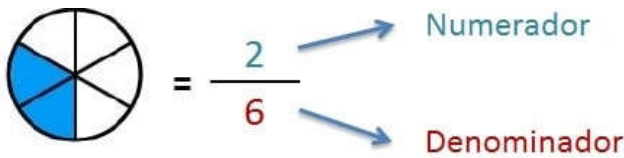


## Concepto de fracción

Una **fracción** es una expresión de la forma  $a/b$  en la que **a** es un número entero y **b** un número natural llamados numerador y denominador.

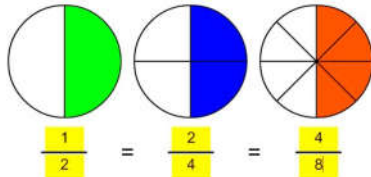


Y donde **b** representa el número de partes iguales en que se divide la unidad, y **a** el número de partes que se toman.

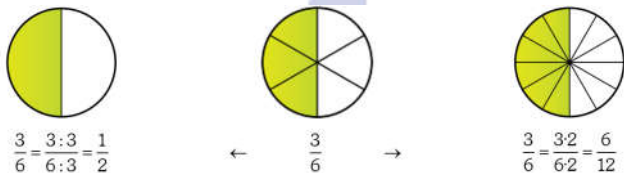
Decimos que una fracción es **propia** si el numerador es más pequeño que el denominador mientras que es **impropia** en el caso contrario.

## Fracciones equivalentes

Decimos que dos **fracciones** son **equivalentes** cuando expresan la misma porción de unidad.



Para obtener fracciones equivalentes a otra dada se multiplican (**Método de Amplificación**), o se dividen (**Método de Simplificación**), los dos términos de una fracción por el mismo número.



Si se multiplican, o se dividen, los dos términos de una fracción por el mismo número, se obtiene otra fracción equivalente a la primitiva.

Para comprobar si dos fracciones son equivalentes basta con multiplicar en cruz y ver si obtenemos el mismo resultado.

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{8} \rightarrow \frac{3 \times 6}{4 \times 8} = \frac{18}{32} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

## Fracción Irreducible

La **fracción irreducible** de una fracción, es otra fracción equivalente a ella en la que el numerador y el denominador no tienen divisores comunes. Es decir que la fracción no se puede simplificar más.

$$\frac{60}{90} \xrightarrow{\text{Dividimos por 5}} \frac{12}{18} \xrightarrow{\text{Dividimos por 3}} \frac{4}{6} \xrightarrow{\text{Dividimos por 3}} \frac{2}{3} \rightarrow \text{Fracción irreducible}$$

La forma más rápida de conseguir la fracción irreducible de otra es dividir numerador y denominador por el mayor de todos sus divisores comunes, es decir, por el **máximo común divisor**.

$$\frac{60}{90} \rightarrow M.C.D(60,90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30 \rightarrow \frac{60}{90} = \frac{60:30}{90:30} = \frac{2}{3} \left\{ \begin{array}{l} \text{Fracción} \\ \text{Irreducible} \end{array} \right.$$

Otra forma de saber si dos fracciones son equivalentes es ver si tienen la misma fracción irreducible.

## Reducción de fracciones a común denominador

**Reducir varias fracciones a común denominador** consiste en buscar fracciones equivalentes a ellas que tengan el mismo denominador. Ese nuevo denominador será el **m.c.m.** de los antiguos denominadores.

Para calcular los nuevos numeradores dividiremos el nuevo denominador entre el antiguo y lo que de lo multiplicaremos por el antiguo numerador.

$$\text{Nuevo numerador} = \frac{\text{Nuevo denominador}}{\text{antiguo denominador}} \times \text{nuevo numerador}$$

Reduce a común denominador las fracciones  $2/5$  y  $1/3$

$$\frac{2}{5} \vee \frac{1}{3} \rightarrow m.c.m.(5,3) = 3 \cdot 5 = 15 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{5} = \frac{?}{15} \rightarrow \frac{(15:5)2}{15} = \frac{3 \cdot 2}{15} = \frac{6}{15} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \\ \frac{1}{3} = \frac{?}{15} \rightarrow \frac{(15:3)1}{15} = \frac{5 \cdot 1}{15} = \frac{5}{15} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \end{array} \right.$$

## Comparación de fracciones

Comparar fracciones es ver cuál es más grande o más pequeña.

- ✓ Si tienen el mismo denominador, es mayor la fracción que tiene mayor el numerador.
- ✓ Si tienen el mismo numerador es mayor la que tiene menor denominador.
- ✓ Si tienen distinto numerador y denominador, se reducen primero a común denominador, y después se comparan los numeradores.

## Suma y resta de fracciones

Para sumar o restar fracciones con el mismo denominador, simplemente, se suman o se restan los numeradores y se deja intacto el denominador.

