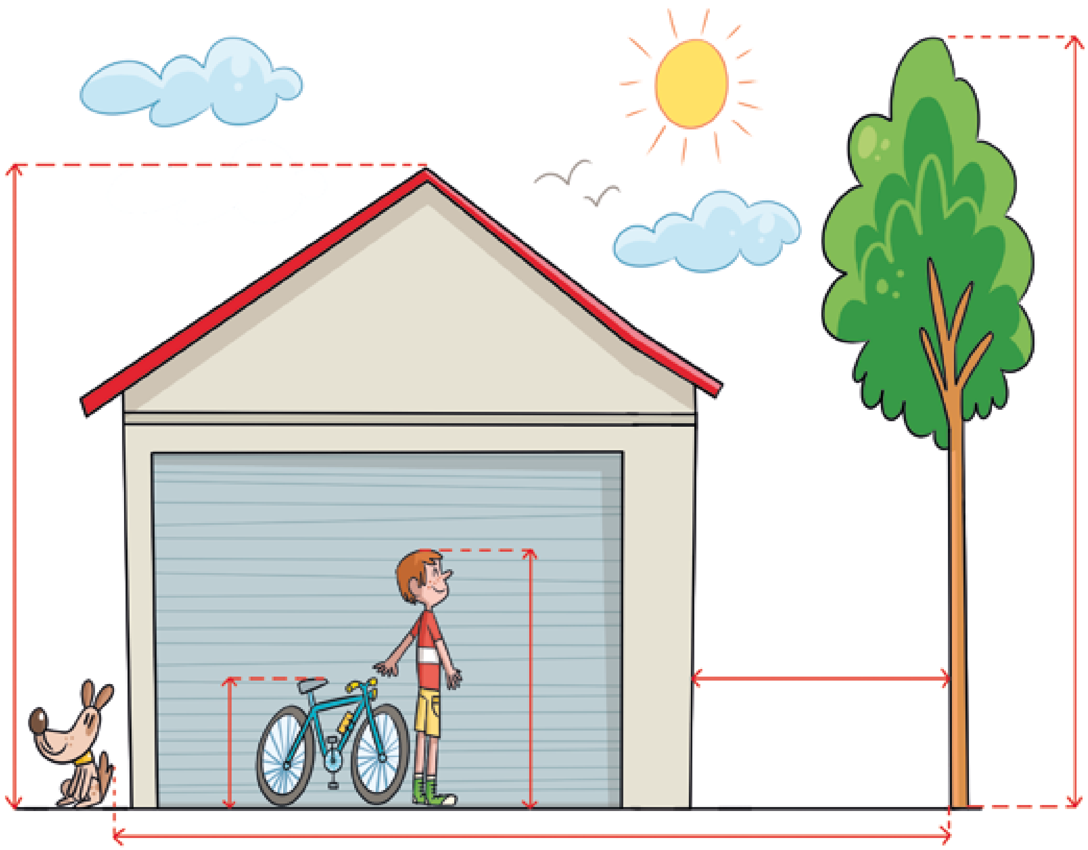
10 SEMEJANZA

Página 221

Con lo que ya sabes, resuelve

Bárbara le ha hecho una fotografía a su hermano Nico saliendo con su bici del garaje.

Observa la fotografía y resuelve las actividades.



1 **¿Comprueba, con tu regla, que la altura del árbol en la foto es tres veces la de Nico. ¿Cuál es la altura real del árbol si Nico mide en la realidad 1,70 m?**

En la foto, Nico mide 3,4 cm; y el árbol, 10,2 cm. Es decir, se cumple que:

Altura del árbol en la foto = 3 · Altura de Nico en la foto

Por tanto, en la realidad, el árbol medirá el triple que Nico.

3 · 1,70 = 5,10 m

El árbol alcanza una altura de 5,10 m en la realidad.

2 Ahora, sigue midiendo en la foto con tu regla y calcula:

a) La distancia del árbol a la casa.

b) La altura a la que le queda a Nico el sillín de la bicicleta.

c) La altura de la casa.

$$\frac{\textit{Altura de Nico en la foto}}{\textit{Altura real de Nico}} = \frac{\textit{Altura de la casa en la foto}}{\textit{Altura real de la casa}}$$

d) La distancia del perro al árbol.

a) En la foto, la distancia del árbol a la casa es igual a la altura de Nico, es decir, 3,4 cm. Por tanto, también son iguales en la realidad.

El árbol está a 1,70 m de la casa.

b) En la foto, el sillín de la bicicleta queda a 1,7 cm de altura, es decir, a la mitad de la altura de Nico.

Por tanto, en la realidad, el sillín quedará a 1,70 : 2 = 0,85 m = 85 cm de altura.

c) $\dfrac{\text{Altura de Nico en la foto}}{\text{Altura real de Nico}} = \dfrac{\text{Altura de la casa en la foto}}{\text{Altura real de la casa}} \to$

$$\to \frac{3{,}4}{170} = \frac{8{,}5}{\text{Altura real de la casa}} \to$$

$$\to \text{Altura real de la casa} = \frac{8{,}5}{3{,}4} \cdot 170 = 425 \text{ cm} = 4{,}25 \text{ m}$$

El punto más alto de la casa queda a 4,25 m del suelo.

d) $\dfrac{\text{Distancia del perro al árbol en la foto}}{\text{Distancia real del perro al árbol}} = \dfrac{\text{Altura de Nico en la foto}}{\text{Altura real de Nico}} \to$

$$\to \frac{11{,}05}{\text{Distancia real del perro al árbol}} = \frac{3{,}4}{170} \to$$

$$\to \text{Distancia real del perro al árbol} = \frac{11{,}05}{3{,}4} \cdot 11{,}05 = 552{,}5 \text{ cm} = 5{,}525 \text{ m} \approx 5{,}5 \text{ m}$$

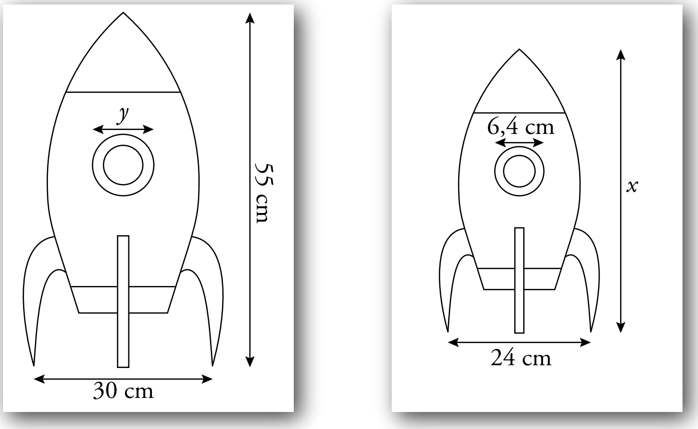
La distancia del perro al árbol es, aproximadamente, de 5,5 m.

