Unidad Didáctica 12

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

2º ESO

En esta unidad vas a:

1. **Recoger, organizar y representar datos procedentes de situaciones cercanas.**
2. **Interpretar y analizar información estadística.**
3. **Calcular e interpretar medidas estadísticas básicas.**
4. **Conocer los parámetros estadísticos básicos.**
5. **Realizar gráficos estadísticos.**
6. **Resolver problemas reales de estadística.**

SUMARIO

12.0.- Lectura comprensiva

En pleno corazón de **Marrakech**, donde el aire huele a azahar y especias, se extendía el famoso **Zoco de los Números**, un rincón cercano a la plaza **Jemaa el-Fna**, donde los comerciantes no discutían de precios, sino de datos.

El maestro del lugar era Hassan al-Mudabbir, un anciano meticuloso que aseguraba poder predecir el flujo de turistas con la misma precisión con la que otros adivinan el clima… es decir, con suerte variable.

Cada tarde, Hassan tomaba asiento bajo un dosel bordado y abría su cuaderno de tapas de cuero. Había registrado durante veinte años cuántas personas entraban al zoco cada hora. Según él, la clave del negocio estaba en "entender el promedio, pero respetar a las excepciones", frase que repetía como si fuera un proverbio antiguo (y quizá lo era, aunque su sobrino insistía en que se lo había inventado).

Un día llegó Layla, una joven ceutí estudiante de estadística que viajaba por el Magreb investigando cómo se utilizaban los datos en la vida cotidiana. Al acercarse, observó que Hassan dibujaba una curva de lo que parecía ser una distribución normal, adornada con pequeñas anotaciones en árabe clásico.

—¿De verdad la gente pasa por aquí siguiendo esa curva? —preguntó Layla, arqueando una ceja.

—Claro que sí —respondió Hassan—. Cuando aumenta el calor, disminuye la afluencia; cuando hay festividades, sube. La curva respeta la vida del zoco.

Layla revisó los datos con rapidez.

—Tu promedio está bien calculado, pero… —pausó para no sonar brusca— tienes unos valores extremos enormes durante el Festival de la Rosa. Eso sesga todo.

Hassan sonrió.

—Por eso siempre preparo té extra ese día. La estadística describe el mundo; no lo domestica.

Ambos terminaron la tarde compartiendo un té a la menta. Layla descubrió que incluso en un bazar antiguo, entre alfombras y lámparas de latón, los números tenían un hogar. Y Hassan, satisfecho, comprobó que hasta la estadística puede ser un puente entre pueblos y generaciones.

Lee nuevamente el texto anterior y contesta el siguiente cuestionario:

a) ¿Quién era Hassan al-Mudabbir y cuál era su relación con los datos?
b) ¿Qué tipo de información registraba Hassan durante veinte años?
c) ¿Cuál fue la crítica principal que Layla hizo al promedio calculado por Hassan?
d) ¿Por qué el Festival de la Rosa generaba valores extremos ("outliers")?
e) Explica la frase de Hassan: "La estadística describe el mundo; no lo domestica".
f) ¿Qué elementos culturales árabes aparecen en la historia?
g) ¿Qué actitud muestra Layla hacia los datos de Hassan y qué aprende ella al final?

12.1.- Introducción

En la actualidad, es común ver en diversos medios de comunicación (revistas, periódicos, televisión, redes sociales...) algunos gráficos que describen el comportamiento de ciertos fenómenos de la vida real, basados en datos estadísticos y que transmiten un mensaje a las personas, puesto que la comunicación a través de los gráficos estadísticos constituye una manera eficaz para hacer que la información relacionada con un fenómeno o suceso que ocurre en la realidad llegue al individuo. No obstante, algunas veces esa información no es comprendida adecuadamente por el sujeto, quizás porque no posee las competencias y habilidades necesarias para reconocerla.

Es un objetivo de la educación estadística enseñar a los estudiantes a analizar o abordar fenómenos usando esta materia. Esto significa que los estudiantes deben tener la capacidad de llevar a cabo una investigación con datos extraídos de su realidad, plantear las preguntas de investigación o hipótesis, diseñar encuestas, resumir datos, analizar datos y deducir conclusiones sin olvidar los conocimientos que deben tener en relación a la estadística.