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5} \quad \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{2+4}{7} = \frac{6}{7} \quad \frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{4+7}{9} = \frac{11}{9}$$

Para sumar o restar fracciones con diferente denominador, primero se reducen a común denominador y, después, se suman o se restan los numeradores dejando el nuevo denominador. Si alguno de los sumandos es entero lo transformaremos en una fracción de denominador 1.

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{4}{20} + \frac{15}{20} = \frac{19}{20}$$

Siempre que se opere con fracciones tenemos que dar el resultado en la fracción irreducible, por tanto, si se puede reducir siempre se reducirá porque si no lo haces tú profesor te bajará la nota.

## Producto de fracciones

El producto de dos o más fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

Para multiplicar fracciones:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \leftrightarrow \text{Se multiplican los numeradores.}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \leftrightarrow \text{Se multiplican los denominadores.}$$

$$\frac{7}{4} \cdot \frac{15}{10} = \frac{7 \cdot 15}{4 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{21}{8} \quad 3 \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 7} = \frac{12}{7}$$

## Cociente de fracciones

El cociente de dos o más fracciones es otra fracción que tiene como numerador el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda y como denominador el producto del denominador de la primera por el numerador de la segunda.

Para dividir dos fracciones:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \leftrightarrow \text{Se multiplican los términos cruzados.}$$

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 4} = \frac{40}{60} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \frac{2}{6} : 6 = \frac{2}{6} : \frac{6}{1} = \frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 6} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

## Potencia de una fracción

Para elevar una fracción a una potencia, elevamos el numerador y el denominador a esa potencia:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}^{c \text{ veces}}}{\overbrace{b \cdot b \cdot b \dots b}^{c \text{ veces}}} = \frac{a^c}{b^c} \quad \text{ejemplo: } \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

## Raíz Cuadrada de una fracción

Para hacer la raíz cuadrada a una fracción, haremos la raíz cuadrada al numerador y también al denominador:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{ejemplo: } \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}$$

## Operaciones Combinadas con fracciones

Al igual que con las operaciones combinadas de números naturales y enteros, para realizar operaciones con fracciones hay que seguir el orden de prioridad en las operaciones:

### Orden de prioridad en las operaciones

1. Efectuar las operaciones entre paréntesis y corchetes del interior al exterior.
2. Efectuar las potencias y raíces (si las hubiera).
3. Efectuar los productos y cocientes.
4. Realizar las sumas y restas.

Quando tengamos operaciones de igual prioridad se ejecutan de manera natural, es decir, de izquierda a derecha.

$$a) \frac{12}{13} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{7} \right) - \frac{2}{5} = \frac{12}{13} \cdot \left( \frac{21}{28} - \frac{8}{28} \right) - \frac{2}{5} = \frac{12}{13} \cdot \left( \frac{13}{28} \right) - \frac{2}{5} = \frac{3}{7} - \frac{2}{5}$$

Resolvemos el paréntesis haciendo el m.c.m.      Después el producto, simplificando a la fracción irreducible.      Por último hacemos la resta

$$= \frac{15}{35} - \frac{14}{35} = \frac{1}{35}$$

Para ello hacemos el m.c.m.

$$b) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \left( \frac{4}{5} - \frac{1}{8} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \left( \frac{32}{40} - \frac{5}{40} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \left( \frac{27}{40} \right) = \frac{1}{2} + \frac{9}{40}$$

Resolvemos el paréntesis haciendo el m.c.m.      Después el producto, simplificando a la fracción irreducible

$$= \frac{20}{40} + \frac{9}{40} = \frac{29}{40}$$

Por último hacemos la suma con la ayuda del m.c.m.

$$c) \left[ \left( \frac{2}{3} - 1 \right) + 13 \left( \frac{2}{3} - 1 \right)^2 \right] : \left( -\frac{2}{3} \right) = \left[ \left( \frac{6}{9} - \frac{9}{9} \right) + 13 \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{3} \right)^2 \right] : \left( -\frac{2}{3} \right) =$$

Primero hacemos el corchete y dentro de él los paréntesis

$$= \left[ \left( \frac{5}{9} \right) + 13 \left( -\frac{1}{3} \right)^2 \right] : \left( -\frac{2}{3} \right) = \left[ \left( \frac{5}{9} \right) + 13 \left( \frac{1}{9} \right) \right] : \left( -\frac{2}{3} \right) = \left[ \left( \frac{5}{9} \right) + \left( \frac{13}{9} \right) \right] : \left( -\frac{2}{3} \right) =$$

Antes de sumar tenemos que hacer la potencia      después el producto      ahora sumamos

$$= \left[ \frac{18}{9} \right] : \left( -\frac{2}{3} \right) = 2 : \left( -\frac{2}{3} \right) = \frac{-6}{2} = -3$$

ahora dividimos      y simplificamos si se puede

$$d) \sqrt{\frac{5}{9}} + 1 \cdot \left( -2 + \frac{5}{4} \right) - \left( \frac{1}{4} - 1 \right) \cdot (-2)^2 = \sqrt{\frac{5}{9}} + 1 \cdot \left( -2 + \frac{5}{4} \right) - \left( \frac{1}{4} - 1 \right) \cdot (-2)^2 =$$

