Departamento de Matemáticas	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	**3º ESO C**	Control Sucesiones		
	Fecha:	21 de abril de 2026	Sucesiones y progresiones aritméticas		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.– Halla el término general de estas sucesiones: (1,5 puntos)

$$\{a_n\} = \{1, 5, 9, \dots\dots\} \qquad \{b_n\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\dots\right\} \qquad \{c_n\} = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots\dots\right\}$$

2.– Escribe los cuatro primeros términos de las sucesiones cuyo término general es: (1,5 puntos)

$$a_n = n^3 \qquad b_n = \frac{n-1}{n^2+1} \qquad c_n = 3 \cdot 5^{-n}$$

3.– ¿Cuánto suman los cien primeros múltiplos de 3? (1 punto)

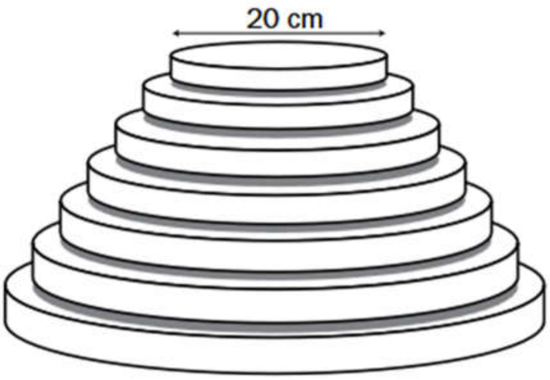
4.– En una progresión aritmética, $a_3 = 5$ y $a_6 = 17$. Halla la diferencia d, el término a_1 y la suma de los veinte primeros términos. (1,5 puntos)

5.– Calcula el término general y los 4 primeros términos de la progresión aritmética de la que conocemos los términos: (1,5 puntos)

$$a_5 = -\frac{17}{4} \qquad y \qquad a_{12} = -\frac{45}{4}$$

La boda perfecta

Nuria y Carlos preparan su boda. Hoy les toca hablar con César, el pastelero. Este les propone una tarta de varios pisos circulares, teniendo cada uno de ellos un diámetro 5 cm menor que el piso inferior. Pero el último piso ha de tener, independientemente del número de ellos, 20 cm de diámetro.



a) Carlos cree que con 15 pisos será suficiente. ¿Qué diámetro deberá tener entonces la tarta en su parte más baja? (1,5 puntos)

b) César, además, tiene que resolver otro problema. Cuando llegue el momento de repartir la tarta, tendrá que colocar cada piso, uno al lado del otro, en una mesa. ¿Qué longitud mínima deberá tener esa mesa? (1,5 puntos)

Bonus.- Los términos segundo y quinto de una progresión aritmética son $a_2 = 7$, $a_5 = 16$, con estos datos, halla la siguiente suma:

$$a_{10} + a_{11} + a_{12} + \ldots + a_{19} + a_{20}$$

Departamento de Matemáticas	Nombre:	SOLUCIONES		3º Trimestre	11
	Curso:	3º ESO C	Control Sucesiones		
	Fecha:	21 de abril de 2026	Sucesiones y progresiones aritméticas		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.- Halla el término general de estas sucesiones: (1,5 puntos)

$\{a_n\} = \{1,5,9,........\} \rightarrow$ {Se trata de una progresión aritmética} $\rightarrow a_n = 4n-3$

$\{b_n\} = \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, ...\right\} \rightarrow$ {El numerador y el denominador son progresines aritméticas de diferencia 1} $\rightarrow b_n = \frac{n}{n+1}$

$\{c_n\} = \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, ...\right\} \rightarrow$ {El numerador son las potencias de 2: 2, 4, 8, 16,... y el denominador las de 3: 3, 9 ,27, 81,...} $\rightarrow c_n = \frac{2^n}{3^n}$

2.- Escribe los cuatro primeros términos de las sucesiones cuyo término general es: (1,5 puntos)

Bastaría con sustituir n por 1, 2, 3 y 4 en cada uno de los términos generales y calcular su valor.

