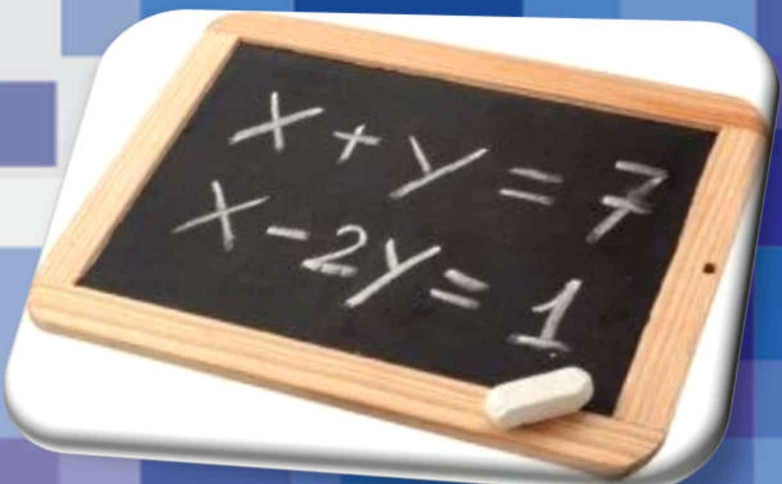
Ejercicios y Problemas

Unidad Didáctica 6

Sistemas de Ecuaciones

3º ESO



Colección de ejercicios de examen resueltos

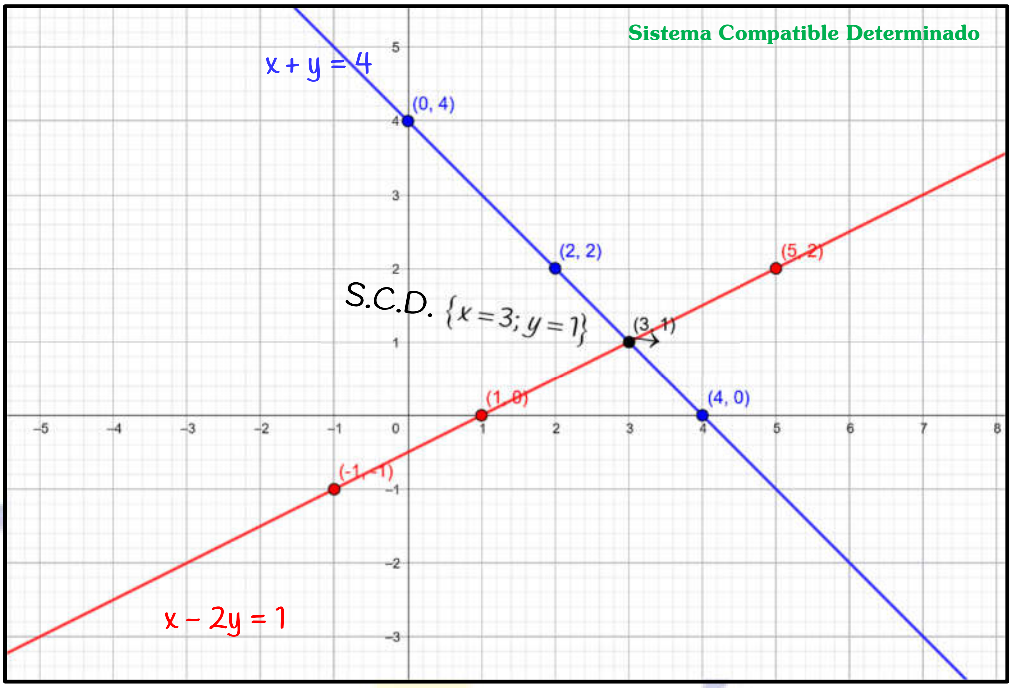
1.- Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema: $\begin{cases} x-2y=1 \\ x+y=4 \end{cases}$

$y_1 = \dfrac{x-1}{2}$

x	y
−1	−1
1	0
3	1
5	2

$y_2 = 4 - x$

x	y
0	4
2	2
3	1
4	0



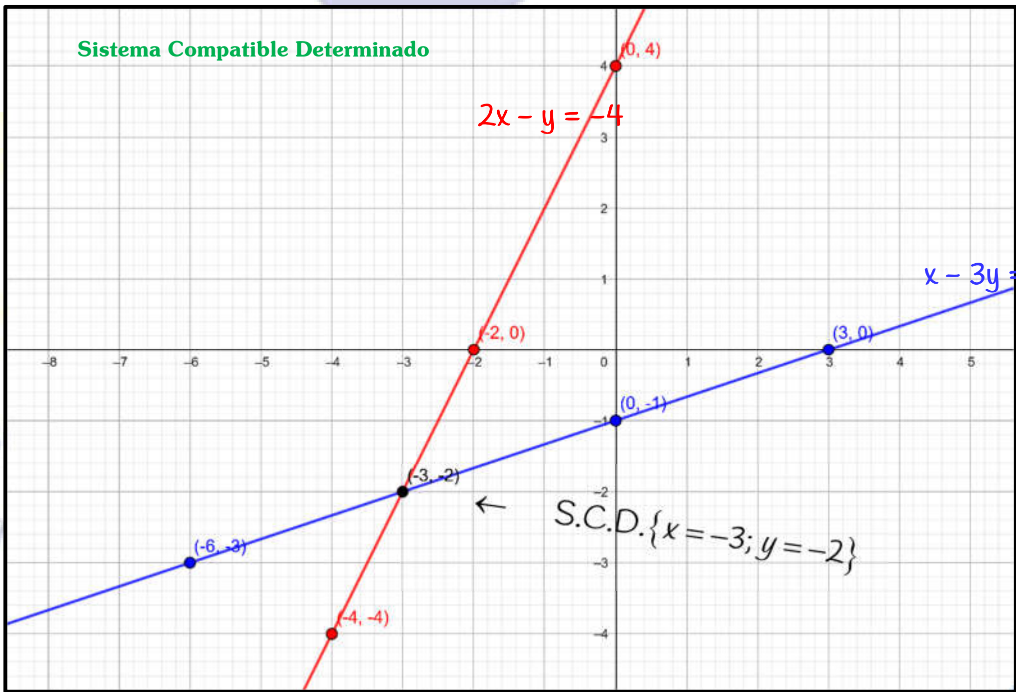
2.- Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema: $\begin{cases} 2x-y=-4 \\ x-3y=3 \end{cases}$

$y_1 = 2x+4$

x	y
0	4
−2	0
−3	−2
−4	−4

$y_2 = \dfrac{x-3}{3}$

x	y
−6	−3
−3	−2
0	−1
3	0



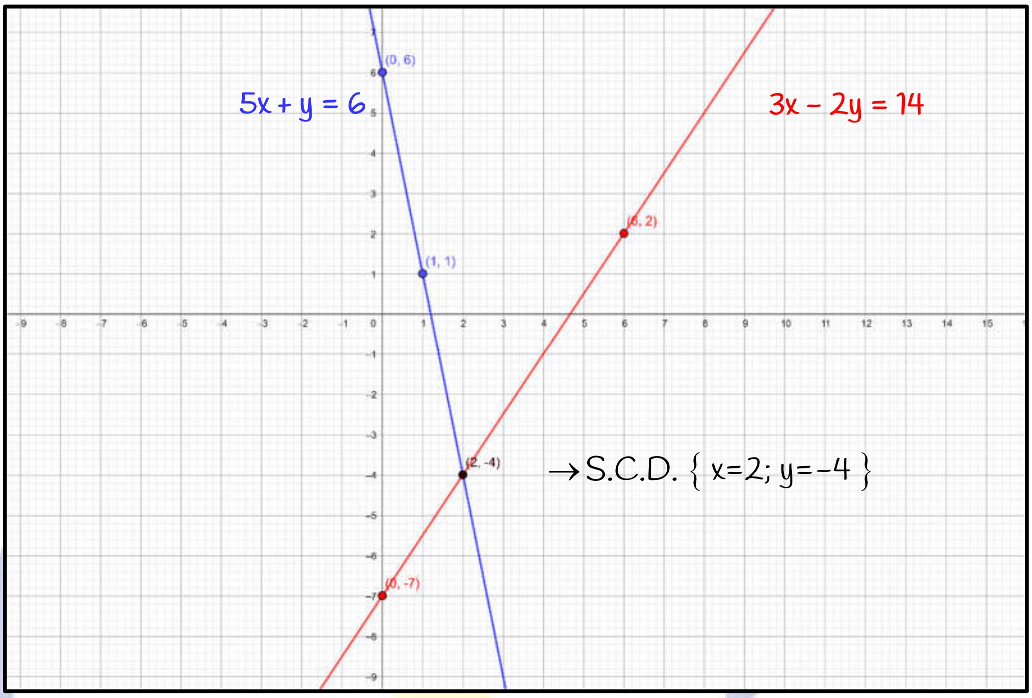
3.- Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema: $\begin{cases} x-3y=-8 \\ x+2y=17 \end{cases}$