Estadística es la ciencia que se ocupa de la recogida de datos, su organización y análisis, así como de las predicciones que, a partir de estos datos, pueden hacerse. Es decir, permite el tratamiento sistemático de datos, la búsqueda de las conclusiones de los mismos y la toma de decisiones tras su análisis.

Existen dos clases de Estadística, según el problema que se estudie y el método utilizado:

<u>- Estadística Descriptiva:</u>

Se ocupa de tomar los datos de un conjunto, organizarlos en tablas o en representaciones gráficas y del cálculo de unos números que nos informen de manera global del conjunto estudiado. (Nos centraremos en ésta)

<u>- Estadística Inferencial:</u>

Trata sobre la elaboración de conclusiones para la población, partiendo de los resultados de una muestra y del grado de fiabilidad de estas conclusiones. (La estudiaremos en bachillerato)

12.2.- Conceptos Básicos

El vocabulario específico que aparece en cualquier estudio estadístico es:

- **Población:** Es el conjunto formado por todos los elementos que existen para el estudio de un determinado fenómeno.
- **Individuo u objeto:** Es cada uno de los elementos de la población.
- **Muestra:** Es el subconjunto extraído de la población ya sea por necesidad o por obligación, cuyo estudio sirve ara inferir características de toda la población.
- **Tamaño de la muestra (N):** Es el número de individuos que componen la muestra (en algunos casos coincide con el de la población)

12.2.1.- Variables estadísticas

Como ya hemos dicho, **estadística** es la ciencia que se ocupa de recoger y ordenar datos referidos a diversos fenómenos y posteriormente analizarlos e interpretarlos.

Una variable estadística es cada una de las cualidades o propiedades que permiten clasificar a los individuos de una población (objeto de estudio estadístico).

Las clases de variables estadísticas que aparecen en cualquier estudio estadístico son:

- **Variables cualitativas:** Aquellas que no se pueden medir y se describen con palabras. Por ejemplo: Raza de un perro, Estado civil de una persona, color favorito….
- **Variables cuantitativas:** Aquellas que se pueden medir y expresar con números. A su vez, las variables cuantitativas pueden ser:
  - ✓ Discretas: Aquellas que pueden tomar solamente un número finito de valores numéricos aislados (generalmente números enteros). Por ejemplo: número de hermanos, Número de asignaturas aprobadas, Frutos de un árbol, llamadas recibidas, etc.
  - ✓ Continuas: Aquellas que pueden tomar cualquier valor en un intervalo dado (normalmente números decimales). Por ejemplo: Estatura de los alumnos, el peso de cada una de los frutos de un árbol, tiempo en resolver un problema, número de teléfono….

Piensa y practica				
1.- Clasifica las siguientes variables estadísticas: Sol: C, C, C,				
Marca de un móvil	Color de ojos	nº de Hermanos	Estatura	Edad
2.- Escribe otras tres variables cualitativas, 3 cuantitativas continuas y 3 cuantitativas discretas.				

Cuando se realiza un estudio estadístico, todos los conceptos de los que hemos hablado se suelen reflejar en lo que se llama **ficha técnica** o tabla.

12.3.- Tablas Estadísticas

Una vez recogidos los datos, mediante encuestas, por ejemplo, se suelen ordenar, y la forma usual de hacerlo es realizando un recuento y posteriormente formar una tabla con distintas columnas.

12.3.1.- Primera Columna, x_i

Está formada por los distintos valores que puede tomar la variable estadística (ordenados de menor a mayor si se trata de una variable cuantitativa). Si la variable a estudio es cuantitativa continua, o discreta, pero con muchos valores distintos, los datos deben agruparse en clases o intervalos.

Los valores de la variable se suelen representar por $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

12.3.2.- Segunda Columna, f_i

Se sitúan en ella las frecuencias absolutas: f_i, que es el número total de veces que aparece el valor x_i de la variable estadística, o el número de valores de la variable que hay en un determinado intervalo.

La suma de todas las frecuencias absolutas es el tamaño de la muestra o población a estudio (N), es decir:

$$f_1 + f_2 + f_3 + \ldots\ldots\ldots + f_n = \sum_{i=1}^{n} f_i = N$$

Ejemplo

1.- Las edades de los 22 componentes de un coro juvenil son:

12, 13, 13, 16, 14, 14, 12, 13, 14, 15, 14, 12, 13, 14, 13, 12, 13, 15, 14, 14, 15, 16.

