Unidad Didáctica 5

ECUACIONES

3º ESO

Colección de ejercicios de examen resueltos

TEMA 5: ECUACIONES

1.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x+(3x-5)=2x-(5-4x)+1 \xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} x+3x-5=2x-5+4x+1 \xrightarrow{\text{Agrupamos}}$

$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} 4x-5=6x-4 \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 4x-6x=-4+5 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -2x=1 \xrightarrow{\text{Despejamos x}}$

$\xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\dfrac{1}{-2} \xrightarrow{\text{Solución}} x=-\dfrac{1}{2}$

b) $\dfrac{2x}{3}-2=1+\dfrac{3x}{4} \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \dfrac{8x}{12}-\dfrac{24}{12}=\dfrac{12}{12}+\dfrac{9x}{12} \xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}} \dfrac{8x}{\cancel{12}}-\dfrac{24}{\cancel{12}}=\dfrac{12}{\cancel{12}}+\dfrac{9x}{\cancel{12}}$

$\rightarrow 8x-24=12+9x \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 8x-9x=12+24 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -x=36 \xrightarrow{\text{Solución}} x=-36$

c) $2x^2-2x-12=0 \xrightarrow{\text{Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original } ax^2+bx+c=0} \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \\ c=-12 \end{cases} \xrightarrow{\text{Y resolvemos mediante la fórmula}} x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Sustituyendo con a, b y c, calculamos x}} x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 2\cdot(-12)}}{2\cdot 2}=\dfrac{2\pm\sqrt{4+96}}{4}=\dfrac{2\pm\sqrt{100}}{4}=\dfrac{2\pm 10}{4}$

$\xrightarrow{\text{Operamos}} \begin{cases} x_1=\dfrac{2+10}{4}=\dfrac{12}{4}=3 \\ x_2=\dfrac{2-10}{4}=\dfrac{-8}{4}=-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Solución}} \begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-2 \end{cases}$

d) $2x^2+5-3x^2+2+6x=6x-2x^2+11 \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 2x^2+5-3x^2+2+6x-6x+2x^2-11=0$

$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} x^2-4=0 \xrightarrow[\text{Resolvemos directamente}]{\text{Es una ecuación Incompleta.}} x^2=4 \xrightarrow{\text{Soluciones}} x=\pm\sqrt{4} \rightarrow x=\pm 2$

2.– La suma de cuatro números consecutivos es 78. ¿Cuáles son esos números?

Sean los 4 números consecutivos: $\begin{cases} 1^\circ:\ x \\ 2^\circ:\ x+1 \\ 3^\circ:\ x+2 \\ 4^\circ:\ x+3 \end{cases}$ podemos plantear la ecuación haciendo que su suma sea 78:

$$x+x+1+x+2+x+3=78$$

Cuya solución es:

$x+x+1+x+2+x+3=78 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 4x+6=78 \xrightarrow{\text{Transponemos}} 4x=78-6 \rightarrow 4x=72$

$\xrightarrow{\text{Despejamos}} x=\dfrac{72}{4} \xrightarrow{\text{Solución}} x=18$

Por tanto, los números son 18, 19, 20 y 21.

3.– En el aparcamiento del Carrefour, entre coches y motos, hay 70 vehículos y 260 ruedas sin contar las de repuesto. ¿Cuántos coches y motos hay?

Si llamamos x al número de coches, el de motos será 70–x.

Como sabemos que una moto tiene 2 ruedas y un coche 4, podemos plantear la ecuación con el número de ruedas:

$$\text{Ruedas de coche} + \text{Ruedas de moto} = 260$$

$$4x+2(70-x)=260$$

Cuya solución es:

$$4x+2(70-x)=260 \xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} 4x+140-2x=260 \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 4x-2x=260-140$$

$$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} 2x=120 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{120}{2} \xrightarrow{\text{Solución}} x=60$$

Por tanto, el número de coches es 60 y el de motos 70-60=10

4.- Tenemos 145 dátiles repartidos en 3 cajas. La caja grande tiene 15 dátiles más que la mediana, y la pequeña tiene 20 menos que la mediana. ¿Cuántos dátiles tiene cada caja? (1,5 puntos)

Si llamamos x a los dátiles que ha en la caja mediana, en la grande habrá x+15 dátiles y en la pequeña x-20.

Tenemos $\begin{cases} \text{Caja grande: } x+15 \\ \text{Caja mediana: } x \\ \text{Caja pequeña: } x-20 \end{cases}$ y como entre las tres cajas suman 145 dátiles, podemos plantear la ecuación:

$$x+15+x+x-20=145$$

Cuya solución es:

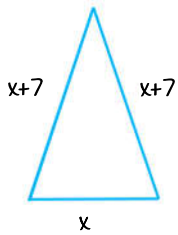
$$x+15+x+x-20=145 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 3x-5=145 \xrightarrow{\text{Transponemos}} 3x=145+5 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 3x=150$$

$$\xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{150}{3} \xrightarrow{\text{Solución}} x=50$$

Así que, en la caja mediana hay 50 dátiles, en la pequeña 50-20=30 y en la grande 50+15=65

5.- Los dos lados iguales de un triángulo isósceles son 7 cm más largos que el lado desigual. Si su perímetro es de 47 cm. ¿Cuánto miden los lados del triángulo? (1,5 puntos)

Si llamamos x al lado desigual, los lados iguales serán x+7 y si nos ayudamos de un dibujo:



Podemos plantear una ecuación sabiendo que su perímetro es 47:

$$\text{Perímetro} = \text{Suma de sus lados} = 47$$

$$x+x+7+x+7=47$$

Cuya solución es:

$$x+x+7+x+7=47 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 3x+14=47 \xrightarrow{\text{Transponemos}} 3x=47-14 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 3x=33$$

$$\xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{33}{3} \xrightarrow{\text{Solución}} x=11$$

Por tanto, el lado desigual mide 11 cm y los lados iguales miden 11+7=18 cm.

6.- En un torneo Fornite, cada vez que un gamer gana una partida recibe 25 paVos y cada vez que pierde paga 8, si al cabo de 10 partidas ha ganado 151 paVos. Calcula el número de partidas ganadas.

Si llamamos x a las partidas ganadas, como el gamer ha jugado 10 partidas, entonces las partidas perdidas serán 10-x.

Partidas ganadas	Partidas perdidas
x	10 - x

Una vez que hecho esto, podemos plantear la ecuación con el dinero que gana. Si por cada partida ganada obtiene 25 paVos, por todas las partidas ganadas obtendrá 25 · x pavos. Y si por las perdidas paga 8 paVos, en total pagará 8 ·(10 – x). Si restamos ambas cantidades nos dará el dinero total que gana, por tanto:

$$\underbrace{25x}_{\text{Dinero ganado}} \underbrace{-8(10-x)}_{\text{Dinero perdido}}=151$$

Cuya solución viene dada por:

$$25x-8(10-x)=151 \xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} 25x-80+8x=151 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 33x-80=151 \xrightarrow{\text{Trasnponemos los términos}}$$

$$\rightarrow 33x=151+80 \xrightarrow{\text{Agrupamos de nuevo}} 33x=231 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{231}{33} \xrightarrow{\text{Solución}} x=7$$

Por tanto, el gamer ha ganado 7 partidas.

7.- Si sumamos 10 € al doble de tu dinero resultará lo mismo que si restamos tu dinero de 43 €. ¿Cuánto tienes?

Si llamamos x al dinero que tengo, podemos plantear una ecuación: $2x+10=43-x$

Cuya solución es:

$$2x+10=43-x \rightarrow 2x+x=43-10 \rightarrow 3x=33 \rightarrow x=\frac{33}{3} \rightarrow x=11$$

Por tanto, tengo 11 euros.