$y_1 = 6-5x$

x	y
0	6
1	1
2	-4

$y_2 = \dfrac{3x-14}{2}$

x	y
0	-7
2	-4
6	2



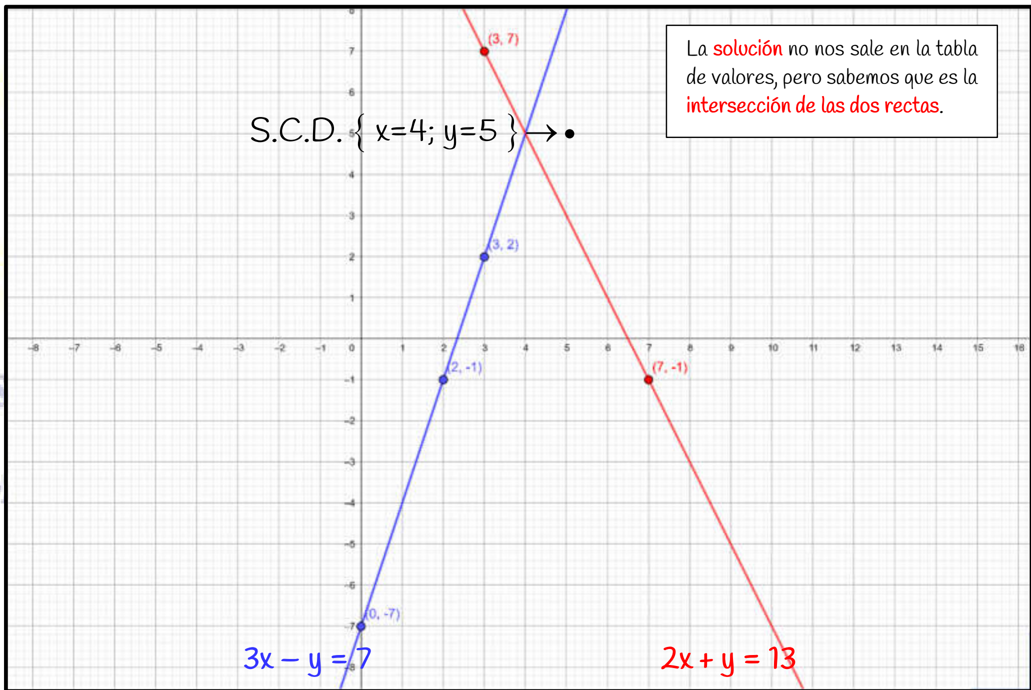
4.- Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema: $\begin{cases} 6x-y=9 \\ 5x-4y=17 \end{cases}$

$y_1 = 3x-7$

x	y
3	2
2	-1
0	-7

$y_2 = 13-2x$

x	y
0	13
3	7
7	-1



5.- Resuelve los siguientes sistemas utilizando métodos diferentes:

$$a)\ \begin{cases} 2x+y=7 \\ 5x+2y=12 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 2x+y=7 \\ 5x+2y=12 \end{cases} \rightarrow$$ De la ecuación 1) despejamos la y: $y=7-2x$

Y usando el método de sustitución, la sustituimos en la ecuación 2):

$$5x+2y=12 \quad \rightarrow \quad 5x+2(7-2x)=12 \quad \rightarrow \quad 5x+14-4x=12$$

Lo que nos lleva a una **ecuación de primer grado en x** cuya solución es:

$$5x+14-4x=12 \quad \xrightarrow{\text{Transponemos Términos}} \quad 5x-4x=12-14 \quad \xrightarrow{\text{Agrupamos}} \quad x=-2$$

Una vez calculada la x, volvemos al principio, y de $y=7-2x$, calculamos la y sustituyendo la x:

$$y=7-2x \quad \rightarrow \quad y=7-2(-2)=7+4 \quad \rightarrow \quad y=11$$

Por tanto, se trata de un **Sistema Compatible Determinado** de solución:

$$S.C.D.\{x=-2;\ y=11\}$$

$$b)\ \begin{cases} 5x-3y=1 \\ 4x+y=11 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 5x-3y=1 \\ 4x+y=11 \end{cases} \rightarrow$$ Si multiplicamos la ecuación 2) por 3, y sumamos ambos sistemas:

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 5x-3y=1 \\ 4x+y=11 \end{cases} \xrightarrow{\text{Multiplicamos la ec 2) por 3}} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 5x-3y=1 \\ 12x+3y=33 \end{cases} \xrightarrow{\text{Y sumamos}} \begin{array}{r} + \begin{cases} 5x-3y=1 \\ 12x+3y=33 \end{cases} \\ \hline 17x+0y=34 \end{array}$$

Por el método de reducción, llegamos a una ecuación de primer grado en x: $17x+0y=34$

Cuya solución viene dada por:

$$17x+0y=34 \quad \rightarrow \quad 17x=34 \quad \rightarrow \quad x=\frac{34}{17} \quad \rightarrow \quad x=2$$

Una vez calculada la x, volvemos al principio, y de la ecuación 2, calculamos la y sustituyendo el valor de x obtenido con anterioridad:

$$4x+y=11 \quad \rightarrow \quad y=11-4x \quad \rightarrow \quad y=11-4(2)=11-8 \quad \rightarrow \quad y=3$$

Por tanto, se trata de un **Sistema Compatible Determinado** de solución:

$$S.C.D.\{x=2;\ y=3\}$$

$$c)\ \begin{cases} x = 1 - y \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

Lo resolveremos usando el método de igualación, y para ello despejamos x en ambas ecuaciones, aprovechando que ya está despejada en la primera:

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x = 1 - y \\ 3x + 2y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ x = \dfrac{-1-2y}{3} \end{cases} \rightarrow \text{Igualando ambas expresiones:} \rightarrow 1 - y = \frac{-1-2y}{3}$$

Llegamos a una **ecuación de primer grado en y**, cuya solución viene dada por:

$$1 - y = \frac{-1-2y}{3} \rightarrow 3(1-y) = -1 - 2y \rightarrow 3 - 3y = -1 - 2y \rightarrow$$

$$\rightarrow 3 + 1 = 3y - 2y \rightarrow y = 4$$

Una vez conocida y, de la ecuación 1) calcularemos la x sustituyendo el valor de y:

$$x = 1 - y \rightarrow x = 1 - 4 \rightarrow x = -3$$

Por tanto, se trata de un **Sistema Compatible Determinado** de solución:

$$S.C.D.\{x = -3;\ y = 4\}$$

$$d)\ \begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ 2x + 7y = -4 \end{cases}$$

Lo resolveremos usando otra vez el método de reducción, y para ello multiplicaremos la ecuación 2) por (–2) y sumaremos ambas ecuaciones:

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ 2x + 7y = -4 \end{cases} \xrightarrow{\text{Multiplicamos la ec 2) por (-2)}} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ -4x - 14y = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{Y sumamos}} \begin{array}{r} + \begin{cases} 4x - 5y = 10 \\ -4x - 14y = 8 \end{cases} \\ \hline 0x - 19y = 18 \end{array}$$

