

Cuando el verde es rojo

El joven de 26 años, John Dalton, era consolado por su hermano mayor, Jonathan, mientras paseaban por la ciudad inglesa de Kendal.

—John, no te lo tomes tan a pecho. Seguro que mamá no quiso ofenderte.

John no parecía muy convencido y miraba incrédulo la prenda que había regalado a su madre, y que esta le había devuelto visiblemente enfadada.

—No entiendo por qué no le gusta, el dependiente me aseguró que el paño era de primera calidad.

—Ya sabes que mamá es muy religiosa y el color rojo... —le contestó su hermano Jonathan.

—Tú tampoco te habías dado cuenta —protestó John y, mientras arrojaba la prenda escarlata al río, comenzó a pensar: ¿Por qué su hermano y él mismo no podían distinguir los colores?

Dos años después, en 1793, John Dalton publicaba un trabajo donde se describía el tipo de enfermedad que él mismo sufría, conocida a partir de entonces como daltonismo.

Dalton adquirió fama y pasó a la historia de la ciencia por su teoría atómica, donde juega un papel fundamental la proporcionalidad numérica.

Por ejemplo, una molécula de agua tiene dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. Su teoría afirma que, independientemente de la cantidad de agua, la cantidad de átomos de hidrógeno y oxígeno estará siempre en la misma proporción.



DESCUBRE LA HISTORIA...

- 1 John Dalton y su hermano padecían una enfermedad en la vista que después fue conocida como daltonismo. Busca información sobre la vida de este químico inglés nacido en el siglo XVIII.**

Se puede encontrar información sobre la vida de John Dalton visitando la siguiente página web:

<http://www.educared.net/aprende/anavegar5/podium/images/C/2026/biografies.htm#dalton>

Para completar la información sobre la biografía de este matemático y la enfermedad que su hermano y él padecían se puede visitar la siguiente página web: <http://www.biografiasyvidas.com/biografia/d/dalton.htm>

- 2 Averigua cómo utilizó la proporcionalidad John Dalton en sus trabajos sobre teoría atómica.**

En esta página web se puede obtener información sobre cómo utilizó Dalton la proporcionalidad:

<http://www.oja-es.net/reportajes/dalton.htm>

Se puede completar la información sobre la teoría atómica desarrollada por Dalton visitando esta página web:

http://www.uch.ceu.es/principal/eponimos_cientificos/eponimos/Dalton.pdf

- 3 Investiga sobre otras aportaciones a la ciencia realizadas por John Dalton.**

En la siguiente página web se puede completar la biografía de John Dalton y encontrar datos sobre los trabajos que realizó:

http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/publicaciones/publi_quepaso/john-dalton.htm

EVALUACIÓN INICIAL

- 1 Decide si estas fracciones son equivalentes.**

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{8}{12}$

b) $\frac{7}{5}$ y $\frac{3}{2}$

c) $\frac{8}{20}$ y $\frac{2}{5}$

d) $\frac{7}{3}$ y $\frac{11}{9}$

a) $2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 \rightarrow$ Son equivalentes.

b) $7 \cdot 2 \neq 5 \cdot 3 \rightarrow$ No son equivalentes.

c) $8 \cdot 5 = 20 \cdot 2 \rightarrow$ Son equivalentes.

d) $7 \cdot 9 \neq 3 \cdot 11 \rightarrow$ No son equivalentes.

- 2 Indica cuáles de las siguientes características son magnitudes.**

a) La velocidad de un coche.

b) Los nombres de los jugadores de un equipo de baloncesto.

c) El tiempo que tarda un tren en realizar un recorrido.

d) La cantidad de fruta que come una familia en una semana.

Son magnitudes a), c) y d).

Proporcionalidad numérica

3 **Calcula.**

a) $\frac{2}{5}$ de 60

b) $\frac{4}{3}$ de 120

c) $\frac{6}{4}$ de 80

d) $\frac{7}{4}$ de 140

a) $\frac{2 \cdot 60}{5} = 24$

b) $\frac{4 \cdot 120}{3} = 160$

c) $\frac{6 \cdot 80}{4} = 120$

d) $\frac{7 \cdot 140}{4} = 245$

EJERCICIOS

001 **Escribe las razones correspondientes a las siguientes situaciones.**

a) De las 350 páginas que tiene un libro he leído 95.

b) Hemos recorrido 260 km de un trayecto de 600 km.

c) Silvia tiene 28 de un total de 72 cromos.

d) De los 32 dientes que tenemos, al bebé le han salido 4.

a) $\frac{95}{350}$

b) $\frac{260}{600}$

c) $\frac{28}{72}$

d) $\frac{4}{32}$

002 **Escribe dos números cuya razón sea $\frac{5}{6}$ y que no sean 5 y 6.**

Serán válidas las parejas del tipo $5x, 6x$, para cualquier valor de x , por ejemplo, 10 y 12, siendo $x = 2$.

003 **Calcula el número x , sabiendo que:**

a) x es a 4 como 20 es a 2.

c) 9 es a x como x es a 4.

b) 3 es a 4 como x es a 8.

a) $\frac{x}{4} = \frac{20}{2} \rightarrow x = 40$

c) $\frac{9}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = \pm 6$

b) $\frac{3}{4} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 6$

004 **Calcula el término que falta en estas proporciones.**

a) $\frac{8}{5} = \frac{12}{x}$

c) $\frac{4}{x} = \frac{32}{16}$

e) $\frac{x}{25} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{8}{12} = \frac{x}{6}$

d) $\frac{x}{15} = \frac{18}{5}$

f) $\frac{4}{8} = \frac{x}{16}$

a) $\frac{8}{5} = \frac{12}{x} \rightarrow x = \frac{60}{8} = \frac{15}{2}$

d) $\frac{x}{15} = \frac{18}{5} \rightarrow x = 54$

b) $\frac{8}{12} = \frac{x}{6} \rightarrow x = 4$

e) $\frac{x}{25} = \frac{4}{5} \rightarrow x = 20$

c) $\frac{4}{x} = \frac{32}{16} \rightarrow x = 2$

f) $\frac{4}{8} = \frac{x}{16} \rightarrow x = 8$

005 Si $\frac{4}{x} = \frac{x}{100}$, ¿cuánto vale x ?

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{100} \rightarrow x^2 = 400 \rightarrow x = \pm 20$$

006 Halla el valor de a y c , sabiendo que $\frac{a}{2} = \frac{c}{3}$ y que $a + c = 30$.

$$\frac{a}{2} = \frac{c}{3} \rightarrow 3a = 2c \rightarrow c = \frac{3a}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} c = \frac{3a}{2} \\ a + c = 30 \end{array} \right\} \rightarrow a + \frac{3a}{2} = 30 \rightarrow a = 12, c = 18$$

007 Una revista cuesta 4,20 €. ¿Son directamente proporcionales las magnitudes $N.^\circ$ de revistas y Precio?

Sí, las magnitudes son directamente proporcionales ya que al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda multiplicada (o dividida) por ese mismo número.

008 «Un sobre de cromos cuesta 1,50 €.» Indica las magnitudes que intervienen en este enunciado, y decide si son directamente proporcionales.

Las magnitudes son $N.^\circ$ de sobres de cromos y Precio, y son directamente proporcionales.

009 Copia en tu cuaderno y completa la tabla para que corresponda a los valores de dos magnitudes directamente proporcionales.

¿Cuál es la constante de proporcionalidad en este caso?

1	2	3	4	5	6	7
10	20	30	40	50	60	70

La constante de proporcionalidad es 10.

