GMR

Departamento de Matemáticas	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	**3º ESO C**	Examen XIII		
	Fecha:	4 de mayo de 2026	SUCESIONES		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.- Dadas las siguientes sucesiones, identifica las que sean progresiones aritméticas o geométricas y completa la siguiente tabla donde la sucesión x_n aparece como ejemplo: (2 puntos)

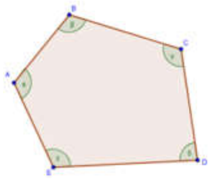
Sucesión	P.A.	P.G.	Diferencia (d)	Razón (r)	Término General	Ley de Recurrencia
$\{x_n\}=\{8, 4, 2, 1,.....\}$		x		½	$x_n=8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	
$\{a_n\}=\{5, 6, 7, 8,.....\}$						
$\{b_n\}=\{1, 4, 16, 64,.....\}$						
$\{c_n\}=\{30, 20, 10, 0,.....\}$						
$\{d_n\}=\{1, 8, 27, 64, 125.....\}$						
$\{s_n\}=\{1, 3, 5, 9, 17, 31.....\}$						

2.- En una progresión aritmética conocemos los términos $a_5=19$ y $a_8=28$. Calcula la diferencia, el primer término y la suma de los 10 primeros términos. (2 puntos)

3.- ¿Qué lugar ocupa un término de valor 305 en una progresión aritmética sabiendo que su primer término es 8 y su diferencia 3? (1,5 puntos)

4.- Una madre ha repartido 72 euros entre sus tres hijos. Si las cantidades forman una progresión aritmética de diferencia 4 euros, ¿cuánto dinero ha dado a cada uno? (1 punto)

5.- Hallar el valor de los ángulos interiores de un pentágono, sabiendo que el menor mide 38°, que están en progresión aritmética y que la diferencia entre el mayor y el menor es de 140°. (1 punto)



6.- Dada la progresión geométrica: 3, 15, 75, 375, 1.875, ... calcula el término general y el término a_{10}. (1 punto)

7.- Elena cuanta un chiste a tres amigos. Al día siguiente cada uno de ellos lo cuenta, a su vez, a otros tres amigos, y así sucesivamente. ¿A cuánta gente contarán el chiste el décimo día? (1,5 puntos)

Bonus.- Halla el valor de x, para que los números x−8, x, 2(x+6) estén en progresión geométrica.

Nombre:	SOLUCIONES		3º Trimestre
Curso:	3º ESO C	Examen XIII	11
Fecha:	4 de mayo de 2026	SUCESIONES	

Departamento de Matemáticas

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.- Dadas las siguientes sucesiones, identifica las que sean progresiones aritméticas o geométricas y completa la siguiente tabla donde la sucesión x_n aparece como ejemplo: (2 puntos)

Sucesión	P.A.	P.G.	Diferencia (d)	Razón (r)	Término General	Ley de Recurrencia
$\{x_n\}=\{8, 4, 2, 1,.....\}$		X		½	$x_n=8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	
$\{a_n\}=\{5, 6, 7, 8,.....\}$	X		1		$a_n=n+4$	
$\{b_n\}=\{1, 4, 16, 64,.....\}$		X		4	$b_n=4^{n-1}$	
$\{c_n\}=\{30, 20, 10, 0,.....\}$	X		-10		$c_n=40-10n$	
$\{d_n\}=\{1, 8, 27, 64, 125.....\}$	Ni aritmética ni geométrica				$d_n=n^3$	
$\{s_n\}=\{1, 3, 5, 9, 17, 31.....\}$	Ni aritmética ni geométrica					$s_n=s_{n-1}+s_{n-2}+s_{n-3}$

2.- En una progresión aritmética conocemos los términos $a_5=19$ y $a_8=28$. Calcula la diferencia, el primer término y la suma de los 10 primeros términos. (2 puntos)

Como se trata de una progresión aritmética, sabemos que cualquier término se puede expresar de la siguiente forma:

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot d \quad \rightarrow \quad \text{y con esto, podemos escribir } a_5 \text{ y } a_8\text{: } \begin{cases} a_5=a_1+4d \\ a_8=a_1+7d \end{cases}$$

Como el enunciado dice que: $\begin{cases} a_5=19 \\ a_8=28 \end{cases}$, podemos plantear un sistema de ecuaciones con el que calcularemos el primer término y la diferencia:

$$\begin{cases} a_5=19 \\ a_8=28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_5=a_1+4d \\ a_8=a_1+7d \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 1^a) \\ 2^a) \end{matrix}\begin{cases} a_1+4d=19 \\ a_1+7d=28 \end{cases} \xrightarrow{\text{Si restamos a la 2ª ecuación la 1ª, llegamos a:}} 3d=9 \xrightarrow{\text{de donde:}} d=\frac{9}{3}=3$$

Si sustituimos en la primera ecuación, podemos calcular a_1:

$$a_1+4d=19 \rightarrow a_1=19-4d \rightarrow a_1=19-4\cdot3 \rightarrow a_1=19-12 \rightarrow a_1=7$$

Conocidos a_1 y d, podemos escribir el término general:

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot d \rightarrow a_n=7+(n-1)\cdot3 \rightarrow a_n=7+3n-3 \rightarrow a_n=3n+4$$

Para calcular la suma de los 10 primeros términos, necesitamos el primer término y el término 10:

$$a_n=3n+4 \rightarrow a_{10}=3\cdot10+4=34$$

Así que conocidos ambos, podemos calcular la suma de los 10 primeros términos mediante:

$$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n \xrightarrow{\text{de aquí:}} S_{10}=\frac{a_1+a_{10}}{2}\cdot10=\frac{7+34}{2}\cdot10=41\cdot5 \rightarrow S_{10}=205$$

Así que, d=3, a_1=7 y los 10 primeros términos suman 205.

3.- ¿Qué lugar ocupa un término de valor 305 en una progresión aritmética sabiendo que su primer término es 8 y su diferencia 3? (1,5 puntos)

Al ser una progresión aritmética, su término general viene dado por: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

Y, como conocemos los valores de $a_1=8$ y $d=3$, entonces:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \quad \rightarrow \quad a_n = 8 + (n-1)\cdot 3 \quad \rightarrow \quad a_n = 8 + 3n - 3 \quad \rightarrow \quad a_n = 3n + 5$$

Conocido el término general, podemos igualarlo a 305, y despejan n, para calcular el término de valor 305:

$$a_n = 3n + 5 \quad \rightarrow \quad 305 = 3n + 5 \quad \xrightarrow{\text{despejando } n} \quad 300 = 3n \quad \rightarrow \quad n = \frac{300}{3} \quad \rightarrow \quad n = 100$$

Por lo tanto, el término de valor 305 es el término a_{100}.

4.- Una madre ha repartido 72 euros entre sus tres hijos. Si las cantidades forman una progresión aritmética de diferencia 4 euros, ¿cuánto dinero ha dado a cada uno? (1 punto)

Si las cantidades repartidas a los hijos forman una progresión aritmética de diferencia 4, quiere esto decir que a cada hermano le da 4 € más que al anterior. Si llamamos **x** al dinero que da al primero, x+4 lo que da al segundo y así sucesivamente, llegamos a:

$$\left.\begin{array}{r} \text{dinero } 1^\circ\text{: } x \\ \text{dinero } 2^\circ\text{: } x+4 \\ \text{dinero } 3^\circ\text{: } x+8 \end{array}\right\} \quad \rightarrow \quad \text{Podemos plantear una ecuación en la que la suma todos es 72:} \quad x + x + 4 + x + 8 = 72$$

Cuya solución viene dada por:

$$x + x + 4 + x + 8 = 72 \quad \rightarrow \quad 3x + 12 = 72 \quad \rightarrow \quad 3x = 60 \quad \rightarrow \quad x = \frac{60}{3} \quad \rightarrow \quad x = 20$$

Así que, a uno le da 20 €, a otro 24 € y al último 28 €.