Llegando a una **ecuación de primer grado en y**, cuya solución viene dada por:

$$0x - 19y = 18 \rightarrow -19y = 18 \rightarrow y = -\frac{18}{19}$$

Una vez conocida y, de la ecuación 1) calcularemos la x:

$$4x - 5y = 10 \rightarrow x = \frac{10+5y}{4} \rightarrow x = \frac{10 + 5\left(-\dfrac{18}{19}\right)}{4} = \frac{10 - \dfrac{90}{19}}{4} = \frac{\dfrac{190}{19} - \dfrac{90}{19}}{4} = \frac{\dfrac{100}{19}}{4} =$$

$$= \frac{100}{19} : 4 = \frac{100}{4 \cdot 19} \rightarrow x = \frac{25}{19}$$

Por tanto, se trata de un **Sistema Compatible Determinado** de solución:

$$S.C.D.\left\{x = \frac{25}{19};\ y = -\frac{18}{19}\right\}$$

6.- Resuelve el siguiente sistema por el método que creas más conveniente: $\begin{cases} \dfrac{x-1}{4}-\dfrac{y+2}{3}=0 \\ \dfrac{x+3}{5}-\dfrac{y-2}{4}=2 \end{cases}$

Antes de utilizar ningún método, lo primero que haremos será quitar los denominadores y dejarlo preparado para alguno de los métodos:

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{4}-\dfrac{y+2}{3}=0 \\ \dfrac{x+3}{5}-\dfrac{y-2}{4}=2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador ambas ecuaciones}} \begin{cases} \dfrac{3(x-1)}{12}-\dfrac{4(y+2)}{12}=\dfrac{0}{12} \\ \dfrac{4(x+3)}{20}-\dfrac{5(y-2)}{20}=\dfrac{40}{20} \end{cases} \xrightarrow{\text{Quitamos los denominadores}} \begin{cases} 3(x-1)-4(y+2)=0 \\ 4(x+3)-5(y-2)=40 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Rompemos los paréntesis}} \begin{cases} 3x-3-4y-8=0 \\ 4x+12-5y+10=40 \end{cases} \xrightarrow{\text{Transponemos}} \begin{cases} 3x-4y=3+8 \\ 4x-5y=40-10-12 \end{cases} \xrightarrow{\text{Y agrupamos}} \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 4x-5y=18 \end{cases}$$

Ahora resolveremos el sistema equivalente: $\begin{cases} 3x-4y=11 \\ 4x-5y=18 \end{cases}$

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 3x-4y=11 \\ 4x-5y=18 \end{cases} \rightarrow \text{ De la ecuación 2) despejamos la y: } y=\frac{4x-18}{5}$$

Y usando el método de sustitución, la sustituimos en la ecuación 1):

$$3x-4y=11 \quad \rightarrow \quad 3x-4\left(\frac{4x-18}{5}\right)=11$$

Lo que nos lleva a una **ecuación de primer grado en x** cuya solución es:

$$3x-\frac{16x-72}{5}=11 \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \frac{15x}{5}-\frac{16x-72}{5}=\frac{55}{5} \xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}} 15x-16x+72=55$$

$$\xrightarrow{\text{Transponemos}} 15x-16x=55-72 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} -x=-17 \xrightarrow{\text{Solución}} x=17$$

Una vez calculada la x, volvemos al principio, y de $y=\dfrac{4x-18}{5}$, calculamos la y sustituyendo el valor de x

$$y=\frac{4x-18}{5} \rightarrow y=\frac{4\cdot 17-18}{5}=\frac{68-18}{5}=\frac{50}{5} \rightarrow y=10$$

Por tanto, se trata de un **Sistema Compatible Determinado** de solución:

$$S.C.D.\{x=17;\ y=10\}$$

7.- Resuelve los siguientes sistemas **utilizando métodos diferentes**:

$$a) \quad \begin{cases} \dfrac{-x+7}{2}=y+4 \\ 2x=\dfrac{3y-10}{5} \end{cases} \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \begin{cases} 7-x=2y+8 \\ 10x=3y-10 \end{cases} \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} \begin{cases} x+2y=-1 \\ 10x-3y=-10 \end{cases}$$

Por el método de sustitución, despejamos x de la primera ecuación: $\rightarrow$ $x=-1-2y$ Y sustituyendo en la segunda ecuación: $\rightarrow$ $10(-1-2y)-3y=-10$

Operamos $\rightarrow$ $-10-20y-3y=-10$ Agrupamos y transponemos $\rightarrow$ $-23y=0$ Despejamos $\rightarrow$ $y=\dfrac{0}{-23}$ $\rightarrow$ $y=0$

Conocida y, de la ecuación: $x=-1-2y$, calculamos la x: $x=-1-0$ $\rightarrow$ $x=-1$

$\rightarrow$ Sistema Compatible Determinado $\{x=-1, y=0\}$

---

b) $\begin{cases} 3x-2(y-1)=y-x+1 \\ 2x-y=x+y-9 \end{cases}$ Quitamos paréntesis $\rightarrow$ $\begin{cases} 3x-2y+2=y-x+1 \\ 2x-y=x+y-9 \end{cases}$ Agrupamos y transponemos $\rightarrow$ $\begin{cases} 4x-3y=-1 \\ x-2y=-9 \end{cases}$

Por el método de reducción, multiplicamos la segunda ecuación por (−4) $\rightarrow$ $\begin{cases} 4x-3y=-1 \\ -4x+8y=36 \end{cases}$ sumando ambas ecuaciones $\rightarrow$ $+\begin{cases} 4x-3y=-1 \\ -4x+8y=36 \end{cases}$ $\overline{0x+5y=35}$ $\rightarrow$

llegamos a una ecuación de primer grado en y:

$5y=35$ Despejando x $\rightarrow$ $y=\dfrac{35}{5}$ Calculamos x $\rightarrow$ $y=7$

Conocida la y, de: $x-2y=-9$, calculamos x: $x-2\cdot 7=-9$ $\rightarrow$ $x-14=-9$ Despejando x $\rightarrow$ $x=14-9$

Calculamos x $\rightarrow$ $x=5$ $\rightarrow$ Sistema Compatible Determinado $\{x=5, y=7\}$

8.- **Resuelve** los siguientes sistemas **utilizando métodos diferentes**:

a) $\begin{cases} \dfrac{3x-2y}{3}+4y=\dfrac{13}{3} \\ \dfrac{2(-2y+x)}{3}-\dfrac{3x}{2}=-\dfrac{13}{6} \end{cases}$ Reducimos a común denominador $\rightarrow$ $\begin{cases} \dfrac{3x-2y}{3}+\dfrac{12y}{3}=\dfrac{13}{3} \\ \dfrac{4(-2y+x)}{6}-\dfrac{9x}{6}=-\dfrac{13}{6} \end{cases}$ Quitamos denominadores $\rightarrow$ $\begin{cases} 3x-2y+12y=13 \\ 4(-2y+x)-9x=-13 \end{cases}$

Agrupamos $\rightarrow$ $\begin{cases} 3x+10y=13 \\ -5x-8y=-13 \end{cases}$ Por el método de reducción, multiplicando la segunda ecuación por 3 y la primera por 5: $\rightarrow$ $\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 3x+10y=13 \\ -5x-8y=-13 \end{cases}$ $\rightarrow$ $\begin{cases} 15x+50y=65 \\ -15x-24y=-39 \end{cases}$

Sumando ambas ecuaciones $\rightarrow$ $26y=26$ $\rightarrow$ $y=\dfrac{26}{26}$ $\rightarrow$ $y=1$

Conocida y, de la ecuación: $3x+10y=13$, calculamos x: $3x+10\cdot 1=13$ $\rightarrow$ $3x+10=13$ $\rightarrow$ $3x=3$ $\rightarrow$

$x=\dfrac{3}{3}$ $\rightarrow$ $x=1$ $\rightarrow$ Sistema Compatible Determinado $\{x=1, y=1\}$