1 ▶ FIGURAS SEMEJANTES

Página 223

Para fijar ideas

1 **Copia y completa en tu cuaderno.**



Con una fotocopiadora hemos reducido el dibujo de la izquierda obteniendo el de la derecha.

a) ¿Cuál ha sido la reducción?

b) ¿Cuánto mide la altura x de la figura reducida?

c) ¿Cuánto mide el diámetro de la ventana en la figura inicial?

d) Las fotocopiadoras expresan la reducción en forma de porcentaje. ¿Cuál es ese porcentaje en este caso?

a) Calculamos el factor de reducción, es decir, la razón de semejanza entre la figura reducida y la original. ¿Por cuánto hay que multiplicar cada segmento de la primera figura para obtener el correspondiente de la segunda?

$$\mathbf{30 \cdot r = 24 \rightarrow r = \frac{\dots}{\dots} = \dots}$$

El cociente obtenido (r = 0,…) es la razón de semejanza que transforma la primera figura en la segunda.

b) Conociendo la reducción, r, calculamos la altura x:

$$\mathbf{55 \cdot r = x \rightarrow x = 55 \cdot 0,\dots = \dots\ cm}$$

c) Siguiendo el mismo criterio, calculamos el diámetro, y, pero teniendo en cuenta que pertenece a la primera figura y ahora conocemos su valor reducido.

$$\mathbf{y \cdot r = 6,4 \rightarrow y = \frac{6,4}{0,\dots} = \dots\ cm}$$

d) Tenemos la razón de semejanza en forma decimal. Pasamos ese decimal a forma porcentual:

$$\mathbf{r = 0,\dots = \frac{\dots}{100} \rightarrow \dots\ \%}$$

a) $30 \cdot r = 24 \rightarrow r = \dfrac{24}{30} = 0,8$

b) $55 \cdot r = x \rightarrow x = 55 \cdot 0,8 = 44$ cm

c) $y \cdot r = 6,4 \rightarrow \dfrac{6,4}{0,8} = 8$ cm

d) $r = 0,8 = \dfrac{80}{100} \rightarrow 80\ \%$

Para practicar

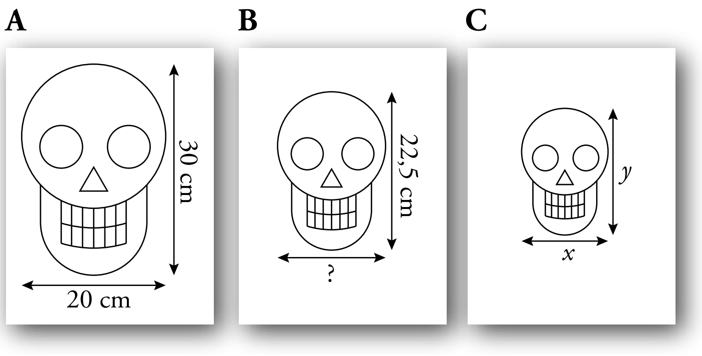
1 **Las dos figuras de la derecha, B y C, son reducciones que se han hecho en una fotocopiadora sobre la figura de la izquierda, A.**

a) ¿Qué reducción se ha aplicado a la página central?

Exprésala en forma decimal y en tanto por ciento.

b) ¿Cuánto mide el ancho de la imagen de la hoja central?

c) Calcula los valores de x e y sabiendo que se ha hecho la reducción al 60 %.



a) $\frac{22,5}{30} = 0,75$. Se ha aplicado una reducción del 75 %.

b) 75 % de 20 = 15. El ancho de la calavera central es de 15 cm.

c) y = 60 % de 30 = 18 cm

x = 60 % de 20 = 12 cm

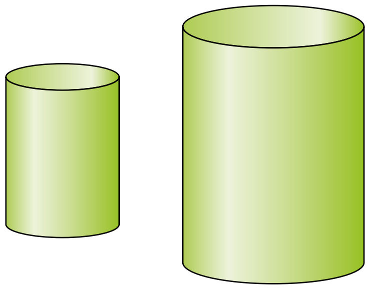
Página 224

Para fijar ideas

2 **Copia y completa en tu cuaderno.**

Una empresa de transportes tiene en su base logística dos depósitos cilíndricos para almacenaje de combustible.

Ambos son semejantes y la altura de uno es 1,6 veces la del otro.



a) ¿Cuál es la razón de semejanza?

$$\text{Altura}_{\text{GRANDE}} = r \cdot \text{Altura}_{\text{PEQUEÑO}} \rightarrow r = \ldots$$

b) Para pintar el menor, se han gastado 12,5 kg de pintura. ¿Cuántos kilos se necesitarán para pintar el grande?

$$\text{kg}_{\text{GRANDE}} = r^2 \cdot \text{kg}_{\text{PEQUEÑO}} \rightarrow \text{kg}_{\text{GRANDE}} = (\ldots)^2 \cdot 12,5 = \ldots \text{ kg}$$

c) En el pequeño caben 3 750 litros de gasoil. ¿Cuántos litros caben en el grande?

$$\text{L}_{\text{GRANDE}} = r^3 \cdot \text{L}_{\text{PEQUEÑO}} \rightarrow \text{L}_{\text{GRANDE}} = (\ldots)^3 \cdot \ldots = \ldots \text{ L}$$

a) $\text{Altura}_{\text{GRANDE}} = r \cdot \text{Altura}_{\text{PEQUEÑO}} \rightarrow r = 1,6$

b) $\text{kg}_{\text{GRANDE}} = r^2 \cdot \text{kg}_{\text{PEQUEÑO}} \rightarrow \text{kg}_{\text{GRANDE}} = (1,6)^2 \cdot 12,5 = 32$ kg