(Recuerda el valor numérico de un polinomio)

$a_n = n^3 \rightarrow \{a_n\} = \{1^3, 2^3, 3^3, 4^3, ...\} \rightarrow \{a_n\} = \{1, 8, 27, 64, ...\}$

$b_n = \frac{n-1}{n^2+1} \rightarrow \{b_n\} = \left\{\frac{1-1}{1^2+1}, \frac{2-1}{2^2+1}, \frac{3-1}{3^2+1}, \frac{4-1}{4^2+1}, ...\right\} \rightarrow \{b_n\} = \left\{0, \frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{17}, ...\right\}$

$c_n = 3 \cdot 5^{-n} \rightarrow \{c_n\} = \left\{\frac{3}{5}, \frac{3}{5^2}, \frac{3}{5^3}, \frac{3}{5^4}, ...\right\} \rightarrow \{c_n\} = \left\{\frac{3}{5}, \frac{3}{25}, \frac{3}{125}, \frac{3}{625}, ...\right\}$

3.- ¿Cuánto suman los cien primeros múltiplos de 3? (1 punto)

Para calcular la suma de los 100 primeros números que sean múltiplos de tres, necesitamos el primer término y el término 100:

$$\{a_n\} = \{3, 6, 9, 12, 15, ...\} \quad \text{cuyo término general es:} \quad a_n = 3n$$

Vemos claramente que el primer término es $a_1=3$

y el término 100 será:

$$a_n = 3n \rightarrow a_{100} = 3 \cdot 100 = 300$$

Por tanto, ya podemos calcular la suma de los 100 primeros múltiplos de 3:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \xrightarrow{\text{de aquí:}} S_{100} = \frac{a_1 + a_{100}}{2} \cdot 100 = \frac{3+300}{2} \cdot 100 = 303 \cdot 50 \rightarrow S_{100} = 15.150$$

Así que, los 100 primeros múltiplos de 3 suman 15.150.

4.- En una progresión aritmética, $a_3 = 5$ y $a_6 = 17$. Halla la diferencia d, el término a_1 y la suma de los veinte primeros términos. (1,5 puntos)

Como: $\begin{cases} a_3 = 5 \\ a_6 = 17 \end{cases}$, podemos plantear un sistema de ecuaciones con el que vamos a calcular el primer término, la diferencia y con ellos el término general:

$$\begin{cases} a_3 = 5 \\ a_6 = 17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_3 = a_1 + 2d \\ a_6 = a_1 + 5d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = 5 \\ a_1 + 5d = 17 \end{cases} \xrightarrow{\text{Si restamos a la segunda ecuación la primera, llegamos a:}} 3d = 12 \xrightarrow{\text{de donde:}} d = \frac{12}{3} = 4$$

De la primera ecuación, podemos calcular a_1:

$$a_1 + 2d = 5 \rightarrow a_1 = 5 - 2d \rightarrow a_1 = 5 - 8 \rightarrow a_1 = -3$$

Conocidos a_1 y d, podemos escribir el término general:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \rightarrow a_n = -3 + (n-1) \cdot 4 \rightarrow a_n = -3 + 4n - 4 \rightarrow a_n = 4n - 7$$

Para calcular la suma de los 20 primeros términos, necesitamos el primer término y el término 20:

$$a_n = 4n - 7 \rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \cdot 1 - 7 = -3 \\ a_{20} = 4 \cdot 20 - 7 = 73 \end{cases}$$

Por tanto, ya podemos calcular la suma:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \xrightarrow{\text{de aquí:}} S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{-3 + 73}{2} \cdot 20 = 70 \cdot 10 \rightarrow S_{20} = 700$$

Así que, d=4, a1=-3 y los 20 primeros términos suman 700.