8.- Resuelve paso a paso las siguientes ecuaciones:

a) $x-10=3x-7+8x-13 \xrightarrow{\text{Hacemos la transposición de términos}} x-3x-8x=-7-13+10 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -10x=-10 \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{-10}{-10} \xrightarrow{\text{Solución}} x=1$

b) $75-37x+25-12x=318+x-10+2x \xrightarrow{\text{Transposición de términos}} -37x-12x-x-2x=318-10-75-25 \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} -52x=208 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{208}{-52} \xrightarrow{\text{Solución}} x=-4$

c) $2(1+x)-3(x-1)-6=x-11 \xrightarrow{\text{Rompemos los paréntesis}} 2+2x-3x+3-6=x-11 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -x-1=x-11 \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Transposición de términos}} -x-x=-11+1 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -2x=-10 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{-10}{-2} \xrightarrow{\text{Solución}} x=5$

d) $2(3x+2)=4[2x-5(x-2)] \xrightarrow{\text{Rompemos los paréntesis}} 6x+4=4(2x-5x+10) \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 6x+4=4(-3x+10)$

$\xrightarrow{\text{Rompemos los paréntesis}} 6x+4=-12x+40 \xrightarrow{\text{Transposición de términos}} 6x+12x=40-4 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 18x=36 \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{36}{18} \xrightarrow{\text{Solución}} x=2$

$$e)\ \frac{3x-1}{5}=\frac{2x+1}{3}\xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador con el m.c.m. de 3 y 5}}\frac{3\cdot(3x-1)}{15}=\frac{5\cdot(2x+1)}{15}\xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}}\frac{3\cdot(3x-1)}{\cancel{15}}=\frac{5\cdot(2x+1)}{\cancel{15}}\rightarrow$$

$$\rightarrow\ 3(3x-1)=5(2x+1)\xrightarrow{\text{Rompemos los paréntesis}}9x-3=10x+5\xrightarrow{\text{Transposición de términos}}9x-10x=5+3\rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Agrupamos}}-x=8\xrightarrow{\text{Despejamos x}}x=\frac{8}{-1}\xrightarrow{\text{Solución}}x=-8$$

$$f)\ \frac{x-1}{5}+\frac{x+2}{3}=\frac{x}{2}-\frac{x+4}{30}\xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador con el m.c.m. de 5, 5, 2 y 30}}\frac{6\cdot(x-1)}{30}+\frac{10(x+2)}{30}=\frac{15x}{30}-\frac{x+4}{30}\xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}}$$

$$\rightarrow\ 6(x-1)+10(x+2)=15x-x-4\xrightarrow{\text{Rompemos los paréntesis}}6x-6+10x+20=14x-4\xrightarrow{\text{Agrupamos}}$$

$$\rightarrow\ 16x+14=14x-4\xrightarrow{\text{Transposición de términos}}16x-14x=-14-4\xrightarrow{\text{Agrupamos}}2x=-18\rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Despejamos x}}x=\frac{-18}{2}\xrightarrow{\text{Solución}}x=-9$$

$$g)\ x^2-12x+36=0\xrightarrow{\text{Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original }ax^2+bx+c=0}\begin{cases}a=1\\b=-12\\c=36\end{cases}\xrightarrow{\text{Y resolvemos mediante la fórmula}}x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Sustituyendo con a, b y c, calculamos x}}x=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\cdot1\cdot36}}{2\cdot1}=\frac{12\pm\sqrt{144-144}}{2}=\frac{12\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{12\pm0}{2}\xrightarrow{\text{Solución}}x=6$$

$$h)\ 5-3x^2+2-5x+x^2-2x=5x+x^2-8\xrightarrow{\text{Transponemos términos}}5-3x^2+2-5x+x^2-2x-5x-x^2+8=0$$

$$\xrightarrow{\text{Agrupamos}}-3x^2-12x+15=0\xrightarrow{\text{Escribimos ecuación equivalente dividiendo por }-3}x^2+4x-5=0\xrightarrow{\text{Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original }ax^2+bx+c=0}\begin{cases}a=1\\b=4\\c=-5\end{cases}\rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Y resolvemos mediante la fórmula}}x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}\xrightarrow{\text{Sustituyendo con a, b y c, calculamos x}}x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot(-5)}}{2\cdot1}=\frac{-4\pm\sqrt{16+20}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{36}}{2}$$

$$\rightarrow\ x=\frac{-4\pm6}{2}\xrightarrow{\text{Soluciones}}\begin{cases}x_1=\frac{-4+6}{2}=\frac{2}{2}\rightarrow x_1=1\\x_2=\frac{-4-6}{2}=\frac{-10}{2}\rightarrow x_2=-5\end{cases}$$

$$i)\ 6x^2-48x=0\xrightarrow{\text{Sacamos factor común 6x}}6x(x-8)=0\xrightarrow{\text{Si el producto de dos números es cero, es porque alguno de ellos es 0}}\begin{cases}\text{Si } 6x=0\rightarrow x_1=0\\\text{Si } x-8=0\rightarrow x_2=8\end{cases}$$

$$j)\ 1-4x^2=-8\xrightarrow{\text{Transponemos términos}}-4x^2=-8-1\xrightarrow{\text{Agrupamos}}-4x^2=-9\xrightarrow{\text{Despejamos }x^2}x^2=\frac{-9}{-4}=\frac{9}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{Calculamos x haciendo la }\sqrt{\ }\text{ a ambos miebros de la ecuacion}}x^2=\frac{9}{4}\rightarrow\sqrt{x^2}=\sqrt{\frac{9}{4}}\rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2}\xrightarrow{\text{Solución}}x=\pm\frac{3}{2}$$

$k)\ (2x-3)^2-(x-2)^2=3(x-1)+5x(x-1) \xrightarrow{\text{Rompemos los ()}} 4x^2-12x+9-x^2+4x-4=3x-3+5x^2-5x \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} 3x^2-8x+5=5x^2-2x-3 \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 3x^2-5x^2-8x+2x+5+3=0 \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} -2x^2-6x+8=0 \xrightarrow{\text{Escribimos ecuación equivalente multiplicando por } -2} x^2+3x-4=0 \xrightarrow{\text{Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original } ax^2+bx+c=0} \begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ c=-4 \end{cases} \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Y resolvemos mediante la fórmula}} x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \xrightarrow{\text{Sustituyendo con a, b y c, calculamos x}} x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot(-4)}}{2\cdot 1}=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+16}}{2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{25}}{2}$

$\rightarrow x=\dfrac{-3\pm 5}{2} \xrightarrow{\text{Soluciones}} \begin{cases} x_1=\dfrac{-3+5}{2}=\dfrac{2}{2} \rightarrow x_1=1 \\ x_2=\dfrac{-3-5}{2}=\dfrac{-8}{2} \rightarrow x_2=-4 \end{cases}$

9.- Resuelve paso a paso cada una de las siguientes ecuaciones:

$a)\ 11-5(3x+2)+7x=2(6-5x)-13 \xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} 11-15x-10+7x=12-10x-13 \xrightarrow{\text{Agrupamos}}$

$\rightarrow -8x+1=-10x-1 \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 10x-8x=-2 \rightarrow 2x=-2 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=-\dfrac{2}{2}$

$\xrightarrow{\text{Solución}} x=-1$

$b)\ 1-\dfrac{3-2x}{2}=x+\dfrac{2x-3}{5} \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \dfrac{10}{10}-\dfrac{5\cdot(3-2x)}{10}=\dfrac{10x}{10}+\dfrac{2\cdot(2x-3)}{10} \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}} \dfrac{10}{\cancel{10}}-\dfrac{5\cdot(3-2x)}{\cancel{10}}=\dfrac{10x}{\cancel{10}}+\dfrac{2\cdot(2x-3)}{\cancel{10}} \rightarrow 10-5\cdot(3-2x)=10x+2\cdot(2x-3) \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} 10-15+10x=10x+4x-6 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 10x-5=14x-6 \xrightarrow{\text{Transponemos términos}}$

$\rightarrow 10x-14x=-6+5 \xrightarrow{\text{Agrupamos otra vez}} -4x=-1 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\dfrac{-1}{-4} \xrightarrow{\text{Solución}} x=\dfrac{1}{4}$

$c)\ 14x^2+5x-1=0 \xrightarrow{\text{Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original } ax^2+bx+c=0} \begin{cases} a=14 \\ b=5 \\ c=-1 \end{cases} \xrightarrow{\text{Y resolvemos mediante la fórmula}} x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Sustituyendo con a, b y c, calculamos x}} x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 14\cdot(-1)}}{2\cdot 14}=\dfrac{-5\pm\sqrt{25+56}}{28}=\dfrac{-5\pm\sqrt{81}}{28}=\dfrac{-5\pm 9}{28}$