010 Una máquina produce 800 tornillos en 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardará la máquina en fabricar 1000 tornillos?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Tornillos} \quad \text{Horas} \\ 800 \longrightarrow 5 \\ 1000 \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{800}{1000} = \frac{5}{x} \rightarrow 800 \cdot x = 5 \cdot 1000$$

$$\rightarrow x = \frac{5000}{800} = 6,25 \text{ horas}$$

011 Al traducir un libro cobro 6 € por página. Si me han pagado 2532 €, ¿cuántas páginas he traducido?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Páginas} \quad \text{Euros} \\ 1 \longrightarrow 6 \\ x \longrightarrow 2532 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{6}{2532} \rightarrow x = \frac{2532}{6} = 422 \text{ páginas}$$

Proporcionalidad numérica

- 012** Una familia bebe 2,5 litros de leche diarios. ¿Cuántos litros consume a la semana?

$$\begin{array}{l} \text{Leche} \qquad \text{Días} \\ 2,5 \longrightarrow 1 \\ x \longrightarrow 7 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Leche} \\ 2,5 \\ x \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{2,5}{x} = \frac{1}{7} \rightarrow 2,5 \cdot 7 = 1 \cdot x \rightarrow x = 17,5 \text{ litros}$$

- 013** Completa en tu cuaderno: Si para llevar 15 panes necesito 3 cestas, con 1 cesta tengo para...

$$\begin{array}{l} \text{Cestas} \qquad \text{Panes} \\ 3 \longrightarrow 15 \\ 1 \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Cestas} \\ 3 \\ 1 \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{3}{1} = \frac{15}{x} \rightarrow x = \frac{15}{3} = 5 \text{ panes}$$

- 014** Dieciocho obreros realizan un trabajo en 30 días. Copia y completa la tabla.

N.º de obreros	3	9	18	36	72
N.º de días	180	60	30	15	7,5

- 015** Copia y completa la siguiente tabla de valores inversamente proporcionales.

Magnitud A	1	2	3	4	4	6
Magnitud B	24	12	8	6	6	4

- 016** ¿Son inversamente proporcionales?

- Velocidad y tiempo empleado.
- Edad y estatura de una persona.
- Consumo de electricidad y horas de luz solar.
 - Sí, son inversamente proporcionales.
 - No son inversamente proporcionales.
 - No son inversamente proporcionales, ya que el consumo no depende solo de la luz.

- 017** Un ganadero tiene alpacas de paja para alimentar a 20 vacas durante 60 días. Si compra 10 vacas más, ¿para cuántos días tendrá alimento?

$$\begin{array}{l} \text{N.º de vacas} \qquad \text{Días} \\ 20 \longrightarrow 60 \\ 30 \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{N.º de vacas} \\ 20 \\ 30 \end{array}} \right\} \rightarrow \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{20}{30} = \frac{x}{60}$$

$$\rightarrow 20 \cdot 60 = 30 \cdot x \rightarrow x = \frac{1200}{30} = 40 \text{ días}$$

018 Un grifo que vierte 18 ℓ/min tarda 28 horas para llenar un depósito. Si su caudal fuera de 42 ℓ/min, averigua el tiempo que tardaría en llenarlo. Resuélvelo:

a) Mediante una regla de tres.

b) Por el método de reducción a la unidad.

a) Caudal Tiempo

$$\left. \begin{array}{l} 18 \longrightarrow 28 \\ 42 \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{18}{42} = \frac{x}{28}$$

$$\rightarrow 18 \cdot 28 = 42 \cdot x \rightarrow x = \frac{504}{42} = 12 \text{ horas}$$

b)

Caudal	18	1
Tiempo	28	x

$$18 \cdot 28 = 1 \cdot x \rightarrow x = 504$$

Con un caudal de 1 ℓ/min tardaría 504 minutos, luego con 42 ℓ/min tardará:

$$504 : 42 = 12 \text{ horas}$$

019 Un coche recorre un trayecto a 90 km/h en 8 horas. ¿A qué velocidad iría si tardase 9 horas?

Velocidad Tiempo

$$\left. \begin{array}{l} 90 \longrightarrow 8 \\ x \longrightarrow 9 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{x}{90} = \frac{8}{9}$$

$$\rightarrow 90 \cdot 8 = 9 \cdot x \rightarrow x = \frac{720}{9} = 80 \text{ km/h}$$

020 Copia y completa: Si a 70 km/h tardo 4 h, en 12 min recorro...

Velocidad Tiempo

$$\left. \begin{array}{l} 70 \longrightarrow 4 \\ x \longrightarrow \frac{1}{5} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Proporcionalidad directa} \rightarrow \frac{70}{x} = \frac{4}{\frac{1}{5}}$$

$$\rightarrow \frac{70}{x} = 4x \rightarrow x = 3,5$$

En 12 min recorro 3,5 km.

021 Calcula.

a) 7% de 420

b) 15% de 4000

c) 90% de 1900

d) 65% de 40

$$a) x = \frac{7 \cdot 420}{100} = 29,4$$

$$b) x = \frac{15 \cdot 4000}{100} = 600$$

$$c) x = \frac{90 \cdot 1900}{100} = 1710$$

$$d) x = \frac{65 \cdot 40}{100} = 26$$

Proporcionalidad numérica

022 Halla el valor de x , sabiendo que:

a) 30% de x es 20

b) 4,5% de x es 152

c) 25% de x es 289

d) 67% de x es 725

$$a) \frac{30 \cdot x}{100} = 20 \rightarrow x = \frac{20 \cdot 100}{30} = 66,67$$

$$b) \frac{4,5 \cdot x}{100} = 152 \rightarrow x = \frac{152 \cdot 100}{4,5} = 3\,377,78$$

$$c) \frac{25 \cdot x}{100} = 289 \rightarrow x = \frac{289 \cdot 100}{25} = 1\,156$$

$$d) \frac{67 \cdot x}{100} = 725 \rightarrow x = \frac{725 \cdot 100}{67} = 1\,082,09$$

023 Un equipo ha perdido el 25% de los 32 partidos que ha jugado esta temporada. ¿Cuántos partidos ha ganado?

$$\text{Ha ganado el } 75\% \text{ de los partidos: } \frac{75 \cdot 32}{100} = 24 \text{ partidos}$$

024 Contesta a las siguientes preguntas.

a) ¿Qué tanto por ciento es 7 de 14?

b) ¿Qué tanto por ciento es 4 de 16?

c) ¿Y qué tanto por ciento es 90 de 125?

$$a) \frac{x \cdot 14}{100} = 7 \rightarrow x = \frac{7 \cdot 100}{14} = 50 \rightarrow \text{Es el } 50\%.$$

$$b) \frac{x \cdot 16}{100} = 4 \rightarrow x = \frac{4 \cdot 100}{16} = 25 \rightarrow \text{Es el } 25\%.$$

$$c) \frac{x \cdot 125}{100} = 90 \rightarrow x = \frac{90 \cdot 100}{125} = 72 \rightarrow \text{Es el } 72\%.$$

025 Carlos paga de impuestos un 22% de su salario. Si este año sus ingresos ascienden a 25 500 €, ¿cuánto tendrá que pagar de impuestos? ¿Qué cantidad neta ha cobrado?

$$\text{Operando, tenemos que: } \frac{22 \cdot 25\,500}{100} = 5\,610 \text{ €}$$

Carlos tendrá que pagar 5 610 € de impuestos.

Por tanto, ha cobrado: $25\,500 - 5\,610 = 19\,890$ € netos

- 026** En la carta de un restaurante los precios no incluyen el 8 % de IVA. Un cliente ha comido una ensalada que cuesta 3,16 €, un lenguado cuyo precio es 6,25 € y un postre de 4,78 €. ¿Cuánto pagará en total el cliente?

El precio de la comida sin IVA es: $3,16 + 6,25 + 4,78 = 14,19$ €

Operando, tenemos que: $\frac{8 \cdot 14,19}{100} = 1,14$ €

El precio final es: $14,19 + 1,14 = 15,33$ €

- 027** Carmen gasta el 26 % de su sueldo en comida y el 35 % en pagar el alquiler. Si gana 1 500 € al mes, ¿cuánto se gasta en cada concepto? ¿Qué porcentaje le queda para otros gastos?