OTRA FORMA:

Con los datos del problema sabemos que se trata de una progresión aritmética en la que la diferencia, d, es igual a 4 y en la que la suma de los tres primeros términos, S_3, es 72.

Así que, con la fórmula de la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética, podemos calcular el valor del primer término mediante una "ecuación de primer grado en a_1":

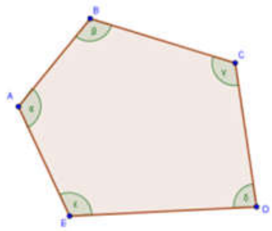
$$\left.\begin{array}{r} \text{dinero } 1^\circ\text{: } a_1 \\ \text{dinero } 2^\circ\text{: } a_1+4 \\ \text{dinero } 3^\circ\text{: } a_1+8 \end{array}\right\} \quad \rightarrow \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n \quad \xrightarrow{\text{de aquí:}} \quad S_3 = \frac{a_1 + a_3}{2}\cdot 3 \quad \xrightarrow{\text{Cambiamos } S_3 \text{ por } 72} \quad 72 = \frac{a_1 + a_1 + 8}{2}\cdot 3$$

Y operando, llegamos a:

$$72 = \frac{a_1 + a_1 + 8}{2}\cdot 3 \quad \rightarrow \quad \frac{72\cdot 2}{3} = a_1 + a_1 + 8 \quad \rightarrow \quad 48 = 2a_1 + 8 \quad \rightarrow \quad 40 = 2a_1 \quad \rightarrow \quad a_1 = 20$$

Por tanto, si el primer hijo recibe 20 €, entonces los otros recibirán 24 y 28 €.

5.- Hallar el valor de los ángulos interiores de un pentágono, sabiendo que el menor mide 38°, que están en progresión aritmética y que la diferencia entre el mayor y el menor es de 140°. (1 punto)



Tenemos un pentágono (5 ángulos), en el que el primero mide 38°, a_1=38, y en el que la diferencia del quinto y el primero es 140°: $a_5 - a_1 = 140$.

Como se trata de una progresión aritmética, verifica que: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$, así que $a_5 = a_1 + (5-1)\cdot d = a_1 + 4\cdot d$

Si la diferencia entre el mayor y el menor es de 140°, podemos calcular d:

$$a_5 - a_1 = 140 \quad \rightarrow \quad a_1 + 4d - a_1 = 140 \quad \rightarrow \quad 4d = 140 \quad \rightarrow \quad d = \frac{140}{4} \quad \rightarrow \quad d = 35$$

Con esto, el término general de la progresión es:

$$a_n = 38 + (n-1)\cdot 35 \quad \rightarrow \quad a_n = 38 + 35n - 35 \quad \rightarrow \quad a_n = 35n + 3$$

Así que, conocida la diferencia y el primer término ya podemos calcular los ángulos del pentágono:

$$a_1 = 38^\circ \qquad a_2 = 73^\circ \qquad a_3 = 108^\circ \qquad a_4 = 143^\circ \qquad a_5 = 178^\circ$$

Por tanto, los ángulos del pentágono son: 38°, 73°, 108°, 143° y 178°.

Como es bien sabido, la suma de los ángulos interiores de un pentágono es de 540°, así que veamos si sumando todos los ángulos obtenemos 540. 38° + 73° + 108° + 143° + 178° = 540°

6.- Dada la progresión geométrica de términos: 3, 15, 75, 375, 1.875, ... calcula el término general y el término a_{10}. (1 punto)

Si la progresión geométrica es: $\{a_n\} = \{3, 15, 75, 375, 1.875 ...\}$

La razón de cualquier progresión geométrica, viene dada por el cociente entre dos términos consecutivos:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = ... = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{15}{3} = \frac{75}{15} = ... = 5 \quad \rightarrow \quad r = 5$$