$\xrightarrow{\text{Operamos}} \begin{cases} x_1=\dfrac{-5+9}{28}=\dfrac{4}{28}=\dfrac{1}{7} \\ x_2=\dfrac{-5-9}{28}=\dfrac{-14}{28}=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{Solución}} \begin{cases} x_1=\dfrac{1}{7} \\ x_2=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

$d)\ 2x^2-3+7x+8=x^2+5-2x \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 2x^2-3+7x+8-x^2-5+2x=0 \xrightarrow{\text{Agrupamos}}$

$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} x^2-9x=0 \xrightarrow[\text{Sacamos factor común X}]{\text{Es una ecuación Incompleta.}} x(x-9)=0 \xrightarrow{\text{Soluciones}} \begin{cases} \text{Si } x=0 \rightarrow x_1=1 \\ \text{Si } x-9=0 \rightarrow x_2=9 \end{cases}$

10.- Una ensaimada cuesta 10 céntimos más que un cruasán. Si tres cruasanes y cuatro ensaimadas me han costado 6 euros. ¿Cuál es el coste de cada pieza?

Si llamamos **x** al precio de un cruasán en céntimos, el precio de la ensaimada (también en céntimos) será x+10. Por tanto:

Cruasán	**Ensaimada**
	
Precio = x	Precio = x+10

Como nos dicen que 3 cruasanes y 4 ensaimadas han costado 6 €, con esto podemos plantear la ecuación, pero hemos de tener cuidado porque hay que poner todos los precios en céntimos:

6 € = 600 céntimos

$$\underbrace{3x}_{\text{Direno Croisanes}} + \underbrace{4(x+10)}_{\text{Dinero Ensaimadas}} = 600$$

Y cuya solución viene dada por:

$$3x+4(x+10)=600 \xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} 3x+4x+40=600 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 7x+40=600 \xrightarrow{\text{Trasnponemos los términos}}$$

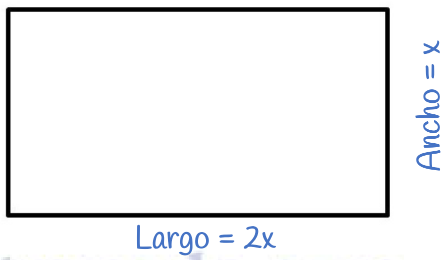
$$\to 7x=600-40 \xrightarrow{\text{Agrupamos de nuevo}} 7x=560 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{560}{7} \xrightarrow{\text{Solución}} x=80$$

Una ver resuelta la ecuación, y usando el lenguaje algebraico respondemos a la pregunta.

Por tanto, un cruasán cuesta 80 céntimos y una ensaimada 80 + 10 = 90 céntimos.

11.- Para jugar al futbol en la playa necesitamos delimitar una zona rectangular que sea el doble de larga que de ancha. Si se han necesitado 84 m de cinta. ¿Cuáles son las dimensiones del campo?

Si llamamos **x** a lo que mide el ancho del rectángulo, como dice que el largo es el doble del ancho, tendremos que el largo medirá 2x, así que si nos ayudamos con un dibujo tenemos:



Ancho	Largo
x	2x

Como usamos 84 metros de cinta, quiere decir que todo el perímetro del rectángulo (el borde) medirá 84 metros, así que, si sumamos todos los lados, podremos plantear la ecuación:

$$Perímetro=84 \quad\to\quad 2x+x+2x+x=84 \quad\to\quad 6x=84$$

Cuya solución viene dada por:

$$6x=84 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{84}{6} \xrightarrow{\text{Solución}} x=14$$

Por tanto, el ancho del rectángulo mide 14 metros y el ancho 2·14 = 28 metros.

12.- Fátima tiene 16 años más que Naila, pero dentro de 4 años la edad de Fátima será el doble que la de Naila. ¿Qué edad tiene cada una?

Si llamamos x a la edad de Naila, entonces Fátima que 16 años mayor, tendrá x+16. Si lo representamos en una tabla, tenemos:

	Ahora	Dentro de 4 años
Edad de Naila:	x	x + 4
Edad de Fátima:	x + 16	x + 20

Con el dato de que dentro de 4 años la edad de Fátima será el doble que la de Naila, planteamos la ecuación:

$$\underbrace{x+20}_{\text{Edad Fátima}} = \underbrace{2}_{\text{Doble}} \cdot \underbrace{(x+4)}_{\text{Edad Naila}}$$

Cuya solución viene dada por:

$$x+20=2\cdot(x+4) \xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} x+20=2x+8 \xrightarrow{\text{Trasnponemos los términos}} x-2x=8-20 \xrightarrow{\text{Agrupamos}}$$

$$-x=-12 \xrightarrow{\text{Despejamos x}} x=\frac{-12}{-1} \xrightarrow{\text{Solución}} x=12$$

Por tanto, Naila tiene 12 años y Fátima 12 + 16 = 28 años.

13.- El producto de dos números consecutivos es 21 unidades mayor que el triple de su suma. ¿De qué números se trata?

Si los números consecutivos son x y (x+1), ya podemos plantar la ecuación:

$$\underbrace{x\cdot(x+1)}_{\text{Producto de números consecutivos}} - \underbrace{21}_{\text{21 unidades mayor}} = \underbrace{3}_{\text{Triple}} \cdot \underbrace{(x+x+1)}_{\text{Suma de los 2 números}}$$

Si operamos un poco:

$$x(x+1)-21=3(x+x+1) \xrightarrow{\text{Rompemos Paréntesis}} x^2+x-21=3x+3x+3 \xrightarrow{\text{Trasnponemos términos y agrupamos}} x^2-5x-24=0$$

Nos encontramos con una ecuación de segundo grado cuya solución viene dada por:

$$x^2-5x-24=0 \xrightarrow{\text{Anotamos el valor de los coeficientes a, b y c comparando con la ec. original } ax^2+bx+c=0} \begin{cases} a=1 \\ b=-5 \\ c=-24 \end{cases} \xrightarrow{\text{Y resolvemos mediante la fórmula}} x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Sustituyendo con a, b y c, calculamos x}} x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot(-24)}}{2\cdot 1}=\frac{5\pm\sqrt{25+96}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{5\pm 11}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{Soluciones}} \begin{cases} x_1=\frac{5+11}{2}=\frac{16}{2} \rightarrow x_1=8 \\ x_2=\frac{5-11}{2}=\frac{-6}{2} \rightarrow x_2=-3 \end{cases}$$

Así que nos encontramos con dos soluciones, veamos si las dos se verifican:

$$\underbrace{x\cdot(x+1)}_{\text{Producto de números consecutivos}} - \underbrace{21}_{\text{21 unidades mayor}} = \underbrace{3}_{\text{Triple}} \cdot \underbrace{(x+x+1)}_{\text{Suma de los 2 números}}$$

$$8\cdot 9-21\overset{?}{=}3(8+9) \;\to\; 72-21\overset{?}{=}3\cdot 17 \;\to\; 51\overset{?}{=}51 \;\to\; \text{Se verifica}$$

$$(-3)\cdot(-2)-21\overset{?}{=}3(-3-2) \;\to\; 6-21\overset{?}{=}3\cdot(-15) \;\to\; -15\overset{?}{=}-15 \;\to\; \text{Se verifica}$$

Por tanto, ambas funcionan, así que la solución es:

Los números son el 8 y el 9, pero también el .2 y el –3.

