rightarrow x = \frac{400}{50} = 8$$

Por tanto, tenemos que agregar 8 litros de alcohol puro.

25.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} a) \frac{x-3}{2(x-1)} &= -\frac{1}{x} \rightarrow x(x-3) = -2(x-1) \rightarrow x^2 - 3x = -2x + 2 \rightarrow x^2 - 3x + 2x - 2 = 0 \\ &\rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) 6x + 4 &= 4[2x - 5(x-2)] \rightarrow 6x + 4 = 4(2x - 5x + 10) \rightarrow 6x + 4 = 4(-3x + 10) \rightarrow \\ &\rightarrow 6x + 4 = -12x + 40 \rightarrow 6x + 12x = 40 - 4 \rightarrow 18x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{18} \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

26.- Hicham sale de excursión el fin de semana con una cierta cantidad de dinero. El viernes gasta la tercera parte de lo que tiene menos 100 dh, el sábado gasta la mitad de lo que tiene al empezar el día más 50 dh y el domingo gasta  $\frac{4}{5}$  de lo que le quedaba. Si regresa a casa el domingo por la tarde con 80 dh. ¿Con cuánto dinero empezó Hicham la excursión?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos  $x$  al dinero que tenía Hicham:

El viernes gasta:  $\frac{1}{3}x - 100$

Quedan:  $x - \left(\frac{1}{3}x - 100\right) = \frac{2}{3}x + 100$

El sábado gasta:  $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x + 100\right) + 50 = \frac{1}{3}x + 100$

Entre los dos días, Hicham ha gastado:  $\frac{1}{3}x - 100 + \frac{1}{3}x + 100 = \frac{2}{3}x$

Por lo que queda:  $\frac{x}{3}$  del dinero

El domingo gasta:  $\frac{4}{5}$  de lo que le quedaba, es decir  $\frac{4}{5}$  de  $\frac{x}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{x}{3} = \frac{4}{15}x$

Luego todavía le queda  $\frac{1}{5}$  de  $\frac{x}{3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{x}{3} = \frac{x}{15}$

Y esta cantidad se corresponde con los 80 dh. Con los que vuelve a casa.

Así que, la ecuación a resolver será:  $\frac{x}{15} = 80 \rightarrow x = 15 \cdot 80 = 1.200$  dh

Por tanto, Hicham empezó la excursión con 1.200 dh.

27.- En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que, si llamamos  $x$  al número de coches, y  $110-x$  al de motos y vamos a plantear la ecuación con el número de ruedas en el garaje:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{Coches: } x \\ \text{Motos: } 110 - x \end{array} \right\} &\rightarrow 4x + 2(110 - x) = 360 \rightarrow 4x + 220 - 2x = 360 \rightarrow 4x - 2x = 360 - 220 \\ &\rightarrow 2x = 140 \rightarrow x = \frac{140}{2} \rightarrow x = 70 \end{aligned}$$

Por tanto, en el garaje hay 70 coches y  $110 - 70 = 40$  motos.

Si calculamos el total de ruedas, vemos que  $70 \cdot 4 + 2 \cdot 40 = 280 + 80 = 360$ , coincide con el número dado en el enunciado.

**28.-** Dos grifos diferentes manando a la vez llenan una alberca en 15 horas. Si actuara solo uno de ellos, tardaría en llenarla 16 horas más que si actuara el otro. ¿Cuánto tardaría cada uno de ellos por sí solo en llenar la alberca?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos  $x$  al tiempo (en horas) que tardaría en llenar la alberca uno de los grifos, entonces el otro tardaría  $16+x$  horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción de alberca que se llena en una hora con cada uno de los grifos o con los dos:

$$\begin{array}{l}
 \text{Grifo 1: } x \\
 \text{Grifo 2: } x+16 \\
 \text{Los dos: } 15
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Grifo 1: } x \\ \text{Grifo 2: } x+16 \\ \text{Los dos: } 15 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{En 1 hora llenarán:} \\ \rightarrow \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{Grifo 1: } \frac{1}{x} \\
 \text{Grifo 2: } \frac{1}{x+16} \\
 \text{Los dos: } \frac{1}{15}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Grifo 1: } \frac{1}{x} \\ \text{Grifo 2: } \frac{1}{x+16} \\ \text{Los dos: } \frac{1}{15} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Lo que hagan los dos grifos} \\ \text{a la vez en 1 hora} \\ \rightarrow \\ \text{Será igual a la suma de lo que} \\ \text{haga cada uno por separado} \\ \text{también en 1 hora} \end{array}
 \frac{1}{x} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{x \cdot (x+16) \cdot 15} + \frac{15x}{x \cdot (x+16) \cdot 15} = \frac{x(x+16)}{x \cdot (x+16) \cdot 15} \rightarrow 15x + 240 + 15x = x^2 + 16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 16x - 30x - 240 = 0 \rightarrow x^2 - 14x - 240 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-14 \\ c=-240 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-240)}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 960}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{1156}}{2} = \frac{14 \pm 34}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{14 + 34}{2} = \frac{48}{2} = 24 \\ x_2 = \frac{14 - 34}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

**Por tanto, un grifo llena la alberca en 24 horas y el otro en  $24+16=40$  horas.**

**29.-** La edad de una madre es actualmente el cuadrado de la de su hija, pero dentro de 24 años la edad de la madre será el doble que la de su hija. ¿Cuántos años tienen ahora cada una de ellas?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que  $x$  será la edad de la hija.

Edades	Hoy	Dentro de 24 años
Hija	$x$	$x+24$
Madre	$x^2$	$x^2+24$

Ahora plantearemos la ecuación **dentro de 24 años**:

$$x^2 + 24 = 2(x + 24) \rightarrow x^2 + 24 = 2x + 48 \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-24 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{2 + 10}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ x_2 = \frac{2 - 10}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

**Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre  $6^2=36$  años.**

Si calculamos las edades de cada una dentro de 24 años, vemos que  $6+24=30$  y  $36+24=60$  que es el doble.

**30.-** En el laboratorio necesitamos 20 litros de una solución ácida al 20%. Si tenemos dos recipientes de disolución al 10% y solución al 25%. ¿Cuántos litros de cada una debemos combinar para obtener la solución necesaria?

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que  $x$  será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen (l)	Concentración (%)	Total
Disolución 1	$x$	10	$10x$
Disolución 2	$20-x$	25	$25(20-x)$
Disolución Mix	20	20	400

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$10x + 25(20 - x) = 400 \rightarrow 10x + 500 - 25x = 400 \rightarrow 10x - 25x = 400 - 500 \rightarrow$$

$$\rightarrow -15x = -100 \rightarrow x = \frac{-100}{-15} \rightarrow x = 6,67 \text{ litros}$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos 6,67 litros de la disolución al 10 % y 13,33 litros de la del 25%.

**31.-** ¿Qué cantidades de aceite, uno puro de oliva, a 3 €/litro, y otro de orujo, a 2 €/litro, hay que emplear para conseguir 200 litros de mezcla a 2,40 €/litro

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Precio (€/litro)	Total
Aceite puro	$x$	3	$3x$
Aceite de orujo	$200 - x$	2	$2(200-x) = 400 - 2x$
Mezcla de aceites	200	2,40	$200 \cdot 2,4 = 480$

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Aceite(1)} + Total_{Aceite(2)} = Total_{Mezcla} \rightarrow 3x + 400 - 2x = 480$$

Que resolviendo nos da:

$$3x + 400 - 2x = 480 \rightarrow 3x - 2x = 480 - 400 \rightarrow x = 80$$

La mezcla contiene 80 litros de aceite puro y 120 litros de aceite de Orujo.

**32.-** El  $\frac{4}{5}$  de los participantes en un congreso hablan inglés perfectamente, y de estos,  $\frac{1}{4}$  son hombres. Si en el congreso hay 308 hombres que saben hablar inglés, ¿cuántos participantes tiene el congreso?

Si llamamos  $x$  a los participantes del congreso, como  $\frac{1}{4}$  de los  $\frac{4}{5}$  de los participantes son hombres que saben inglés, entonces ya podemos plantear una ecuación igualando esta fracción a 308:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} x = 308$$

Cuya solución viene dada por:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} x = 308 \rightarrow \frac{x}{5} = 308 \rightarrow x = 5 \cdot 308 \rightarrow x = 1540$$

Por tanto, en el congreso hay 1.540 personas.

**33.-** Una creadora de contenido tiene un contrato con Google, por el cual percibe 300 € de sueldo fijo al mes más 90 € por cada video que suba a la conocida web. Recibe una oferta de TikTok, en la que le ofrecen 140 € por cada video que suba, pero sin remuneración fija. ¿Cuántos videos como mínimo debe subir para que le convenga, económicamente, cambiar de empresa?