El 26 % de 1 500 € es: $\frac{26 \cdot 1\,500}{100} = 390$ € gasta en comida

El 35 % de 1 500 € es: $\frac{35 \cdot 1\,500}{100} = 525$ € gasta en alquiler

Para otros gastos le queda: $100 - (26 + 35) = 39\%$ de su salario

- 028** Una ciudad tiene en la actualidad 135 000 habitantes. Si ha perdido en los dos años el 8 % de su población, ¿cuántos habitantes tenía la ciudad hace dos años?

El 8 % de 135 000 es: $\frac{8 \cdot 135\,000}{100} = 10\,800$ habitantes ha perdido

En la actualidad hay: $135\,000 - 10\,800 = 124\,200$ habitantes

- 029** ¿Cuál era el precio de un ordenador que está rebajado un 18 % si me ha costado 900 €?

$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow x \\ 82\% \longrightarrow 900 \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{90\,000}{82} = 1\,097,56$ €

- 030** ¿Cuánto vale x si el 22 % de x es 44?

$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow x \\ 22\% \longrightarrow 44 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{4\,400}{22} = 200$

- 031** Ana trabaja desde hace 10 años en una empresa, y ha cobrado 235 € por antigüedad, que es el 15 % de su salario. ¿Cuál es el sueldo de Teo si gana un 5 % menos que Ana?

El sueldo de Ana es:

$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow x \\ 15\% \longrightarrow 235 \text{ €} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{23\,500}{15} = 1\,566,67$ €

El sueldo de Teo es:

$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 1\,566,67 \text{ €} \\ 95\% \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{1\,566,67 \cdot 95}{100} = 1\,488,33$ €

Proporcionalidad numérica

032 La paga mensual de Sara es de 50 €. Si sus padres le han subido la paga un 10%, ¿cuánto percibe ahora?

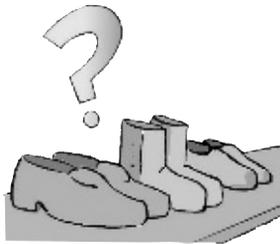
$$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 50 \\ 110\% \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow 100 \cdot x = 110 \cdot 50 \rightarrow x = \frac{110 \cdot 50}{100} = 55 \text{ €}$$

033 A Juan le han puesto una multa por exceso de velocidad de 90 €. Transcurrido el período voluntario de pago, ahora se le añade un 20% de recargo. ¿Cuánto tendrá que pagar?



$$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 90 \\ 120\% \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow 100 \cdot x = 120 \cdot 90 \rightarrow x = \frac{120 \cdot 90}{100} = 108 \text{ €}$$

034 Un fabricante de calzado vende sus zapatos al 120% del precio que le cuesta fabricarlos. Si el coste de fabricación de unos zapatos es de 14 €, ¿por cuánto los venderá?



$$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 14 \text{ €} \\ 120\% \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow 100 \cdot x = 120 \cdot 14 \rightarrow x = \frac{120 \cdot 14}{100} = 16,80 \text{ €}$$

035 La Seguridad Social paga un 60% del precio de algunas medicinas. Si he comprado un medicamento, que está cubierto por la Seguridad Social, cuyo precio de venta al público es de 19 €, ¿cuánto he tenido que pagar?

$$\left. \begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 19 \text{ €} \\ 40\% \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow 100 \cdot x = 40 \cdot 19 \rightarrow x = \frac{40 \cdot 19}{100} = 7,60 \text{ €}$$

ACTIVIDADES

- 036** A una vasija con 4 l de vino se le añaden 0,4 l de agua. Averigua la razón entre vino y agua.

La razón es: $\frac{4}{0,4} = 10$

Si la razón es 10, por cada 10 l de vino hay 1 l de agua.

- 037** Por término medio dormimos 8 horas al día. ¿Cuál es la razón entre el tiempo que dormimos y el tiempo total? ¿Cuánto tiempo has dormido, de media, hasta la actualidad?



La razón es: $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

El número de horas de sueño es la edad, en días, multiplicada por 8.

- 038** Expresa la razón anterior para estos casos.

- a) Tiempo despierto y tiempo total.
 b) Tiempo dormido y tiempo despierto.
 c) Tiempo total y tiempo dormido.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{1}$

- 039** De 500 habitantes de un pueblo, 300 son mujeres. Halla la razón entre hombres y mujeres.

En el pueblo hay: $500 - 300 = 200$ hombres

La razón entre hombres y mujeres es $\frac{2}{3}$.

- 040** Averigua si son correctas estas proporciones.

a) $\frac{10}{4} = \frac{16}{6,4}$ b) $\frac{5}{2} = \frac{8}{3,2}$

Para averiguarlo hay que comprobar si el producto de extremos es igual que el producto de medios.

a) $10 \cdot 6,4 = 64$ } → Es correcta. b) $5 \cdot 3,2 = 16$ } → Es correcta.
 $4 \cdot 16 = 64$ } $2 \cdot 8 = 16$ }

Proporcionalidad numérica

041 Forma proporciones a partir de las igualdades.

a) $5 \cdot 8 = 20 \cdot 2$

c) $5 \cdot 8 = 10 \cdot 4$

b) $7 \cdot 4 = 14 \cdot 2$

d) $6 \cdot 5 = 15 \cdot 2$

a) $5 \cdot 8 = 20 \cdot 2 \rightarrow \frac{5}{20} = \frac{2}{8} \quad \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

b) $7 \cdot 4 = 14 \cdot 2 \rightarrow \frac{7}{14} = \frac{2}{4} \quad \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

c) $5 \cdot 8 = 10 \cdot 4 \rightarrow \frac{5}{10} = \frac{4}{8} \quad \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

d) $6 \cdot 5 = 15 \cdot 2 \rightarrow \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \quad \frac{5}{15} = \frac{2}{6}$

042 Comprueba que $42^2 = 12 \cdot 147$ y deduce una proporción.

$42^2 = 1764 \quad 12 \cdot 147 = 1764 \rightarrow 42^2 = 12 \cdot 147$

Una proporción sería: $\frac{42}{12} = \frac{147}{42}$, donde 42 y 42 son los extremos, y 12 y 147 son los medios.

043 La razón entre las probabilidades de ganar de dos equipos A y B

es $\frac{5}{3}$. ¿Qué significa esta razón?

¿Podrías calcular, en tanto por ciento, las posibilidades de victoria de A? ¿Y las de B?



Esta razón significa que, de cada 8 partidos, A gana 5 y B gana 3.

La posibilidad de A de ganar un partido es de 62,5%, y la de B es de 37,5%.

044 Calcula x en las proporciones.

a) $\frac{x}{4} = \frac{3}{1}$

b) $\frac{4}{x} = \frac{5}{3}$

c) $\frac{2,4}{1,5} = \frac{8}{x}$

a) $x = \frac{4 \cdot 3}{1} = 12$ b) $x = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4$ c) $x = \frac{1,5 \cdot 8}{2,4} = 5$

045 Encuentra el valor de a , b y c en estas proporciones: $\frac{3}{5} = \frac{18}{a} = \frac{b}{25} = \frac{c}{12}$

Conocida una razón, formamos las proporciones:

$\frac{3}{5} = \frac{18}{a} \rightarrow a = \frac{5 \cdot 18}{3} = 30$ $\frac{3}{5} = \frac{c}{12} \rightarrow c = \frac{3 \cdot 12}{5} = 7,2$

$\frac{3}{5} = \frac{b}{25} \rightarrow b = \frac{3 \cdot 25}{5} = 15$

046 Halla el término que falta para que los siguientes números formen una proporción.

a) 24, 51 y 104

b) 5, 6 y 40

c) 3, 5 y 12

$$a) \frac{24}{51} = \frac{104}{x} \rightarrow x = \frac{51 \cdot 104}{24} = 221$$

$$b) \frac{5}{6} = \frac{40}{x} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 40}{5} = 48$$

$$c) \frac{3}{5} = \frac{12}{x} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 12}{3} = 20$$

047 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULAN LOS MEDIOS O LOS EXTREMOS DE UNA PROPORCIÓN CUANDO SON IGUALES?