14.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(7-6x)-5(x+2)=3(x+2)-2x \;\to\; 7-6x-5x-10=3x+6-2x \;\to$

$\to\; -6x-5x-3x+2x=6+10-7 \;\to\; -12x=9 \;\to\; x=-\dfrac{9}{12} \;\to\; x=-\dfrac{3}{4}$

b) $3\left[x+(14-x)\right]=2\left[x-(2x-21)\right] \;\to\; 3\left[x+14-x\right]=2\left[x-2x+21\right] \;\to$

$\to\; 3\cdot 14=2\left[-x+21\right] \;\to\; \cancel{42}=-2x+\cancel{42} \;\to\; 0=-2x \;\to\; x=0$

c) $\dfrac{(x-3)^2}{2}+\dfrac{(x+1)\cdot(x-1)}{3}=\dfrac{4x^2-19x+31}{6} \;\to\; \dfrac{3\cdot(x-3)^2}{\cancel{6}}+\dfrac{2\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{\cancel{6}}=\dfrac{4x^2-19x+31}{\cancel{6}} \;\to$

$\to\; 3\left(x^2-6x+9\right)+2\left(x^2-1\right)=4x^2-19x+31 \;\to\; 3x^2-18x+27+2x^2-2-4x^2+19x-31=0 \;\to$

$\to\; x^2+x-6=0 \;\xrightarrow[\text{Ruffini}]{}\; (x+3)\cdot(x-2)=0 \;\to\; \begin{cases}(x+3)=0 \;\to\; x_1=-3\\(x-2)=0 \;\to\; x_2=2\end{cases}$

15.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $7(x-1)-2x-16=3(x-3) \;\to\; 7x-7-2x-16=3x-9 \;\to\; 5x-23=3x-9$

$\to\; 5x-3x=-9+23 \;\to\; 2x=14 \;\to\; x=\dfrac{14}{2} \;\to\; x=7$

b) $6x+4=4\left[2x-5\cdot(x-2)\right] \;\to\; 6x+4=4\cdot\left[2x-5x+10\right] \;\to\; 6x+4=4\cdot\left[-3x+10\right]$

$\to\; 6x+4=-12x+40 \;\to\; 6x+12x=40-4 \;\to\; 18x=36 \;\to\; x=\dfrac{36}{18}=2$

c) $(x-3)^2=2x^2-5x+9 \;\to\; x^2-6x+9=2x^2-5x+9 \;\to\; x^2+x=0$

$\to\; c_1)\; x(x+1)=0 \;\to\; \begin{cases}x_1=0\\ x+1=0 \to x_2=-1\end{cases}$

$\to\; c_2)\; x^2+x=0 \;\to\; \begin{cases}a=1\\ b=1\\ c=0\end{cases} \;\to\; x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot 1\cdot 0}}{2\cdot 1}=$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1}}{2}=\dfrac{-1\pm 1}{2}= \;\to\; \begin{cases}x_1=\dfrac{-1+1}{2}=\dfrac{0}{2}=0\\[2ex] x_2=\dfrac{-1-1}{2}=\dfrac{-2}{2}=-1\end{cases}$

$d)\ x+\frac{3x+1}{2}-\frac{x-2}{3}=x^2-2 \quad\rightarrow\quad \frac{6x}{\cancel{6}}+\frac{3\cdot(3x+1)}{\cancel{6}}-\frac{2\cdot(x-2)}{\cancel{6}}=\frac{6x^2}{\cancel{6}}-\frac{12}{\cancel{6}} \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 6x+3(3x+1)-2(x-2)=6x^2-12 \quad\rightarrow\quad 6x+9x+3-2x+4-6x^2+12=0$

$-6x^2+13x+19=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} a=-6 \\ b=13 \\ c=19 \end{cases} \quad\rightarrow\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\frac{-13\pm\sqrt{169-4\cdot(-6)\cdot 19}}{2\cdot(-6)}=$

$x=\frac{-13\pm\sqrt{169+456}}{-12}=\frac{-13\pm\sqrt{625}}{-12}=\frac{-13\pm 25}{-12}= \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=\frac{-13+25}{-12}=\frac{12}{-12}=-1 \\ x_2=\frac{-13-25}{-12}=\frac{-38}{-12}=\frac{19}{6} \end{cases} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=\frac{19}{6} \end{cases}$

16.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ (3-x)+2(x-1)=(x-5)+2x \quad\rightarrow\quad 3-x+2x-2=x-5+2x \quad\rightarrow\quad x+1=3x-5$

$\rightarrow\quad +1-5=3x-x \quad\rightarrow\quad -4=2x \quad\rightarrow\quad x=\frac{-4}{2} \quad\rightarrow\quad x=-2$

$b)\ 2(3x+2)=4\left[2x-5(x-2)\right] \quad\rightarrow\quad 6x+4=4(2x-5x+10) \quad\rightarrow\quad 6x+4=4(-3x+10)$

$\rightarrow\quad 6x+4=-12x+40 \quad\rightarrow\quad 6x+12x=40-4 \quad\rightarrow\quad 18x=36 \quad\rightarrow\quad x=\frac{36}{18} \quad\rightarrow\quad x=2$

$c)\ (3x+2)^2+3x\cdot(1-3x)=2x-22 \quad\rightarrow\quad \cancel{9x^2}+12x+4+3x-\cancel{9x^2}=2x-22 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 12x+3x-2x=-22-4 \quad\rightarrow\quad 13x=-26 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-26}{13} \quad\rightarrow\quad x=-2$

$d)\ \frac{3x^2}{2}-\frac{4x-1}{4}=\frac{2x(x-3)}{6}+\frac{17}{2} \quad\rightarrow\quad \frac{18x^2}{\cancel{12}}-\frac{3\cdot(4x-1)}{\cancel{12}}=\frac{4x(x-3)}{\cancel{12}}+\frac{17}{\cancel{12}}\rightarrow$

$\rightarrow\quad 18x^2-3(4x-1)=4x(x-3)+17 \quad\rightarrow\quad 18x^2-12x+3=4x^2-12x+17 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 18x^2-12x+3-4x^2+12x-17=0 \quad\rightarrow\quad 14x^2-14=0 \quad\rightarrow\quad 14(x^2-1)=0 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad 14(x^2-1)=0 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-1=0 \quad\rightarrow\quad x=\pm\sqrt{1}=\pm 1 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=+1 \end{cases}$

17.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ (3-x)+2(x-1)=(x-5)+2x \quad\rightarrow\quad 3-x+2x-2-x+5-2x=0 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad -x+2x-x-2x=-5+2-3 \quad\rightarrow\quad -2x=-6 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-6}{-2} \quad\rightarrow\quad x=3$

$b)\ (x-3)\cdot(x-4)=(x-2)^2 \quad\rightarrow\quad x^2-3x-4x+12=x^2-4x+4 \quad\rightarrow\quad -3x=-8 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-8}{-3}=\frac{8}{3}$

$c)\ (x+3)^2=9 \quad\rightarrow\quad x^2-6x+9=9 \quad\rightarrow\quad x^2-6x=0 \quad\rightarrow\quad x(x-6)=0 \quad\rightarrow$

$\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=0 \\ x-6=0 \quad\rightarrow\quad x_2=6 \end{cases} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=6 \end{cases}$

$d)\ \frac{3x^2}{2}-\frac{4x-1}{4}=\frac{2x(x-3)}{6}+\frac{17}{2} \quad \to \quad \frac{18x^2}{\cancel{12}}+\frac{3\cdot(4x-1)}{\cancel{12}}=\frac{2\cdot 2x\cdot(x-3)}{\cancel{12}}+\frac{6\cdot 17}{\cancel{12}} \quad \to$

$\to \quad 18x^2-12x+3=4x^2-12x+102 \quad \to \quad 18x^2-12x+3-4x^2+12x-102=0$

$14x^2-99=0 \quad \to \quad 14x^2=99 \quad \to \quad x^2=\frac{99}{14} \quad \to \quad x=\pm\sqrt{\frac{99}{14}} \quad \to \quad x=\pm\frac{3\sqrt{154}}{14}$

18.- Un cajero hace dos pagos. En el primero da los 2/5 de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dh. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía el cajero al principio:

Primer pago: $\frac{2}{5}x+500$

Quedan: $x-\left(\frac{2}{5}x+500\right)=\frac{3}{5}x-500$

Segundo pago: $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}x-500\right)+250=\frac{3}{10}x-250+250=\frac{3}{10}x$

Entre los dos pagos, ha el cajero ha dado: $\frac{2}{5}x+500+\frac{3}{10}x=\frac{7}{10}x+500$

Por lo que quedan: $x-\left(\frac{7}{10}x+500\right)=\frac{3}{10}x-500$

Y esta cantidad se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio, es decir, con $\frac{x}{5}$.