Si llamamos  $x$  al número de videos publicados, en la plataforma Google gana  $300 + 90x$  y en la plataforma TikTok  $140x$ .

Con esto planteamos la ecuación igualando los dos salarios:  $300 + 90x = 140x$

Y su solución viene dada por:

$$300 + 90x = 140x \rightarrow 300 = 140x - 90x \rightarrow 300 = 50x \rightarrow x = \frac{300}{50} \rightarrow x = 6$$

Por tanto, ha de subir más de 6 videos para que cambiar de empresa sea rentable.

**34.-** El encargado de una cafetería compra 21 kg de una mezcla de dos tipos café que le cuesta 10 euros el kilogramo. Si uno de los cafés de la mezcla cuesta 12 €/kg y el otro 9 €/kg, ¿qué cantidad de cada tipo de café hay en la mezcla comprada?

Se trata de un problema de mezclas y para resolverlo nos vamos a ayudar de una tabla en la que  $x$  será la cantidad de café 1 y  $21-x$  la cantidad de café 2.

	Cantidad (kg)	Precio (€/kg)	Total
Café 1	$x$	12	$12x$
Café 2	$21-x$	9	$9 \cdot (21-x)$
Mezcla	21	10	210

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla es igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$12x + 9(21 - x) = 210$$

Cuya solución viene dada por:

$$12x + 9(21 - x) = 210 \rightarrow 12x + 189 - 9x = 210 \rightarrow 12x - 9x = 210 - 189$$

$$3x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{3} \rightarrow x = 7$$

Por tanto, la mezcla contiene 7 kg de café de 12€ el kilo y 14 kilos de café de 9€

**35.-** La tercera parte de un número es 45 unidades más pequeño que su doble ¿Cuál es ese número?

Traducción a Lenguaje Algebraico
$x$ es el número
$2x$ es su doble
$\frac{x}{3}$ es su tercera parte

Planteamiento de Ecuación
Como la tercera parte es 45 unidades más pequeña que su doble, al sumarle 45 a la tercera parte obtendremos su doble:
$\frac{x}{3} + 45 = 2x$

Resolución de la Ecuación con precisión
$\frac{x}{3} + 45 = 2x \rightarrow \frac{x}{3} + \frac{135}{3} = \frac{6x}{3}$
$x + 135 = 6x \rightarrow 135 = 6x - x$
$5x = 135 \rightarrow x = \frac{135}{5} = 27$

Por tanto, el número es el 27.

**36.-** La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno?

Traducimos al lenguaje algebraico con la ayuda de una tabla:

	Edad ahora	Edad dentro de 2 años
Hermano 1	$x$	$x+2$
Hermano 2	$x+5$	$x+2+5=x+7$

Planteamos la ecuación "dentro de dos años":

$$\underbrace{x+7}_{\text{La edad de uno}} = \underbrace{2(x+2)}_{\text{Es el doble de la del otro}} \rightarrow x+7=2x+4 \rightarrow 7-4=2x-x \rightarrow x=3$$

Por tanto, la edad de uno es 3 años y la del otro 8 años.

37.- Resuelve la ecuación:  $(x-3) \cdot (x-4) + x(x-3) = (x-2)^2$

$$(x-3) \cdot (x-4) + x(x-3) = (x-2)^2 \rightarrow x^2 - 3x - 4x + 12 + x^2 - 3x = x^2 - 4x + 4$$

$$\rightarrow x^2 - 3x - 4x + 12 + x^2 - 3x - x^2 + 4x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=8 \end{cases} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 8}}{2 \cdot 1} =$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ x_2 = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

38.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $6(x+1) - 4x = 5x - 9 \rightarrow 6x + 6 - 4x = 5x - 9 \rightarrow 6x - 4x - 5x = -9 - 6 \rightarrow -3x = -15$   
 $\rightarrow x = \frac{-15}{-3} \rightarrow x = 5$

b)  $\frac{3(x-1)}{2} - \frac{5(3-x)}{4} = 2x \rightarrow \frac{3 \cdot 2(x-1)}{4} - \frac{5(3-x)}{4} = \frac{4 \cdot 2x}{4} \rightarrow \frac{6x-6}{4} - \frac{15-5x}{4} = \frac{8x}{4} \rightarrow$   
 $\rightarrow \frac{6x-6}{4} - \frac{15-5x}{4} = \frac{8x}{4} \rightarrow 6x-6-15+5x=8x \rightarrow 6x+5x-8x=6+15 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3x=21 \rightarrow x = \frac{21}{3} \rightarrow x=7$

c)  $5x^2 - 125x = 0 \rightarrow 5x(x-25) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{Si } 5x=0 \rightarrow x_1=0 \\ \text{Si } x-25=0 \rightarrow x_2=25 \end{cases}$

39.- Roberto tiene el triple de edad que su hija Nuria. Calcula la edad de cada uno sabiendo que dentro de 12 años la edad del padre será solamente el doble que la de la hija.

Se trata de un problema de ecuaciones, más concretamente de uno de edades, en el que llamaremos  $x$  a la edad actual de Nuria y que, para resolverlo, nos ayudaremos de una tabla:

	Edad Actual	Dentro de 12 años
Nuria	$x$	$x + 12$
Padre	$3x$	$3x + 12$

Como el enunciado dice que dentro de 12 años la edad del padre será el doble que la de la hija, podemos plantear una ecuación con esos datos:

$$\underbrace{3x+12}_{\text{Edad del padre}} = \underbrace{2(x+12)}_{\text{Doble que la edad de Nuria}}$$

Cuya solución, viene dada por:

$$3x + 12 = 2(x + 12) \rightarrow 3x + 12 = 2x + 24 \rightarrow 3x - 2x = 24 - 12 \rightarrow x = 12$$

Por tanto, la edad actual de Nuria es de 12 años y la de su padre  $3 \cdot 12 = 36$  años.

**40.-** Un repostero ha mezclado 12 kg de azúcar de 1,00€/kg con cierta cantidad de miel de 3,00€/kg. Si el precio de la mezcla es de 2,50 €/kg. ¿Cuánta miel ha utilizado?

Se trata de un problema de mezclas y para resolverlo nos vamos a ayudar de una tabla en la que  $x$  será la cantidad miel.

	Cantidad (kg)	Precio (€/kg)	Total
Azúcar	12	1	12
Miel	$x$	3	$3x$
Mezcla	$12 + x$	2,50	$2,50 \cdot (12+x)$

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla es igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$12 + 3x = 2,50 \cdot (12 + x)$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} 12 + 3x &= 2,50 \cdot (12 + x) &\rightarrow 12 + 3x &= 30 + 2,5x &\rightarrow 3x - 2,5x &= 30 - 12 &\rightarrow \\ &&\rightarrow 0,5x &= 18 &\rightarrow x &= \frac{18}{0,5} &\rightarrow x = 36 \end{aligned}$$

Por tanto, para obtener esta mezcla se han utilizado 36 kg de miel.

**41.-** El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿Cuántos vieron la exposición en enero?

Llamaremos  $x$  al número de visitantes en el mes de enero. Como el porcentaje de visitas sube y luego baja, calcularemos los índices de variación de cada uno de los meses:

$$Iv_{\text{febrero}} = 1 + \frac{12}{100} = 1 + 0,12 = 1,12 \qquad Iv_{\text{marzo}} = 1 - \frac{12}{100} = 1 - 0,12 = 0,88$$

Recuerda que el índice de variación total, se calculaba multiplicando todos los índices de variación parciales:

$$Iv_{\text{Total}} = Iv_{\text{febrero}} \cdot Iv_{\text{marzo}} = 1,12 \cdot 0,88 = 0,9856$$

Sabemos que el número de visitantes en marzo fue de:

$$C_{\text{fin}} = C_{\text{ini}} \cdot Iv_{\text{Total}} \rightarrow \text{Asistentes}_{\text{marzo}} = \text{Asistentes}_{\text{enero}} \cdot Iv_{\text{total}} \rightarrow \text{Asistentes}_{\text{marzo}} = x \cdot 0,9856$$

Pues, con esto, y sabiendo que en enero asistieron 36 personas más a la exposición, podemos escribir la ecuación:

$$\text{Asistentes}_{\text{enero}} = \text{Asistentes}_{\text{marzo}} + 36 \rightarrow x = 0,98567 \cdot x + 36$$

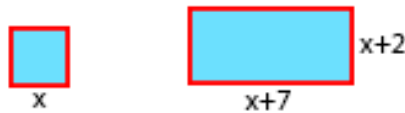
Cuya solución es:

$$x = 0,98567 \cdot x + 36 \rightarrow x - 0,98567 \cdot x = 36 \rightarrow 0,0144x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{0,0144} \rightarrow x = 2.500$$

Por tanto, a la exposición asistieron 2.500 personas en enero.