Calcula x en la proporción: $\frac{16}{x} = \frac{x}{4}$

PRIMERO. Se aplica la propiedad fundamental.

$$\frac{16}{x} = \frac{x}{4} \rightarrow 16 \cdot 4 = x \cdot x \rightarrow x^2 = 64$$

SEGUNDO. Se resuelve la ecuación resultante.

$$x^2 = 64 \rightarrow x = \sqrt{64} = 8$$

Luego la proporción será: $\frac{16}{8} = \frac{8}{4}$

048 Obtén dos números iguales que guarden proporción con los siguientes números.

a) 4 y 49

b) 1 y 0,64

c) $\frac{3}{5}$ y $\frac{27}{20}$

$$a) \frac{x}{4} = \frac{49}{x} \rightarrow x^2 = 4 \cdot 49 \rightarrow x^2 = 196 \rightarrow x = 14$$

$$b) \frac{x}{1} = \frac{0,64}{x} \rightarrow x^2 = 1 \cdot 0,64 \rightarrow x = 0,8$$

$$c) \frac{x}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{27}{20}}{x} \rightarrow x^2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{27}{20} \rightarrow x^2 = \frac{81}{100} \rightarrow x = \frac{9}{10}$$

049 Halla cuánto vale x en la proporción $\frac{3+x}{5+20} = \frac{15}{70}$.

$$\frac{3+x}{5+20} = \frac{15}{70} \rightarrow (3+x) \cdot 70 = 25 \cdot 15 \rightarrow 210 + 70x = 375$$

$$\rightarrow 70x = 375 - 210 \rightarrow 70x = 165 \rightarrow x = \frac{165}{70} = 2,36$$

Proporcionalidad numérica

050 ●● Calcula a y b , sabiendo que $\frac{a}{45} = \frac{16}{b}$ y $\frac{8}{9}$ es la constante de proporcionalidad.

$$\frac{a}{45} = \frac{8}{9} \rightarrow a = 40 \quad \frac{16}{b} = \frac{8}{9} \rightarrow b = 18$$

051 ●● Determina a y b , sabiendo que $a + b = 15$ y $\frac{7}{a} = \frac{28}{b}$.

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 15 \\ \frac{7}{a} = \frac{28}{b} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b = 15 \\ b = 4a \end{array} \right\} \rightarrow a + 4a = 15 \rightarrow a = 3, b = 12$$

052 ●●● Halla dos números cuya razón es 2,25 y su suma es 65.

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 65 \\ \frac{a}{b} = 2,25 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b = 65 \\ a = 2,25b \end{array} \right\} \rightarrow 2,25b + b = 65 \rightarrow b = 20, a = 45$$

Los números son 45 y 20.

053 ●● Señala si son o no directamente proporcionales los siguientes pares de magnitudes.

- Tiempo de llenado de una botella y cantidad de agua en su interior.
- Número de personas que participan en una excursión y dinero que pagan.
- Número de horas trabajadas y dinero cobrado.
- Edad y peso de una persona.
- Lado de un cuadrado y área.
- Lado de un cuadrado y perímetro.
- Número de obreros y duración de una obra.
- Velocidad y tiempo en un movimiento con velocidad constante.

Son directamente proporcionales c) y f).

054 ●● Comprueba si estas tablas corresponden a magnitudes directamente proporcionales.

a)

3	9	6	30
5	15	10	50

c)

2	5	3	10
4	10	6	20

b)

1	2	4	5
3	3	6	9

d)

3	9	15	6
4	16	20	8

a) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{6}{10} = \frac{30}{50}$

c) $\frac{2}{4} = \frac{5}{10} = \frac{3}{6} = \frac{10}{20}$

b) $\frac{1}{3} \neq \frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{4} \neq \frac{9}{16}$

Son directamente proporcionales a) y c), y no lo son b) y d).

- 055** Copia y completa la tabla, y halla la constante de proporcionalidad directa en cada caso.

a)

Tiempo de lectura	5 min	10 min	15 min	20 min
Páginas leídas	2	4	6	8

La constante de proporcionalidad es 2,5.

b)

Tiempo de fabricación	18 min	36 min	54 min	72 min
N.º de objetos fabricados	4	8	12	16

La constante de proporcionalidad es 4,5.

- 056** Copia y completa las siguientes tablas, sabiendo que *A* y *B* representan magnitudes directamente proporcionales. Halla la constante de proporcionalidad directa en cada caso.

a)

<i>A</i>	2	5	9	17
<i>B</i>	7	17,5	31,5	59,5

La constante es: $\frac{2}{7} = 0,29$

b)

<i>A</i>	5	7	9	16
<i>B</i>	2,22	3,11	4	7,11

La constante es: $\frac{9}{4} = 2,25$

c)

<i>A</i>	2	3	6	11
<i>B</i>	0,91	1,36	2,73	5

La constante es: $\frac{11}{5} = 2,2$

d)

<i>A</i>	3	4	10	13
<i>B</i>	6,75	9	22,5	29,25

La constante es: $\frac{4}{9} = 0,44$

- 057** Estudia si la relación que existe entre estos pares de magnitudes es de proporcionalidad, y en caso de que lo sea, si es directa o inversa.

- Velocidad y tiempo en un movimiento con velocidad constante.
- Espacio y tiempo en un movimiento con velocidad constante.
- Número de personas que se reparten una tarta y porción que le toca a cada uno.
- Número de horas que un alumno ve la televisión y número de horas de estudio.
- Cantidad de dinero que ahorra una familia y cantidad de dinero que dedica a gastos.
- Cantidad de aprobados y cantidad de suspensos en una asignatura.
- Número de albañiles y tiempo que tardan en construir una pared.
- Número de personas que comen y cantidad de alimento.
- Número de personas que participan en la compra de un regalo y dinero que aportan.
- Número de jornaleros y tiempo que tardan en la recogida de aceituna.

Proporcionalidad directa: b) y h)

Proporcionalidad inversa: a), c), g), i) y j)

Sin proporcionalidad: d), e) y f)

Proporcionalidad numérica

- 058** ● Copia y completa las siguientes tablas, sabiendo que *A* y *B* representan magnitudes inversamente proporcionales. Halla la constante de proporcionalidad en cada caso.

a)

<i>A</i>	6	5	30	10
<i>B</i>	90	108	18	54

La constante de proporcionalidad es 540.

b)

<i>A</i>	2	6	15	4
<i>B</i>	150	50	20	75

La constante de proporcionalidad es 300.