Efectúa el recuento y forma una tabla estadística con los datos y las frecuencias absolutas.

Edad de los alumnos (x_i)	Frecuencia (f_i)
12	4
13	6
14	7
15	2
16	2

Si sumamos todas las frecuencias, nos tiene que dar el tamaño de la muestra N. N=22

12.3.3.- Tercera Columna, F_i

En ella se colocan las frecuencias absolutas acumuladas: F_i que son las sumas de todas las frecuencias absolutas correspondientes a los valores anteriores a x_i y la suya propia.

$$F_i = f_1 + f_2 + f_3 + ... + f_i$$

12.3.4.- Cuarta Columna, h_i

La colocamos cuando nos interesa saber cuál es la **proporción del número de individuos** con un valor determinado respecto al total. Para ello calculamos la frecuencia relativa o proporción: hi que es el cociente que resulta de dividir su frecuencia absoluta (f_i) entre el número total, N, de individuos.

$$h_i = \frac{f_i}{N} \quad \text{y además siempre cumple que: } 0 \le h_i \le 1$$

La suma de todas las frecuencias relativas es la unidad.

$$h_1 + h_2 + h_3 + ... + h_n = \sum_{i=1}^{n} h_i = 1$$

12.3.5.- Quinta Columna, H_i

En ella se colocan las frecuencias relativas acumuladas: H_i que son las sumas de todas las frecuencias relativas correspondientes a los valores anteriores a x_i y la suya propia.

$$H_i = h_1 + h_2 + h_3 + ... + h_i$$

Ejemplo

2.- A un grupo de alumnos de 3° de ESO se le ha preguntado la edad y se han obtenido los siguientes datos:

14, 15, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 14, 13, 15, 13, 14, 15, 16, 14, 15, 13, 13, 15

Represéntalos en una tabla.

Edad de los alumnos	Frecuencia absoluta	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa acumulada
x_i	f_i	F_i	h_i	H_i
13	6	6	6/20 = 0,3	0,3
14	5	11	5/20 = 0,25	0,55
15	7	18	7/20 = 0,35	0,9
16	2	20	2/20 = 0,1	1

Si sumamos todas las frecuencias, nos tiene que dar el tamaño de la muestra N. N=20

La frecuencia relativa es siempre menor que 1 y la acumulada tienen un valor máximo de 1.

Piensa y practica
3.- El número de calzado de los alumnos de la clase es:
38 37 39 40 42 39 38 37 39 40 42 38 41 38 37 40 38 39 37 36 41 39 40 38
Forma una tabla de datos con las 5 columnas vistas con anterioridad y los totales.

12.3.6.- Sexta Columna, P_i

Se calculan los porcentajes, que es el tanto por ciento que representa el valor xi respecto del total. Se calcula multiplicando la frecuencia relativa hi por 100 (o mediante una regla de tres):

$$p_i = h_i \cdot 100$$

Siempre cumple que: $0 \leq p_i \leq 100$ y que la suma de todos los porcentajes es 100

12.4.- Parámetros Estadísticos

La información recogida en una tabla o gráfica estadística suele resumirse en unos pocos valores que nos informan del comportamiento de todos los individuos del colectivo estudiado. Estos valores, representativos de todos los de una distribución, se llaman parámetros o medidas de centralización. Estos parámetros tienden a situarse hacia el centro del conjunto de datos ordenados.

12.4.1.- La media aritmética:

La media aritmética o **media**, $\overline{x}$, es el más conocido e intuitivo, siendo su objeto localizar alrededor de qué punto se sitúan todas las observaciones. Se calcula sumando todas las medidas y dividiendo dicho resultado entre el número de medidas. Su cálculo es bien sencillo:

$$\overline{x} = \frac{\text{Suma de todas las medidas}}{\text{Total de medidas}} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{N}$$

Ejemplo

3.- La altura, en cm, de 20 alumnos de 2° de ESO es:

160, 168, 164, 170, 162, 166, 172, 168, 164, 162, 160, 168, 170, 160, 162, 164, 160, 170, 160, 168

¿Cuál es la altura media del grupo?

$$\overline{x} = \frac{\text{suma de todas las medidas}}{N} =$$

$$= \frac{160+168+164+170+162+166+172+168+164+162+160+168+170+160+162+164+160+170+160+168}{20} = 164,9\ cm$$

Piensa y practica
4.- Calcula la media en la serie estadística 2, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 12.
5.- La altura, en cm, de 24 alumnos de ESO es:
160 168 164 170 162 166 172 168 164 162 160 168 170 160 162 164 160 170 160 164 168 162 160 160
¿Cuál es la altura media del grupo?
6.- Las temperaturas, en °C, registradas durante el mes de septiembre en Ceuta han sido:
18, 19, 22, 16, 21, 20, 19, 18, 17, 22, 21, 23, 25, 19, 20, 22, 21, 20, 24, 23, 21, 19, 23, 19, 18, 19, 20, 21, 19, 17
Halla la temperatura media del mes.