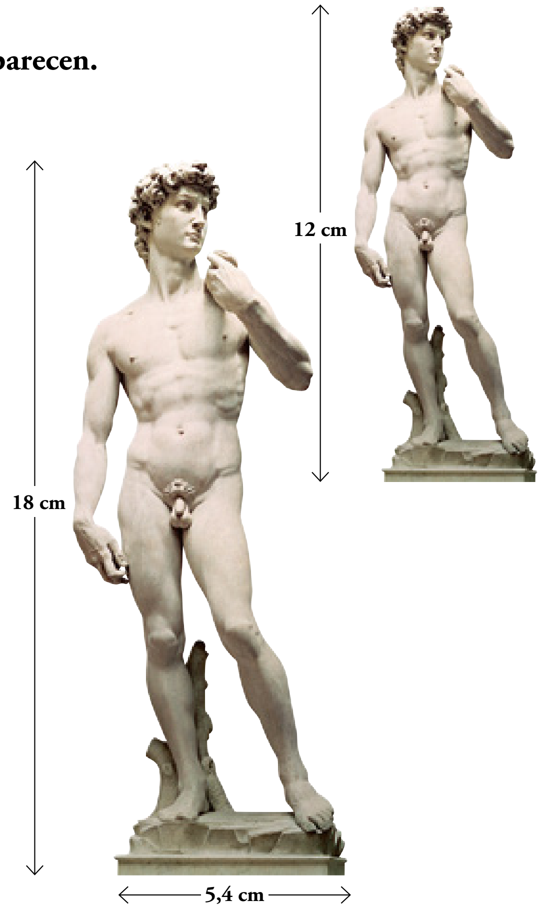
c) $\text{L}_{\text{GRANDE}} = r^3 \cdot \text{L}_{\text{PEQUEÑO}} \rightarrow \text{L}_{\text{GRANDE}} = (1,6)^3 \cdot 3\,750 = 15\,360$ L

Página 225

Para fijar ideas

3 Copia, completa y comprueba que llegas a los resultados que aparecen.

En una pequeña tienda de Florencia venden reproducciones del *David,* de Miguel Ángel. Las hay de dos tamaños: de 18 cm y de 12 cm de altura.



a) ¿Son figuras semejantes? ¿Cuál es la razón de semejanza entre la estatua grande y la pequeña?

Las figuras son semejantes porque tienen la misma …, es decir, solo difieren en el …

La razón de semejanza, *r*, entre la grande y la pequeña es:

$$r = \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

b) El pedestal de la figura mayor tiene una anchura de 5,4 cm. ¿Cuál es la anchura del pedestal de la pequeña?

La anchura, *a*, del pedestal de la pequeña es:

$$a \cdot r = 5{,}4 \rightarrow a = \frac{\dots}{\dots} = \dots \text{ cm}$$

c) Si el pedestal de la estatua original tiene una anchura de 1,55 m, ¿qué altura tiene la estatua?

La altura, h, de la estatua es:

$$\frac{\dots}{5{,}4} = \frac{h}{\dots} \rightarrow h = \frac{\dots \cdot \dots}{\dots} = 516{,}66 \text{ cm} \approx 517 \text{ cm} = \dots \text{ m}$$

d) Si para envolver la pequeña utilizamos un pliego de papel de 4 dm², ¿cuál será la superficie del pliego necesario para envolver en las mismas condiciones la grande?

$$\text{Superficie}_{\text{ENVOLTORIO GRANDE}} = r^2 \cdot \text{Superficie}_{\text{ENVOLTORIO PEQUEÑO}}$$

$$\text{Superficie}_{\text{ENVOLTORIO GRANDE}} = \dots^2 \cdot 4 = 9 \text{ dm}^2$$

a) Las figuras son semejantes porque tienen la misma forma, es decir, solo difieren en el tamaño.

$$r = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

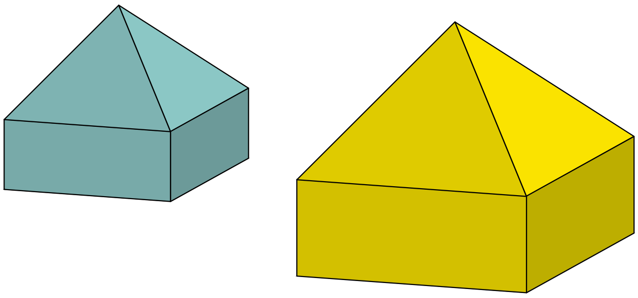
b) $a \cdot r = 5{,}4 \rightarrow a = \dfrac{5{,}4}{1{,}5} = 3{,}6$ cm

c) $\dfrac{155}{5{,}4} = \dfrac{h}{18} \rightarrow h = \dfrac{155 \cdot 18}{5{,}4} = 516{,}66 \text{ cm} \approx 517 \text{ cm} = 5{,}17 \text{ m}$

d) $\text{Superficie}_{\text{ENVOLTORIO GRANDE}} = 1{,}5^2 \cdot 4 = 9 \text{ dm}^2$

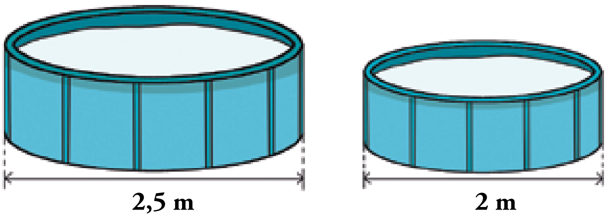
Para practicar

2 **Estas dos casitas de cartulina, construidas en el taller de pretecnología, son semejantes.**
La razón de semejanza es 1,5.
Para fabricar la pequeña, se han necesitado 7,2 dm² de cartulina, y su volumen es 6,4 L.
¿Cuánta cartulina lleva la grande y qué volumen tiene?



La grande lleva $7,2 \cdot 1,5^2 = 16,2$ dm² de cartulina y tiene un volumen de $6,4 \cdot 1,5^3 = 21,6$ L.

3 **Estas dos piscinas son semejantes.**



a) ¿Cuál es la razón de semejanza?
b) Si la pequeña tiene 120 cm de profundidad, ¿cuál es la profundidad de la grande?
c) La lona impermeable de la pequeña costó 50 €. ¿Cuánto costará la lona de la grande?
d) Llenar de agua la pequeña cuesta 23 €. ¿Cuánto costará llenar la grande?

a) $r = \dfrac{2,5}{2} = 1,25$

b) La profundidad de la grande es $120 \cdot 1,25 = 150$ cm.

c) La lona de la grande costará $50 \cdot 1,25^2 = 78,12$ €.

d) Llenar la grande costará $23 \cdot 1,25^3 = 44,92$ €.

2 PLANOS, MAPAS Y MAQUETAS

Página 227

Para practicar

1 **Tomando medidas sobre el mapa de la página anterior y teniendo en cuenta la escala. Calcula:**

a) La distancia entre Las Palmas y Puerto del Rosario.

b) El tiempo que tarda un ferri, a 20 nudos, en ir de Las Palmas a Santa Cruz de Tenerife.