Así que, la ecuación será: $\frac{3}{10}x-500=\frac{x}{5}$, cuya solución es:

$$\frac{3x}{10}-500=\frac{x}{5} \quad \to \quad \frac{3x}{10}-\frac{5000}{10}=\frac{2x}{10} \quad \to \quad 3x-5000=2x \quad \to x=5000$$

Por tanto, en el cajero habían 5.000 dh

En el primer pago ha dado $\frac{2}{5}\cdot 5000+500=2.500$ y en el segundo $\frac{3}{10}\cdot 5000=1.500$

Así que el primer pago da 2.500 dh y en el segundo 1.500 dh.

De esta forma quedan 1.000 dh que se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio.

19.- Un granjero, tiene en su granja, entre gallinas y conejos, 20 animales y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos tiene?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al número de gallinas, y $20-x$ al de conejos y vamos a plantear la ecuación con el número de patas en la granja:

$$\left.\begin{array}{l} Gallinas: x \\ Conejos: 20-x \end{array}\right\} \quad \to \quad 2x+4(20-x)=52 \quad \to \quad 2x+80-4x=52 \quad \to \quad 2x-4x=52-80 \quad \to$$

$$\to \quad -2x=-28 \quad \to \quad x=\frac{-28}{-2} \quad \to \quad x=14$$

Por tanto, en la granja hay 14 gallinas y 20−14=6 conejos.

Si calculamos el total de patas, vemos que 14·2+6·4=28+24=52, coincide con el número dado en el enunciado.

20.- Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría una de las bombas, entonces la otra tardaría 16+x horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en cuanto depósito se vacía en una hora con cada una de las bombas o con las dos:

$$\left.\begin{array}{l} Bomba\ 1: x \\ Bomba\ 2: x+16 \\ Las\ dos: 15 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora vaciaran:}} \left.\begin{array}{l} Bomba\ 1: \frac{1}{x} \\ Bomba\ 2: \frac{1}{x+16} \\ Las\ dos: \frac{1}{15} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{Será igual a la suma de lo que haga cada una pors eparado también en 1 hora}]{\text{Lo que hagan las dos bombas a la vez en 1 hora}} \frac{1}{x}+\frac{1}{x+16}=\frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{x\cdot\cancel{(x+16)\cdot 15}}+\frac{15x}{x\cdot\cancel{(x+16)\cdot 15}}=\frac{x(x+16)}{x\cdot\cancel{(x+16)\cdot 15}} \rightarrow 15x+240+15x=x^2+16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2+16x-30x-240=0 \rightarrow x^2-14x-240=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-14 \\ c=-240 \end{cases} \leftrightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot 1\cdot(-240)}}{2\cdot 1}=\frac{14\pm\sqrt{196+960}}{2}=\frac{14\pm\sqrt{1156}}{2}=\frac{14\pm 34}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{14+34}{2}=\frac{48}{2}=24 \\ x_2=\frac{14-34}{2}=\frac{-20}{2}=-10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, una bomba es capaz de vaciar el depósito en 24 horas y la otra en 24+16=40 horas.

21.- La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será la edad de la hija.

Edades	Hoy	Dentro de 9 años
Hija	x	$x+9$
Madre	x^2	x^2+9

Ahora plantearemos la ecuación *dentro de 9 años:*

$$x^2+9=3(x+9) \rightarrow x^2+9=3x+27 \rightarrow x^2-3x-18=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-18 \end{cases}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot 1\cdot(-18)}}{2\cdot 1}=\frac{3\pm\sqrt{9+72}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{81}}{2}=\frac{3\pm 9}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{3+9}{2}=\frac{12}{2}=6 \\ x_2=\frac{3-9}{2}=\frac{-6}{2}=-3 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre 6^2= 36 años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 9 años, vemos que 6+9=15 y 36+9=45 que es el triple.

22.- Un Químico tiene dos disoluciones de ácido clorhídrico, una con una concentración de 40% en volumen y la otra del 75%. ¿Cuántos cm^3 de cada una de ellas debe utilizar para preparar otra disolución de 60 cm^3 con una concentración del 50% en volumen?

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen (cm^3)	Concentración (%)	Total
Disolución 1	x	40	$40x$
Disolución 2	$60-x$	75	$75\cdot(60-x)$
Disolución Mix	60	50	3.000

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$40x+75\cdot(60-x)=3000 \quad\rightarrow\quad 40x+4.500-75x=3000 \quad\rightarrow\quad 40x-75x=3000-4500 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad -35x=-1500 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-1500}{35} \quad\rightarrow\quad x=42{,}86\ cm^3$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos 42,86 cm^3 de ácido al 40 % con 17,14 cm^3 del de 75%.

23.- ¿Cuál es la edad de Mohamed, si al multiplicarla por 15 le faltan 100 años para completar su cuadrado?

Si llamamos x a la edad de Mohamed, cuando la multiplicamos por 15, será 15x, y si dice que le faltan 100 años para completar su cuadrado, esto quiere decir que si a 15x le sumo 100 tendré el cuadrado de la edad de Mohamed, por tanto, con todo esto ya puedo escribir la ecuación.

$$15x+100=x^2$$

Si transponemos todo al segundo miembro, ya tenemos la ecuación preparada para resolverla:

$$15x+100=x^2 \quad\rightarrow\quad x^2-15x-100=0 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=\frac{15\pm\sqrt{15^2-4\cdot1\cdot(-100)}}{2\cdot1}$$

$$x=\frac{15\pm\sqrt{225+400}}{2}=\frac{15\pm\sqrt{625}}{2\cdot1}=\frac{15\pm25}{2}$$

$$x_1=\frac{15+25}{2}=\frac{40}{2}=20 \qquad\qquad x_2=\frac{15-25}{2}=\frac{-10}{2}=-5$$

Desechamos la solución –5 porque las edades no pueden ser negativas.

La edad de Mohamed es de 20 años.

24.- Se vierten en un recipiente 16 litros de una mezcla con una concentración en alcohol al 25%. ¿Cuántos litros de alcohol puro debo agregar a la mezcla inicial para obtener finalmente una mezcla cuya concentración de alcohol sea del 50%?

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Concentración (%)	Total
Alcohol (1)	16	25	16·25=400
Alcohol Puro	x	100	100x
Mezcla	16 + x	50	50·(16+x)=800+50x

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Alcohol(1)}+Total_{Alcohol\ Puro}=Total_{Mezcla} \quad\rightarrow\quad 400+100x=800+50x$$

Que resolviendo nos da:

$$400+100x=800+50x \quad \rightarrow \quad 100x-50x=800-400 \qquad 50x=400 \quad \rightarrow \quad x=\frac{400}{50}=8$$

Por tanto, tenemos que agregar 8 litros de alcohol puro.

25.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x-3}{2(x-1)}=-\frac{1}{x} \rightarrow x\cdot(x-3)=-2(x-1) \rightarrow x^2-3x=-2x+2 \rightarrow x^2-3x+2x-2=0$

$\rightarrow x^2-x-2=0 \rightarrow (x-2)\cdot(x+1)=0 \rightarrow x_1=2 \quad x_2=-1$

b) $6x+4=4\cdot[2x-5\cdot(x-2)] \rightarrow 6x+4=4(2x-5x+10) \rightarrow 6x+4=4(-3x+10) \rightarrow$

$\rightarrow 6x+4=-12x+40 \rightarrow 6x+12x=40-4 \rightarrow 18x=36 \rightarrow x=\frac{36}{18} \rightarrow x=2$

26.– Hicham sale de excursión el fin de semana con una cierta cantidad de dinero. El viernes gasta la tercera parte de lo que tiene menos 100 dh, el sábado gasta la mitad de lo que tiene al empezar el día más 50 dh y el domingo gasta 4/5 de lo que le quedaba. Si regresa a casa el domingo por la tarde con 80 dh. ¿Con cuánto dinero empezó Hicham la excursión?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía Hicham:

El viernes gasta: $\frac{1}{3}x-100$

Quedan: $x-\left(\frac{1}{3}x-100\right)=\frac{2}{3}x+100$

El sábado gasta: $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x+100\right)+50=\frac{1}{3}x+100$

Entre los dos días, Hicham ha gastado: $\frac{1}{3}x-100+\frac{1}{3}x+100=\frac{2}{3}x$

Por lo que queda: $\frac{x}{3}$ del dinero

El domingo gasta: $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba, es decir $\frac{4}{5}$ de $\frac{x}{3}=\frac{4}{5}\cdot\frac{x}{3}=\frac{4}{15}x$

Luego todavía le queda $\frac{1}{5}$ de $\frac{x}{3}=\frac{1}{5}\cdot\frac{x}{3}=\frac{x}{15}$

Y esta cantidad se corresponde con los 80 dh. Con los que vuelve a casa.