- 059** ●● Crea una tabla de valores que relacione dos magnitudes inversamente proporcionales cuyas constantes de proporcionalidad sean:

- a) 36 b) 48 c) 60 d) 140

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a)

<i>A</i>	2	3	4	6
<i>B</i>	18	12	9	6

b)

<i>A</i>	2	6	8	12
<i>B</i>	24	8	6	4

c)

<i>A</i>	3	4	5	6
<i>B</i>	20	15	12	10

d)

<i>A</i>	2	5	7	10
<i>B</i>	70	28	20	14

- 060** ●● Copia y corrige estas tablas, si *A* y *B* son magnitudes inversamente proporcionales.

a)

<i>A</i>	2	4	8	16	1,6	6,4
<i>B</i>	8	4	2	1	10	2,5

b)

<i>A</i>	10	15	20	25	30	35
<i>B</i>	5	3,33	2,5	2	1,67	1,43

- 061** ● En una fábrica de coches se hacen 380 unidades cada 5 horas. ¿Cuántos coches se fabricarán en 12 horas, manteniendo el mismo ritmo?

$$\begin{array}{l} \text{Horas} \\ \text{Coches} \end{array} \left. \begin{array}{l} 5 \longrightarrow 380 \\ 12 \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5}{12} = \frac{380}{x} \rightarrow x = \frac{4\,560}{5} = 912 \text{ coches}$$

- 062** ● Un pintor cobra 425 € por 5 días de trabajo. ¿Cuánto cobrará por 7 días?

$$\begin{array}{l} \text{Días} \\ \text{Precio} \end{array} \left. \begin{array}{l} 5 \longrightarrow 425 \\ 7 \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5}{7} = \frac{425}{x} \rightarrow x = \frac{2\,975}{5} = 595 \text{ €}$$

- 063 Cuatro tractores aran un campo en 6 horas. Calcula el tiempo que emplearían 6 tractores en ararlo.

Tractores	Horas	
4	→ 6	}
6	→ x	

$$\rightarrow 4 \cdot 6 = 6 \cdot x \rightarrow x = 4 \text{ horas}$$

- 064 Ocho personas recogen las naranjas de un huerto en 9 horas. ¿Cuánto tardarían en hacerlo 6 personas?



Personas	Horas	
8	→ 9	}
6	→ x	

$$\rightarrow 8 \cdot 9 = 6 \cdot x \rightarrow x = 12 \text{ horas}$$

- 065 De un manantial hemos recogido 200 litros de agua en 4 minutos. ¿Cuántos litros obtendremos en 7 minutos?

Litros	Minutos	
200	→ 4	}
x	→ 7	

$$\rightarrow \frac{200}{x} = \frac{4}{7} \rightarrow x = \frac{1400}{4} = 350 \text{ litros}$$

- 066 Tres caballos consumen una carga de heno en 10 días. ¿Cuánto les durará la misma cantidad de heno a 5 caballos?

Caballos	Días	
3	→ 10	}
5	→ x	

$$\rightarrow 3 \cdot 10 = 5 \cdot x \rightarrow x = 6 \text{ días}$$

- 067 Cuatro excavadoras han levantado las aceras de una calle en 14 días. Para hacerlo en 7 días, ¿cuántas excavadoras se necesitarían?

Excavadoras	Días	
4	→ 14	}
x	→ 7	

$$\rightarrow 4 \cdot 14 = 7 \cdot x \rightarrow x = 8 \text{ excavadoras}$$

Proporcionalidad numérica

068 Para hacer dos camisas se utilizan 4,5 m de tela.



- a) ¿Cuánta tela se necesita para hacer 3 camisas?
 b) ¿Y para hacer 7 camisas?
 c) ¿Cuántas camisas se pueden hacer con 15 m de tela?



a)

<u>Camisas</u>	→	<u>Tela</u>
2	→	4,5
3	→	x

 } $\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4,5}{x} \rightarrow x = \frac{13,5}{2} = 6,75 \text{ m}$

b)

<u>Camisas</u>	→	<u>Tela</u>
2	→	4,5
7	→	x

 } $\rightarrow \frac{2}{7} = \frac{4,5}{x} \rightarrow x = \frac{31,5}{2} = 15,75 \text{ m}$

c)

<u>Camisas</u>	→	<u>Tela</u>
2	→	4,5
x	→	15

 } $\rightarrow \frac{2}{x} = \frac{4,5}{15} \rightarrow x = \frac{30}{4,5} = 6,67 \approx 6 \text{ camisas}$

069 Con una velocidad de 20 nudos, un barco realiza una travesía en 8 horas.



Halla la velocidad de otro barco que hace la misma travesía en 6 horas y media.

<u>Nudos</u>	→	<u>Horas</u>
20	→	8
x	→	6,5

 } $\rightarrow 20 \cdot 8 = x \cdot 6,5 \rightarrow x = 24,62 \text{ nudos}$

070 Para hacer una paella se necesitan 2 vasos de agua por cada vaso de arroz.



Si echamos 4 vasos y medio de agua, ¿cuántos vasos de arroz debemos añadir?



<u>Agua</u>	→	<u>Arroz</u>
2	→	1
4,5	→	x

 } $\rightarrow \frac{2}{4,5} = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ vasos de agua}$

071 Mi pelo crece 1 cm cada 3 semanas. Exprésalo como una razón.



Escribe la proporción del crecimiento de mi cabello al cabo de 7 semanas.

La razón es $\frac{1}{3}$, y en proporción $\frac{1}{3} = \frac{x}{7} \rightarrow x = \frac{1 \cdot 7}{3} = 2,3 \text{ cm}$

- 072** Alicia y Antonio reparten propaganda. Los 5 paquetes de Alicia pesan 6 kilos. ¿Cuánto pesarán los 7 paquetes de Antonio?

Las magnitudes son directamente proporcionales:

$$\frac{6}{5} = \frac{x}{7} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 7}{5} = 8,4 \text{ kilos}$$

- 073** La dueña de una pensión dispone de comida para alimentar a sus 18 huéspedes durante 12 días. Si vienen 6 huéspedes nuevos, ¿para cuántos días tendrán comida?

Huéspedes	Días
18	12
24	x

$$\left. \begin{array}{l} 18 \longrightarrow 12 \\ 24 \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow 18 \cdot 12 = 24 \cdot x \rightarrow x = 9 \text{ días}$$

- 074** María escribe dos páginas en media hora. ¿Cuántas páginas escribirá en 3 horas? ¿Y cuánto tiempo tardará en escribir 84 páginas?

Páginas	Horas
2	0,5
x	3

$$\left. \begin{array}{l} 2 \longrightarrow 0,5 \\ x \longrightarrow 3 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{0,5}{3} \rightarrow x = \frac{6}{0,5} = 12 \text{ páginas}$$

Páginas	Horas
2	0,5
84	x

$$\left. \begin{array}{l} 2 \longrightarrow 0,5 \\ 84 \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2}{84} = \frac{0,5}{x} \rightarrow x = \frac{42}{2} = 21 \text{ horas}$$

075 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE ENGRANAJES MEDIANTE PROPORCIONALIDAD?

En un reloj antiguo, un engranaje tiene dos ruedas, de 18 y 12 dientes, respectivamente. Si la rueda mayor da 6 vueltas, averigua cuántas vueltas da la rueda menor.

PRIMERO. Se comprueba el tipo de proporcionalidad que guardan las magnitudes.

Con 18 dientes $\xrightarrow{\text{da}}$ 6 vueltas

Con 36 dientes $\xrightarrow{\text{dará}}$ 3 vueltas

La relación de proporcionalidad es inversa.

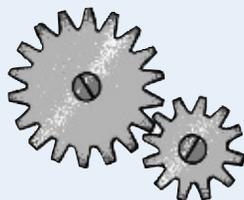
$$18 \cdot 6 = 36 \cdot 3$$

SEGUNDO. Se plantea una regla de tres.

Dientes	Vueltas
18	6
12	x

$$\left. \begin{array}{l} 18 \longrightarrow 6 \\ 12 \longrightarrow x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{razón inversa}} x = \frac{18 \cdot 6}{12} = 9$$

La rueda de 12 dientes dará 9 vueltas.