**42.-** Si al lado de un cuadrado se le alargan 2 metros y al lado contiguo se le alargan 7 metros, obtenemos un rectángulo cuya área es 22 m<sup>2</sup> más que el doble de la del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado. (1,5 puntos)

Lo primero que haremos será ayudarnos de un pequeño croquis del problema:



Si llamamos  $x$  al lado del cuadrado, su área será:  $A_c = x^2$ . Y si alargamos uno de sus lados en 7 metros y el otro en 2, obtenemos un rectángulo cuya área será:

$$A_{\text{Cuadrado}} = x^2 \quad A_{\text{Rectángulo}} = (x+2)(x+7)$$

Y, si, además, nos dicen que el área del rectángulo es el doble de la del cuadrado + 22 m<sup>2</sup>, ya podemos plantear la ecuación:

$$A_{\text{Rectángulo}} = 2 \cdot A_{\text{Cuadrado}} + 22 \quad \rightarrow \quad (x+7)(x+2) = 2x^2 + 22$$

Cuya solución es:

$$(x+7)(x+2) = 2x^2 + 22 \quad \rightarrow \quad x^2 + 9x + 14 = 2x^2 + 22 \quad \rightarrow \quad x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{Factorizando}} (x-8)(x-1) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 8 \end{cases}$$

Si comprobamos las soluciones, vemos que ambas verifican la ecuación.

**Por tanto, existen dos cuadrados que verifican el enunciado, uno 1 metro de lado y otro de 8 metros.**

**43.-** La impresora ha soltado una mancha de tinta en una ecuación. Si la solución es  $x = 12$ , ¿cuál es el número oculto?

$$\frac{x}{2} - \frac{x+\dots}{4} = x - 10$$

Como sabemos que la solución es  $x=12$ , podemos sustituir su valor en la ecuación y calcular el carácter que falta:

$$\frac{x}{2} - \frac{x+\dots}{4} = x - 10 \quad \xrightarrow{\text{Cambiamos } x \text{ por } 12 \text{ y vemos que pasa}} \quad \frac{12}{2} - \frac{12+\dots}{4} = 12 - 10 \quad \xrightarrow{\text{Operamos un poco}} \quad 6 - \frac{12+\dots}{4} = 2 \quad \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Seguimos Operando}} \quad 6 - 3 - \frac{\dots}{4} = 2 \quad \rightarrow \quad 3 - \frac{\dots}{4} = 2 \quad \rightarrow \quad 3 - 2 = \frac{\dots}{4} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{\dots}{4} \quad \rightarrow \quad \dots = 4$$

Es como resolver una ecuación en ...

**Así que, el número oculto es el 4.**

**44.-** ¿Cuántos hermanos hay en una familia si por Navidad cada uno hace un regalo a cada hermano y entre todos reúnen 30 regalos?

Si llamamos  $x$  al número de hermanos, el número de regalos será  $x-1$ , por tanto, planteamos la ecuación multiplicando el número de hermanos por el número de regalos que hace cada uno e igualando a 30:

$$x(x-1) = 30$$

Se trata de una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$x(x-1) = 30 \quad \rightarrow \quad x^2 - x - 30 = 0 \quad \rightarrow \quad (x-6)(x+5) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \text{Si } x-6=0 & \rightarrow & x=6 \\ \text{Si } x+5=0 & \rightarrow & x=-5 \end{cases}$$

Desechamos la solución negativa por ser imposible.

**De esta forma, el número de hermanos es 6.**



**45.-** Un hortelano coge una cesta de manzanas, con tan mala suerte que  $\frac{2}{5}$  de las manzanas están podridas. Entonces vuelve al manzano y recoge 21 más, con lo que ahora tiene  $\frac{1}{8}$  más de la cantidad inicial. ¿Cuántas manzanas tenía al principio?

Si llamamos  $x$  al número de manzanas que había al principio, al desechar  $\frac{2}{5}$  de  $x$  por estar podridas, le quedan  $\frac{3}{5}x$ , y si después recoge 21 manzanas más, entonces tendrá:

$$\frac{3}{5}x + 21$$

Lo que supone  $\frac{1}{8}$  más de lo que tenía que era  $x$ , es decir:  $\frac{9}{8}x$

Así que, podemos plantear una ecuación igualando ambas cantidades:

$$\frac{3}{5}x + 21 = \frac{9}{8}x$$

Ecuación, cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5}x + 21 = \frac{9}{8}x &\rightarrow \frac{24x}{40} + \frac{840}{40} = \frac{45x}{40} \rightarrow \frac{24x}{40} + \frac{840}{40} = \frac{45x}{40} \rightarrow 24x + 840 = 45x \rightarrow \\ &\rightarrow 840 = 45x - 24x \rightarrow 840 = 21x \rightarrow x = \frac{840}{21} \rightarrow x = 40 \end{aligned}$$

Por tanto, el hortelano recolectó de primeras 40 manzanas.



**46.-** Halla un número de dos cifras sabiendo que es igual al triple menos 2 del número que resulta al invertir sus cifras, y que la cifra de las decenas es el triple que la de las unidades más 2.

Si llamamos  $x$  a las unidades, las decenas serán  $3x+2$ , por tanto, el número y el invertido serán:

Decenas	Unidades
$3x+2$	$x$

Al invertir sus cifras obtenemos  $\rightarrow$

Decenas	Unidades
$x$	$3x+2$

Expresados ambos en unidades, serán:

$$\begin{cases} n^\circ \text{ original} : 10(3x+2) + x = 31x + 20 \\ n^\circ \text{ invertido} : 10x + 3x + 2 = 13x + 2 \end{cases}$$

Y como dice que uno es el triple menos dos del otro, ya podemos plantear la ecuación:

$$31x + 20 = 3(13x + 2) - 2$$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned} 31x + 20 = 3(13x + 2) - 2 &\rightarrow 31x + 20 = 39x + 6 - 2 \rightarrow 31x - 39x = 39x + 6 - 2 - 20 \rightarrow \\ &\rightarrow -8x = -16 \rightarrow x = \frac{-16}{-8} \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Por tanto, las unidades son 2 y las decenas  $3 \cdot 2 + 2 = 8$

Así que, el número pedido es el 82

**47.-** La resolución de una ecuación de segundo grado se ha emborronado y hay partes que no se aprecian.

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{\dots}}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dots \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

¿puedes averiguar de que ecuación se trata?

Comparando lo que no se ha borrado con la solución general de una ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{\dots}}{4} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Obtenemos los valores de los coeficientes **b** y **a** de la ecuación:  $\begin{cases} b = 9 \\ a = 2 \end{cases}$

Además, como sabemos que una de las soluciones es  $x = -5$ , con ella podemos calcular el discriminante:

$$\text{Si } x = \frac{-9 \pm \sqrt{\dots}}{4} = -5 \rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{\Delta}}{4} = -5 \rightarrow -9 \pm \sqrt{\Delta} = -20 \rightarrow \pm \sqrt{\Delta} = -20 + 9 = -11$$

Obtenido éste, podemos obtener el valor del término independiente  $c$ .

Si,  $\Delta = (-11)^2 = 121 \rightarrow b^2 - 4ac = 121$  y de aquí, como conocemos  $a$  y  $b$ , podemos despejar  $c$ :

$$b^2 - 4ac = 121 \rightarrow 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot c = 121 \rightarrow 81 - 8c = 121 \rightarrow 81 - 121 = 8c \rightarrow c = -\frac{40}{8}$$

Así que  $c = -5$

Por tanto,  $a=2$ ,  $b=9$  y  $c=-5$ , y la ecuación es:  $2x^2 + 9x - 5 = 0$  y su soluciones son  $-5$  y  $\frac{1}{2}$ .

**48.-** Resuelve la siguiente ecuación sin utilizar la fórmula de segundo grado:  $3x^4 - 12x^3 + 12x^2 = 0$

Lo primero que vamos a hacer es sacar factor común  $3x^2$ :

$$3x^4 - 12x^3 + 12x^2 = 0 \xrightarrow{\text{Sacamos factor común}} 3x^2 \cdot (x^2 - 4x + 4) = 0$$

Y vemos que dentro del paréntesis hay una identidad notable, así que convertimos la suma en forma de producto:

$$3x^2 \cdot (x^2 - 4x + 4) = 0 \xrightarrow{\text{Convertimos en producto}} 3x^2 \cdot (x - 2)^2 = 0$$

Y la resolvemos sabiendo que, si el producto de dos números es cero es porque alguno de ellos es cero:

$$3x^2 \cdot (x - 2)^2 = 0 \leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x_2 = 2 \end{cases}$$

Así que las soluciones de esta ecuación son  $0$  y  $2$ .

**49.-** Debido al excesivo precio del aceite de oliva, la cooperativa de supermercados Coviran, junto con algunos productores olivareros de la provincia de Granada, deciden lanzar 2.000 litros de un aceite de oliva mezcla de dos de los mejores aceites de la región al precio de 7,20 € el litro. ¿Qué cantidades cada uno de los aceites han utilizado para conseguir dicha mezcla, si uno cuesta 9 € el litro y el otro 6 €?