---

b) $\begin{cases} 4x-y=3\cdot(x-3+y) \\ 3x+5y=-3x+2y \end{cases}$ Operamos $\rightarrow$ $\begin{cases} 4x-y=3x-9+3y \\ 3x+5y=-3x+2y \end{cases}$ Transponemos $\rightarrow$ $\begin{cases} 4x-3x-y-3y=-9 \\ 3x+5y+3x-2y=0 \end{cases}$ $\rightarrow$

Agrupamos $\rightarrow$ $\begin{cases} x-4y=-9 \\ 6x+3y=0 \end{cases}$ Simplificamos $\rightarrow$ $\begin{cases} x-4y=-9 \\ 2x+y=0 \end{cases}$ Por el método de sustitución, despejamos x de la primera ec: $\rightarrow$ $x=4y-9$ Sustituimos en la segunda ec: $\rightarrow$

$2(4y-9)+y=0$ Operamos $\rightarrow$ $8y-18+y=0$ $\rightarrow$ $9y=18$ $\rightarrow$ $y=\dfrac{18}{9}$ $\rightarrow$ $y=2$

Conocida y, de: $x=4y-9$, calculamos x: $x=4\cdot 2-9$ $\rightarrow$ $x=8-9$ $\rightarrow$ $x=-1$

$\rightarrow$ Sistema Compatible Determinado $\{x=-1, y=2\}$

9.- Imane se ha fijado en las señales de tráfico que hay en el camino que va desde su casa hasta el instituto. Ha comprobado que todas tienen forma de triángulo o de cuadrilátero. Si en total hay 9 señales y entre todas reúnen 32 ángulos, ¿cuántas hay de cada tipo?

Se trata de un problema que se puede resolver mediante un sistema de ecuaciones lineales. Si llamamos **x** al número de señales en forma de triángulo e **y** a las señales en forma de cuadrilátero:

$$\begin{cases} x & \to \text{ Número de señales con forma de triángulo} \\ y & \to \text{ Número de señales con forma de cuadrilátero} \end{cases}$$

Podemos plantear una ecuación con el número de señales:

$$x+y=9$$

Y otra ecuación con el número de ángulos, sabiendo que un triángulo tiene tres ángulos y un cuadrilátero cuatro:

$$3x+4y=32$$

Con las dos ecuaciones, podemos formar un sistema de ecuaciones: $\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x+y=9 \\ 3x+4y=32 \end{cases}$

En el que si multiplicamos la primera ecuación por (-3) y sumamos ambas ecuaciones, por el método de reducción llegamos a:

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x+y=9 \\ 3x+4y=32 \end{cases} \xrightarrow{\text{Multiplicamos la 1) por }(-3)} \begin{cases} -3x-3y=-27 \\ 3x+4y=32 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumamos ambas ecuaciones}} \begin{array}{r} +\begin{cases} -3x-3y=-27 \\ 3x+4y=32 \end{cases} \\ \hline 0x\ +\ y\ =\ 5 \end{array}$$

Llegamos a una ecuación de primer grado en y:

$$0x\ +\ y\ =\ 5 \quad \to \quad y=5$$

Y si sustituimos en la ecuación 1):

$$x+y=9 \quad \to \quad x+5=9 \quad \to \quad x=9-5 \quad \to \quad x=4$$

Por tanto, en el camino que va desde su casa hasta el instituto, Imane se encuentra con 4 señales con forma de triángulo y 5 con forma de cuadrilátero.

10.- **Resuelve** los siguientes sistemas **utilizando métodos diferentes**:

a) $$\begin{cases} 2x-\dfrac{3x-y}{5}=\dfrac{22}{5} \\ \dfrac{y}{3}+\dfrac{4x-3y}{4}=\dfrac{31}{12} \end{cases} \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \begin{cases} \dfrac{10x}{5}-\dfrac{3x-y}{5}=\dfrac{22}{5} \\ \dfrac{4y}{12}+\dfrac{12x-9y}{12}=\dfrac{31}{12} \end{cases} \xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}} \begin{cases} 10x-3x+y=22 \\ 4y+12x-9y=31 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} \begin{cases} 7x+y=22 \\ 12x-5y=31 \end{cases} \xrightarrow{\text{Por el método de sustitución, despejamos y de la primera ecuación:}} y=22-7x \xrightarrow{\text{Y sustituyendo en la segunda ecuación:}} 12x-5(22-7x)=31$$

$$\xrightarrow{\text{Operamos}} 12x-110+35x=31 \xrightarrow{\text{Agrupamos y transponemos}} 47x=141 \xrightarrow{\text{Despejamos}} x=\frac{141}{47} \to x=3$$

Conocida x, de la ecuación: $y=22-7x$, calculamos la y: $y=22-7\cdot 3 \to y=22-21 \to y=1$

$\to$ Sistema Compatible Determinado $\{x=3, y=1\}$

$b)\quad \begin{cases} 3(x-1)-4(y+2)=0 \\ 4(x+3)-5(y-2)=40 \end{cases} \xrightarrow{\text{Operamos}} \begin{cases} 3x-3-4y-8=0 \\ 4x+12-5y+10=40 \end{cases} \xrightarrow{\text{Agrupamos}} \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 4x-5y=18 \end{cases} \rightarrow$

$\xrightarrow{\text{Por el método de reducción, multiplicamos la primera ecuación por 4 y la segunda por }(-3)} \begin{cases} 12x-16y=44 \\ -12x+15y=-54 \end{cases} \xrightarrow{\text{sumando ambas ecuaciones}} \dfrac{\begin{cases} 12x-16y=44 \\ -12x+15y=-54 \end{cases}}{0x-y=-10} \rightarrow$

llegamos a una ecuación de primer grado en y:

$-y=-10 \quad \rightarrow \quad y=10$

Conocida y, de: $3x-4y=11$, calculamos x: $3x-4\cdot 10=11 \quad \rightarrow \quad 3x-40=11 \quad \rightarrow \quad 3x=51$

$\xrightarrow{\text{Despejando}} \quad x=\dfrac{51}{3} \quad \rightarrow \quad x=17 \quad \rightarrow$ Sistema Compatible Determinado $\{x=17, y=10\}$

11.– Imane se va de crucero por el mediterráneo con unos amigos. Cuando sube a bordo se fija en que tiene habitaciones dobles y sencillas. Si en total tiene 47 habitaciones y aforo para 79 pasajeros. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

Se trata de un problema que se puede resolver mediante un sistema de ecuaciones lineales. Si llamamos **x** al número de habitaciones sencillas e **y** a las habitaciones dobles:

$$\begin{cases} x \rightarrow \text{Número de habitaciones simples} \\ y \rightarrow \text{Número de habitaciones dobles} \end{cases}$$

Podemos plantear una ecuación con el número de habitaciones:

$$x+y=47$$

Y otra ecuación con el número de pasajeros:

$$x+2y=79$$

Con las dos ecuaciones, podemos formar un sistema de ecuaciones: $\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x+y=47 \\ x+2y=79 \end{cases}$

En el que, si restamos la segunda de la primera, por el método de reducción:

$$\begin{cases} x+2y=79 \\ x+y=47 \end{cases} \xrightarrow{\text{Restamos}} \dfrac{-\begin{cases} x+2y=79 \\ x+y=47 \end{cases}}{0x+y=32}$$

Llegamos a una ecuación de primer grado en y:

$$0x + y = 32 \quad \rightarrow \quad y=32$$

Y si sustituimos en la ecuación 1):

$$x+y=47 \quad \rightarrow \quad x+32=47 \quad \rightarrow \quad x=47-32 \quad \rightarrow \quad x=15$$

Por tanto, en el crucero hay 15 habitaciones simples y 32 dobles.