5.- Calcula el término general y los 4 primeros términos de la progresión aritmética de la que conocemos los términos: (1,5 puntos)

$$a_5 = -\frac{17}{4} \quad y \quad a_{12} = -\frac{45}{4}$$

Como sabemos: a_5 y a_{12}, podemos plantear un sistema de ecuaciones con el que vamos a calcular el primer término, la diferencia y con ellos el término general:

$$\begin{cases} a_5 = -\frac{17}{4} \\ a_{12} = -\frac{45}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_5 = a_1 + 4d \\ a_{12} = a_1 + 11d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d = -\frac{17}{4} \\ a_1 + 11d = -\frac{45}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{Si restamos a la 2ª ec. la 1ª, llegamos a:}} 7d = -7 \xrightarrow{\text{de donde:}} d = \frac{-7}{7} = -1$$

De la primera ecuación, podemos calcular a_1:

$$a_1 + 4d = -\frac{17}{4} \rightarrow a_1 = -\frac{17}{4} - 4d \rightarrow a_1 = -\frac{17}{4} + 4 \rightarrow a_1 = -\frac{17}{4} + \frac{16}{4} \rightarrow a_1 = -\frac{1}{4}$$

Conocidos a_1 y d, podemos escribir el término general:

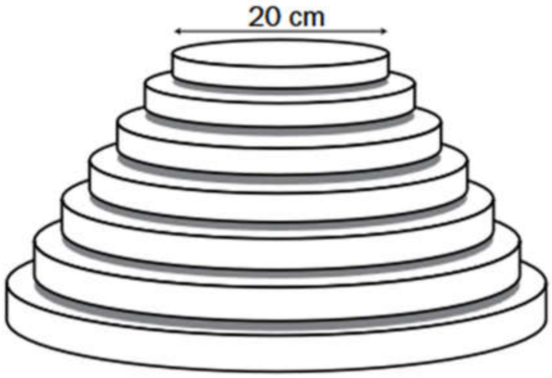
$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \rightarrow a_n = -\frac{1}{4} + (n-1) \cdot (-1) \rightarrow a_n = -\frac{1}{4} - n + 1 \rightarrow a_n = \frac{3}{4} - n$$

Así que si $a_n = \frac{3}{4} - n \rightarrow \{a_n\} = \left\{ -\frac{1}{4}, -\frac{5}{4}, -\frac{9}{4}, -\frac{13}{4}, -\frac{17}{4}, -\frac{21}{4}, -\frac{25}{4}, -\frac{29}{4} ..... \right\}$

Por tanto, el término general es ¾-n y los 5 primeros términos son: -1/4, -5/4, -9/4 y -13/4.

La boda perfecta

Nuria y Carlos preparan su boda. Hoy les toca hablar con César, el pastelero. Este les propone una tarta de varios pisos circulares, teniendo cada uno de ellos un diámetro 5 cm menor que el piso inferior. Pero el último piso ha de tener, independientemente del número de ellos, 20 cm de diámetro.



a) Carlos cree que con 15 pisos será suficiente. ¿Qué diámetro deberá tener entonces la tarta en su parte más baja? (1,5 puntos)

Se trata de una progresión aritmética de primer término a_1=20 y de diferencia d=5, así que, vamos a calcular primero su término general a_n y después el término 15, a_{15}:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \quad \rightarrow \quad a_n = 20 + (n-1)\cdot 5 = 5n + 15 \quad \rightarrow \quad a_n = 5n + 15$$

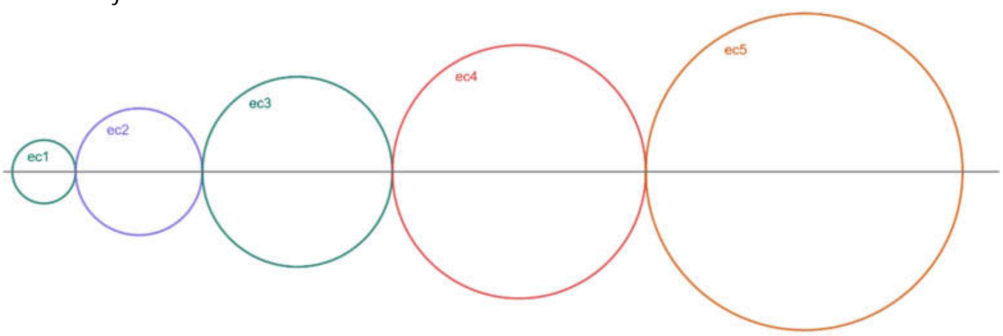
Ahora calculamos el término 15:

$$a_n = 5n + 15 \quad \rightarrow \quad a_{15} = 5\cdot 15 + 15 = 75 + 15 \quad \rightarrow \quad a_{15} = 90$$