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Precio (€/litro)	Total
Aceite 1	$x$	$9$	$9x$

Aceite 2	2000-x	6	6·(2000-x) = 12.000 - 6x
Mezcla de aceites	2000	7,20	2000·7,20 = 14.400

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Aceite(1)} + Total_{Aceite(2)} = Total_{Mezcla} \rightarrow 9x + 12.000 - 6x = 14.400$$

Que resolviendo nos da:

$$9x + 12.000 - 6x = 14.400 \rightarrow 9x - 6x = 14.400 - 12.000 \rightarrow 3x = 2.400 \rightarrow x = 800$$

La mezcla contiene 800 litros de aceite de 9 € y 1.200 litros de aceite de 6 €.

**50.-** El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿Cuántos vieron la exposición en enero?

Llamaremos x al número de visitantes en el mes de enero. Como el porcentaje de visitas sube y luego baja, calcularemos los índices de variación de cada uno de los meses:

$$Iv_{febrero} = 1 + \frac{12}{100} = 1 + 0,12 = 1,12 \quad Iv_{marzo} = 1 - \frac{12}{100} = 1 - 0,12 = 0,88$$

Recuerda que el índice de variación total, se calculaba multiplicando todos los índices de variación parciales:

$$Iv_{Total} = Iv_{febrero} \cdot Iv_{marzo} = 1,12 \cdot 0,88 = 0,9856$$

Sabemos que el número de visitantes en marzo fue de:

$$C_{fin} = C_{ini} \cdot Iv_{Total} \rightarrow Asistentes_{marzo} = Asistentes_{enero} \cdot Iv_{total} \rightarrow Asistentes_{marzo} = x \cdot 0,9856$$

Pues, con esto, y sabiendo que en enero asistieron 36 personas más a la exposición, podemos escribir la ecuación:

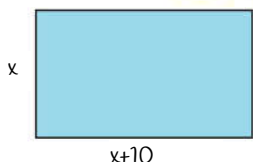
$$Asistentes_{enero} = Asistentes_{marzo} + 36 \rightarrow x = 0,9856 \cdot x + 36$$

Cuya solución es:

$$x = 0,9856 \cdot x + 36 \rightarrow x - 0,9856 \cdot x = 36 \rightarrow 0,0144x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{0,0144} \rightarrow x = 2.500$$

Por tanto, a la exposición asistieron 2.500 personas en enero.

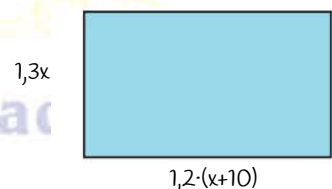
**51.-** La base de un rectángulo mide 10 cm más que su altura. Si la base aumenta un 20% y la altura un 30%, el perímetro aumenta un 24%. Halla las dimensiones del rectángulo.



Si llamamos x a la altura, su base será  $x+10$ .

Si la base aumenta un 20% ahora será  $1,2 \cdot (x+10)$

Y si la altura aumenta un 30% ahora será  $1,3x$



Si dice que el perímetro aumenta un 24%, con esto plantearemos la ecuación:

$$\left. \begin{aligned} P_{Antes} &= 2(x + x + 10) = 4x + 20 \\ P_{Después} &= 2(1,3x) + 2[1,2(x + 10)] = 2,6x + 2,4x + 24 = 5x + 24 \end{aligned} \right\} \rightarrow 1,24 \cdot P_{Antes} = P_{Después}$$

Por tanto, la ecuación a resolver es:

$$1,24(4x + 20) = 5x + 24$$

Y cuya solución es:

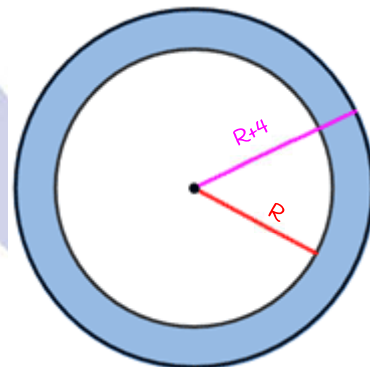
$$1,24(4x+20)=5x+24 \rightarrow 4,96x+24,8=5x+24 \rightarrow 24,8-24=5x-4,96x$$

$$\rightarrow 0,8=0,04x \rightarrow x=\frac{0,8}{0,04} \rightarrow x=20$$

Por tanto, las dimensiones del rectángulo son 20 x 30 cm

**52.-** Calcula el radio de un círculo sabiendo que si aumentamos su radio en 4 cm se cuadruplica su área.

Si llamamos  $R$  al radio del círculo original, entonces el radio del segundo será  $R+4$ , y como dice que su área se cuadruplica, ya podemos plantear la ecuación sabiendo que el área del círculo viene dada por el producto de  $\pi$  por el radio al cuadrado:  $A_o = \pi \cdot R^2$



$$A_{Después} = 4A_{Antes} \rightarrow \pi(R+4)^2 = 4\pi R^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \cancel{\pi}(R+4)^2 = 4\cancel{\pi}R^2 \rightarrow (R+4)^2 = 4R^2$$

Cuya solución es:

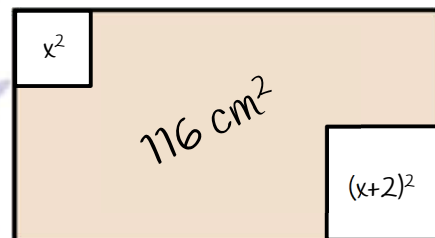
$$(R+4)^2 = 4R^2 \rightarrow R^2 + 8R + 16 = 4R^2 \rightarrow 3R^2 - 8R - 16 = 0 \rightarrow x = 4$$

Así que, el radio del círculo es de 4 cm.

**53.-** En una cartulina rectangular de  $0,1 \text{ m}^2$  de superficie, recortamos dos cuadrados, de forma que uno tiene 2 cm de lado más que el otro. Si sobran  $116 \text{ cm}^2$  de cartulina, ¿cuánto miden los lados de los cuadrados recortados?

Si el área de la cartulina es de  $0,1 \text{ m}^2$ , en centímetros cuadrados será  $1000 \text{ cm}^2$ .

Si llamamos  $x$  al lado de un cuadrado, el lado del otro será  $x+2$  y con sus áreas ya podemos plantear la ecuación, sabiendo que la suma de sus áreas +  $116 \text{ cm}^2$  es igual al área total de la cartulina  $1000 \text{ cm}^2$ :



$$x^2 + (x+2)^2 + 116 = 1000$$

Cuya solución viene dada por:

$$x^2 + (x+2)^2 + 116 = 1000 \rightarrow x^2 + x^2 + 4x + 4 + 116 - 1000 = 0 \rightarrow 2x^2 + 4x - 880 = 0$$

Ecuación que es equivalente a esta otra:

$$x^2 + 2x - 440 = 0 \rightarrow (x-20)(x+22) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = -22 \end{cases}$$

Desechamos la solución negativa y entonces los lados de los cuadrados recortamos miden 20 y 22 cm.

**54.-** Halla un número de dos cifras sabiendo que es igual al triple menos 2 del número que resulta al invertir sus cifras, y que la cifra de las decenas es el triple que la de las unidades más 2.

Si llamamos  $x$  a las unidades, las decenas serán  $3x+2$ , por tanto, el número y el invertido serán:

Decenas	Unidades
$3x+2$	$x$

Al invertir sus cifras obtenemos  $\rightarrow$

Decenas	Unidades
$x$	$3x+2$

$$\text{Expresados ambos en unidades, ser\u00e1n: } \begin{cases} \text{n\u00b0 original: } 10(3x+2) + x = 31x + 20 \\ \text{n\u00b0 invertido: } 10x + 3x + 2 = 13x + 2 \end{cases}$$

Y como dice que uno es el triple menos dos del otro, ya podemos plantear la ecuaci\u00f3n:

$$31x + 20 = 3(13x + 2) - 2$$

Cuya soluci\u00f3n es:

$$\begin{aligned} 31x + 20 = 3(13x + 2) - 2 &\rightarrow 31x + 20 = 39x + 6 - 2 &\rightarrow 31x - 39x = 39x + 6 - 2 - 20 &\rightarrow \\ &\rightarrow -8x = -16 &\rightarrow x = \frac{-16}{-8} &\rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Por tanto, las unidades son 2 y las decenas  $3 \cdot 2 + 2 = 8$

As\u00ed que, el n\u00famero pedido es el 82

**55.-** El jeque Omar tiene dispuesto en su testamento que la tercera parte de sus camellos se entregue a su primog\u00e9nito, Al\u00ed; la tercera parte del reba\u00f1o sea para su segundo hijo, Casim, y el resto vaya a parar a su esposa F\u00e1tima. A la muerte de Omar y, una vez hecho el reparto, a F\u00e1tima le corresponden 140 camellos. \u00bfCu\u00e1ntos compon\u00edan el reba\u00f1o del jeque?