12.– **Resuelve** los siguientes sistemas **utilizando métodos diferentes**:

$a)\quad \begin{cases} 5(x+3)-2(y-1)=3(5x-y)-8x \\ \dfrac{x+1}{7}-\dfrac{y}{5}=2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Operamos para quitar paréntesis y reducir a común denominador}} \begin{cases} 5x+15-2y+2=15x-3y-8x \\ \dfrac{5x+5}{35}-\dfrac{7y}{35}=\dfrac{70}{35} \end{cases}$

Quitamos denominadores y agrupamos $\rightarrow$ $\begin{cases} 5x-2y-15x+3y+8x=-15-2 \\ 5x+5-7y=70 \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{Agrupamos}}$ $\begin{cases} -2x+y=-17 \\ 5x-7y=65 \end{cases}$

Por el método de sustitución, despejamos y de la primera ecuación: $\rightarrow$ $y=2x-17$ $\xrightarrow{\text{Y sustituyendo en la segunda ecuación:}}$ $5x-7(2x-17)=65$

$\xrightarrow{\text{Operamos}}$ $5x-14x+119=65$ $\xrightarrow{\text{Agrupamos y transponemos}}$ $-9x=-54$ $\xrightarrow{\text{Despejamos}}$ $x=\dfrac{-54}{-9}$ $\rightarrow$ $x=6$

Conocida x, de la ecuación: $y=2x-17$, calculamos la y: $y=2\cdot 6-17$ $\rightarrow$ $y=12-17$ $\rightarrow$ $y=-5$

$\rightarrow$ Sistema Compatible Determinado $\{x=6, y=-5\}$

---

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=4 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=2 \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}}$ $\begin{cases} \dfrac{2x}{6}-\dfrac{3y}{6}=\dfrac{24}{6} \\ \dfrac{2x}{4}+\dfrac{y}{4}=\dfrac{8}{4} \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}}$ $\begin{cases} 2x-3y=24 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ $\rightarrow$

Por el método de reducción, multiplicamos la segunda ecuación por 3 $\rightarrow$ $\begin{cases} 2x-3y=24 \\ 6x+3y=24 \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{sumando ambas ecuaciones}}$ $\begin{array}{l} 2x-3y=24 \\ 6x+3y=24 \\ \hline 8x+0y=48 \end{array}$ $\rightarrow$

llegamos a una ecuación de primer grado en x:

$8x=48$ $\xrightarrow{\text{Despejando x}}$ $x=\dfrac{48}{8}$ $\xrightarrow{\text{Calculamos x}}$ $x=6$

Conocida x, de: $2x+y=8$, calculamos y: $2\cdot 6+y=8$ $\rightarrow$ $12+y=8$ $\xrightarrow{\text{Despejando y}}$ $y=8-12$

$\xrightarrow{\text{Calculamos y}}$ $y=-4$ $\rightarrow$ Sistema Compatible Determinado $\{x=6, y=-4\}$

13.– Sabemos que dos números suman 34. Si al mayor lo dividimos entre 3 y al menor entre 4, los resultados obtenidos se diferencian en 2 unidades. Halla dichos números.

Se trata de un problema que se puede resolver mediante un sistema de ecuaciones lineales. Si llamamos **x** a uno de los números e **y** al otro:

$$\begin{cases} x \rightarrow \text{Número mayor} \\ y \rightarrow \text{Número menor} \end{cases}$$

Podemos plantear una ecuación sabiendo que la suma de ambos es 34:

$$x+y=34$$

Y otra ecuación con que, si al mayor lo dividimos entre 3 y al menor entre 4, los resultados obtenidos se diferencian en 2 unidades:

$$\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=2$$

Con las dos ecuaciones, podemos formar un sistema de ecuaciones: $\begin{array}{l} 1) \\ 2) \end{array}\begin{cases} x+y=34 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{4}=2 \end{cases}$

Antes de usar algún método vamos a poner el sistema "bonito" quitando denominadores:

$$\begin{array}{l} 1) \\ 2) \end{array}\begin{cases} x+y=34 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{4}=2 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} 1) \\ 2) \end{array}\begin{cases} x+y=34 \\ 4x-3y=24 \end{cases}$$

En el que, si multiplicamos la primera ecuación por 3 y sumamos con la segunda, por el método de reducción:

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x+y=34 \\ 4x-3y=24 \end{cases} \xrightarrow{3\cdot(1)} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 3x+3y=102 \\ 4x-3y=24 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumamos ambas ecuaciones}} \begin{array}{r} +\begin{cases} 3x+3y=102 \\ 4x-3y=24 \end{cases} \\ \hline 7x+0y=126 \end{array}$$

Llegamos a una ecuación de primer grado en x, de solución:

$$7x+0y=126 \rightarrow 7x=126 \rightarrow x=\frac{126}{7} \rightarrow x=18$$

Una vez obtenido x, si sustituimos en la ecuación 1), podemos calcular y:

$$x+y=34 \rightarrow 18+y=34 \rightarrow y=34-18 \rightarrow y=16$$

Por tanto, los números son el 16 y el 18.

14.– Si te doy 4 de los libros que tengo, entonces tú tendrás el doble que yo. Si tú me das 6 de los tuyos, entonces seré yo el que tenga el doble que tú. ¿Cuántos libros tenemos cada uno?

Si llamamos **x** a los libros que tengo yo, e **y** a los que tienes tú: $\begin{cases} x \rightarrow \text{Libros que tengo Yo} \\ y \rightarrow \text{Libros que tienes tú} \end{cases}$

Podemos plantear una ecuación sabiendo que, si te doy 4 de los libros, tú tendrás el doble que yo:

$$2(x-4)=y+4$$

Y otra ecuación con que, si tú me das 6, yo tendré el doble que tú:

$$x+6=2(y-6)$$

Con las dos ecuaciones, podemos formar un sistema de ecuaciones: $\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 2(x-4)=y+4 \\ x+6=2(y-6) \end{cases}$

Antes de usar algún método vamos a poner el sistema "bonito" quitando paréntesis y agrupando:

$$\begin{cases} 2(x-4)=y+4 \\ x+6=2(y-6) \end{cases} \xrightarrow{\text{Operando}} \begin{cases} 2x-8=y+4 \\ x+6=2y-12 \end{cases} \xrightarrow{\text{Transponiendo términos}} \begin{cases} 2x-y=8+4 \\ x-2y=-6-12 \end{cases} \xrightarrow{\text{Agrupando}} \begin{cases} 2x-y=12 \\ x-2y=-18 \end{cases}$$

En el que, si multiplicamos la primera ecuación por (−2) y sumamos con la segunda, por el método de reducción:

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 2x-y=12 \\ x-2y=-18 \end{cases} \xrightarrow{-2\cdot(1)} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} -4x+2y=-24 \\ x-2y=-18 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumamos ambas ecuaciones}} \begin{array}{r} +\begin{cases} -4x+2y=-24 \\ x-2y=-18 \end{cases} \\ \hline -3x+0y=-42 \end{array}$$

Llegamos a una ecuación de primer grado en x, cuya solución viene dada por:

$$-3x+0y=-42 \rightarrow -3x=-42 \rightarrow x=\frac{-42}{-3} \rightarrow x=14$$

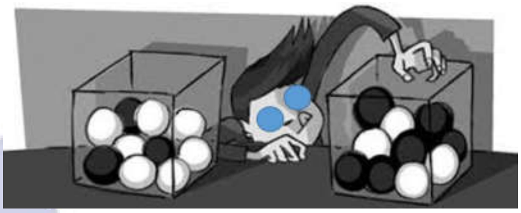
Una vez obtenido x, si sustituimos en la ecuación 1), podemos calcular y:

$$2x-y=12 \rightarrow 2\cdot 14-y=12 \rightarrow 28-y=12 \rightarrow y=28-12 \rightarrow y=16$$

Por tanto, Yo tengo 14 libros y tú tienes 16.

15.- Una caja contiene bolas blancas y negras. Si se añade una bola blanca, éstas representan entonces el 25% del contenido de la caja. Si se quita una blanca, las bolas blancas representan el 20% del total. ¿Cuántas bolas de cada color hay en la caja?

Se trata de un problema que se puede resolver mediante un sistema de ecuaciones lineales. Si llamamos N al número de bolas negras y B al número de bolas blancas, en total dentro de la caja hay B+N bolas.