Para facilitar el cálculo de la media aritmética se suele añadir otra columna más a la tabla estadística en la que se multiplican la primera y la segunda columna. La **columna $x_i \cdot f_i$.**

Ejemplo

4.- En una granja se han pesado 25 huevos, obteniendo los siguientes pesos expresados en gramos:

60, 65, 68, 70, 65, 62, 60, 66, 68, 70, 69, 62, 66 62, 66, 69, 70, 68, 65, 60, 62, 65, 70, 70, 62

Efectúa el recuento y forma una tabla estadística con todas las columnas estudiadas y calcula la media.

Si agrupamos todos los datos en una tabla estadística:

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	P_i	$x_i \cdot f_i$
60	3	3	0,12	0,12	12 %	180
62	5	8	0,20	0,32	20 %	310
65	4	12	0,16	0,48	12 %	260
66	3	15	0,12	0,60	12 %	198
68	3	18	0,12	0,72	12 %	204
69	2	20	0,08	0,80	8 %	138
70	5	25	0,20	1	20 %	350
Total:	N=25				100	$\sum x_i \cdot f_i = 1640$

La media aritmética será: $\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{1640}{25} = 65,6$

Por tanto, la media aritmética es: $\bar{x} = 65,6$

12.4.2.- La mediana: Me

La Mediana, Me, como la media, es un parámetro de localización, siendo su objeto resumir en una sola cantidad los valores muestrales. Se define como el valor numérico que queda en el centro cuando se ordena toda la muestra. (Medida central).

Ejemplo

5.- Las urgencias atendidas en las 7 primeras horas del día en el centro de salud El Tarajal son: 1, 5, 3, 6, 4, 5, 3. Calcula la mediana.

Si ordenamos todas las frecuencias de menor a mayor: 1-3-3-4-5-5-6

La mediana será la medida que queda en el centro: 4.

Así que, la mediana Me= 4.

Cálculo de la mediana:

1. Ordenamos los datos de menor a mayor.
2. Si la serie tiene un número impar de medidas la mediana es la puntuación central de la misma.

   2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6 $\qquad Me = 5$

3. Si la serie tiene un número par de puntuaciones la mediana es la media entre las dos puntuaciones centrales.

   7, 8, 9, 10, 11, 12 $\qquad Me = \frac{9+10}{2} = 9,5$

12.4.3.- La moda: Mo

La Moda, Mo, es el dato que tiene mayor frecuencia absoluta, es decir el que más se repite. Podría ocurrir que hubiera varias modas, porque hubiera datos que se repiten lo mismo.

Se puede hallar la moda para variables cualitativas y cuantitativas.

Ejemplo

6.- Hallar la moda de la distribución: 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5

El dato que mayor se repite es el 4, que se repite tres veces.

Así que, la moda Mo= 4.

Si en un grupo hay dos o varias puntuaciones con la misma frecuencia y esa frecuencia es la máxima, la distribución es bimodal o multimodal, es decir, tiene varias modas.

Ejemplo

7.- Hallar la moda de la distribución: 1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9

Los datos que más se repiten son el 1, el 5 y el 9 que se repiten tres veces.

Así que la distribución es multimodal, de moda Mo= 1, 5, 9.

Cuando todas las puntuaciones de un grupo tienen la misma frecuencia, **no hay moda.**

Ejemplo

8.- Hallar la moda de la distribución: 2, 2, 3, 3, 6, 6, 9, 9

Como todos los datos se repiten 2 veces, la distribución no tiene moda.

Por tanto, no ha moda.

12.4.4.- El Rango: R

El rango, R, o recorrido de una variable estadística, es la diferencia numérica entre el valor máximo y el valor mínimo de un conjunto de datos.
Para calcularlo, se localizan los valores extremos a y b y se halla su diferencia (recorrido) R = b – a

Ejemplo

9.- Hallar el rango de la distribución: 1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9

Los datos extremos son 1 y 9, por tanto, R=9–1=8.