Proporcionalidad numérica

- 076** ●● Dos ruedas dentadas engranan mutuamente. La primera tiene 20 dientes, y la segunda, 50. Si la primera ha dado 5 000 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

$$\begin{array}{l} \text{Dientes} \qquad \qquad \text{Vueltas} \\ 20 \longrightarrow 5\,000 \\ 50 \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Dientes} \\ \text{Vueltas} \end{array}} \right\} \rightarrow 20 \cdot 5\,000 = 50 \cdot x \rightarrow x = 2\,000 \text{ vueltas}$$

- 077** ●● Las ruedas traseras y delanteras de un coche tienen 1,3 m y 1 m de diámetro, respectivamente. Si las traseras han dado 260 vueltas, ¿cuántas han dado las delanteras?

$$\begin{array}{l} \text{Metros} \qquad \qquad \text{Vueltas} \\ 1,3 \longrightarrow 260 \\ 1 \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Metros} \\ \text{Vueltas} \end{array}} \right\} \rightarrow 1,3 \cdot 260 = x \rightarrow x = 338 \text{ vueltas}$$



- 078** ●● He pagado 60 € por el abono de piscina de este verano, pero solo puedo asistir 45 días. Si la entrada normal cuesta 1,25 € al día, ¿me ahorraré dinero comprando el abono?

El precio sin abono es: $1,25 \cdot 45 = 56,25$ €. Por tanto, no ahorraré dinero.

- 079** ●● En la tabla se muestra la oferta de unos grandes almacenes al adquirir un determinado número de litros de leche. ¿Es directamente proporcional el obsequio y la compra?

Litros comprados	40	55	75	100
Litros obsequiados	1	2	3	5

$$\frac{40}{1} \neq \frac{55}{2} \rightarrow \text{No es directamente proporcional.}$$

- 080** ●● En la siguiente tabla se muestra la oferta de una frutería al comprar un determinado número de kilos de patatas. ¿Es directamente proporcional el obsequio y la compra?

Kilos comprados	20	40	60	80
Kilos obsequiados	1,5	3	4,5	6



¿Qué cantidad de patatas hay que comprar para que nos regalen 10,5 kg?

$$\frac{20}{1,5} = \frac{40}{3} = \frac{60}{4,5} = \frac{80}{6} \rightarrow \text{Es directamente proporcional.}$$

$$\begin{array}{l} \text{Comprados} \qquad \qquad \text{Obsequiados} \\ 20 \longrightarrow 1,5 \\ x \longrightarrow 10,5 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Comprados} \\ \text{Obsequiados} \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{20}{x} = \frac{1,5}{10,5} \rightarrow x = 140 \text{ kg}$$

- 081 ●● Un coche de carreras ha dado 5 vueltas a un circuito en 8 minutos y 30 segundos. Si mantiene la misma velocidad, ¿cuánto tiempo tardará en dar las 3 próximas vueltas?



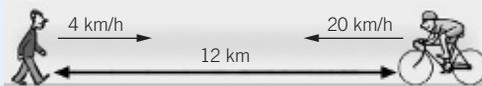
Vueltas	Minutos	
5	→ 8,5	} → $\frac{5}{3} = \frac{8,5}{x} \rightarrow x = 5,1$ minutos
3	→ x	

082 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE MÓVILES MEDIANTE RAZONES?

Un caminante y un ciclista marchan por la misma vía. El caminante lleva una velocidad de 4 km/h, y el ciclista, de 20 km/h.

- a) Si parten al mismo tiempo, desde puntos opuestos que distan entre sí 12 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?



- b) Si parten del mismo punto y el caminante lleva una ventaja de 4 km, ¿cuánto tiempo tardará en alcanzarlo el ciclista?



PRIMERO. Se suman o restan las velocidades, según vayan en distinta o en igual dirección.

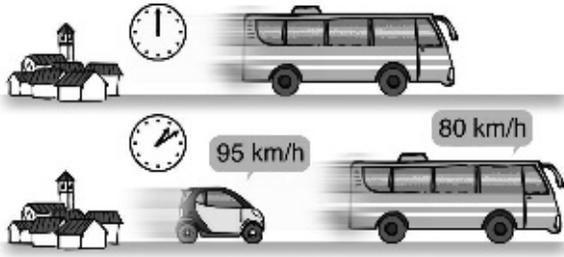
- a) VELOCIDAD DE ENCUENTRO = $20 + 4 = 24$ km/h
 b) VELOCIDAD DE ALCANCE = $20 - 4 = 16$ km/h

SEGUNDO. La razón entre la distancia que los separa y la velocidad a la que se aproximan es el tiempo, t .

- a) $t = \frac{\text{distancia}}{\text{velocidad}} = \frac{12}{24} = 0,5$ h en encontrarse
 b) $t = \frac{\text{distancia}}{\text{velocidad}} = \frac{4}{16} = 0,25$ h en alcanzarlo

Proporcionalidad numérica

- 083** ●● El autobús de Villa Arriba parte a las 12 de la mañana hacia Villa Abajo. Una hora y diez minutos más tarde sale de Villa Arriba un automóvil con la misma dirección. Si el autobús circula a 80 km/h y el automóvil va a 95 km/h:



- a) ¿Cuánto tiempo tardará el coche en alcanzar al autobús?
 b) Si la distancia entre las dos ciudades es de 146 km, ¿alcanzará el coche al autobús antes de llegar a Villa Abajo?

Cuando sale el automóvil de Villa Arriba, el autobús ha recorrido:
 $1 \text{ h } 10 \text{ min} \cdot 80 \text{ km/h} = 93,33 \text{ km}$

La velocidad de alcance es: $95 - 80 = 15 \text{ km/h}$

a) $t = \frac{93,33}{15} = 6,22 \text{ horas}$ tardará en alcanzarlo

b) El tiempo que tarda el autobús en llegar a Villa Abajo es:

$t = \frac{146}{80} = 1,825 \text{ horas}$, por lo que el autobús llega antes de que sea alcanzado por el automóvil.

- 084** ●● Un grifo arroja un caudal de 25 l/min y llena un depósito de agua en 1 hora y 20 minutos. ¿Cuánto tardará en llenar ese mismo depósito otro grifo con un caudal de 20 l/min?

<u>Caudal</u>	<u>Tiempo</u>	
25	→ 80	} → $25 \cdot 80 = 20 \cdot x \rightarrow x = 100 \text{ minutos}$
20	→ x	

- 085** ●● En una bañera, el agua alcanza 12 cm de altura con un grifo que mana 180 ml/s en 12 minutos. Si el grifo manase 90 ml/s, ¿qué altura alcanzaría en el mismo tiempo?

<u>Caudal</u>	<u>Altura</u>	
180	→ 12	} → $\frac{180}{12} = \frac{90}{x} \rightarrow x = 6 \text{ cm}$
90	→ x	

086 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE RESUELVEN LOS PROBLEMAS DE LLENADO Y VACIADO MEDIANTE PROPORCIONALIDAD?

Un grifo *A* tarda 36 horas en llenar una piscina, y otro grifo *B* tarda 24 horas. Si abrimos los dos grifos a la vez, ¿cuánto tardará en llenarse la piscina?

PRIMERO. Se reduce a la unidad en cada grifo.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Grifo } A, \text{ en 1 hora, llena: } \frac{1}{36} \text{ partes de piscina} \\ \text{Grifo } B, \text{ en 1 hora, llena: } \frac{1}{24} \text{ partes de piscina} \end{array} \right\}$$

Grifo *A* y grifo *B*, en 1 hora, llenan:

$$\frac{1}{36} + \frac{1}{24} = \frac{5}{72} \text{ partes de piscina}$$

SEGUNDO. Se reduce a la unidad en ambos grifos.

$$\begin{array}{l} \left[\frac{5}{72} \text{ partes de piscina en 1 h} \right. \\ \left[\frac{1}{72} \text{ partes de piscina en } \frac{1}{5} \text{ h} \right. \\ \left[\frac{72}{72} \text{ partes de piscina en } 72 \cdot \frac{1}{5} = 14 \text{ h } 24 \text{ min} \right. \end{array}$$

Los dos grifos tardarán en llenarla 14 h 24 min.