Si llamamos  $x$  al n\u00famero de camellos que tiene el jeque Omar, como a cada uno de sus hijos les ha dado la tercera parte, para su esposa F\u00e1tima queda otra tercera parte, y como a ella le da 140 camellos, quiere esto decir que la tercera parte de los camellos son 140.

Con esto, podemos plantear la ecuaci\u00f3n:

$$\frac{x}{3} = 140$$

Cuya soluci\u00f3n es:

$$\frac{x}{3} = 140 \rightarrow x = 3 \cdot 140 = 420$$

Por tanto, el reba\u00f1o del jeque estaba compuesto por 420 camellos.

**56.-** Calcula un n\u00famero de dos cifras, sabiendo que la suma de sus cifras es 14, y que si se invierte el orden en que est\u00e1n colocadas, el n\u00famero disminuye en 18 unidades.

Si llamamos  $x$  a la cifra de las decenas, la cifra de las unidades ser\u00e1  $14-x$ , por tanto, el n\u00famero ser\u00e1 de la forma:

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{x}_{\text{Decenas}} & \underbrace{14-x}_{\text{Unidades}} & \text{y si se invierte su orden} & \underbrace{14-x}_{\text{Decenas}} & \underbrace{x}_{\text{Unidades}} \end{array}$$

Si expresamos ambos n\u00fameros en unidades, recordando aquello de que una decena son 10 unidades, llegamos a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{x}_{\text{Decenas}} \quad \underbrace{14-x}_{\text{Unidades}} \rightarrow 10 \cdot x + 14 - x = \text{El n\u00famero original se expresar\u00eda como:} \rightarrow = 9x + 14 \\ \underbrace{14-x}_{\text{Decenas}} \quad \underbrace{x}_{\text{Unidades}} \rightarrow 10(14-x) + x = \text{El n\u00famero invertido se expresar\u00eda como:} \rightarrow = 140 - 9x \end{array} \right.$$

Como nos dicen que al invertir el n\u00famero disminuye en 18 unidades, podemos plantear la siguiente ecuaci\u00f3n haciendo:

$$\underbrace{9x + 14}_{\text{Mayor}} = \underbrace{140 - 9x + 18}_{\text{Menor} + 18}$$

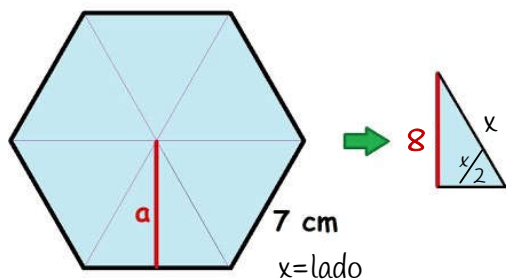
Cuya solución es:

$$9x + 14 = 140 - 9x + 18 \rightarrow 9x + 9x = 140 + 18 - 14 \rightarrow 18x = 144 \rightarrow x = \frac{144}{18} \rightarrow x = 8$$

Por tanto, las decenas son 8 y las unidades  $14 - 8 = 6$

Así que, el número pedido es el 86.

**57.-** La apotema de un hexágono regular mide 8 cm. Determina la medida de su lado y de su área.



Un hexágono regular está formado por 6 triángulos equiláteros.

Si llamamos  $x$  al lado del hexágono, podemos aplicar el Teorema de Pitágoras en uno de los triángulos equiláteros y llegamos a la ecuación:

$$x^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 8^2$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} x^2 &= \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 8^2 \rightarrow x^2 = \frac{x^2}{4} + 64 \rightarrow \frac{4x^2}{4} = \frac{x^2}{4} + \frac{256}{4} \rightarrow \frac{4x^2}{4} = \frac{x^2}{4} + \frac{256}{4} \rightarrow \\ &\rightarrow 3x^2 = 256 \rightarrow x = \sqrt{\frac{256}{3}} \rightarrow x = \frac{16}{\sqrt{3}} \rightarrow x = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

Así que, el lado del hexágono mide  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$  cm.

Y para el área, sabemos que el área de un hexágono viene dada por el semiproducto de su perímetro por su apotema:

$$A = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{Apotema}}{2} = \frac{6 \cdot \frac{16\sqrt{3}}{3} \cdot 8}{2} = 128\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Así que, el área del hexágono es de  $128\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

**58.-** Una compraventa de motocicletas vende dos motocicletas por 3.330 €. Calcula cuanto pagó por cada una de ellas, si en la venta de la primera ganó un 25%, en la venta de la segunda perdió un 10%, pero en total ganó un 11%.

Si las vendió por 3.330 € y en total ganó un 11%, vamos, primero, a calcular por cuánto dinero las compró:

Sabemos que, en un ejercicio de porcentajes, la cantidad final se calcula multiplicando la cantidad inicial por el índice de variación porcentual ( $I_v$ ) total, es decir:

$$C_f = C_o \cdot I_v \quad \text{Por tanto, despejando } C_o \rightarrow C_o = \frac{C_f}{I_v} = \frac{3.330}{1,11} = 3.000 \text{ €}$$

Así que, el precio de compra fue de 3.000 euros.

Si llamamos  $x$  al precio de compra de la primera moto, por la segunda pagó:  $3000 - x$ , y con esto ya podemos plantear una ecuación con los precios de venta:



$$1,25x + 0,90(3000 - x) = 3330$$

Cuya solución, viene dada por:

$$1,25x + 0,90(3000 - x) = 3330 \rightarrow 1,25x + 2700 - 0,9x = 3330 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 0,35x = 630$$

$$\xrightarrow{\text{Despejamos}} x = \frac{630}{0,35} \rightarrow x = 1800$$

Por tanto, el precio de compra de una moto fue de 1.800 € y el de la otra 3000 - 1800 = 1.200 €

**59.-** María y Bianca forman pareja para realizar el trabajo en grupo que ha encargado la profesora de Biología sobre los efectos de las drogas en el organismo de los adolescentes. Si hicieran el trabajo conjuntamente, tardarían 2 horas. María, ella sola, emplearía 3 horas más que Bianca, también en solitario. ¿Cuántas horas tardaría cada una de ellas por separado en hacer el trabajo?

Se trata de un problema "tipo grifos", así que si llamamos  $x$  al tiempo (en horas) que tardaría en realizar el trabajo Bianca, entonces María, que tarda 3 horas más que Bianca, tardaría  $x+3$  horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción del trabajo realizado en una hora por cada una de las alumnas o por los dos:

Bianca: $x$ horas	} En 1 hora harán: $\rightarrow$	Bianca: $\frac{1}{x}$	} Lo que hagan las dos alumnas a la vez en 1 hora $\rightarrow$ Será igual a la suma de lo que haga cada una por separado también en 1 hora	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2} \rightarrow$
María: $x+3$ horas		María: $\frac{1}{x+3}$		
Las dos: 2 horas		Los dos: $\frac{1}{2}$		

$$\rightarrow \frac{2(x+3)}{x(x+3) \cdot 2} + \frac{2x}{x(x+3) \cdot 2} = \frac{x(x+3)}{x(x+3) \cdot 2} \rightarrow 2x+6+2x = x^2+3x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 3x - 4x - 6 = 0 \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, Bianca tarda 3 horas en hacer el trabajo sola y María 6 horas.