Así que el rango R=8.

Con todo esto, un ejercicio típico de examen podría ser:

Ejemplo

10.- Lanzamos un dado 35 veces y obtenemos los siguientes resultados:

5 4 3 2 4 1 5 6 6 4 1 1 2 2 3 5 6 5 1 4 3 6 3 1 3 2 6 3 2 1 4 6 5 1 5

Efectúa el recuento y forma una tabla estadística con los datos, y calcula la media, la moda, la mediana y el recorrido de estos datos.

Los datos representados en una tabla quedarían:

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	P_i	$x_i \cdot f_i$
1	7	7	0,200	0,200	20 %	7
2	5	12	0,143	0,343	14,3 %	10
3	6	18	0,171	0,514	17,1 %	18
4	5	23	0,143	0,657	14,3 %	20
5	6	29	0,171	0,828	17,1 %	30
6	6	35	0,171	1	17,1 %	36
Total:	N=35				100 %	$\sum x_i \cdot f_i = 121$

La moda es el que más se repite, **Mo=1**, la mediana es el dato en la posición central, si los datos son 35, la posición central es el dato que está en 35:2=17,5, que se corresponde con el e, por tanto, la mediana es **Me=3**, el rango es R=6–1=5, **R=5** y la media aritmética es $\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{121}{35} = 3,46$

Piensa y practica

7.- Las edades de los 20 componentes de un coro juvenil son:
12, 13, 13, 16, 14, 14, 12, 13, 14, 15, 14, 12, 13, 14, 13, 12, 13, 15, 14, 14
Efectúa el recuento y forma una tabla estadística, además, calcula el recorrido, la moda, la media y la mediana.

12.5.- Gráficos Estadísticos

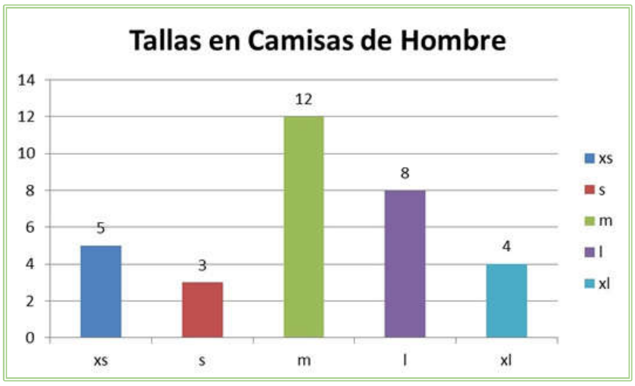
Los gráficos estadísticos son herramientas visuales que representan datos numéricos o cualitativos para facilitar su comprensión, análisis e interpretación, destacando tendencias y comparaciones. Permiten convertir conjuntos de datos complejos en información clara y precisa, siendo los más comunes los diagramas de barras, sectores, líneas e histogramas.

12.5.1.- Gráfico de Barras

El gráfico de barras, como su nombre lo indica, está constituido por barras rectangulares de igual ancho, conservando la misma distancia de separación entre sí. Se utiliza básicamente para mostrar y comparar frecuencias de variables cuantitativas o comportamientos en el tiempo, cuando el número de ítems es reducido.

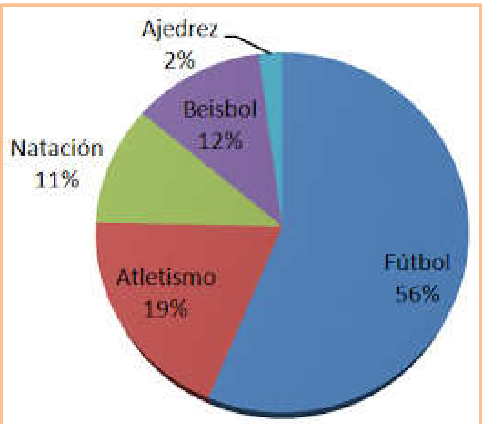
Para elaborarlo deberíamos:

- ✓ Utilizar un sistema de coordenadas rectangulares y se llevan al eje horizontal "x" los valores que toma la variable en estudio y en el eje vertical "y" se colocan las frecuencias absolutas de cada barra.
- ✓ Luego se construyen los rectángulos, tomando como base al eje de las abscisas, cuya altura será igual a cada una de las diferentes frecuencias que presentan las variables en estudio.
- ✓ La magnitud con que viene expresada la variable se observa en la longitud de las barras (rectángulos). Es importante destacar que solamente la longitud de las barras y no su anchura es lo que denota la diferencia de magnitud entre los valores de la variable.