Por tanto, el diámetro en su parte más baja será de 90 cm.

b) César, además, tiene que resolver otro problema. Cuando llegue el momento de repartir la tarta, tendrá que colocar cada piso, uno al lado del otro, en una mesa. ¿Qué longitud mínima deberá tener esa mesa? (1,5 puntos)

Esa mesa medirá la suma de todos los pisos de la tarta, es decir la suma de todos los diámetros de cada una de las tartas, véase el dibujo:



Esa longitud la podemos calcular sumando los diámetros de las 15 tartas, es decir, S_{15}:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n \quad \xrightarrow{\text{de aquí:}} \quad S_{15} = \frac{a_1 + a_{15}}{2}\cdot 15 = \frac{20+90}{2}\cdot 15 = 55\cdot 15 = 825 \quad \rightarrow \quad S_{15} = 825\ cm$$

Por tanto, la mesa ha de medir como mínimo 8,25 metros.

Bonus.– Los términos segundo y quinto de una progresión aritmética son $a_2 = 7$, $a_5 = 16$, con estos datos, halla la siguiente suma: $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \ldots + a_{19} + a_{20}$

Entre los términos 2 y 5 hay tres términos:

7, __, __, 16

Vamos a calcular la diferencia entre ellos:

$$d = \frac{a_5 - a_2}{n+1} = \frac{16-7}{3} = \frac{9}{3} \quad \rightarrow \quad d = 3$$

Conocida d, podemos calcular el primer término:

$$a_2 = a_1 + d \quad \rightarrow \quad a_1 = a_2 - d \quad \rightarrow \quad a_1 = 7 - 3 = 4 \quad \rightarrow \quad a_1 = 4$$

Así que la progresión aritmética es:

4, 7, 10, 13, 16, 19, 22,....

Cuyo término general es:

$$a_n = 3n + 1$$

Pues una forma sencilla de calcular la suma: $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \ldots + a_{19} + a_{20}$, es calculando la suma de los 20 primeros términos y restarle la suma de los 9 primeros términos, así que:

$$a_{10} + a_{11} + a_{12} + \ldots + a_{19} + a_{20} = S_{20} - S_9$$

Para ello necesitamos primero calcular a_9 y a_{20}:

$$a_n = 3n + 1 \quad \rightarrow \quad a_9 = 3 \cdot 9 + 1 = 27 + 1 = 28 \quad \rightarrow \quad a_{20} = 3 \cdot 20 + 1 = 60 + 1 = 61 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a_9 = 28 \\ a_{20} = 61 \end{cases}$$

Y con esto calculamos S_{20} y S_9

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad \xrightarrow{\text{de aquí:}} \quad \begin{cases} S_9 = \dfrac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9 = \dfrac{4+28}{2} \cdot 9 = 16 \cdot 9 = 144 \quad \rightarrow \quad S_9 = 144 \\ S_{20} = \dfrac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \dfrac{4+61}{2} \cdot 20 = 65 \cdot 10 = 650 \quad \rightarrow \quad S_{20} = 650 \end{cases}$$

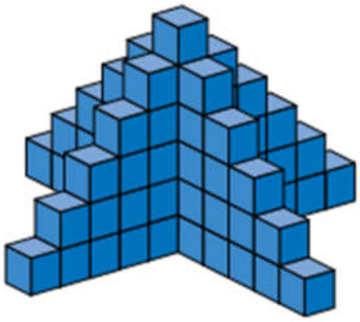
$$S_{20} - S_9 = 650 - 144 = 506$$

Por lo tanto, la suma pedida: $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \ldots + a_{19} + a_{20} = 506$