Así que con esto trataremos de plantear el sistema:

- ✓ Si se añade una bola blanca, ahora hay B+1 bolas blancas, y estas representan el 25 % del total (la cuarta parte), por tanto, la primera ecuación es:

$$B+1=\frac{B+N+1}{4} \xrightarrow{\text{Operando}} 4B+4=B+N+1 \rightarrow 3B-N=-3$$

- ✓ Si se saca una bola blanca, ahora hay B−1 bolas blancas y estas representan el 20 % del total (la quinta parte), por tanto, la segunda ecuación es:

$$B-1=\frac{B+N-1}{5} \xrightarrow{\text{Operando}} 5B-5=B+N-1 \rightarrow 4B-N=4$$

El sistema queda de la forma: $\begin{cases} 3B-N=-3 \\ 4B-N=4 \end{cases} \xrightarrow[\text{Si a la primera le restamos la segunda}]{\text{Por el método de Reducción}} -B=-7 \rightarrow B=7$

Y sustituyendo en $4B-N=4$, obtendremos el valor de N:

$$4B-N=4 \rightarrow 4\cdot 7-N=4 \rightarrow N=28-4 \rightarrow N=24$$

Por tanto, en la caja hay 7 bolas blancas y 24 bolas negras.

16.- Halla las edades de dos personas, sabiendo que hace 10 años la primera tenía 4 veces la edad de la segunda persona, pero dentro de 20 años la edad de la primera persona será el doble de la edad de la segunda.

Si llamamos **x** a la edad de una de las personas, e **y** a la de la otra persona, podemos usar una tabla para ver las edades de cada una hace 10 años y dentro de 20 años:

	Edad hace 10 años	Edad Ahora	Edad dentro de 20 años
1ª persona	x – 10	x	x + 20
2ª persona	y – 10	y	y + 20

Podemos plantear una ecuación sabiendo que, hace 10 años la primera tenía 4 veces la edad de la segunda:

$$(x-10)=4(y-10)$$

Y otra ecuación con que, dentro de 20 años la edad de la primera persona será el doble de la edad de la segunda

$$x+20=2(y+20)$$

Con las dos ecuaciones, podemos formar un sistema de ecuaciones: $\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} (x-10)=4(y-10) \\ x+20=2(y+20) \end{cases}$

Antes de usar algún método de resolución, vamos a poner el sistema "bonito" quitando paréntesis y agrupando:

$$\begin{array}{l}1)\\2)\end{array}\begin{cases}(x-10)=4(y-10)\\x+20=2(y+20)\end{cases}\xrightarrow{\text{Operando}}\begin{cases}x-10=4y-40\\x+20=2y+40\end{cases}\xrightarrow{\text{Transponiendo términos}}\begin{array}{l}1)\\2)\end{array}\begin{cases}x-4y=-30\\x-2y=20\end{cases}$$

En el que, si restamos la 1ª ecuación menos la 2ª, por el método de reducción:

$$\begin{array}{l}1)\\2)\end{array}\begin{cases}x-4y=-30\\x-2y=20\end{cases}\xrightarrow{\text{Restamos ambas ecuaciones}}\begin{array}{r}-\begin{cases}x-4y=-30\\x-2y=20\end{cases}\\\hline 0x-2y=-50\end{array}$$

Llegamos a una ecuación de primer grado en y, cuya solución viene dada por:

$$0x-2y=-50 \rightarrow -2y=-50 \rightarrow y=\frac{-50}{-2} \rightarrow y=25$$

Una vez obtenido y, si sustituimos en la ecuación 2), podemos calcular x:

$$x-2y=20 \rightarrow x-2\cdot 25=20 \rightarrow x-50=20 \rightarrow x=20+50 \rightarrow x=70$$

Por tanto, la primera persona tiene 70 años y la segunda tiene 25.

17.- Por un chándal y unas zapatillas de deporte que costaban 135 € he pagado 88,50 € en rebajas, ya que en la sección de textil tienen el 40 % de descuento, y en la de calzado, el 30 %. ¿Qué precio tenía cada artículo y cuánto me han costado?

Si llamamos **x** al precio original del chándal, e **y** al de las zapatillas ya podemos plantear un sistema de ecuaciones lineales, en el que la primera ecuación la escribiremos con los precios antes de las rebajas:

$$1)\quad x+y=135$$

Y la segunda con los precios ya rebajados. Si nos descuentan un 40%, pagamos un 60% y si el descuento es del 30% pagaremos un 70%

$$2)\quad 0{,}6x+0{,}7y=88{,}50$$

Con esto:

$$\begin{array}{l}1)\\2)\end{array}\begin{cases}x+y=135\\0{,}6x+0{,}7y=88{,}50\end{cases}\xrightarrow[\text{Multiplicando la 1ª ecuación por }(-0{,}6)]{\text{Por reducción}}\begin{cases}-0{,}6x-0{,}6y=-81\\0{,}6x+0{,}7y=88{,}50\end{cases}\xrightarrow{\text{Sumando ambas Ecuaciones}}0{,}1y=7{,}5 \rightarrow y=75\ €$$

Y de la ecuación 1):

$$x+y=135 \rightarrow x=135-y=135-75=60\ €$$

Por tanto, el chándal costaba 60 € y las zapatillas 75 €; y me han costado 36 € y 52,50 € respectivamente.

18.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$a)\begin{cases}\dfrac{7x+5y}{10}-\dfrac{3(x+y)}{5}=-\dfrac{3}{10}\\[2mm]\dfrac{3x+y+2}{4}-\dfrac{y-2x}{6}=\dfrac{y-x}{4}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\dfrac{7x+5y}{\cancel{10}}-\dfrac{6(x+y)}{\cancel{10}}=-\dfrac{3}{\cancel{10}}\\[2mm]\dfrac{9x+3y+6}{\cancel{12}}-\dfrac{2y-4x}{\cancel{12}}=\dfrac{3y-3x}{\cancel{12}}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}7x+5y-6x-6y=-3\\9x+3y+6-2y+4x=3y-3x\end{cases}$$

$$\rightarrow\begin{cases}x-y=-3\\16x-2y=-6\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x-y=-3\\8x-y=-3\end{cases}\xrightarrow{\text{Por Reducción}}7x=0\rightarrow x=0\rightarrow 0-y=-3\rightarrow y=3$$

$$S.C.D.\{x=0 \quad y=3\}$$

19.- En una tienda se vende té blanco a 18 €/kg y té verde a 14 €/kg. También vende una mezcla de ambos productos a 16,4 €/kg. ¿Cuál es la composición porcentual de la mezcla?

Se trata de un problema de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será el % del té blanco e y el % de té verde.

	Precio (€)	Porcentaje (%)	Total
Té Blanco	18	X	18·X
Té Verde	14	Y	14·Y
Mezcla	16,40	100	1.640

Una vez completa la tabla, planteamos las dos ecuaciones del sistema; la primera con los porcentajes y la segunda recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 18x+14y=1640 \end{cases} \xrightarrow{\text{Simplificando}} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} x+y=100 \\ 9x+7y=820 \end{cases} \rightarrow \text{de la ecuación 1) despejamos x: } x=100-y$$

y sustituyendo en la ecuación 2): $9(100-y)+7y=820 \xrightarrow{\text{Agrupando}} 900-9y+7y=820 \rightarrow$

$$\rightarrow -9y+7y=820-900 \rightarrow -2y=-80 \rightarrow y=40\%$$

Si de té verde hay un 40% entonces de té blanco habrá un 60%.

La composición porcentual será un 40 % de té verde y un 60 % de té blanco.