Así que, la ecuación a resolver será: $\frac{x}{15}=80 \quad \rightarrow \quad x=15\cdot 80=1.200$ dh

Por tanto, Hicham empezó la excursión con 1.200 dh.

27.– En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que, si llamamos x al número de coches, y $110-x$ al de motos y vamos a plantear la ecuación con el número de ruedas en el garaje:

$$\left.\begin{array}{l} Coches: x \\ Motos: 110-x \end{array}\right\} \rightarrow 4x+2(110-x)=360 \rightarrow 4x+220-2x=360 \rightarrow 4x-2x=360-220$$

$$\rightarrow 2x=140 \rightarrow x=\frac{140}{2} \rightarrow x=70$$

Por tanto, en el garaje hay 70 coches y 110−70=40 motos.

Si calculamos el total de ruedas, vemos que 70·4+2·40=280+80=360, coincide con el número dado en el enunciado.

28.- Dos grifos diferentes manando a la vez llenan una alberca en 15 horas. Si actuara solo uno de ellos, tardaría en llenarla 16 horas más que si actuara el otro. ¿Cuánto tardaría cada uno de ellos por sí solo en llenar la alberca?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría en llenar la alberca uno de los grifos, entonces el otro tardaría 16+x horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción de alberca que se llena en una hora con cada uno del os grifos o con los dos:

$$\left.\begin{array}{l} Grifo\ 1: x \\ Grifo\ 2: x+16 \\ Los\ dos: 15 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora llenarán:}} \left.\begin{array}{l} Grifo\ 1: \frac{1}{x} \\ Grifo\ 2: \frac{1}{x+16} \\ Los\ dos: \frac{1}{15} \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{Será igual a la suma de lo que haga cada uno por separado también en 1 hora}]{\text{Lo que hagan los dos grifos a la vez en 1 hora}} \frac{1}{x}+\frac{1}{x+16}=\frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}}+\frac{15x}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}}=\frac{x(x+16)}{\cancel{x\cdot(x+16)\cdot 15}} \rightarrow 15x+240+15x=x^2+16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2+16x-30x-240=0 \rightarrow x^2-14x-240=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-14 \\ c=-240 \end{cases} \leftrightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot1\cdot(-240)}}{2\cdot1}=\frac{14\pm\sqrt{196+960}}{2}=\frac{14\pm\sqrt{1156}}{2}=\frac{14\pm34}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{14+34}{2}=\frac{48}{2}=24 \\ x_2=\frac{14-34}{2}=\frac{-20}{2}=-10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, un grifo llena la alberca en 24 horas y el otro en 24+16=40 horas.

29.- La edad de una madre es actualmente el cuadrado de la de su hija, pero dentro de 24 años la edad de la madre será el doble que la de su hija ¿Cuántos años tienen ahora cada una de ellas?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será la edad de la hija.

Edades	Hoy	Dentro de 24 años
Hija	x	$x+24$
Madre	x^2	x^2+24

Ahora plantearemos la ecuación *dentro de 24 años:*

$$x^2+24=2(x+24) \rightarrow x^2+24=2x+48 \rightarrow x^2-2x-24=0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-24 \end{cases}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4-4\cdot1\cdot(-24)}}{2\cdot1}=\frac{2\pm\sqrt{4+96}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{2\pm10}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{2+10}{2}=\frac{12}{2}=6 \\ x_2=\frac{2-10}{2}=\frac{-8}{2}=-4 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre 6^2= 36 años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 24 años, vemos que 6+24=30 y 36+24=60 que es el doble.

30.- En el laboratorio necesitamos 20 litros de una solución ácida al 20%. Si tenemos dos recipientes de disolución al 10% y solución al 25%. ¿Cuántos litros de cada una debemos combinar para obtener la solución necesaria?

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que *x* será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen (l)	Concentración (%)	Total
Disolución 1	*x*	*10*	*10x*
Disolución 2	*20-x*	*25*	*25·(20-x)*
Disolución Mix	*20*	*20*	*400*

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$10x+25\cdot(20-x)=400 \quad\rightarrow\quad 10x+500-25x=400 \quad\rightarrow\quad 10x-25x=400-500 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad -15x=-100 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-100}{-15} \quad\rightarrow\quad x=6{,}67 \text{ litros}$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos 6,67 litros de la disolución al 10 % y 13,33 litros de la del 25%.

31.- ¿Qué cantidades de aceite, uno puro de oliva, a 3 €/litro, y otro de orujo, a 2 €/litro, hay que emplear para conseguir 200 litros de mezcla a 2,40 €/litro

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Precio (€/litro)	Total
Aceite puro	x	3	3x
Aceite de orujo	200 – x	2	2(200–x) = 400 – 2x
Mezcla de aceites	200	2,40	200·2,4=480

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Aceite(1)}+Total_{Aceite(2)}=Total_{Mezcla} \quad\rightarrow\quad 3x+400-2x=480$$

Que resolviendo nos da:

$$3x+400-2x=480 \quad\rightarrow\quad 3x-2x=480-400 \quad\rightarrow\quad x=80$$

La mezcla contiene 80 litros de aceite puro y 120 litros de aceite de Orujo.

32.- El 4/5 de los participantes en un congreso hablan inglés perfectamente, y de estos, 1/4 son hombres. Si en el congreso hay 308 hombres que saben hablar inglés, ¿cuántos participantes tiene el congreso?

Si llamamos x a los participantes del congreso, como ¼ de los 4/5 de los participantes son hombres que saben inglés, entonces ya podemos plantear una ecuación igualando esta fracción a 308:

$$\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5}x=308$$

Cuya solución viene dada por:

$$\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5}x=308 \rightarrow \frac{x}{5}=308 \rightarrow x=5\cdot 308 \rightarrow x=1540$$

Por tanto, en el congreso hay 1.540 personas.

33.– Una creadora de contenido tiene un contrato con Google, por el cual percibe 300 € de sueldo fijo al mes más 90 € por cada video que suba a la conocida web. Recibe una oferta de TikTok, en la que le ofrecen 140 € por cada video que suba, pero sin remuneración fija. ¿Cuántos videos como mínimo debe subir para que le convenga, económicamente, cambiar de empresa?

Si llamamos x al número de videos publicados, en la plataforma Google gana 300 + 90x y en la plataforma TikTok 140x.

Con esto planteamos la ecuación igualando los dos salarios: $300+90x=140x$

Y su solución viene dada por:

$$300+90x=140x \rightarrow 300=140x-90x \rightarrow 300=50x \rightarrow x=\frac{300}{50} \rightarrow x=6$$

Por tanto, ha de subir más de 6 videos para que cambiar de empresa sea rentable.

34.– El encargado de una cafetería compra 21 kg de una mezcla de dos tipos café que le cuesta 10 euros el kilogramo. Si uno de los cafés de la mezcla cuesta 12 €/kg y el otro 9 €/kg, ¿qué cantidad de cada tipo de café hay en la mezcla comprada?

Se trata de un problema de mezclas y para resolverlo nos vamos a ayudar de una tabla en la que x será la cantidad de café 1 y 21–x la cantidad de café 2.

	Cantidad (kg)	Precio (€/kg)	Total
Café 1	x	12	12x
Café 2	21–x	9	9·(21–x)
Mezcla	21	10	210

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla es igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$12x+9(21-x)=210$$

Cuya solución viene dada por:

$$12x+9(21-x)=210 \rightarrow 12x+189-9x=210 \rightarrow 12x-9x=210-189$$

$$3x=21 \rightarrow x=\frac{21}{3} \rightarrow x=7$$

Por tanto, la mezcla contiene 7 kg de café de 12€ el kilo y 14 kilos de café de 9 €

35.– La tercera parte de un número es 45 unidades más pequeño que su doble ¿Cuál es ese número?