**60.-** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $-x^4 + 29x^2 = 100 \xrightarrow{\text{Pasamos todo al segundo miembro}} x^4 - 29x^2 + 100 = 0 \xrightarrow{\text{Hacemos cambio de variable } z=x^2} z^2 - 29z + 100 = 0 \xrightarrow{\text{Resolvemos Ec de segundo grado}}$

$$\left( z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \right) \rightarrow z = \frac{29 \pm \sqrt{(-29)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 100}}{2 \cdot 1} \xrightarrow{\text{Operamos}} z = \frac{29 \pm \sqrt{841 - 400}}{2} = \frac{29 \pm \sqrt{441}}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow z = \frac{29 \pm 21}{2} \rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{29-21}{2} = \frac{8}{2} \rightarrow z_1 = 4 \\ z_2 = \frac{29+21}{2} = \frac{50}{2} \rightarrow z_2 = 25 \end{cases} \quad \text{Deshacemos el cambio de variable: } \begin{cases} \text{Si } z = x^2 \\ x = \pm\sqrt{z} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{De } z_1 = 4 \rightarrow \begin{cases} x_1 = +\sqrt{z_1} \rightarrow x_1 = +\sqrt{4} \rightarrow x_1 = 2 \\ x_2 = -\sqrt{z_1} \rightarrow x_2 = -\sqrt{4} \rightarrow x_2 = -2 \end{cases} \\ \text{De } z_2 = 25 \rightarrow \begin{cases} x_3 = +\sqrt{z_2} \rightarrow x_3 = +\sqrt{25} \rightarrow x_3 = 5 \\ x_4 = -\sqrt{z_2} \rightarrow x_4 = -\sqrt{25} \rightarrow x_4 = -5 \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 5 \\ x_4 = -5 \end{cases}$$

b)  $x^5 - 3x^3 = 4x$   $\xrightarrow{\text{Transponemos}}$   $x^5 - 3x^3 - 4x = 0$   $\xrightarrow{\text{Factorizamos}}$   $x(x^4 - 3x^2 - 4) = 0$   $\xrightarrow{\text{Resolvemos}}$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{Si } x = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ \text{Si } (x^4 - 3x^2 - 4) = 0 \rightarrow * \end{cases}$$

\*  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$   $\xrightarrow{\text{Hacemos cambio de variable } z=x^2}$   $z^2 - 3z - 4 = 0$   $\xrightarrow{\text{Resolvemos Ec. de segundo grado}}$   $z = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} \rightarrow$

$$\rightarrow z = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} \rightarrow z = \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} z_1 = \frac{3-5}{2} = \frac{-2}{2} \rightarrow z_1 = -1 \\ z_2 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} \rightarrow z_2 = 4 \end{cases} \quad \text{Deshacemos el cambio: } \begin{cases} \text{Si } z = x^2 \\ x = \pm\sqrt{z} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{De } z_1 = -1 \rightarrow \begin{cases} x_1 = +\sqrt{z_1} \rightarrow x_1 = +\sqrt{-1} \rightarrow x_1 = \text{No solución} \\ x_2 = -\sqrt{z_1} \rightarrow x_2 = -\sqrt{-1} \rightarrow x_2 = \text{No solución} \end{cases} \\ \text{De } z_2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x_3 = +\sqrt{z_2} \rightarrow x_3 = +\sqrt{4} \rightarrow x_3 = 2 \\ x_4 = -\sqrt{z_2} \rightarrow x_4 = -\sqrt{4} \rightarrow x_4 = -2 \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

c)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$   $\xrightarrow{\text{** Factorizamos mediante Ruffini}}$   $(x-1)(x+2)(x-3) = 0$   $\xrightarrow{\text{Resolvemos}}$   $\begin{cases} \text{Si } x-1=0 \\ \text{Si } x+2=0 \\ \text{Si } x-3=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 3 \end{cases}$

\*\*  $\left. \begin{array}{c|ccc} 1 & -2 & -5 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & -6 \\ \hline 1 & -1 & -6 & 0 \\ -2 & & -2 & +6 \\ \hline 1 & -3 & & 0 \end{array} \right\} \rightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x+2)(x-3)$

**61.**— Tengo 13 monedas, unas de 2 céntimos y otras de 5 céntimos. Si las cambio todas por una moneda de 50 céntimos, ¿cuántas tengo de cada clase?

Si llamamos  $x$  al número de monedas de 2 céntimos, el resto,  $13 - x$ , serán monedas de 5 céntimos, por tanto, tenemos que:

Una vez traducido al lenguaje algebraico, podemos plantear una ecuación con el dinero:  $2x + 5(13 - x) = 50$   
Cuya solución es:

$$2x + 5(13 - x) = 50 \rightarrow 2x + 65 - 5x = 50 \rightarrow 2x - 5x = 50 - 65 \rightarrow -3x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{-3} \rightarrow x = 5$$

Por lo tanto, tenemos 5 monedas de 2 céntimos y  $13 - 5 = 8$  monedas de 5 céntimos.

**62.-** Un granjero lleva al mercado una cesta de huevos, por el camino se rompen  $\frac{2}{5}$  de la mercancía. Decide volver al gallinero y recoger 21 huevos más con lo que ahora tiene  $\frac{6}{8}$  de la cantidad inicial ¿Cuántos huevos tenía al principio?

Si llamamos  $x$  al número de huevos inicial, como se rompen  $\frac{2}{5}$  de  $x$ , quedan  $\frac{3}{5}$  de  $x$ :

$$\text{Se rompen} \rightarrow \frac{2x}{5} \qquad \text{Quedan} \rightarrow \frac{3x}{5}$$

Como dice que si cogemos 21 más llegamos a los  $\frac{6}{8}$  de la cantidad inicial, llegaremos a  $\frac{6}{8}$  de  $x$ .

Con todo esto podemos plantear una ecuación de primer grado:

$$\frac{3x}{5} + 21 = \frac{6}{8}x \quad \xrightarrow{\text{Simplificando}} \quad \frac{3x}{5} + 21 = \frac{3x}{4}$$

Cuya solución es:

$$\frac{3x}{5} + 21 = \frac{3x}{4} \rightarrow 21 = \frac{3x}{4} - \frac{3x}{5} \rightarrow \frac{3x}{20} = 21 \rightarrow x = \frac{21 \cdot 20}{3} \rightarrow x = 140$$

**Por tanto, al principio tenía 140 huevos.**

**63.-** Las edades de dos hermanos son números consecutivos y la suma de sus cuadrados es 145. ¿Qué edades tienen?

Si las edades son dos números consecutivos, podemos decir que:  $\begin{cases} x \rightarrow \text{edad el menor.} \\ x+1 \rightarrow \text{edad del mayor.} \end{cases}$

Como dice que la suma de sus cuadrados es 145, con esto podemos plantear una ecuación de segundo grado:

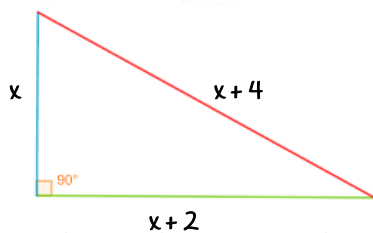
$$x^2 + (x+1)^2 = 145$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} x^2 + (x+1)^2 = 145 &\xrightarrow{\text{Desarrollamos las id. notables}} x^2 + x^2 + 2x + 1 = 145 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 2x^2 + 2x - 144 = 0 \xrightarrow{\text{Simplificamos}} x^2 + x - 72 = 0 \\ &\xrightarrow{\text{Factorizamos}} (x+9)(x-8) = 0 \xrightarrow{\text{Resolvemos}} \begin{cases} \text{Si } (x+9) = 0 \rightarrow x_1 = -9 \rightarrow \text{No hay edades negativas} \\ \text{Si } (x-8) = 0 \rightarrow x_2 = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

**Por tanto, la edad del menor es de 8 años y la del mayor es de 9.**

**64.-** El cateto mayor de un triángulo rectángulo es 2 cm más corto que la hipotenusa y esta mide 4 cm más que el cateto menor. Averigua las dimensiones del triángulo.



Si llamamos  $x$  al cateto más corto, el otro será  $x+2$  y la hipotenusa  $x+4$

$$\begin{cases} x \rightarrow \text{Cateto menor.} \\ x+2 \rightarrow \text{Cateto menor.} \\ x+4 \rightarrow \text{Hipotenusa.} \end{cases}$$

Como el triángulo es rectángulo, podemos aplicar el **Teorema de Pitágoras**:  $a^2 = b^2 + c^2$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow (x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2 \rightarrow x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

Y llegamos a una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$x^2 - 4x - 12 = 0 \xrightarrow{\text{Factorizamos}} (x-6)(x+2) = 0 \xrightarrow{\text{Resolvemos}} \begin{cases} \text{Si } (x-6) = 0 & \rightarrow x_1 = 6 \\ \text{Si } (x+2) = 0 & \rightarrow x_2 = -2 \text{ (No)} \end{cases}$$

Desechamos la solución negativa puesto que las distancias no pueden serlo.

Por tanto, las dimensiones del triángulo son:  $\begin{cases} 6 \rightarrow \text{Cateto menor.} \\ 8 \rightarrow \text{Cateto menor.} \\ 10 \rightarrow \text{Hipotenusa.} \end{cases}$

**65.-** Las bodegas Calvente de Jete (Granada), envasan sus vinos Reserva y Gran reserva en botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro que se venden respectivamente a 5 y 7 € cada una. Si pagamos 280 € por un lote de 50 botellas de ambos vinos ¿Cuántas botellas de cada clase hemos comprado?

Si llamamos  $x$  al número de botellas de vino Reserva, el resto,  $50 - x$ , serán las botellas de Gran Reserva, por tanto, tenemos que:

$$\begin{cases} x \rightarrow \text{Botellas de Reserva.} \\ 50 - x \rightarrow \text{Botellas de Gran Reserva.} \end{cases}$$

Una vez traducido al lenguaje algebraico, podemos plantear una ecuación con el dinero:  $5x + 7(50 - x) = 280$

Cuya solución es:

$$5x + 7(50 - x) = 280 \rightarrow 5x + 350 - 7x = 280 \rightarrow 5x - 7x = 280 - 350 \rightarrow -2x = -70 \rightarrow x = \frac{-70}{-2} \rightarrow x = 35$$

Por lo tanto, tenemos 35 botellas de Reserva y  $50 - 35 = 15$  botellas de Gran Reserva.