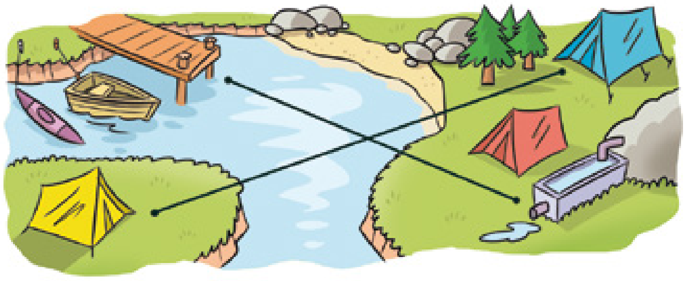
Cada nudo equivale a 1,852 km/h.

a) Distancia sobre el mapa = 4 cm → Distancia real = 4 · 4 000 000 cm = 160 km

b) Distancia sobre el mapa = 2,2 cm → Distancia real = 2,2 · 4 000 000 cm = 88 km

$$t = \frac{e}{v} = \frac{88}{20 \cdot 1{,}852} = 2{,}4 \text{ h} = 2 \text{ horas } 24 \text{ minutos}$$

2 **Sabiendo que la distancia que separa en la realidad el embarcadero de la fuente es 136 m, halla su escala y calcula la distancia entre la tienda azul y la amarilla.**

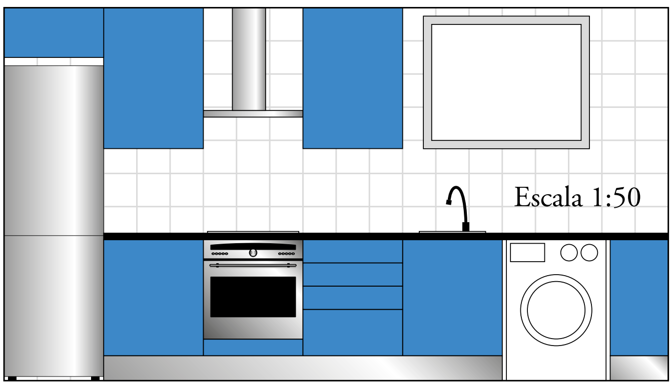


$$\text{Escala} = \frac{4}{13\,600}$$

$$\frac{4}{13\,600} = \frac{5{,}5}{d} \rightarrow d = \frac{13\,600 \cdot 5{,}5}{4} = 18\,700 \text{ cm} = 187 \text{ m}$$

La distancia entre la tienda azul y la amarilla es de 187 metros.

3 **Este es el plano de la pared de una cocina.**



Calcula:

a) Sus dimensiones (largo y ancho).

b) La superficie de la ventana.

c) La distancia entre los fogones y la campana.

d) Las dimensiones del frigorífico.

a) Largo de la cocina: 8,8 cm · 50 = 440 cm = 4,4 m

Ancho de la cocina: 5 cm · 50 = 250 cm = 2,5 m

b) Superficie en el plano de la ventana: $2{,}2 \cdot 1{,}8 = 4\ \text{cm}^2$

Superficie real de la ventana: $4 \cdot 50^2 = 10\,000\ \text{cm}^2 = 1\ \text{m}^2$

c) Distancia en el plano entre los fogones y la campana: 1,5 cm

Distancia real entre los fogones y la campana: 1,5 · 50 = 75 cm

d) Alto del frigorífico: 4,1 cm · 50 = 205 cm

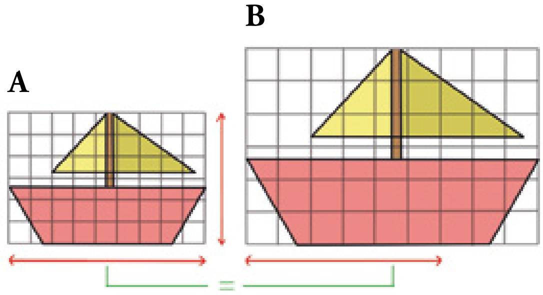
Ancho del frigorífico: 1,3 cm · 50 = 65 cm

3 ▸ CÓMO CONSTRUIR FIGURAS SEMEJANTES

Página 228

Para fijar ideas

1 **Copia y completa en tu cuaderno.**



¿Qué ampliación ha sufrido la figura A para obtener la figura B?

Tomando como unidad la cuadrícula de B:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Alto de B} \to \dots & \text{Ancho de B} \to \dots \\ \text{Alto de A} \to \dots & \text{Ancho de A} \to \dots \end{array}\right\} \to r = \frac{6}{\dots} = \frac{\dots}{6} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

Cada distancia de A ha quedado multiplicada por: $r = \dots$

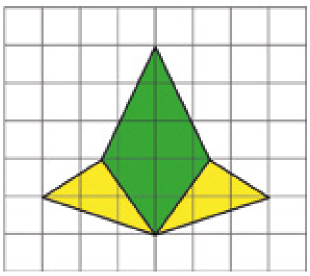
$$\left.\begin{array}{ll} \text{Alto de B} \to 6 & \text{Ancho de B} \to 9 \\ \text{Alto de A} \to 4 & \text{Ancho de A} \to 6 \end{array}\right\} \to r = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

Cada distancia de A ha quedado multiplicada por: $r = 1{,}5$

Página 229

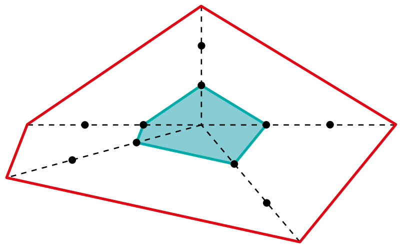
Para practicar

1 **Dibuja en tu cuaderno una figura como esta y amplíala al doble de tamaño mediante el método de la proyección.**

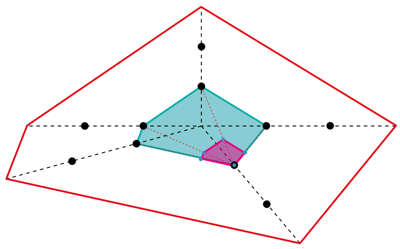


Respuesta abierta.