- ✓ Todas las barras tienen que tener una anchura igual, separadas entre sí, preferiblemente por una longitud igual a la mitad del ancho de estas o distancias iguales entre barras.

12.5.2.- Gráfico de Sectores Circulares



Usualmente llamado gráfico de torta, debido a su forma característica de una circunferencia dividida en sectores, por medio de radios que dan la sensación de un pastel cortado en porciones.

Se usa para representar variables cualitativas en porcentajes o cifras absolutas cuando el número de ítems no es superior a 5 y se quiere resaltar uno de ellos.

En el ejemplo de la izquierda podemos observar el gráfico de sectores en el que aparecen los datos de los deportes preferidos de los españoles en 2023.

12.5.3.- Polígono de Frecuencias

Un polígono de frecuencias es un gráfico lineal utilizado en estadística para representar la distribución de frecuencias, construido uniendo los puntos medios de las cimas de los rectángulos de un diagrama de barras.

Se elabora a partir del diagrama de barras de variables cuantitativas. Formamos un diagrama de barras, unimos los extremos superiores de las barras y obtenemos una línea poligonal llamada polígono de frecuencias.

Ejemplo

11.- En 2.º ESO el tipo de refresco preferido por sus alumnos es:

Tipo de Refresco	COLA	NARANJA	PIÑA	LIMÓN	MANZANA
Frecuencia	10	4	3	6	2

Realiza el polígono de frecuencias correspondiente.

Piensa y practica

8.- En una tienda de informática, las ventas de ordenadores de la semana vienen reflejadas por la siguiente tabla:

Día	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO
F	5	15	10	20	25	30

Representa los datos mediante un polígono de frecuencias. ¿Qué puedes comentar del gráfico?

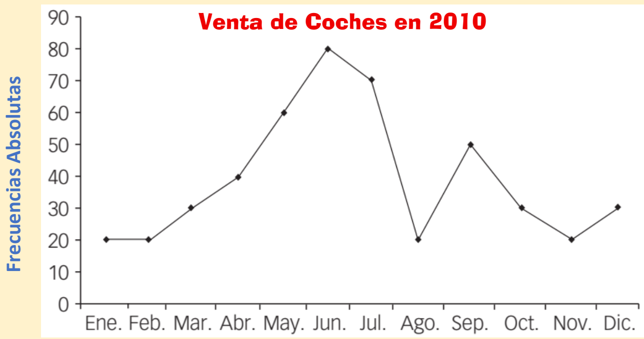
12.5.4.- Gráfico de líneas

Si eliminamos las barras del polígono de frecuencias, obtenemos un **gráfico de líneas**, en el que se resaltan las frecuencias con un punto grueso.

Ejemplo

12.- Las ventas de un concesionario de coches a lo largo del año 2010 vienen indicadas por la siguiente tabla. Vamos a representarlas mediante un gráfico de líneas:

ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
20	12	30	40	60	80	70	20	50	30	20	30



Piensa y practica

9.- Carmen y Eva han anotado las temperaturas medias, en °C, registradas en el colegio durante todo el curso escolar y las han anotado en una tabla. Realiza un gráfico de línea correspondiente a estos datos.

SEP	OCT	NOV	DIC	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN
20	12	30	40	60	80	70	20	50	30

Ejemplo

13.- En una granja se han pesado 25 huevos, obteniendo los siguientes pesos expresados en gramos:

60, 65, 68, 70, 65, 62, 60, 66, 68, 70, 69, 62, 66 62, 66, 69, 70, 68, 65, 60, 62, 65, 70, 70, 62

Efectúa el recuento y forma una tabla estadística con los datos, y calcula la media, la moda, la mediana y el recorrido de estos datos. Además, representa los datos en un diagrama de barras.