Departamento de Matemáticas	Nombre:		3º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO C	Control Sucesiones	
	Fecha:	21 de abril de 2026	Simulacro	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.– ¿A **cuál** de las sucesiones de la derecha **corresponde esta torre**? (0,5 puntos)



a) 1, 5, 9, 13, 17, …

b) 170, 120, 70, 20, −30, −80, …

c) 2, 4, 8, 16, 32, 64, …

d) 1, −3, 9, −27, 81, −243, …

e) 1, 1, 2, 3, 5, 8, …

f) 1, 4, 9, 16, 25, 36, …

2.– **Escribe el octavo término** de cada una de estas sucesiones, de las que conocemos sus cuatro primeros términos: (1 punto)

a) $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 8$, $a_4 = 16$

$a_8=$

b) $b_1 = 15$, $b_2 = 9$, $b_3 = 3$, $b_4 = -3$

$b_8=$

3.– Halla el **término general** de las siguientes sucesiones: (1,5 puntos)

$a_n = \{12, 14, 16, 18, ...\}$ $\quad b_n = \{25, 20, 15, 10, ...\}$ $\quad c_n = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{5}{12}, \frac{3}{7}, \frac{7}{16} .....\right\}$

$a_n =$ $\quad b_n =$ $\quad c_n =$

4.– Descubre la **ley de recurrencia** y añade dos nuevos términos a cada una de las siguientes sucesiones: (1 punto)

a) 1, − 4, 5, −9, 14, −23, …

b) 1, 2, 3, 6, 11, 20, …

5.– Halla el **décimo término** de una progresión aritmética en la que el primer término es 5 y la diferencia vale −3. (0,5 puntos)

6.– Halla la **suma** de todos los números **pares menores que cien.** (1 punto)

7.- En un cine, la segunda fila de butacas está a 10 metros de la pantalla y la séptima fila está a 16 metros. ¿En **qué fila** debe sentarse una persona que le guste ver la pantalla a una distancia de **28 metros**? (1 punto)

8.- El precio de la primera entrega de una colección de minerales es de 2 €. En las siguientes entregas el precio irá aumentando 0,05 € en cada una de ellas. Si la colección consta de 100 fascículos, **¿cuánto costará toda la colección?** (1 punto)

9.- **Interpolar** cinco términos entre 1 y 25. (0,5 puntos)

10.- En una progresión aritmética $a_{20}=53$ y $a_{12}=29$, hallar el **primer término** y la **diferencia**. (1 punto)

11.- La suma de los términos segundo, tercero y cuarto de una progresión aritmética es 12, y la suma de sus términos tercero, cuarto y quinto es 21. Halla el primer término y la diferencia. (1 punto)

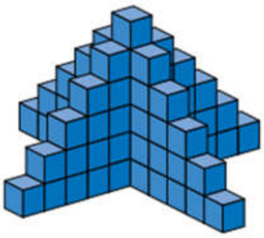
Bonus.- ¿Cuántos términos de la progresión aritmética 4, 8, 12, 16... hay que tomar para que el resultado de su suma sea 220?

Departamento de Matemáticas	Nombre:	S O L U C I O N E S		3º Trimestre
	Curso:	3º ESO C	Control Sucesiones	
	Fecha:	14 de abril de 2026	Simulacro	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.- ¿A cuál de las sucesiones de la derecha corresponde esta torre? (0,5 puntos)

En el primer piso hay 1 cubo, en el segundo 5, en el tercero 9, en el cuarto 13, en el quinto 17, etc, por tanto, se corresponden con la sucesión a)



a) 1, 5, 9, 13, 17, …

b) 170, 120, 70, 20, −30, −80, …

c) 2, 4, 8, 16, 32, 64, …

d) 1, −3, 9, −27, 81, −243, …

e) 1, 1, 2, 3, 5, 8, …

f) 1, 4, 9, 16, 25, 36, …

2.- Escribe el octavo término de cada una de estas sucesiones, de las que conocemos sus cuatro primeros términos: (1 punto)

a) $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 16,$

Para pasar de un término al otro, multiplicamos por 2 el anterior, por tanto:

$a_5=32$, $a_6=64$, $a_7=128$, y $a_8= 256$

b) $b_1 = 15, b_2 = 9, b_3 = 3, b_4 = -3$

Para pasar de un término a otro restamos 6 al anterior, por tanto:

$b_5=-9$, $b_6=-16$, $b_7=-21$, y $b_8= -27$

3.- Halla el término general de las siguientes sucesiones: (1,5 puntos)

$$a_n=\{12,14,16,18,.....\} \qquad b_n=\{25,20,15,10,.....\} \qquad c_n=\left\{0,\frac{1}{4},\frac{1}{3},\frac{3}{8},\frac{2}{5},\frac{5}{12},\frac{3}{7},\frac{7}{16}.....\right\}$$

La dos primeras sucesiones son progresiones aritméticas, pero la tercera no. En ella hay términos que están simplificados. Si la escribimos sin simplificar, podemos ver el comportamiento tanto del numerador como del denominador de manera mucho más sencilla:

$$a_n=2n+10 \qquad b_n=30-5n \qquad c_n=\left\{\frac{0}{2},\frac{1}{4},\frac{2}{6},\frac{3}{8},\frac{4}{10},\frac{5}{12},\frac{6}{14},\frac{7}{16}.....\right\} \rightarrow c_n=\frac{n-1}{2n}$$

4.- Descubre la ley de recurrencia y añade un nuevo término a cada una de las siguientes sucesiones: (1 punto)

a) 1, − 4, 5, −9, 14, −23, … el siguiente es la diferencia el anterior del anterior y del anterior:

$$a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$$

b) 1, 2, 3, 6, 11, 20, … El siguiente término es la suma de los 3 anteriores:

$$a_n = a_{n-3} + a_{n-2} + a_{n-1}$$

5.- Hallar el décimo término de una progresión aritmética en la que el primer término es 5 y la diferencia vale -3. (1 punto)

Sabemos que, en una progresión aritmética, el término general viene dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

el décimo término será:

$$a_{10} = a_1 + (10-1) \cdot d \quad \rightarrow \quad a_{10} = a_1 + 9 \cdot d$$

Y sustituyendo a_1 por 5 y d por -3, llegamos a:

$$a_{10} = 5 - 9 \cdot 3 = 5 - 27 = -22$$

Por tanto, el décimo término es: $a_{10}=-22$

6.- Halla la suma de todos los números pares menores que cien. (0,5 puntos)

La sucesión de los números pares menores que 100 es {2, 4, 6, 8, 10, 12, ... ,94, 96, 98} cuyo término general es $a_n=2n$.

Como nos piden la suma de los pares menores de 100, tenemos que saber en qué posición está el ultimo par, es decir, el n° 98, y para ello nos ayudamos del término general:

$$98 = 2n \quad \rightarrow \quad n = \frac{98}{2} \quad \rightarrow \quad n = 49$$

Por tanto, tenemos que calcular la suma de los 49 primeros números pares, y para ello usaremos la fórmula de los n primeros números de una progresión aritmética:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad \xrightarrow{\text{de aquí:}} \quad S_{49} = \frac{a_1 + a_{49}}{2} \cdot 49 = \frac{2+98}{2} \cdot 49 = \frac{100}{2} \cdot 49 = 50 \cdot 49 = 2.450$$

Por tanto, la suma de todos los números pares menores que cien es 2.450.

7.- En un cine, la segunda fila de butacas está a 10 metros de la pantalla y la séptima fila está a 16 metros. ¿En qué fila debe sentarse una persona que le guste ver la pantalla a una distancia de 28 metros? (1 punto)

En realidad, nos están diciendo que: $\begin{cases} a_2 = 10 \\ a_7 = 16 \end{cases}$, por tanto, como la distancia entre filas es siempre la misma, se trata de una progresión aritmética.