2 **Dibuja en tu cuaderno un pentágono irregular. Redúcelo a su tercera parte proyectando desde un punto interior. Vuelve a hacerlo tomando como punto de proyección uno de los vértices.**



El dibujo a escala 1/3 queda pegado al vértice que se elige como proyección. Respuesta abierta; por ejemplo:



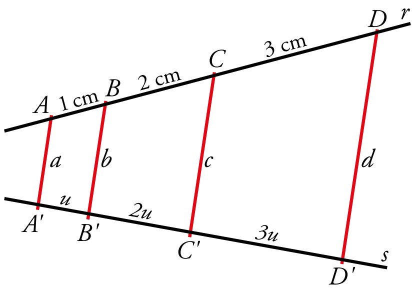
4 TEOREMA DE TALES

Página 230

Para fijar ideas

1 **Traza dos rectas cualesquiera, r y s. Señala en r cuatro puntos, A, B, C y D, de modo que:**

$$\overline{AB} = 1 \text{ cm} \qquad \overline{BC} = 2 \text{ cm} \qquad \overline{CD} = 3 \text{ cm}$$

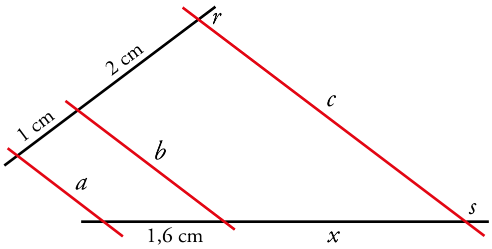


Traza cuatro rectas paralelas, a, b, c y d, que pasen por A, B, C y D. Llama A', B', C' y D' a los puntos en que estas rectas cortan a s.

Comprueba que $\overline{B'C'} = 2 \cdot \overline{A'B'}$ y $\overline{C'D'} = 3 \cdot \overline{A'B'}$.

Se comprueba.

2 **Copia y completa en tu cuaderno para calcular x.**



Primero comprueba que las rectas a, b y c del dibujo son paralelas.

Escribe una proporción con los segmentos determinados en las rectas r y s, y calcula x.

$$\frac{1}{\dots} = \frac{\dots}{x} \to x = \frac{\dots \cdot \dots}{1} = \dots$$

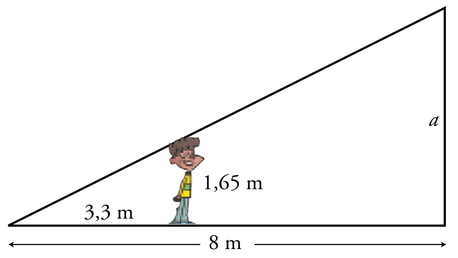
$$\frac{1}{1{,}6} = \frac{2}{x} \to x = \frac{1{,}6 \cdot 2}{1} = 3{,}2 \text{ cm}$$

Página 231

Para fijar ideas

3 **Copia en tu cuaderno y comprueba.**

a) El salón de la casa de Jaime es abuhardillado. Para medir la altura de la pared, Jaime se coloca como se ve en el dibujo. Teniendo en cuenta las medidas, calcula la altura máxima del salón.

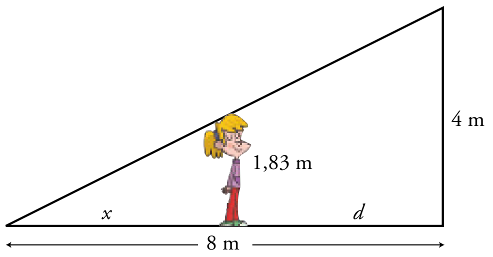


Llamamos *a* a la altura máxima del salón de Jaime.

Como son dos triángulos en posición de Tales, son semejantes. Por tanto:

$$\frac{1{,}65}{\dots} = \frac{a}{\dots} \rightarrow a = \frac{1{,}65 \cdot \dots}{\dots} = 4 \text{ m}$$

b) Raquel, que mide 1,83 m, va a visitar a su amigo Jaime. ¿A qué distancia, *d*, de la pared debe colocarse para tocar el techo con la cabeza?



Vemos que en el triángulo mayor, un lado, 8 m, es el doble de otro, 4 m.

Como los triángulos son semejantes:

$$x = 2 \cdot \dots = \dots \text{ m} \rightarrow d = 8 - x = \dots - \dots = 4{,}34 \text{ m}$$

a) $\frac{1{,}65}{3{,}3} = \frac{a}{8} \rightarrow a = \frac{1{,}65 \cdot 8}{3{,}3} = 4$ m

b) $x = 2 \cdot 1{,}83 = 3{,}66$ m $\rightarrow d = 8 - x = 8 - 3{,}66 = 4{,}34$ m

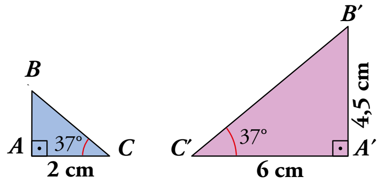
5 ▸ SEMEJANZA ENTRE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Página 232

Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

1 **Observa los triángulos.**



a) ¿Son semejantes?

Los dos triángulos son semejantes porque son rectángulos y tienen un ángulo agudo igual.

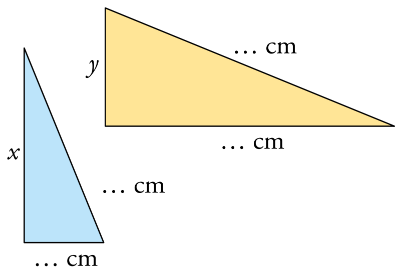
b) Calcula la longitud del cateto *AB*.

$$\frac{\overline{AB}}{\ldots} = \frac{2}{\ldots} \to \overline{AB} = \frac{2 \cdot \ldots}{\ldots} = 1{,}5 \text{ cm}$$

b) $\dfrac{\overline{AB}}{4{,}5} = \dfrac{2}{6} \to \overline{AB} = \dfrac{2 \cdot 4{,}5}{6} = 1{,}5$ cm

2 **En un triángulo rectángulo, el cateto menor mide 10 cm, y la hipotenusa, 26 cm. En otro triángulo rectángulo, el cateto mayor mide 36 cm, y la hipotenusa, 39 cm. ¿Son semejantes?**

Antes de comenzar, ponemos los datos en un dibujo.

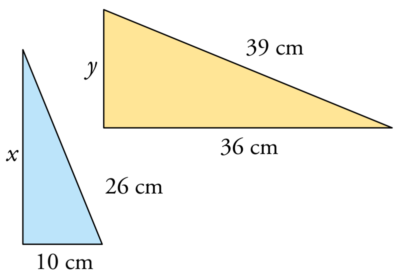


Con el teorema de Pitágoras calculamos un cateto desconocido, por ejemplo *x*.

$$x = \sqrt{\ldots^2 - \ldots^2} = 24 \text{ cm}$$

Ahora comprobamos si los lados son proporcionales: hipotenusa es a cateto, como hipotenusa es a cateto. ¿Es cierta la igualdad?

$$¿\frac{26}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}? \to \text{Los triángulos … semejantes.}$$



$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ cm

$¿\dfrac{26}{24} = \dfrac{39}{36}? \to$ Los triángulos son semejantes.