Si agrupamos todos los datos en una tabla estadística:

x_i	f_i	F_i	h_i	H_i	P_i	$x_i \cdot f_i$
60	3	3	0,12	0,12	12 %	180
62	5	8	0,20	0,32	20 %	310
65	4	12	0,16	0,48	12 %	260
66	3	15	0,12	0,60	12 %	198
68	3	18	0,12	0,72	12 %	204
69	2	20	0,08	0,80	8 %	138
70	5	25	0,20	1	20 %	350
Total:	N=25				100	$\sum x_i \cdot f_i = 1640$

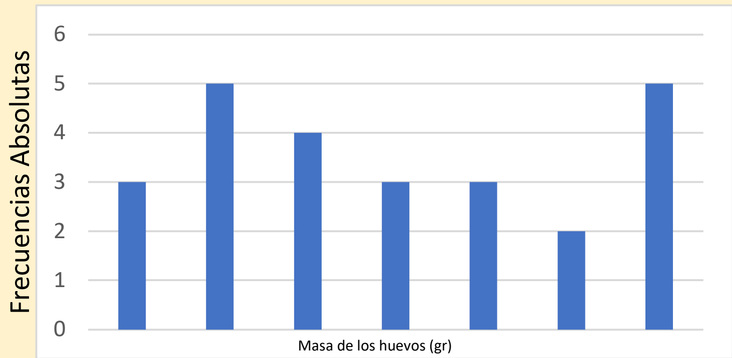
La media aritmética será: $\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{1640}{25} = 65{,}6$

La Moda es el valor que más se repite que son el 62 y el 70, por tanto, se trata de una distribución bimodal de moda **Mo=62 y 70**

La Mediana es el valor central, que está en la posición 25:2=12,5 por tanto, **Me=66.**

El Rango es la diferencia entre los valores más alto y más bajo, R=70 – 60 = 10, por tanto, **R=10.**

El diagrama de barras quedaría de la forma:



12.6.- Experimentos Aleatorios

Un experimento se llama aleatorio cuando se conocen todos los posibles resultados del mismo, pero no puede predecirse cuál de ellos se producirá en una experiencia correcta. Son ejemplos de experimentos aleatorios: lanzar una moneda al aire, extraer un naipe de la baraja, lanzar un dado, etc.

En un experimento Aleatorio: **"Sabemos lo que puede ocurrir, pero no lo que va a ocurrir."**

12.7.- Espacio Muestral

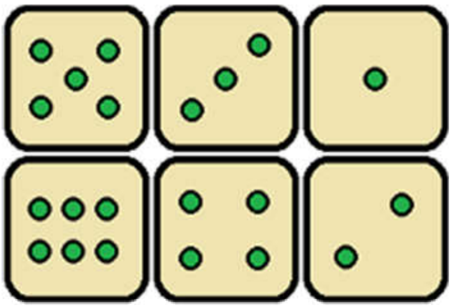
El espacio muestral es el conjunto de todos los resultados que se pueden obtener en un experimento aleatorio.

Si lanzamos una moneda al aire, caben dos posibilidades C y +.

El espacio muestral es E = {C,+}.

Al lanzar un dado caben seis posibilidades, 1,2,3,4,5 y 6, por tanto,

El espacio muestral es E = {1,2,3,4,5,6}



12.8.- Sucesos

Se llama suceso a cualquier subconjunto del espacio muestral E. Los sucesos se simbolizan por las letras A, B, C….

Si E es un conjunto con n elementos hay 2^n posibles sucesos.

12.8.1.- Tipos de Sucesos

- Sucesos Elementales: Formados por un solo elemento del experimento, por ejemplo, al lanzar una moneda, sucesos elementales son:

  Suceso A: Obtener cara, A{C},

  Suceso B: Obtener cruz, B{+}.

- Suceso Compuesto: Es un suceso formado por varios sucesos elementales. Por ejemplo, al lanzar un dado, un suceso compuesto sería:

  Suceso A: Obtener menos de 4, A{1,2,3}.

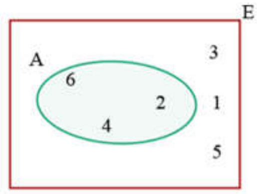
- Suceso Seguro: Es el suceso que siempre ocurre, está formado por todos los sucesos elementales. Coincide con el espacio muestral. Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado, un suceso seguro sería:

  Suceso Seguro: Obtener menos de 7, A{1,2,3,4,5,6} = E.

- Suceso Imposible: Es el suceso que nunca ocurre, se representa por ϕ. (Conjunto Vacío). Por ejemplo, al lanzar un dado un suceso imposible sería obtener más de 6.