087

Una piscina tiene dos desagües. El primero tarda en vaciar la piscina 8 horas. Y abriendo el segundo desagüe, la piscina tarda en vaciarse 6 horas. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse si abrimos los dos desagües a la vez?



El primer desagüe, en 1 hora, vacía $\frac{1}{8}$ de la piscina.

El segundo desagüe, en 1 hora, vacía $\frac{1}{6}$ de la piscina.

Los dos desagües, en 1 hora, vacían: $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$ de la piscina

En vaciar la piscina tardarán: $1 : \frac{7}{24} = 3 \text{ h } 25 \text{ min } 43 \text{ s}$

Proporcionalidad numérica

088



Dos desagües iguales vacían una balsa de agua en 4 horas y cuarto. ¿En cuánto tiempo se vaciaría si abriésemos tres desagües?

Convertimos el tiempo en minutos:

$$4 \text{ horas y cuarto} = 4 \cdot 60 + 15 = 255 \text{ minutos}$$

<u>Desagües</u>	<u>Minutos</u>
2	→ 255
3	→ x

} → $2 \cdot 255 = 3x \rightarrow x = 170$ minutos

089



Un grifo llena un estanque en 8 horas. A consecuencia de una avería, el grifo arroja solo $\frac{2}{3}$ de su caudal. Para llenar el estanque todavía faltan las $\frac{3}{4}$ partes. ¿Cuánto tiempo empleará ahora el grifo en llenarlo?

<u>Horas</u>	<u>Caudal</u>
8	→ $\frac{3}{3}$
x	→ $\frac{2}{3}$

} → $8 \cdot \frac{3}{3} = x \cdot \frac{2}{3} \rightarrow x = 12$ horas

<u>Horas</u>	<u>Estanque</u>
12	→ 1
x	→ $\frac{3}{4}$

} → $\frac{12}{x} = \frac{4}{3} \rightarrow x = 9$ horas

090



Un arquitecto planea terminar un edificio en un año y medio, con la ayuda de 36 obreros. Si le conceden una prórroga de medio año, ¿de cuántos obreros puede prescindir?



<u>Obreros</u>	<u>Años</u>
36	→ 1,5
x	→ 2

} → $36 \cdot 1,5 = 2 \cdot x \rightarrow x = 27$ obreros

Por tanto, puede prescindir de $36 - 27 = 9$ obreros.

- 091** En un poblado africano hay 2 350 habitantes. Si el 68% son niños, averigua el número de niños del poblado.

68% de 2 350 = 1 598 niños hay en el poblado

- 092** En una clase de 30 alumnos han faltado 6. ¿Cuál ha sido el porcentaje de ausencias?

Como 6 es el 20% de 30, ha faltado el 20% de los alumnos.

- 093** De 475 personas, a 76 les gusta el fútbol. ¿A qué porcentaje de personas no les gusta el fútbol?



No les gusta el fútbol a 399 personas, que son el 84% del total.

- 094** El 18% de una cosecha de lechugas son 10 800 kg. ¿Cuántos kilos tiene la cosecha?

La cosecha de lechugas tiene: $\frac{18 \cdot 10\,800}{100} = 1\,944$ kg

- 095** Un traje cuesta 280 €. Si se aumenta su precio un 12%, ¿cuánto costará?

El traje costará: $\frac{280 \cdot 112}{100} = 313,60$ €

- 096** Las reservas de agua de una comunidad autónoma eran de 350 hm³. Si se han incrementado en un 12%, ¿cuáles son las reservas actuales?

Las reservas de agua actuales son: $\frac{350 \cdot 112}{100} = 392$ hm³

Proporcionalidad numérica

- 097** De los 1 200 alumnos de un instituto, el 25 % practica atletismo; el 15 %, baloncesto, y el 40 %, fútbol. Calcula el número de alumnos que practican cada deporte y el porcentaje de los que no lo practican.

$$\text{Atletismo: } \frac{25}{100} \cdot 1\,200 = 300 \text{ alumnos}$$

$$\text{Baloncesto: } \frac{15}{100} \cdot 1\,200 = 180 \text{ alumnos}$$

$$\text{Fútbol: } \frac{40}{100} \cdot 1\,200 = 480 \text{ alumnos}$$

Alumnos que no realizan deporte:

$$1\,200 - (300 + 180 + 480) = 1\,200 - 960 = 240 \text{ alumnos}$$

$$\frac{x}{100} \cdot 1\,200 = 240 \rightarrow 1\,200x = 24\,000 \rightarrow x = \frac{24\,000}{1\,200} = 20\%$$

- 098** Tres montañeros se llevan alimento para su estancia en la montaña. Al llegar al refugio descubren que tienen un 15 % más de provisiones. Si disponen de 402,5 kg de comida, averigua cuánta tenían al principio.

$$\frac{115}{100} \cdot x = 402,5 \rightarrow x = \frac{402,5 \cdot 100}{115} = 350 \text{ kg}$$



- 099** Un establecimiento vendía café a 5 €/kg. Si ahora lo vende a 4,75 €/kg, encuentra el porcentaje de descuento que ha aplicado.

$$\left(\frac{100-x}{100}\right) \cdot 5 = 4,75 \rightarrow 500 - 5x = 475 \rightarrow 500 - 475 = 5x \\ \rightarrow 25 = 5x \rightarrow x = 5\% \text{ de descuento}$$

- 100** Queremos hacer la fotocopia de una lámina, reduciendo 12,5 cm de altura a 6 cm. ¿Qué porcentaje de reducción aplicaremos?



$$\left(\frac{100-x}{100}\right) \cdot 12,5 = 6 \\ \rightarrow 1\,250 - 12,5x = 600 \\ \rightarrow 1\,250 - 600 = 12,5x \\ \rightarrow 650 = 12,5x \rightarrow x = 52\%$$

Aplicaremos una reducción del 52 %.

101 HAZLO ASÍ

¿CÓMO SE CALCULA LA CANTIDAD FINAL DE UNA INVERSIÓN?

Ingresamos 3 000 € en el banco a un rédito del 5 % anual. ¿Qué cantidad de dinero tendremos después de 10 años?

PRIMERO. Se calcula el beneficio anual.

$$\text{Beneficio anual} = 3\,000 \cdot \frac{5}{100} = 150 \text{ €}$$

SEGUNDO. Se multiplica el beneficio anual por el número de años que se mantiene la inversión.

$$\text{Beneficio} = 150 \cdot 10 = 1\,500 \text{ €}$$

TERCERO. Se suman los beneficios a la cantidad inicial.

$$\text{Cantidad final} = 3\,000 + 1\,500 = 4\,500 \text{ €}$$

Después de 10 años tendremos 4 500 €.

102 Calcula el capital final que se retirará después de 6 años si se invierten:

a) 10 000 €, al 3,5% anual.

$$\text{a) Beneficio anual} = 10\,000 \cdot \frac{3,5}{100} = 350 \text{ €}$$

$$\text{Beneficio} = 350 \cdot 6 = 2\,100 \text{ €}$$

$$\text{Capital final} = 10\,000 + 2\,100 = 12\,100 \text{ €}$$

$$\text{b) Beneficio anual} = 5\,000 \cdot \frac{4}{100} = 200 \text{ €}$$

$$\text{Beneficio} = 200 \cdot 6 = 1\,200 \text{ €}$$

$$\text{Capital final} = 5\,000 + 1\,200 = 6\,200 \text{ €}$$

103 ¿A qué tanto por ciento se han invertido 12 000 € durante 3 años si se han obtenido 900 € de beneficio?

El beneficio en 3 años es de 900 €.