Para practicar

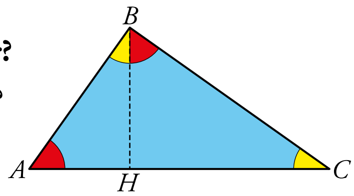
1 **Si $\hat{A} = 33°$, $\hat{C} = 90°$, $\hat{B}' = 57°$ y $\hat{C}' = 90°$, explica por qué ABC y $A'B'C'$ son semejantes.**

Los ángulos de un triángulo suman 180°, por lo que, en el triángulo ABC, $\widehat{B} = 57°$. Así, ABC y $A'B'C'$ tienen un ángulo agudo igual y otro recto, y, por tanto, son semejantes.

2 **Razona.**

a) ¿Por qué son iguales los ángulos señalados del mismo color?

b) ¿Por qué los triángulos ABC, AHB y BHC son semejantes?



a) El ángulo B es rectángulo. $\rightarrow \widehat{B} = \widehat{B}_{\text{AMARILLO}} + \widehat{B}_{\text{ROJO}} = 90°$

En el triángulo ABC sabemos que sus ángulos suman 180°. $\rightarrow \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

Por tanto: $\widehat{A} + 90° + \widehat{C} = 180° \rightarrow \widehat{A} + \widehat{C} = 90°$

Si ahora nos fijamos en el triángulo rectángulo ABH:

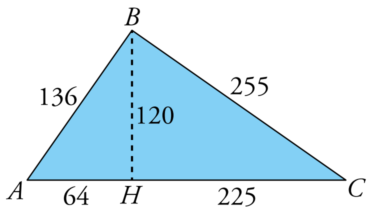
$$\left.\begin{array}{r} \widehat{A} + \widehat{B}_{\text{AMARILLO}} + 90° = 180° \rightarrow \widehat{A} + \widehat{B}_{\text{AMARILLO}} = 90° \\ \widehat{A} + \widehat{C} = 90° \end{array}\right\} \rightarrow \widehat{B}_{\text{AMARILLO}} = \widehat{C}$$

Y si nos fijamos en el triángulo rectángulo BHC:

$$\left.\begin{array}{r} \widehat{C} + \widehat{B}_{\text{ROJO}} + 90° = 180° \rightarrow \widehat{C} + \widehat{B}_{\text{ROJO}} = 90° \\ \widehat{A} + \widehat{C} = 90° \end{array}\right\} \rightarrow \widehat{B}_{\text{ROJO}} = \widehat{A}$$

b) $ABC - ABH \rightarrow \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AH}} = 2{,}125 = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{BH}}$

$ABC - BHC \rightarrow \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BH}} = 1{,}1\widehat{3} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{HC}}$

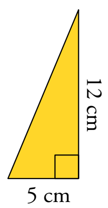


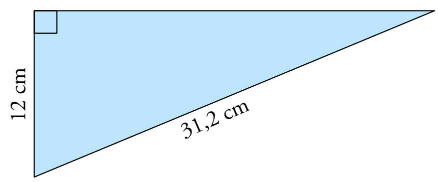
Como la semejanza es una relación de equivalencia y ABH es semejante a ABC, que es semejante a BHC, entonces ABH es semejante a BHC.

3 **Explica por qué dos triángulos rectángulos isósceles son semejantes.**

Si es rectángulo e isósceles, sus catetos son iguales y, por tanto, son triángulos semejantes.

4 **Explica por qué estos dos triángulos son semejantes.**





Aplicamos Pitágoras para calcular la hipotenusa en el triángulo pequeño:

$$a = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

Vemos si los triángulos tienen la hipotenusa y un cateto proporcionales:

$$\frac{31{,}2}{13} = 2{,}4 = \frac{12}{5}$$

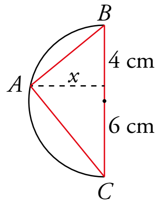
Efectivamente, así es. Por tanto, los triángulos son semejantes.

Página 233

Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

3 **Calcula x aplicando el teorema de la altura.**



El triángulo ABC es rectángulo (está inscrito en una …). Aplicamos el teorema de la altura:

$$x^2 = \ldots \cdot \ldots = \ldots$$

$$x = \sqrt{\ldots} \approx 4{,}9 \text{ cm}$$

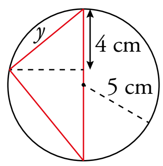
El triángulo ABC es rectángulo (está inscrito en una semicircunferencia).

Aplicamos el teorema de la altura:

$$x^2 = 6 \cdot 4 = 24$$

$$x = \sqrt{24} \approx 4{,}9 \text{ cm}$$

4 **Calcula y aplicando el teorema del cateto.**



Aplicamos el teorema del cateto teniendo en cuenta que la hipotenusa mide … cm:

$$y^2 = \ldots \cdot \ldots = \ldots$$

$$y = \sqrt{\ldots} \approx 6{,}3 \text{ cm}$$

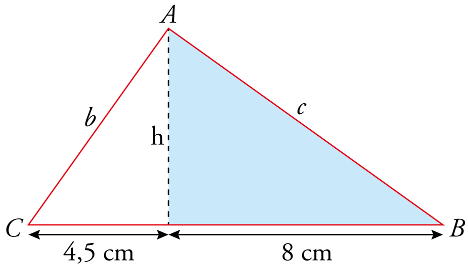
Aplicamos el teorema del cateto teniendo en cuenta que la hipotenusa mide 10 cm:

$$y^2 = 10 \cdot 4 = 40$$

$$y = \sqrt{40} \approx 6{,}3 \text{ cm}$$

Para practicar

5 **En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 8 cm y 4,5 cm, respectivamente. Calcula las medidas de los catetos y de la altura sobre la hipotenusa.**



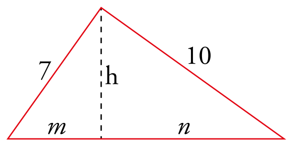
$a = 4{,}5 + 8 = 12{,}5$ cm

Por el teorema del cateto, $\begin{cases} b^2 = 12{,}5 \cdot 4{,}5 = 56{,}25 \rightarrow b = 7{,}5 \text{ cm} \\ c^2 = 12{,}5 \cdot 8 = 100 \rightarrow c = 10 \text{ cm} \end{cases}$

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo coloreado:

$\text{h} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ cm

6 **Calcula las longitudes h, m y n en este triángulo rectángulo.**



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$m + n = \sqrt{10^2 + 7^2} = \sqrt{149} \approx 12{,}21$ cm

Aplicamos el teorema del cateto:

$7^2 = m \cdot (m + n) \rightarrow 49 = m \cdot 12{,}21 \rightarrow m = 49 : 12{,}21 \approx 4{,}01$ cm

$10^2 = n \cdot (m + n) \rightarrow 100 = n \cdot 12{,}21 \rightarrow n = 100 : 12{,}21 \approx 8{,}19$ cm