20.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{2\cdot(x-1)}{3}-\dfrac{1-y}{2}=-\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{x+1}{2}+\dfrac{2\cdot(y-2)}{5}=\dfrac{19}{10} \end{cases} \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador en ambas ecuaciones}} \begin{cases} \dfrac{2\cdot2(x-1)}{6}-\dfrac{3(1-y)}{6}=-\dfrac{2}{6} \\ \dfrac{5\cdot(x+1)}{10}+\dfrac{2\cdot2\cdot(y-2)}{10}=\dfrac{19}{10} \end{cases} \xrightarrow{\text{Quitamos Denominadores}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dfrac{2\cdot2(x-1)}{\cancel{6}}-\dfrac{3(1-y)}{\cancel{6}}=-\dfrac{2}{\cancel{6}} \\ \dfrac{5\cdot(x+1)}{\cancel{10}}+\dfrac{2\cdot2\cdot(y-2)}{\cancel{10}}=\dfrac{19}{\cancel{10}} \end{cases} \xrightarrow{\text{Quitamos paréntesis y operamos}} \begin{cases} 4x-4-3+3y=-2 \\ 5x+5+4y-8=19 \end{cases} \xrightarrow{\text{Agrupamos}} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 4x+3y=5 \\ 5x+4y=22 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{Multiplicando la 1) por 5 y la 2) por (-4)}]{\text{Por el Método de Reducción}} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}\begin{cases} 20x+15y=25 \\ -20x-16y=-88 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumando ambas ecuaciones}} \begin{array}{r} 20x+15y=25 \\ +\;\; -20x-16y=-88 \\ \hline 0x-\;\;1y=\;-63 \end{array} \rightarrow y=63$$

y sustituyendo, por ejemplo, en la ecuación 1):

$$\text{En } 4x+3y=5 \rightarrow 4x+3\cdot63=5 \rightarrow 4x+189=5 \rightarrow 4x=-184 \rightarrow x=\frac{-184}{4}=-46$$

Por tanto, se trata de un Sistema Compatible Determinado de soluciones x=-46 e y=63

$$S.C.D.\{x=-46 \quad y=63\}$$

21.- Por un chándal y unas zapatillas de deporte que costaban 135 € he pagado 88,50 € en rebajas, ya que en la sección de textil tienen el 40% de descuento y en la de calzado el 30%. ¿Qué precio tenía cada artículo y cuanto me ha costado? (1,5 puntos)

Si llamamos x al precio original del chándal, e y al de las zapatillas ya podemos plantear un sistema de ecuaciones lineales, en el que la primera ecuación la escribiremos con los precios antes de las rebajas:

$$1) \quad x+y=135$$

Y la segunda con los precios ya rebajados. Si nos descuentan un 40%, pagamos un 60% y si el descuento es del 30% pagaremos un 70%

$$2)\quad 0{,}6x+0{,}7y=88{,}50$$

Con esto:

$$\begin{matrix}1)\\2)\end{matrix}\begin{cases}x+y=135\\0{,}6x+0{,}7y=88{,}50\end{cases}\xrightarrow{\text{Por reducción}}\begin{cases}-0{,}6x-0{,}6y=-81\\0{,}6x+0{,}7y=88{,}50\end{cases}\xrightarrow{\text{Sumando ambas Ecuaciones}}\quad 0{,}1y=7{,}5\quad\rightarrow\quad y=75\ €$$

Y de la ecuación 1):

$$x+y=135\quad\rightarrow\quad x=135-y=135-75=60\ €$$

Por tanto, el chándal costaba 60 € y las zapatillas 75 €; y me han costado 36 € y 52,50 € respectivamente.

22.- Hace 6 años me gasté 450 € en una PS4 Pro y en el nuevo God of War edición coleccionista. Como quiero comprarme la PS5, los tengo que vender. Si en la venta pierdo el 30% en la consola y el 60% en el juego, y en total voy a perder el 36 % del valor de compra, ¿cuánto me costó cada artículo?

Si en la venta va a perder un 36%, vamos, primero, a calcular por cuánto dinero las venderá:

Sabemos que, en un ejercicio de porcentajes, la cantidad final se calcula multiplicando la cantidad inicial por el índice de variación porcentual (Iv) total, es decir:

$$C_f=C_o\cdot I_v\quad\rightarrow\quad C_f=450\cdot 0{,}64=288\ €$$

Así que, el **precio de venta será de 288 euros.**

Si llamamos **x** al precio de compra de la PS4, e **y** al precio de compra del juego, con esto ya podemos plantear la primera ecuación del sistema:

$$Compra:\ x+y=450$$

Si en la consola pierde un 30%, la venderá por 0,7x, y si en el juego pierde un 60%, lo venderá por 0,4y, así que con esto podemos plantear la segunda ecuación del sistema:

$$Venta:\ 0{,}7x+0{,}4y=288$$

Así que tenemos un sistema de ecuaciones lineales, cuya solución, viene dada por:

$$\begin{cases}x+y=450\\0{,}7x+0{,}4y=288\end{cases}\xrightarrow{\text{La 1ª por }(-0{,}7)}\begin{cases}-0{,}7x+-0{,}7y=-315\\0{,}7x+0{,}4y=288\end{cases}$$

Por el método de reducción y sumando ambas ecuaciones llegamos a:

$$\begin{cases}\cancel{-0{,}7x}-0{,}7y=-315\\\cancel{0{,}7x}+0{,}4y=288\end{cases}\quad\rightarrow\quad -0{,}3y=-27\quad\rightarrow\quad y=\frac{-27}{-0{,}3}\quad\rightarrow\quad y=90\ €$$
$$-0{,}3y=-27$$

Por tanto, el precio de compra del **juego** fue de **90 €** y el de la **PS4** de 450 – 90 = **360 €**

23.- Una compraventa de motocicletas vende dos motocicletas por 3.330 €. Calcula cuanto pagó por cada una de ellas, si en la venta de la primera ganó un 25% , en la venta de la segunda perdió un 10%, pero en total ganó un 11 %.

Si las vendió por 3.330 € y en total ganó un 11%, vamos, primero, a calcular por cuánto dinero las compró:

Sabemos que, en un ejercicio de porcentajes, la cantidad final se calcula multiplicando la cantidad inicial por el índice de variación porcentual (Iv) total, es decir:

$$C_f = C_o \cdot I_v \xrightarrow{\text{Por tanto, despejando } C_o} C_o = \frac{C_f}{I_v} = \frac{3.330}{1,11} = 3.000\ €$$

Así que, el **precio de compra fue de 3.000 euros.**

Si llamamos **x** al precio de compra de la primera moto, e **y** al de la segunda, podemos plantear un sistema de ecuaciones:

- **Ecuación 1:** Compra de las motos. 1) $x + y = 3000$
- **Ecuación 2:** Venta de las motos. 2) $1,25x + 0,9y = 3330$

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix} \begin{cases} x + y = 3000 \\ 1,25x + 0,9y = 3330 \end{cases}$$

Si despejamos y de la primera: 1) $x + y = 3000 \quad \rightarrow \quad y = 3000 - x$

Y lo sustituimos en la segunda, llegamos a una ecuación de primer grado en x:

$$1,25x + 0,90(3000 - x) = 3330$$

Cuya solución, viene dada por:

$$1,25x + 0,90(3000 - x) = 3330 \quad \rightarrow \quad 1,25x + 2700 - 0,9x = 3330 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} 0,35x = 630$$

$$\xrightarrow{\text{Despejamos}} x = \frac{630}{0,35} \quad \rightarrow \quad x = 1800$$

Por tanto, el precio de compra de **una moto** fue de **1.800 € y** el de **la otra** y= 3000-x=3000-1800 = **1.200 €**

24.- Una tienda de artículos para el hogar pone a la venta 100 juegos de cama a 70 € el juego. Cuando lleva vendida una buena parte de ellos, los rebaja a 50 €, continuando la venta hasta que se agotan. Si la recaudación total ha sido de 6.600 €. ¿**Cuántos** juegos de cama **ha vendido** sin rebajar y cuántos rebajados?