Traducción a Lenguaje Algebraico	*Planteamiento de Ecuación*	*Resolución de la Ecuación con precisión*
x es el número $2x$ es su doble $\frac{x}{3}$ es su tercera parte	Como la tercera parte es 45 unidades más pequeña que su doble, al sumarle 45 a la tercera parte obtendremos su doble: $\frac{x}{3}+45=2x$	$\frac{x}{3}+45=2x \rightarrow \frac{x}{3}+\frac{135}{3}=\frac{6x}{3}$ $x+135=6x \rightarrow 135=6x-x$ $5x=135 \rightarrow x=\frac{135}{5}=27$

Por tanto, el número es el 27.

36.– La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno?

Traducimos al lenguaje algebraico con la ayuda de una tabla:

	Edad ahora	Edad dentro de 2 años
Hermano 1	x	$x+2$
Hermano 2	$x+5$	$x+2+5=x+7$

Planteamos la ecuación "dentro de dos años":

$$\underbrace{x+7}_{\text{La edad de uno}} = \underbrace{2(x+2)}_{\text{Es el doble de la del otro}} \rightarrow x+7=2x+4 \rightarrow 7-4=2x-x \rightarrow x=3$$

Por tanto, la edad de uno es 3 años y la del otro 8 años.

37.- Resuelve la ecuación: $(x-3)\cdot(x-4)+x(x-3)=(x-2)^2$

$$(x-3)\cdot(x-4)+x(x-3)=(x-2)^2 \rightarrow x^2-3x-4x+12+x^2-3x=x^2-4x+4$$

$$\rightarrow x^2-3x-4x+12+x^2-3x-x^2+4x-4=0 \rightarrow x^2-6x+8=0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=8 \end{cases} \rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}=x=\frac{6\pm\sqrt{36-4\cdot 1\cdot 8}}{2\cdot 1}=$$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{6\pm 2}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{6+2}{2}=\dfrac{8}{2}=4 \\ x_2=\dfrac{6-2}{2}=\dfrac{4}{2}=2 \end{cases}$$

38.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $6(x+1)-4x=5x-9 \rightarrow 6x+6-4x=5x-9 \rightarrow 6x-4x-5x=-9-6 \rightarrow -3x=-15$

$$\rightarrow x=\frac{-15}{-3} \rightarrow x=5$$

b) $\dfrac{3(x-1)}{2}-\dfrac{5(3-x)}{4}=2x \rightarrow \dfrac{3\cdot 2(x-1)}{4}-\dfrac{5(3-x)}{4}=\dfrac{4\cdot 2x}{4} \rightarrow \dfrac{6x-6}{4}-\dfrac{15-5x}{4}=\dfrac{8x}{4} \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{6x-6}{\cancel{4}}-\frac{15-5x}{\cancel{4}}=\frac{8x}{\cancel{4}} \rightarrow 6x-6-15+5x=8x \rightarrow 6x+5x-8x=6+15 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x=21 \rightarrow x=\frac{21}{3} \rightarrow x=7$$

c) $5x^2-125x=0 \rightarrow 5x(x-25)=0 \rightarrow \begin{cases} Si\ 5x=0 \rightarrow x_1=0 \\ Si\ x-25=0 \rightarrow x_2=25 \end{cases}$

39.- Roberto tiene el triple de edad que su hija Nuria. Calcula la edad de cada uno sabiendo que dentro de 12 años la edad del padre será solamente el doble que la de la hija.

Se trata de un problema de ecuaciones, más concretamente de uno de edades, en el que llamaremos **x** a la edad actual de Nuria y que, para resolverlo, nos ayudaremos de una tabla:

	Edad Actual	Dentro de 12 años
Nuria	x	x + 12
Padre	3x	3x + 12

Como el enunciado dice que dentro de 12 años la edad del padre será el doble que la de la hija, podemos plantear una ecuación con esos datos:

$$\underbrace{3x+12}_{\text{Edad del padre}} = \underbrace{2(x+12)}_{\text{Doble que la edad de Nuria}}$$

Cuya solución, viene dada por:

$$3x+12=2(x+12) \quad \to \quad 3x+12=2x+24 \quad \to \quad 3x-2x=24-12 \quad \to \quad x=12$$

Por tanto, la edad actual de Nuria es de 12 años y la de su padre 3·12 = 36 años.

40.- Un repostero ha mezclado 12 kg de azúcar de 1,00€/kg con cierta cantidad de miel de 3,00€/kg. Si el precio de la mezcla es de 2,50 €/kg. ¿Cuánta miel ha utilizado?

Se trata de un problema de mezclas y para resolverlo nos vamos a ayudar de una tabla en la que x será la cantidad miel.

	Cantidad (kg)	Precio (€/kg)	Total
Azúcar	12	1	12
Miel	x	3	3x
Mezcla	12 + x	2,50	2,50·(12+x)

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla es igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$12+3x=2,50\cdot(12+x)$$

Cuya solución viene dada por:

$$12+3x=2,50\cdot(12+x) \quad \to \quad 12+3x=30+2,5x \quad \to \quad 3x-2,5x=30-12 \quad \to$$

$$\to \quad 0,5x=18 \quad \to \quad x=\frac{18}{0,5} \quad \to \quad x=36$$

Por tanto, para obtener esta mezcla se han utilizado 36 kg de miel.

41.- El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12 % respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿Cuántos vieron la exposición en enero?

Llamaremos x al número de visitantes en el mes de enero. Como el porcentaje de visitas sube y luego baja, calcularemos los índices de variación de cada uno de los meses:

$$Iv_{febrero}=1+\frac{12}{100}=1+0.12=1,12 \qquad Iv_{marzo}=1-\frac{12}{100}=1-0.12=0,88$$

Recuerda que el índice de variación total, se calculaba multiplicando todos los índices de variación parciales:

$$Iv_{Total}=Iv_{febrero}\cdot Iv_{marzo}=1,12\cdot 0,88=0,9856$$

Sabemos que el número de visitantes en marzo fue de:

$$C_{fin}=C_{ini}\cdot Iv_{Total} \quad \to \quad Asistentes_{marzo}=Asistentes_{enero}\cdot Iv_{total} \quad \to \quad Asistentes_{marzo}=X\cdot 0,9856$$

Pues, con esto, y sabiendo que en enero asistieron 36 personas más a la exposición, podemos escribir la ecuación:

$$Asistentes_{enero}=Asistentes_{marzo}+36 \quad \to \quad x=0,98567\cdot x+36$$

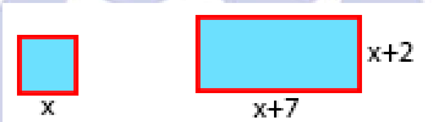
Cuya solución es:

$$x=0{,}98567\cdot x+36 \quad\rightarrow\quad x-0{,}98567\cdot x=36 \quad\rightarrow\quad 0{,}0144x=36 \quad\rightarrow\quad x=\frac{36}{0.0144} \quad\rightarrow\quad x=2.500$$

Por tanto, a la exposición asistieron 2.500 personas en enero.

42.- Si al lado de un cuadrado se le alargan 2 metros y al lado contiguo se le alargan 7 metros, obtenemos un rectángulo cuya área es 22 m² más que el doble de la del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado. (1,5 puntos)

Lo primero que haremos será ayudarnos de un pequeño croquis del problema:



Si llamamos **x** al lado del cuadrado, su área será: $A_c=x^2$. Y si alargamos uno de sus lados en 7 metros y el otro en 2, obtenemos un rectángulo cuya área será:

$$A_{Cuadrado}=x^2 \qquad\qquad A_{Rectángulo}=(x+2)\cdot(x+7)$$

Y, si, además, nos dicen que el área del rectángulo es el doble de la del cuadrado + 22 m², ya podemos plantear la ecuación:

$$A_{Rectángulo}=2\cdot A_{Cuadrado}+22 \quad\rightarrow\quad (x+7)\cdot(x+2)=2x^2+22$$

Cuya solución es:

$$(x+7)\cdot(x+2)=2x^2+22 \quad\rightarrow\quad x^2+9x+14=2x^2+22 \quad\rightarrow\quad x^2-9x+8=0$$

$$\xrightarrow{\text{Factorizando}} \quad (x-8)\cdot(x-1)=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=8 \end{cases}$$

Si comprobamos las soluciones, vemos que ambas verifican la ecuación.