$\text{h} = \sqrt{10^2 - 8{,}19^2} = \sqrt{32{,}92} \approx 5{,}74$ cm

6 ▸ APLICACIONES DE LA SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Página 234

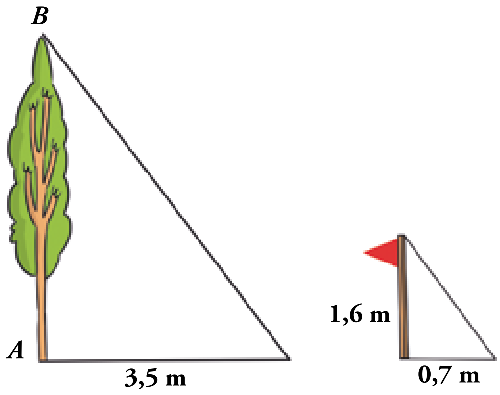
Para fijar ideas

1 En la descripción anterior, calcula la altura del árbol sabiendo que:

- **Longitud de la estaca = 1,6 m**
- **Sombra del árbol = 3,5 m**
- **Sombra de la estaca = 0,7 m**

$$\frac{\overline{AB}}{1{,}6} = \frac{\dots}{\dots} \rightarrow \overline{AB} = \frac{1{,}6 \cdot \dots}{\dots} = 8 \text{ m}$$

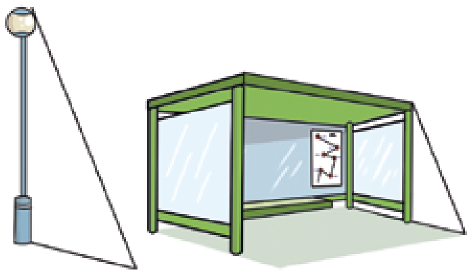
***Solución:* El árbol mide 8 m.**



$$\frac{\overline{AB}}{1{,}6} = \frac{3{,}5}{0{,}7} \rightarrow \overline{AB} = \frac{1{,}6 \cdot 3{,}5}{0{,}7} = 8 \text{ m}$$

Para practicar

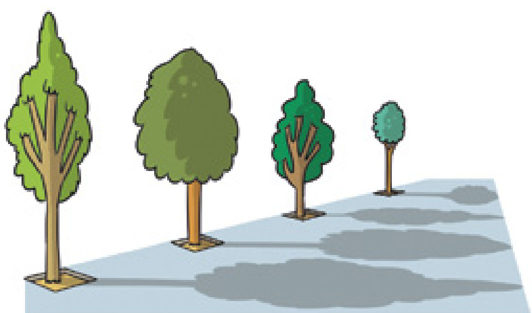
1 Calcula la altura de una farola que proyecta una sombra de 1,90 m en el momento en que la marquesina del autobús, de 2,40 m de altura, proyecta una sombra de 96 cm.



$$\frac{x}{240} = \frac{190}{96} \rightarrow x = \frac{240 \cdot 190}{96} = 225 \text{ cm}$$

La altura de la farola es de 2,25 metros.

2 Las sombras de estos árboles medían, a las cinco de la tarde, 12 m, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol pequeño mide 2,5 m, ¿cuánto miden los demás?



$$\frac{2{,}5}{4} = \frac{x}{12} \rightarrow x = 7{,}5$$

$0{,}625 \cdot 8 = y \rightarrow y = 5$

$0{,}625 \cdot 6 = z \rightarrow z = 3{,}75$

El primero mide 7,5 m, el segundo, 5 m, y el tercero, 3,75 m.

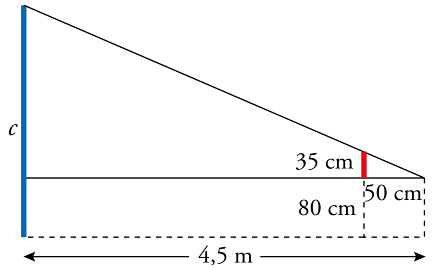
Página 235

Para fijar ideas

2 **En la descripción anterior, calcula la altura de la casa sabiendo que:**

- **Longitud de la regla, b = 35 cm**
- **Distancia del borde de la mesa al pie de la regla, a = 50 cm**
- **Distancia del borde de la mesa a la casa, d = 4,5 m**
- **Altura de la mesa = 80 cm**

Expresamos todas las distancias en metros.



$$\frac{c}{d} = \frac{b}{a} \to \frac{c}{4{,}5} = \frac{\ldots}{\ldots} \to c = \frac{4{,}5 \cdot \ldots}{\ldots} = \ldots \text{ m}$$

Solución: **La altura de la casa es de … + 0,80 = 3,95 m.**

$$\frac{c}{d} = \frac{b}{a} \to \frac{c}{4,5} = \frac{0,35}{0,5} \to c = \frac{4,5 \cdot 0,35}{0,5} = 3,15 \text{ m}$$

Solución: La altura de la casa es de 3,15 + 80 = 3,95 m.

Para practicar

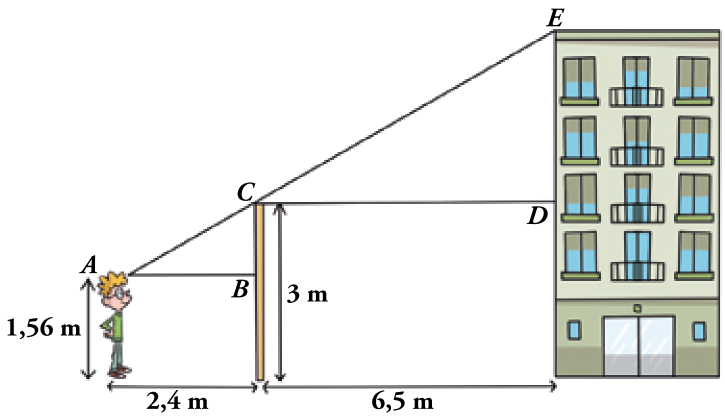
3 **Observa de qué ingenioso método se vale Ramón para averiguar la altura del edificio:**

Se sitúa de tal manera que la parte alta de la verja y la parte alta del edificio estén alineadas con sus ojos. Señala su posición y toma las medidas que se ven en el dibujo.

a) Explica por qué los triángulos *ABC* y *CDE* son semejantes.

b) Calcula $\overline{ED}$.

c) Calcula la altura del edificio.



a) Porque $\hat{A}$ del pequeño es igual que $\hat{C}$ del grande, y como son rectángulos y tienen un ángulo agudo igual, son semejantes.

b) 3 – 1,56 = 1,44

$$\frac{\overline{ED}}{1,44} = \frac{6,5}{2,4} \to \overline{ED} = 3,9 \text{ m}$$

c) 3 + 3,9 = 6,9 m

La altura del edificio es de 6,9 m.