Si llamamos **x** a los juegos de cama sin rebajar e **y** a los rebajados, ya podemos plantear dos ecuaciones:

$$\begin{cases} \text{x: Juegos de cama rebajados} \\ \text{y: Juegos de cama sin rebajar} \end{cases}$$

- Con los Juegos de cama: (1) $x + y = 100$
- Con la recaudación: (2) $70x + 50y = 6.600$

Con ellas podemos formar un sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x + y = 100 \\ 70x + 50y = 6.600 \end{cases} \xrightarrow{\text{Simplificando}} \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix} \begin{cases} x + y = 100 \\ 7x + 5y = 660 \end{cases}$

Si multiplicamos la primera ecuación por (−5) y sumamos ambas ecuaciones, por el método de reducción llegamos a:

$$\xrightarrow{x(-5)} \begin{cases} -5x - 5y = -500 \\ 7x + 5y = 660 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} + \begin{cases} -5x - 5y = -500 \\ 7x + 5y = 660 \end{cases} \\ \hline 2x + 0y = 160 \end{array}$$

Que es una ecuación de primer grado en x, cuya solución viene dada por: $2x = 160 \quad \rightarrow \quad x = 80$

Y, sustituyendo en la ecuación 1) $x + y = 100$, podemos calcular y: por tanto: $80 + y = 100 \quad \rightarrow \quad y = 20$

Así que, ha vendido 80 juegos de cama sin rebajar y 20 rebajados.

25.- Resuelve por el método que consideres más oportuno $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \rightarrow$$

Si multiplicamos la ecuación 1) por 3, lo podemos resolver rápidamente por el método de Reducción.

$$\begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix} \begin{cases} 6x + 3y = 15 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \rightarrow \text{ Sumando ambas ecuaciones: } \begin{array}{r} 6x + 3y = 15 \\ + \quad x - 3y = -1 \\ \hline 7x + 0y = 14 \end{array}$$

Llegamos a una ecuación de primer grado en x:

$$7x = 14 \quad \rightarrow \quad x = \frac{14}{7} \quad \rightarrow \quad x = 2$$

Y, una vez conocido el valor de x, sustituyendo en la ecuación 1) podemos calcular el valor de y:

$$2x + y = 5 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 2 + y = 5 \quad \rightarrow \quad 4 + y = 5 \quad \rightarrow \quad y = 5 - 4 \quad \rightarrow \quad y = 1$$

Por tanto, se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D.) de solución:

$$S.C.D. \left\{ x = 2 \;\; ; \;\; y = 1 \right\}$$

26.- Resuelve por el método gráfico el siguiente sistema: $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 5y = -7 \end{cases}$

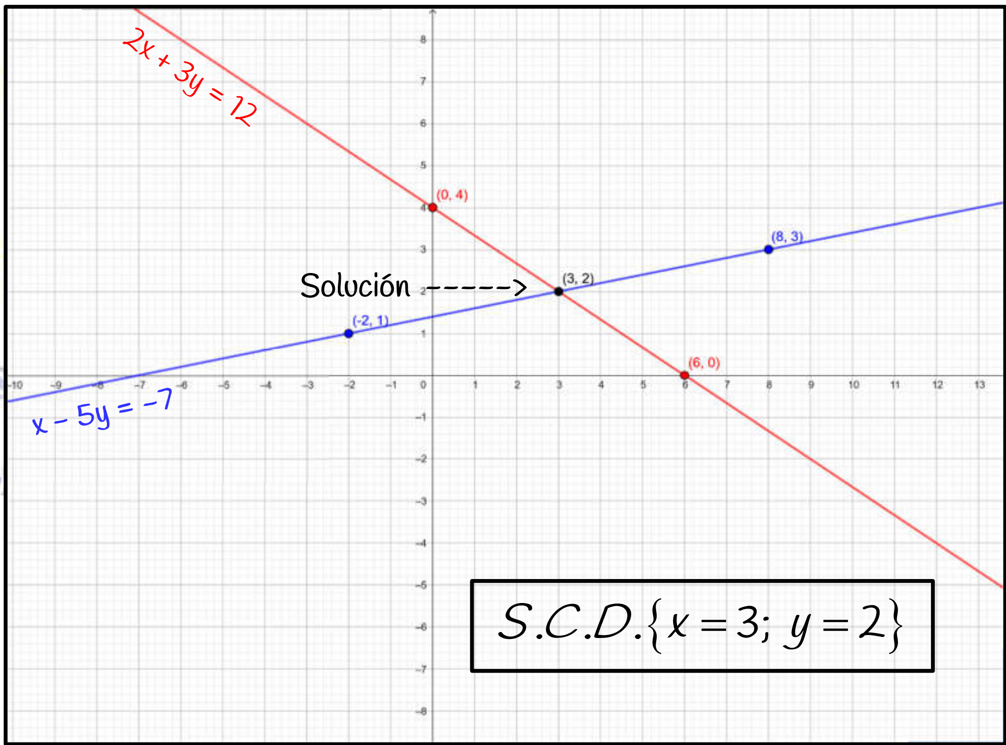
Despejamos **y** de las dos ecuaciones, hacemos la tabla de valores, representamos los puntos en un sistema cartesiano y como están alineados los unimos con la ayuda de una regla. La intersección de las dos rectas es la solución del sistema.

$$y_1 = \frac{12 - 2x}{3}$$

x	y
6	0
3	2
0	4

$$y_2 = \frac{x + 7}{5}$$

x	y
-2	1
3	2
8	3



27.- Me he comprado tres bolígrafos y dos rotuladores y he pagado 7 €, mientras que mi amiga Mariam ha pagado 8 € por dos bolígrafos y tres rotuladores. Plantea y resuelve un sistema de ecuaciones para calcular el precio de un bolígrafo y un rotulador.

Si llamamos **x** al precio del bolígrafo e **y** al precio del rotulador: $\begin{cases} x: \text{ Precio del bolígrafo} \\ y: \text{ Precio del rotulador} \end{cases}$

Podemos plantear un sistema de ecuaciones con los datos del enunciado:

- Ecuación 1: 3 bolígrafos + 2 rotuladores = 7 € $\rightarrow$ 1) $3x+2y=7$
- Ecuación 2: 2 bolígrafos + 3 rotuladores = 8 € $\rightarrow$ 2) $2x+3y=8$

Con las dos ecuaciones podemos formar un sistema de ecuaciones: $\begin{array}{r} 1) \\ 2) \end{array}\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$

Sistema que vamos a resolver por el método de reducción, multiplicando la ecuación 1) por 2 y la ecuación 2) por (−3)

$$\begin{array}{r} 1) \\ 2) \end{array}\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 2x+3y=8 \end{cases} \xrightarrow[\text{Ec 2) por }(-3)]{\text{Ec 1) por 2}} \begin{cases} 6x+4y=14 \\ -6x-9y=-24 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumando ambas ecuaciones}} \begin{array}{r} +\begin{cases} 6x+4y=14 \\ -6x-9y=-24 \end{cases} \\ \hline 0x-5y=-10 \end{array}$$

Y sumando ambas llegamos a una ecuación de primer grado en y: **−5y = −10**

Cuya solución es:

$$-5y=-10 \quad \rightarrow \quad y=\frac{-10}{-5} \quad \rightarrow \quad y=2$$

Y conocido y, de la ecuación 1) podemos calcular x:

$$3x+2y=7 \quad \rightarrow \quad 3x+2\cdot 2=7 \quad \rightarrow \quad 3x+4=7 \quad \rightarrow \quad 3x=7-4 \quad \rightarrow \quad 3x=3 \quad \rightarrow \quad x=1$$

Por tanto, el precio del bolígrafo es de 1 € mientras que el del rotulador es de 2 €.

28.- La suma de las edades, en el momento actual, de tres hermanos es de 15 años. Dentro de un año, la edad del menor será la mitad que la edad del mediano. Hace 2 años, la edad del mayor era el doble que la del mediano. Plantea **(sin resolver)** un sistema de ecuaciones con el que poder calcular las edades de los tres hermanos.

Si llamamos **x** a la edad del hermano menor, **y** a la del mediano y **z** la del mayor, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=15 \\ x+1=\dfrac{y+1}{2} \\ z-2=2(y-2) \end{cases} \xrightarrow{\text{y poniéndolo "bonito" llegamos a}} \begin{cases} x+y+z=15 \\ 2x-y=-1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$$