**66.-** Pedro es dos años mayor que Juan y la suma de los cuadrados de ambas edades es 130 años. Halla las edades de cada uno.

Si la edad de Juan es  $x$ , la de Pedro es  $x+2$ :  $\begin{cases} x \rightarrow \text{edad de Juan.} \\ x+2 \rightarrow \text{edad de Pedro.} \end{cases}$

Como dice que la suma de sus cuadrados es 130, con esto podemos plantear una ecuación de segundo grado:

$$x^2 + (x+2)^2 = 130$$

Cuya solución viene dada por:

$$x^2 + (x+2)^2 = 130 \xrightarrow{\text{Desarrollamos los id. notables}} x^2 + x^2 + 4x + 4 = 130 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 2x^2 + 4x - 126 = 0 \xrightarrow{\text{Simplificamos}} x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{Factorizamos}} (x+9)(x-7) = 0 \xrightarrow{\text{Resolvemos}} \begin{cases} \text{Si } (x+9) = 0 & \rightarrow x_1 = -9 \rightarrow \text{No hay edades negativas} \\ \text{Si } (x-7) = 0 & \rightarrow x_2 = 7 \end{cases}$$

Por tanto, la edad de Juan es de 7 años y la de Pedro es de 9.

**67.-** Ángel y Soufian, trabajando juntos, hacen un trabajo de tecnología en 2 horas. Si Soufian lo hiciera solo, tardaría en hacerlo 3 horas más que Ángel, ¿Cuánto tiempo tardaría Ángel solo?

Se trata de un problema "tipo grifos", así que si llamamos  $x$  al tiempo (en horas) que tardaría en realizar el trabajo Ángel, entonces Soufian, que tarda 2 horas más que Ángel, tardaría  $x+2$  horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción del trabajo realizado en una hora por cada una de los alumnos o por los dos:

Ángel:  $x$  horas  
 Soufian:  $x+3$  horas  
 Los dos: 2 horas

En 1 hora harán:

Ángel:  $\frac{1}{x}$   
 Soufian:  $\frac{1}{x+3}$   
 Los dos:  $\frac{1}{2}$

Lo que hagan las dos alumnas a la vez en 1 hora  
 Será igual a la suma de lo que haga cada una por separado también en 1 hora

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2(x+3)}{x(x+3) \cdot 2} + \frac{2x}{x(x+3) \cdot 2} = \frac{x(x+3)}{x(x+3) \cdot 2} \rightarrow 2x+6+2x = x^2+3x \rightarrow$$

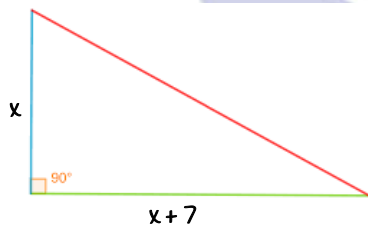
$$\rightarrow x^2+3x-4x-6=0 \rightarrow x^2-x-6=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, Ángel tarda 3 horas en hacer el trabajo solo y Soufian 6 horas.

**68.-** Calcula la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de ellos es 7 cm más largo que el otro y que su superficie es de 15 cm<sup>2</sup>.



Si llamamos  $x$  al cateto más pequeño, el otro será  $x+7$

$$\begin{cases} x \rightarrow \text{Cateto menor.} \\ x+7 \rightarrow \text{Cateto mayor.} \end{cases}$$

Como sabemos que el área del triángulo rectángulo es de 15 cm<sup>2</sup>, podemos plantear una ecuación usando la fórmula del área de un triángulo:

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

Por tanto:

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} \rightarrow A = \frac{(x+7) \cdot x}{2} = 15 \rightarrow \frac{(x+7) \cdot x}{2} = 15 \rightarrow (x+7) \cdot x = 30 \rightarrow x^2 + 7x - 30 = 0$$

Cuya solución viene dada por:

$$x^2 + 7x - 30 = 0 \xrightarrow{\text{Factorizamos}} (x+10)(x-3) = 0 \xrightarrow{\text{Resolvemos}} \begin{cases} \text{Si } (x+10) = 0 \rightarrow x_1 = -10 \rightarrow \text{No} \\ \text{Si } (x-3) = 0 \rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$$

Por tanto, las longitudes de los catetos son:  $\begin{cases} 3 \rightarrow \text{Cateto menor.} \\ 10 \rightarrow \text{Cateto mayor.} \end{cases}$

**69.-** Martina ha mezclado pinturas roja y amarilla para obtener 40 litros de pintura naranja. Si el litro de pintura roja cuesta 3,40 €, y el de amarilla, 2,60 €. ¿Cuántos litros de cada tipo ha utilizado si la pintura naranja ha costado al final 2,95 € el litro?

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudaremos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Precio por litro	Total
Pintura Roja	$x$	3,40	$3,40x$
Pintura Amarilla	$40-x$	2,60	$2,60(40-x)$
Mezcla Naranja	40	2,95	$40 \cdot 2,95 = 118$

Una vez completada la tabla, planteamos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de las pinturas rojas y amarilla es igual al total de la mezcla naranja.

$$\text{Total}_{\text{Roja}} + \text{Total}_{\text{Amarilla}} = \text{Total}_{\text{Mezcla Naranja}} \rightarrow 3,4x + 2,6(40-x) = 118$$

Que resolviendo nos da:

$$\begin{array}{l}
 3,4x + 2,6(40-x) = 118 \xrightarrow{\text{Rompe los Paréntesis}} 3,4x + 104 - 2,6x = 118 \xrightarrow{\text{Transponemos Términos}} 3,4x - 2,6x = 118 - 104 \\
 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 0,8x = 14 \xrightarrow{\text{Despejamos } x} x = \frac{14}{0,8} \xrightarrow{\text{Calculamos}} x = 17,5 \text{ litros}
 \end{array}$$

Por tanto, usaremos 17,5 litros de pintura roja y  $40 - 17,5 = 22,5$  litros de pintura amarilla.

**70.-** Montse tiene el triple de cromos que Rocío, si intercambian 8 de Montse por 3 de Rocío, Montse tendrá el doble que Rocío. ¿Cuántos cromos tiene cada una?

Si llamamos  $x$  a los cromos que tiene Rocío, entonces Montse tiene  $3x$ . Si nos ayudamos de una tabla:

	Inicialmente	Si hacen el cambio
Rocío	$x$	$x - 3 + 8 = x + 5$
Montse	$3x$	$3x - 8 + 3 = 3x - 5$

Como dice que si hicieran el cambio Montse tendría el doble de cromos que rocío, podemos plantear una ecuación:

$$\underbrace{3x - 5}_{\text{Cromos de Montse}} = \underbrace{2(x + 5)}_{\text{Doble de cromos de Rocío}}$$

Cuya solución viene dada por:

$$3x - 5 = 2(x + 5) \xrightarrow{\text{Rompe los Paréntesis}} 3x - 5 = 2x + 10 \xrightarrow{\text{Transponemos Términos}} 3x - 2x = 10 + 5 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} x = 15$$

Por tanto, Rocío tenía 15 cromos y Montse 45. Después del cambio, Rocío tiene 20 cromos y Montse 40.

**71.-** De una caja con monedas de oro un ladrón se llevó 25 monedas. Luego decidió volver y robar la cuarta parte de lo que quedaba. Cuando el dueño se dio cuenta, solamente quedaban 12 monedas. ¿cuántas monedas había al principio?

Si llamamos  $x$  al número de monedas inicial en la caja.

Si primero se llevó 25 monedas, en la caja quedarían:  $x - 25$

Si después se llevó la cuarta parte de lo que quedaba, en la caja quedaron:  $\frac{3}{4}(x - 25)$

Y si después de eso en la caja solo quedaban 12 monedas, podemos plantear una ecuación igualando lo que quedaba a 12:

$$\frac{3}{4}(x-25)=12$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}(x-25)=12 & \xrightarrow{\text{Operamos}} 3(x-25)=48 & \xrightarrow{\text{Rompemos paréntesis}} 3x-75=48 & \xrightarrow{\text{Transponemos}} 3x=75+48 \\ & \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 3x=123 & \xrightarrow{\text{Despejamos}} x=\frac{123}{3} & \xrightarrow{\text{Calculamos}} x=41 \end{aligned}$$

Así que, al principio, en la caja había 41 monedas.

**72.-** Dentro de 11 años la edad de Pedro será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. Calcula la edad de Pedro.