Resolvemos la raíz      Hacemos el paréntesis      Hacemos el paréntesis

$$= \sqrt{\frac{5}{9}} + \frac{9}{9} \cdot \left( -\frac{8}{4} + \frac{5}{4} \right) - \left( \frac{1}{4} - \frac{4}{4} \right) \cdot 4 = \sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \left( -\frac{3}{4} \right) - \left( -\frac{3}{4} \right) \cdot 4 = \frac{2}{3} \cdot \left( -\frac{3}{4} \right) + \frac{3}{1} =$$

Haciendo mcm      Raíz      Operamos y simplificamos

$$= -\frac{1}{2} + 3 = -\frac{1}{2} + \frac{6}{2} = \frac{5}{2}$$

## Resolución de Problemas con fracciones

En general, a la hora de resolver problemas en matemáticas, seguiremos el siguiente esquema:

- a) Lectura y comprensión del enunciado. (Ayúdate con un dibujo)
- b) Análisis de los datos del enunciado.
- c) Plantear las operaciones a realizar y realizarlas sin olvidar el orden de prioridad y de forma correcta.
- d) Resolver el problema paso a paso intentando explicar los pasos seguidos para resolverlo y dando la solución pedida.

- e) Evaluar e interpretar los resultados. ¿Son lógicos? ¿se corresponden con lo pedido en el enunciado? ¿puedo comprobar si la solución es correcta?

*Las tres quintas partes de los alumnos de mi clase nos vamos de excursión. Si en el autobús somos veinticuatro alumnos, tres profesores y el conductor. ¿Cuántos alumnos hay en mi clase?*

El enunciado dice que los  $\frac{3}{5}$  de los alumnos son 24 alumnos,

Entonces  $\frac{1}{5}$  (que es la tercera parte de  $\frac{3}{5}$ ) de los alumnos serán 8 alumnos (que es la tercera parte de 24)

Y por tanto los  $\frac{5}{5}$  que son todos los alumnos de la clase serán  $5 \cdot 8 = 40$  alumnos (que son 5 veces  $1/5$ )

**Por tanto, en la clase hay 40 alumnos.**

*Mi cortijo tiene un depósito de agua que se llena con agua de lluvia con una capacidad de 21.000 litros. Si gastamos en una semana los  $3/7$ , ¿qué fracción de agua queda en el depósito?, ¿Cuántos litros quedan?*

Si gastamos 3 partes de 7, entonces nos quedan 4 partes de 7: Quedan  $\frac{4}{7}$

Y si quedan  $\frac{4}{7}$  de 21.000 litros, entonces quedan:

$$\frac{4}{7} \text{ de } 21.000 = \frac{4}{7} \cdot 21.000 = 4 \cdot \frac{21.000}{7} = 4 \cdot 3.000 = 12.000 \text{ litros}$$

**Quedan  $4/7$  del depósito que son 12.000 litros de agua.**

*De los vecinos de Carmen,  $2/7$  son andaluces y la cuarta parte de éstos son de Cádiz. Sabiendo que hay seis gaditanos. ¿Cuántos vecinos hay en su edificio?*

Si la cuarta parte de dos séptimos son de Cádiz, entonces:

$$\frac{1}{4} \text{ de } \frac{2}{7} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 7} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$$

Si los gaditanos son 6 y representan  $1/14$ , entonces los vecinos son:

$$\frac{1}{14} \text{ son } 6 \rightarrow \frac{14}{14} \text{ son } 14 \cdot 6 = 84$$

**Por tanto, Carmen tiene 84 vecinos.**

*Una amiga me pidió que le pasase un escrito al ordenador. El primer día pasé  $1/4$  del trabajo total. El segundo día  $1/3$  de lo restante. El tercer día  $1/6$  de lo que faltaba, y el cuarto lo terminé pasando 30 folios. ¿Puedes averiguar cuántos folios tenía el escrito?*

1) El primer día un cuarto del trabajo:  $\frac{1}{4}$

Quedan  $3/4$

2) El segundo día  $1/3$  de lo que queda:  $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Entre los dos días:  $1) + 2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Por tanto, quedan  $1/2$

3) El tercer día  $1/6$  de lo que queda:  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

Así que, entre los dos días:  $1) + 2) + 3) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$

Por tanto, al final quedan  $5/12$

4) El cuarto día hace las últimas 30 páginas que representan  $5/12$

Por lo que:

$$\frac{5}{12} \text{ son } 30 \rightarrow \frac{1}{12} \text{ son } \frac{30}{5} = 6 \rightarrow \frac{12}{12} \text{ son } 6 \cdot 12 = 72$$

**Y entonces el trabajo tiene 72 folios.**