Con estos datos podemos plantear un sistema de ecuaciones con el que vamos a calcular el primer término, la diferencia y con ellos el término general:

$$\begin{cases} a_2 = 10 \\ a_7 = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_2 = a_1 + d \\ a_7 = a_1 + 6d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + d = 10 \\ a_1 + 6d = 16 \end{cases} \xrightarrow{\text{Si restamos a la segunda ecuación la primera, llegamos a:}} 5d = 6 \xrightarrow{\text{de donde:}} d = \frac{6}{5}$$

De la primera ecuación, podemos calcular a_1:

$$a_1 + d = 10 \quad \rightarrow \quad a_1 = 10 - d \quad \rightarrow \quad a_1 = 10 - 1{,}2 \quad \rightarrow \quad a_1 = 8{,}8$$

Conocidos a_1 y d, podemos escribir el término general:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \quad \rightarrow \quad a_n = 8{,}8 + (n-1)\cdot 1{,}2 \quad \rightarrow \quad a_n = 8{,}8 + 1{,}2n - 1{,}2 \quad \rightarrow \quad a_n = 7{,}6 + 1{,}2n$$

Conocido el término general, bastaría con calcular que término es igual a 28 (que fila del cine está a 28 metros de la pantalla):

$$a_n = 7{,}6 + 1{,}2n = 28 \quad \rightarrow \quad 7{,}6 + 1{,}2n = 28 \quad \rightarrow \quad 1{,}2n = 28 - 7{,}6 \quad \rightarrow \quad 1{,}2n = 20{,}4$$

Y despejando n:

$$1{,}2n = 20{,}4 \quad \rightarrow \quad n = \frac{20{,}4}{1{,}2} \quad \rightarrow \quad n = 17$$

Por tanto, la fila que está a 28 metros de la pantalla es la fila 17.

8.- El precio de la primera entrega de una colección de minerales es de 2 €. En las siguientes entregas el precio irá aumentando 0,05 € en cada una de ellas. Si la colección consta de 100 fascículos, ¿cuánto costará toda la colección? (1 punto)

Se trata de un problema de progresiones aritméticas en el que el primer término es a_1=2 y la diferencia es d=0,05 y en el que nos piden que calculemos la suma de los 100 primeros términos.

Así que como para calcular la suma de los 100 primeros términos de una progresión aritmética, necesitamos el primero a_1 y el último, a_{100}, empezamos por escribir el término general a_n:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \quad \rightarrow \quad a_n = 2 + (n-1)\cdot 0{,}05 = 0{,}05n + 1{,}95 \quad \rightarrow \quad a_n = 0{,}05n + 1{,}95$$

Calculamos el término 100:

$$a_n = 0{,}05n + 1{,}95 \quad \rightarrow \quad a_{100} = 0{,}05\cdot 100 + 1{,}95 = 5 + 1{,}95 = 6{,}95$$

Y con esto, ya podemos calcular la suma de los 100 términos:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n \quad \rightarrow \quad S_{100} = \frac{a_1 + a_{100}}{2}\cdot 100 \quad \rightarrow \quad S_{100} = \frac{2 + 6{,}95}{2}\cdot 100 = 8{,}95\cdot 50 \quad \rightarrow \quad S_{100} = 447{,}50$$

Por tanto, toda la colección costará 447,50 €

9.- Interpolar cinco términos entre 1 y 25. (0,5 puntos)

Tenemos que colocar 5 términos entre 1 y 25 para que todos ellos formen una progresión aritmética.