Si llamamos  $x$  a la edad actual de Pedro y nos ayudamos de una tabla temporal:

Hace 13 años	Ahora	Dentro de 11 años
$x - 13$	$x$	$x + 11$

Ya podemos plantear una ecuación para resolver el problema:

$$\underbrace{x+11}_{\text{Edad de Pedro dentro de 11 años}} = \underbrace{\frac{(x-13)^2}{2}}_{\text{Mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años}}$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} x+11 &= \frac{(x-13)^2}{2} & \xrightarrow{\text{Desarrollamos la id. notable y pasamos el 2 al otro miembro}} & 2x+22=x^2-26x+169 & \xrightarrow{\text{Pasamos todo al 2º miembro y agrupamos}} & x^2-28x+147=0 \\ & \xrightarrow{\text{Resolvemos Ec de segundo grado}} & \begin{cases} a=1 \\ b=-28 \\ c=147 \end{cases} & \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} & \rightarrow x = \frac{28 \pm \sqrt{(-28)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 147}}{2 \cdot 1} & \xrightarrow{\text{Operamos}} \\ & & & & \begin{cases} x_1 = \frac{28-14}{2} = \frac{14}{2} \rightarrow x_1 = 7 \\ x_2 = \frac{28+14}{2} = \frac{42}{2} \rightarrow x_2 = 21 \end{cases} \end{aligned}$$

Desechamos 7, porque hace 11 años no había nacido aún.

Por tanto, la edad de Pedro es de 21 años.

**73.-** Imane se fue el fin de semana pasado de carnaval con unas amigas a Cádiz. El sábado se gastó  $\frac{1}{5}$  del dinero que tenía y el domingo  $\frac{5}{12}$  de lo que le quedaba. Si le han sobrado 32 euros menos de lo que se ha gastado, indica con **cuánto dinero** se fue al carnaval.

Si llamamos  $x$  al dinero con el que Imane se va de carnaval:

🍏 El sábado se gasta  $\frac{x}{5}$

Le quedan:  $x - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$

🍏 El domingo se gasta:  $\frac{5}{12}$  de  $\frac{4x}{5} = \frac{5}{12} \cdot \frac{4x}{5} = \frac{\cancel{5}}{12} \cdot \frac{4x}{\cancel{5}} = \frac{4x}{12} = \frac{x}{3}$

Por lo que, entre el sábado y el domingo, Imane se ha gastado:  $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} = \frac{3x}{15} + \frac{5x}{15} = \frac{8x}{15}$

Así que aún le queda:  $x - \frac{8x}{15} = \frac{7x}{15}$

Como dice que le han quedado 32 € menos de lo que se ha gastado, podemos plantear una ecuación en la que lo que se ha gastado menos lo que le queda es igual a 32:

$$\underbrace{\frac{8x}{15}}_{\text{Dinero gastado}} - \underbrace{\frac{7x}{15}}_{\text{Dinero restante}} = 32$$

Cuya solución viene dada por:

$$\frac{8x}{15} - \frac{7x}{15} = 32 \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \frac{8x}{15} - \frac{7x}{15} = \frac{480}{15} \xrightarrow{\text{Quitamos los denominadores}} 8x - 7x = 480 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} x = 480$$

Por tanto, Imane se fue de fin de semana con 480 €.

**74.-** El dueño del único restaurante de mi pueblo mezcla vinos de 2,50 € el litro con vinos de 3,50 € el litro para crear su propia marca. Si se han obtenido 400 L de mezcla y quiere venderlo a 4,50 € la botella de  $\frac{3}{4}$  de litro, ¿cuántos litros se han utilizado de cada clase?

Como todos los precios son de un litro, calcularemos primero el precio de venta de un litro de vino con la ayuda de una regla de 3:

$$\frac{\frac{3}{4} \text{ de litro}}{4,50\text{€}} = \frac{1 \text{ litro}}{x} \rightarrow x = \frac{4,50 \cdot 1}{\frac{3}{4}} = 6 \text{ €}$$

Así que el vino, marca de la casa tiene un precio de 6 € el litro.

El problema es que si mezclamos vino de 2,50 € el litro con vino de 3,50 € el litro. Jamás conseguiremos una mezcla de vinos a 6 € el litro, por tanto, **este problema no tiene solución.**

**75.-** En una reunión, el número de chicas excede en 26 al de chicos. Después de haber salido 12 chicos y 12 chicas, quedan doble de éstas que de aquéllos. Halla el número de chicos y chicas que había en la reunión.

Si llamamos  $x$  al número de chicos, el número de chicas será de  $x + 26$ . Si nos ayudamos con una tabla para ver lo que va pasando:

	Antes	Después
Chicos	$x$	$x - 12$
Chicas	$x + 26$	$x + 14$

Como dice que después de haber salido 12 chicos y 12 chicas, quedan doble de chicas que de chicos, podemos plantear una ecuación:

$$\underbrace{x+14}_{\text{Número de chicas}} = \underbrace{2(x-12)}_{\text{Doble que n° de chicos}}$$

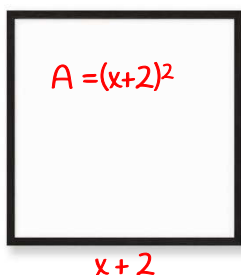
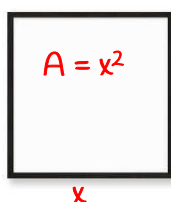
Cuya solución es:

$$x+14=2(x-12) \rightarrow x+14=2x-24 \rightarrow 14+24=2x-x \rightarrow 38=x$$

Por tanto, en la reunión hay 38 chicos y  $38+26=64$  chicas.

**76.-** Si aumentamos el lado de un cuadrado en 2 metros, su superficie aumenta en  $16 \text{ m}^2$ . Calcula lo que medía inicialmente el lado del cuadrado.

Si llamamos  $x$  al lado del cuadrado original, entonces el lado del otro cuadrado será  $x+2$



Si el área del segundo cuadrado es  $16 \text{ m}^2$  mayor que la del primero, entonces podemos plantear una ecuación en la que la diferencia de las áreas del grande y del pequeño sea 16:

$$\underbrace{(x+2)^2}_{\text{Área del grande}} - \underbrace{x^2}_{\text{Área del pequeño}} = 16$$

Cuya solución viene dada por:

$$\begin{aligned} (x+2)^2 - x^2 = 16 & \xrightarrow{\text{Rompe los paréntesis}} x^2 + 4x + 4 - x^2 = 16 & \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 4x + 4 = 16 \\ \xrightarrow{\text{Transponemos}} 4x = 16 - 4 & \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 4x = 12 & \xrightarrow{\text{Despejamos}} x = \frac{12}{4} & \xrightarrow{\text{Calculamos}} x = 3 \end{aligned}$$

Por lo que, El lado del cuadrado medía 3 metros.

**77.-** Calcular tres números naturales consecutivos tales que su producto sea igual a cinco veces su suma.

Sea  $x$  el primer número,  $x+1$  será el segundo y  $x+2$  el tercero.

Como dice que el producto de los 3 números es lo mismo que 5 veces su suma, vamos a calcular el producto y la suma de los números:

🍏 Producto:  $x \cdot (x+1) \cdot (x+2) = (x^2+x)(x+2) = x^3 + 2x^2 + x^2 + 2x = x^3 + 3x^2 + 2x$

🍏 Suma:  $x + (x+1) + (x+2) = 3x + 3$

Con todo esto, ya podemos plantear una ecuación:

$$\underbrace{x \cdot (x+1) \cdot (x+2)}_{\text{El producto de los 3 números}} = \underbrace{5 \cdot (3x+3)}_{\text{Es igual a 5 veces su suma}}$$

Ecuación, cuya solución viene dada por:

$$x^3 + 3x^2 + 2x = 5 \cdot (3x+3) \xrightarrow{\text{Operando}} x^3 + 3x^2 + 2x = 15x + 15 \xrightarrow{\text{Agrupando}} x^3 + 3x^2 - 13x - 15 = 0$$

Y que vamos a factorizar con la ayuda de la regla de Ruffini.

$$\left. \begin{array}{l} \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -13 & -15 \\ 3 & 3 & 18 & 15 \\ \hline 1 & 6 & 5 & 0 \\ -1 & -1 & -5 & \\ \hline 1 & 5 & 0 & \\ -5 & -5 & & \\ \hline 1 & 0 & & \end{array} \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow x^3 + 3x^2 - 13 - 15 = 0 \leftrightarrow (x-3)(x+1)(x+5) = 0 \rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = -5 \end{cases}$$

Como nos dicen que los números son naturales, desechamos las soluciones negativas y nos quedamos con  $x=3$ .

Por lo tanto, los números naturales consecutivos son: 3, 4 y 5.

Departamento  
de Matemáticas

<http://selectividad.intergranada.com>

[www.intergranada.com](http://www.intergranada.com)