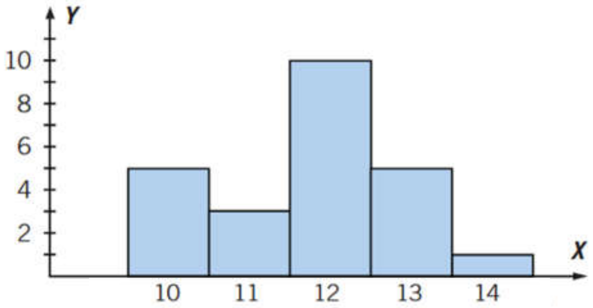
  Suceso Imposible: Obtener más de 6:

- Suceso contrario u opuesto de A: Es el que se verifica para todos los resultados que no verifican A. Se simboliza por $\overline{A}$ ó por A^c. Por ejemplo, al lanzar un dado, el suceso contrario de obtener número par A{2,4,6} es obtener número impar A^c{1,3,5}.



10.6.- Ejercicios Resueltos

2.- A partir del siguiente gráfico determina la tabla de frecuencias y halla la media, mediana y moda de los datos. (2 puntos)



x_i	f_i	h_i	$x_i \cdot f_i$
10	5	0,208	50
11	3	0,125	33
12	10	0,417	120
13	5	0,208	65
14	1	0,042	14
Total:	N=24		$\sum x_i \cdot f_i = 282$

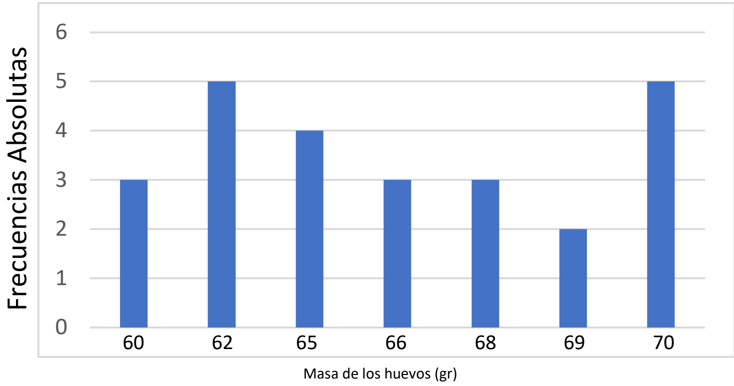
- Moda = Mo = 12
- Mediana = Me = 12
- Media = $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{282}{24} = 11{,}75$

4.- En una granja se han pesado 25 huevos, obteniendo los siguientes pesos expresados en gramos:

60, 65, 68, 70, 65, 62, 60, 66, 68, 70, 69, 62, 66 62, 66, 69, 70, 68, 65, 60, 62, 65, 70, 70, 62

Efectúa el recuento y forma una tabla estadística con los datos, las frecuencias absolutas y las frecuencias relativas. Calcula la moda, la media y la mediana y representa los datos en un diagrama de barras. (5 puntos)

x_i	f_i	h_i	$x_i \cdot f_i$
60	3	0,12	180
62	5	0,20	310
65	4	0,16	260
66	3	0,12	198
68	3	0,12	204
69	2	0,08	138
70	5	0,20	350
Total:	N=25		$\sum x_i \cdot f_i = 1640$



- Moda = Mo = 62 y 70
- Mediana = Me = 66
- Media = $\bar{x} = \frac{1640}{25} = 65,6$

5.- En una bolsa se introducen 9 bolas numeradas del 1 al 9. Si extraemos una al azar:

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

E={1,2,3,4,5,6,7,8,9}

b) Describe los siguientes sucesos:

A = "Obtener número impar" = A={1,3,5,7,9}

B = "Obtener un número menor o igual que 3" = B={1,2,3}

c) Calcula la probabilidad de que la bola extraída tenga un número par.

Que salga par es que al sacar una bola, salga la bola 2, la 4 , la 6 o la 8.

Por tanto, la probabilidad según la regla de Laplace: $P(par) = \frac{\text{Casos Favorables}}{\text{Casos posibles}} = \frac{4}{9} = 0,67$

P(par) = 0,67

10.6 - Autoevaluación

1.- Para

a) mente dicha función.
b) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el proyectil?

¿Cuál es el espacio recorrido por el proyectil hasta dar a un objetivo situado en tierra?