1, __, __, __, __, __, 25

Vamos a calcular la diferencia entre ellos:

$$d = \frac{a_7 - a_1}{n+1} = \frac{25-1}{6} = \frac{24}{6} = 4 \quad \rightarrow \quad d = 4$$

Con esto ya podemos calcular los términos que nos piden:

1, 5, 9, 13, 17, 21, 25

10.– En una progresión aritmética a_{20}=53 y a_{12}=29, hallar el primer término y la diferencia. (1 punto)

Para resolver este ejercicio plantearemos un sistema de ecuaciones con a_{20} y a_{12}:

$$\begin{cases} a_{20}=53 \\ a_{12}=29 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_{20}=a_1+19d \\ a_{12}=a_1+11d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 53=a_1+19d \\ 29=a_1+11d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1+19d=53 \\ a_1+11d=29 \end{cases}$$

Por el método de reducción y restando la primera menos la segunda:

$$8d=24 \quad \rightarrow \quad d=\frac{24}{8} \quad \rightarrow \quad d=6$$

Conocida la diferencia, podemos calcular a_1:

$$a_1+11d=29 \quad \rightarrow \quad a_1=29-11d=29-11\cdot 6=29-66=-37$$

Por tanto, a_1=–37 y la diferencia d=6.

11.– La suma de los términos segundo, tercero y cuarto de una progresión aritmética es 12, y la suma de sus términos tercero, cuarto y quinto es 21. Halla el primer término y la diferencia. (1 punto)

Con los datos del enunciado podemos plantear un sistema sabiendo que son términos de una progresión aritmética:

$$\begin{cases} a_2+a_3+a_4=12 \\ a_3+a_4+a_5=21 \end{cases}$$

Como son términos de una progresión aritmética, podemos escribir:

$$\begin{aligned} a_2&=a_1+d \\ a_3&=a_2+d=a_1+d+d=a_1+2d \\ a_4&=a_3+d=a_2+d+d=a_1+d+d+d=a_1+3d \\ a_5&=a_4+d=\ldots\ldots\ldots\ldots=a_1+4d \end{aligned}$$

Y con esto, y sustituyendo en el sistema llegamos a:

$$\begin{cases} a_2+a_3+a_4=12 \\ a_3+a_4+a_5=21 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1+d+a_1+2d+a_1+3d=12 \\ a_1+2d+a_1+3d+a_1+4d=21 \end{cases} \xrightarrow{\text{agrupando:}} \begin{cases} 3a_1+6d=12 \\ 3a_1+9d=21 \end{cases} \xrightarrow{\text{simplificando:}} \begin{cases} a_1+2d=4 \\ a_1+3d=7 \end{cases}$$

Por el método de reducción y restando la segunda menos la primera: $d=3$

Conocida la diferencia, podemos calcular a_1:

$$a_1+2d=4 \quad \rightarrow \quad a_1+2\cdot 3=4 \quad \rightarrow \quad a_1+6=4 \quad \rightarrow \quad a_1=4-6 \quad \rightarrow \quad a_1=-2$$

Por tanto, el primer término es –2 y la diferencia 3.

Bonus.– ¿Cuántos términos de la progresión aritmética 4, 8, 12, 16... hay que tomar para que el resultado de su suma sea 220?

La progresión es: $\{a_n\}=\{4,8,12,16,.....\}$, cuyo término general es: $a_n=4n$, y nos piden calcular el n que hace que S_n=220.

Para ello utilizaremos la expresión de la suma de los n primeros términos de una progresión aritmética:

$$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$$

Si sustituimos a_1 por 4 y a_n por 4n, llegamos a:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad \rightarrow \quad S_n = \frac{4+4n}{2} \cdot n \quad \rightarrow \quad 220 = \frac{4+4n}{2} \cdot n \quad \rightarrow \quad 440 = (4+4n) \cdot n$$

Una ecuación de segundo grado en n:

$$440 = 4n + 4n^2 \quad \rightarrow \quad 4n^2 + 4n - 440 = 0 \quad \xrightarrow{\text{simplificando}} \quad n^2 + n - 110 = 0$$

Cuya solución viene dada por:

$$n^2 + n - 110 = 0 \quad \rightarrow \quad (n+11) \cdot (n-10) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} n - 10 = 0 & \rightarrow \quad n = 10 \\ n + 11 = 0 & \rightarrow \quad \cancel{n = -11} \end{cases}$$

Desechamos la solución negativa.

Así que, hay que tomar 10 términos de la P.A. para que el resultado de su suma sea 220.