Conocida la razón, ya podemos calcular el término general de la progresión sustituyendo en: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \quad \rightarrow \quad a_n = 3\cdot 5^{n-1} \quad \rightarrow \quad a_n = \frac{3}{5}\cdot 5^n$$

Para calcular el décimo término, bastaría con sustituir n por 10:

$$a_n = \frac{3}{5}\cdot 5^n \quad \rightarrow \quad a_{10} = \frac{3}{5}\cdot 5^{10} \quad \rightarrow \quad a_{10} = 5.859.375$$

Por tanto, el término general es: $a_n = 3\cdot 5^{n-1}$ y el décimo término es a_{10} = 5.859.375

7.- Elena cuanta un chiste a tres amigos. Al día siguiente cada uno de ellos lo cuenta, a su vez, a otros tres amigos, y así sucesivamente. ¿A cuánta gente contarán el chiste el décimo día? (1,5 puntos)

Se trata de la sucesión: $\{a_n\} = \{3, 9, 27, 81, 243, ...\}$, que, claramente es una progresión geométrica de razón r=3.

El término general de esta progresión es $a_n = 3^n$

Es evidente que, el número de personas que escucharán el chiste el décimo día será: $a_{10} = 3^{10} = 59.049$, donde cambiamos n por 10.

Así que, el décimo día, contarán el chiste a 50.049 nuevas personas.

Si la cuestión hubiera sido: ¿Cuánta gente conocerá el chiste de Elena al cabo de 10 días?

La respuesta sería diferente porque deberíamos calcular la suma de los 10 primeros términos de una progresión geométrica, que sabemos que viene dada por:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1} \qquad ó \qquad S_n = \frac{a_1\left(r^n - 1\right)}{r-1}$$

Por tanto, como tanto el primer término, como la razón son 3, sustituyendo, tenemos:

$$S_{10} = \frac{a_1\left(r^{10}-1\right)}{r-1} = \frac{3\left(r^{10}-1\right)}{3-1} = \frac{3\left(3^{10}-1\right)}{2} = 88.572 \quad \rightarrow \quad S_{10} = 88.572$$

Así que, al cabo de 10 días conocerán el chiste 88.572 personas.

Bonus.– Halla el valor de **x**, para que los números **x–8**, **x**, **2(x+6)** estén en progresión geométrica.

Sabemos que, si los números están en progresión geométrica, verifican que: $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \ldots\ldots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

Y, por tanto, esto nos genera una ecuación racional: $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{x}{x-8} = \frac{2(x+6)}{x} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{x-8} = \frac{2(x+6)}{x}$

Cuya solución, viene dada por:

$$\frac{x}{x-8} = \frac{2(x+6)}{x} \xrightarrow{\text{Multiplicamos en cruz}} x^2 = (x-8)\cdot 2(x+6) \xrightarrow{\text{Recolocamos}} x^2 = 2(x-8)\cdot(x+6) \xrightarrow{\text{Desarrollamos los productos}}$$

$$\rightarrow \quad x^2 = 2\left(x^2 - 2x - 48\right) \xrightarrow{\text{Operamos}} x^2 = 2x^2 - 4x - 96 \xrightarrow{\text{Agrupamos}} x^2 - 4x - 96 = 0 \xrightarrow{\text{Factorizamos}}$$

$$\rightarrow \quad (x-12)\cdot(x+8) = 0 \xrightarrow{\text{Resolvemos}} \begin{cases} \text{Si } x+8=0 & \rightarrow \quad x_1 = -8 \\ \text{Si } x-12=0 & \rightarrow \quad x_2 = 12 \end{cases}$$

$$\text{Así que:} \begin{cases} \text{Si x=–8, entonces los términos de la progresión son } \{-16,-8,-4,\ldots\ldots\} \\ \text{y} \\ \text{Si x=12, entonces los términos de la progresión serían: } \{4,12,36,\ldots\ldots\} \end{cases}$$

Por tanto, x puede ser -8 y también 12, para que los términos formen una P.G.