Por tanto, existen dos cuadrados que verifican el enunciado, uno 1 metro de lado y otro de 8 metros.

43.- La impresora ha soltado una mancha de tinta en una ecuación. Si la solución es x = 12, ¿cuál es el número oculto?

$$\frac{x}{2}-\frac{x+\therefore}{4}=x-10$$

Como sabemos que la solución es x=12, podemos sustituir su valor en la ecuación y calcular el carácter que falta:

$$\frac{x}{2}-\frac{x+\therefore}{4}=x-10 \quad \underset{\substack{\text{Cambiamos x por 12} \\ \text{y vemos que pasa}}}{\rightarrow} \quad \frac{12}{2}-\frac{12+\therefore}{4}=12-10 \quad \underset{\text{Operamos un poco}}{\rightarrow} \quad 6-\frac{12}{4}-\frac{\therefore}{4}=2 \quad\rightarrow$$

$$\underset{\text{Seguimos Operando}}{\rightarrow} \quad 6-3-\frac{\therefore}{4}=2 \quad\rightarrow\quad 3-\frac{\therefore}{4}=2 \quad\rightarrow\quad 3-2=\frac{\therefore}{4} \quad\rightarrow\quad 1=\frac{\therefore}{4} \quad\rightarrow\quad \therefore=4$$

Es como resolver una ecuación en $\therefore$.

Así que, el número oculto es el 4.

44.- Un hortelano coge una cesta de manzanas, con tan mala suerte que 2/5 de las manzanas están podridas. Entonces vuelve al manzano y recoge 21 más, con lo que ahora tiene 1/8 más de la cantidad inicial. ¿Cuántas manzanas tenía al principio?

Si llamamos x al número de manzanas que había al principio, al desechar 2/5 de x por estar podridas, le quedan 3/5 x, y si después recoge 21 manzanas más, entonces tendrá:

$$\frac{3}{5}x+21$$

Lo que supone 1/8 más de lo que tenía que era x, es decir: $\frac{9}{8}x$

Así que, podemos plantear una ecuación igualando ambas cantidades:

$$\frac{3}{5}x+21=\frac{9}{8}x$$

Ecuación, cuya solución viene dada por:

$$\frac{3}{5}x+21=\frac{9}{8}x \quad\rightarrow\quad \frac{24x}{40}+\frac{840}{40}=\frac{45x}{40} \quad\rightarrow\quad \frac{24x}{\cancel{40}}+\frac{840}{\cancel{40}}=\frac{45x}{\cancel{40}} \quad\rightarrow\quad 24x+840=45x \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad 840=45x-24x \quad\rightarrow\quad 840=21x \quad\rightarrow\quad x=\frac{840}{21} \quad\rightarrow\quad x=40$$

Por tanto, el hortelano recolectó de primeras 40 manzanas.

45.– Halla un número de dos cifras sabiendo que es igual al triple menos 2 del número que resulta al invertir sus cifras, y que la cifra de las decenas es el triple que la de las unidades más 2.

Si llamamos x a las unidades, las decenas serán 3x+2, por tanto, el número y el invertido serán:

Decenas	Unidades
3x+2	x

Al invertir sus cifras obtenemos →

Decenas	Unidades
x	3x+2

Expresados ambos en unidades, serán: $\begin{cases} n^{\circ}\ original: 10(3x+2)+x=31x+20 \\ n^{\circ}\ invertido: 10x+3x+2=13x+2 \end{cases}$

Y como dice que uno es el triple menos dos del otro, ya podemos plantear la ecuación:

$$31x+20=3(13x+2)-2$$

Cuya solución es:

$$31x+20=3(13x+2)-2 \quad\rightarrow\quad 31x+20=39x+6-2 \quad\rightarrow\quad 31x-39x=39x+6-2-20 \quad\rightarrow$$

$$\rightarrow\quad -8x=-16 \quad\rightarrow\quad x=\frac{-16}{-8} \quad\rightarrow\quad x=2$$

Por tanto, las unidades son 2 y las decenas 3·2+2 = 8

Así que, el número pedido es el 82

46.– ¿Cuántos hermanos hay en una familia si por Navidad cada uno hace un regalo a cada hermano y entre todos reúnen 30 regalos?

Si llamamos x al número de hermanos, el número de regalos será x–1, por tanto, planteamos la ecuación multiplicando el número de hermanos por el número de regalos que hace cada uno e igualando a 30:

$$x(x-1)=30$$

Se trata de una ecuación de segundo grado cuya solución es:

$$x(x-1)=30 \quad\rightarrow\quad x^2-x-30=0 \quad\rightarrow\quad (x-6)\cdot(x+5)=0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} \text{Si } x-6=0 & \rightarrow\quad x=6 \\ \text{Si } x+5=0 & \rightarrow\quad x=-5 \end{cases}$$

Desechamos la solución negativa por ser imposible.

De esta forma, el número de hermanos es 6.

47.- La resolución de una ecuación de segundo grado se ha emborronado y hay partes que no se aprecian.

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{\ldots\ldots}}{4} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} x_1=\ldots\ldots \\ x_2=-5\end{cases}$$

¿puedes averiguar de que ecuación se trata?

Comparando lo que no se ha borrado con la solución general de una ecuación de segundo grado:

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{\ldots\ldots}}{4} \quad\leftrightarrow\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

Obtenemos los valores de los coeficientes **b** y **a** de la ecuación: $\begin{cases} b=9 \\ a=2\end{cases}$

Además, como sabemos que una de las soluciones es x=–5, con ella podemos calcular el discriminante:

Si $x=\frac{-9\pm\sqrt{\ldots\ldots}}{4}=-5 \quad\rightarrow\quad \frac{-9\pm\sqrt{\Delta}}{4}=-5 \quad\rightarrow\quad -9\pm\sqrt{\Delta}=-20 \quad\rightarrow\quad \pm\sqrt{\Delta}=-20+9=-11$

Obtenido éste, podemos obtener el valor del término independiente c.

Si, $\Delta=(-11)^2=121 \quad\rightarrow\quad b^2-4ac=121$ y de aquí, como conocemos a y b, podemos despejar c:

$$b^2-4ac=121 \quad\rightarrow\quad 9^2-4\cdot 2\cdot c=121 \quad\rightarrow\quad 81-8c=121 \quad\rightarrow\quad 81-121=8c \quad\rightarrow\quad c=-\frac{40}{8}$$

Así que c=–5

Por tanto, a=2, b=9 y c=–5, y la ecuación es: $2x^2+9x-5=0$ y su soluciones son –5 y ½.

48.- Resuelve la siguiente ecuación sin utilizar la fórmula de segundo grado: $3x^4-12x^3+12x^2=0$

Lo primero que vamos a hacer es sacar factor común $3x^2$:

$$3x^4-12x^3+12x^2=0 \xrightarrow{\text{Sacamos factor común}} 3x^2\cdot\left(x^2-4x+4\right)=0$$

Y vemos que dentro del paréntesis hay una identidad notable, así que convertimos la suma en forma de producto:

$$3x^2\cdot\left(x^2-4x+4\right)=0 \xrightarrow{\text{Convertimos en producto}} 3x^2\cdot(x-2)^2=0$$

Y la resolvemos sabiendo que, si el producto de dos números es cero es porque alguno de ellos es cero:

$$3x^2\cdot(x-2)^2=0 \quad\leftrightarrow\quad \begin{cases} 3x^2=0 \quad\rightarrow\quad x_1=0 \\ (x-2)^2=0 \quad\rightarrow\quad x-2=0 \quad\rightarrow\quad x_2=2\end{cases}$$

Así que las soluciones de esta ecuación son 0 y 2.