Por otra parte, también lo podemos calcular como:

$$12\,000 \cdot \frac{x}{100} \cdot 3 = 360x$$

$$360x = 900 \rightarrow x = 2,5$$

El dinero se invirtió al 2,5%.

Proporcionalidad numérica

104

¿Durante cuántos años hemos invertido 15 000 € al 2,8% si después obtenemos 17 100 €?

$$\text{Beneficio anual} = 15\,000 \cdot \frac{2,8}{100} = 420 \text{ €}$$

$$\text{Beneficio} = 420x$$

$$\text{Capital final} = 15\,000 + 420x = 17\,100 \text{ €}$$

$$x = \frac{17\,100 - 15\,000}{420} = 5 \text{ años}$$

Hemos tenido invertido el dinero durante 5 años.

105

Esta situación es la que se planteó cuando Alfredo fue a comprar un televisor.



¿Crees que Alfredo y la dependienta hablan del mismo precio?

$$\text{Precio de Alfredo: } 1\,600 \cdot \frac{122}{100} = 1\,952 \text{ €}$$

$$\text{Precio de la dependienta: } 1\,600 \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{118}{100} = 2\,076,80 \text{ €}$$

Por tanto, los precios no son iguales.

106

Una fotocopidora tarda una hora en hacer m fotocopias. Y otra, para hacer el mismo número de fotocopias, tarda una hora y media. ¿Cuántos minutos tardarán las dos fotocopadoras en hacer a la vez ese número m de fotocopias?

La fotocopidora A , en 1 hora, hace: $\frac{1}{1}$ de las fotocopias

La fotocopidora B , en 1 hora, hace: $\frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$ de las fotocopias

Las dos fotocopadoras, en 1 hora, hacen: $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ de las fotocopias

Las dos fotocopadoras juntas tardarán: $\frac{3}{5}$ de hora = 36 minutos en realizar las fotocopias

107

En el siglo VIII, un monje benedictino inglés conocido con el nombre de Beda el Venerable planteó este curioso problema:

Un testador a punto de morir deja dicho en su herencia: «Como mi mujer está próxima a dar a luz, otorgaré mi herencia en función del sexo de mi prole: si es niño le dejaré 2/3 de mi herencia, y a su madre 1/3; y si es niña le dejaré 1/3 de mi herencia y a mi mujer 2/3». El testador muere, y días más tarde su viuda da a luz a un par de mellizos de distinto sexo.

¿Cómo han de repartirse la herencia?

La razón entre las cantidades de varón y madre es:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

La razón entre las cantidades de mujer y madre es:

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

Si la cantidad que recibe la madre es x , la del hijo es $2x$ y la de la hija es $\frac{x}{2}$, el total es de $3,5x$.

Por tanto, el reparto se hará del siguiente modo:

- A la madre le corresponde:

$$\frac{x}{3,5x} = \frac{2}{7} \text{ del total}$$

- Al hijo le corresponde:

$$\frac{2x}{3,5x} = \frac{4}{7} \text{ del total}$$

- A la hija le corresponde:

$$\frac{0,5x}{3,5x} = \frac{1}{7} \text{ del total}$$



Proporcionalidad numérica

PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

108



Se está investigando sobre la propagación de enfermedades en las ranas. Para ello, en un estanque en el que, a simple vista, hay un gran número de ellas han realizado este experimento para determinar el número de ranas que hay.

Metemos una red en el estanque y contamos las ranas que atrapamos. Les hacemos una pequeña marca con tinte y las devolvemos al estanque. Volvemos a meter la red, contamos las ranas que sacamos y anotamos las que tienen marca de tinte.



EXPERIMENTO 1	
1. ^a extracción	2. ^a extracción
182 ranas	195 ranas 38 marcadas

EXPERIMENTO 2	
1. ^a extracción	2. ^a extracción
96 ranas	80 ranas 9 marcadas

EXPERIMENTO 3	
1. ^a extracción	2. ^a extracción
236 ranas	204 ranas 51 marcadas

Se ha realizado este proceso tres veces.

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

a) ¿En qué experimento se atrapan más ranas?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

b) Según cada uno de los experimentos, ¿cuántas ranas, aproximadamente, puede haber en el estanque?

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

c) Si se ha estimado que en el estanque hay 1 500 ranas, ¿crees que los cálculos serán correctos?

a) Hemos atrapado más ranas en el experimento 3.

$$\begin{array}{l} \text{b) EXPERIMENTO 1} \\ \begin{array}{l} \text{Total} \quad \text{Coloreadas} \\ x \longrightarrow 182 \\ 195 \longrightarrow 38 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x \\ 195 \end{array}} \right\} \longrightarrow \frac{x}{195} = \frac{182}{38} \longrightarrow x \approx 933 \text{ ranas} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{EXPERIMENTO 2} \\ \begin{array}{l} x \longrightarrow 96 \\ 80 \longrightarrow 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x \\ 80 \end{array}} \right\} \longrightarrow \frac{x}{80} = \frac{96}{9} \longrightarrow x \approx 853 \text{ ranas} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{EXPERIMENTO 3} \\ \begin{array}{l} x \longrightarrow 236 \\ 204 \longrightarrow 51 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x \\ 204 \end{array}} \right\} \longrightarrow \frac{x}{204} = \frac{236}{51} \longrightarrow x = 944 \text{ ranas} \end{array}$$

c) Como el número de ranas es distinto en los tres experimentos, calculamos la media: $\frac{933 + 853 + 944}{3} = 910$ ranas

Por tanto, según los experimentos que se han realizado, en el estanque habrá, aproximadamente, 910 ranas. Si consideramos que hay 1 500, los cálculos del estudio no serán correctos.

109

Armando practica el atletismo, y ha participado en varias carreras de competición, pero hasta el año pasado no corrió su primer maratón.

A Armando le gustó tanto la experiencia que ha decidido entrenarse profesionalmente y ha buscado un entrenador.

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- a) Si una persona corre a 15 km/h antes del plan de entrenamiento, ¿cuál será su velocidad después de seguir el plan?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- b) Si la velocidad antes de entrenar es v , ¿cuál será la velocidad después?
- c) Si antes del entrenamiento tardaba un tiempo t , ¿cuánto tardará después de seguir el plan de entrenamiento?
- d) ¿En qué porcentaje disminuirá el tiempo empleado en correr el maratón respecto al año anterior?

Si sigues de forma estricta este plan de entrenamiento, al finalizar el año habrás aumentado tu velocidad en un 25 %.

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- e) El entrenador le ha dicho que va a tardar 11 minutos en recorrer 9 kilómetros.

¿Crees que podrá conseguirlo?

- a) 25 % de 15 $\rightarrow 0,25 \cdot 15 = 3,75$

Como aumenta un 25 % su velocidad, correrá a: $15 + 3,75 = 18,75$ km/h

- b) Velocidad antes de entrenar: v Velocidad después de entrenar: $1,25v$

- c) Tiempo antes de entrenar: t Tiempo después de entrenar: r

Tan solo sabemos que $r < t$.

- d)

<u>Antes</u>	<u>Después</u>
$t \longrightarrow$	r
$v \longrightarrow$	$1,25v$

 $\rightarrow t \cdot v = r \cdot 1,25v \rightarrow r = \frac{tv}{1,25v} = \frac{t}{1,25} = 0,8t$

Por tanto, r es el 80 % de t . Es decir, disminuye el tiempo en un 20 %.

- e) Si recorriera 9 kilómetros en 11 minutos, en 1 hora recorrería:

<u>Kilómetros</u>	<u>Minutos</u>
9 \longrightarrow	11
$x \longrightarrow$	60

 $\rightarrow x = \frac{60 \cdot 9}{11} = 49,09$ km

Su velocidad sería de 49,09 km/h.

Es imposible que una persona mantenga una velocidad media de 49,09 km/h durante 9 km.