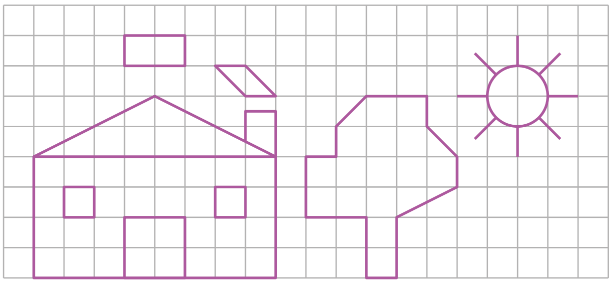
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 236

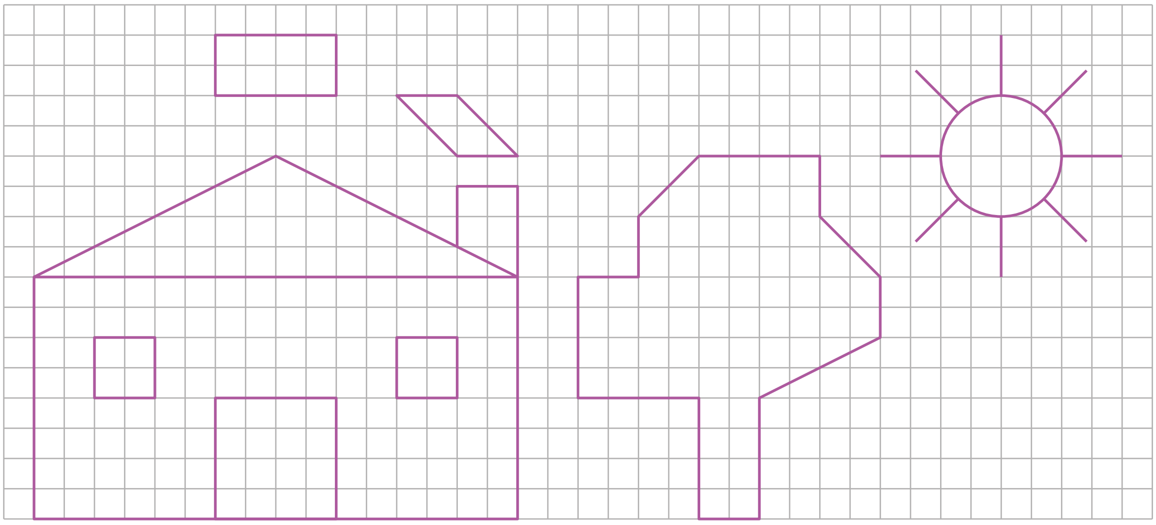
¿DOMINAS LO BÁSICO?

Figuras semejantes

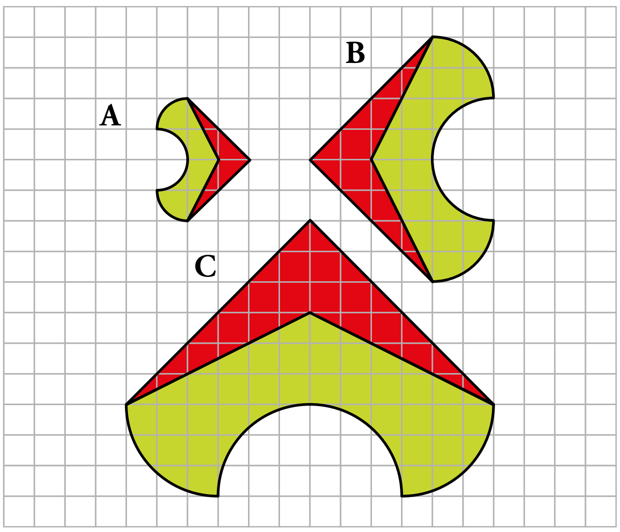
1 **Sobre una hoja de papel cuadriculado, realiza una copia del siguiente dibujo, pero al doble de su tamaño.**



Construcción:

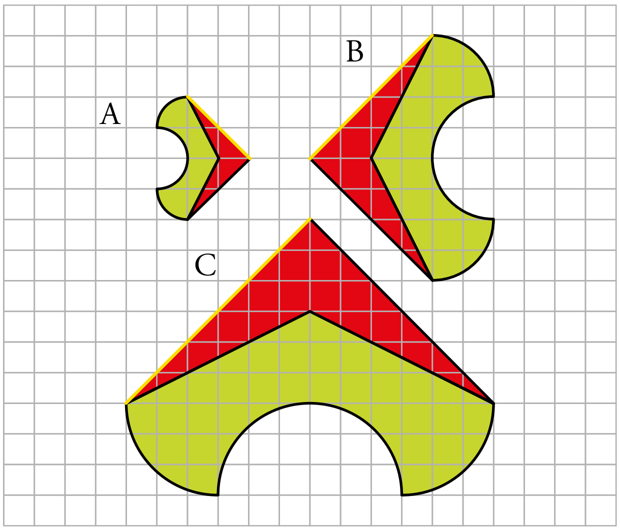


2 **Estas tres figuras son semejantes.**



Escribe la razón de semejanza entre:

a) B y A **b) A y B** **c) B y C**

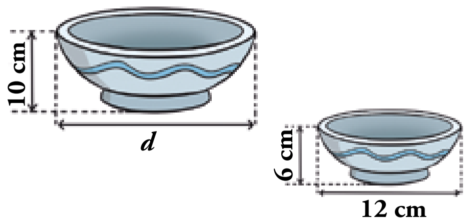


a) Para obtener el segmento amarillo en la figura B tenemos que multiplicar por 2 el segmento amarillo en la figura A, por tanto, su razón de semejanza es 2.

b) En este caso, debemos dividir entre 2 el segmento amarillo de la figura B para obtener el segmento amarillo en la figura A, así que su razón de semejanza es $\frac{1}{2}$.

c) En este caso, debemos multiplicar el segmento en C por $\frac{4}{6}$, así que la razón de semejanza es $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

3 **Los dos cuencos son semejantes.**



a) ¿Cuál es la razón de semejanza entre el mayor y el menor?

b) ¿Cuál es el diámetro del mayor?

a) $r = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

b) $d = 12 \cdot \frac{5}{3} = 20$ cm

4 **Supón que tenemos un cuenco semejante a los de la actividad anterior, y que la razón de semejanza entre él y el mayor de los dos anteriores es 3.**

a) ¿Cuáles serán sus dimensiones?

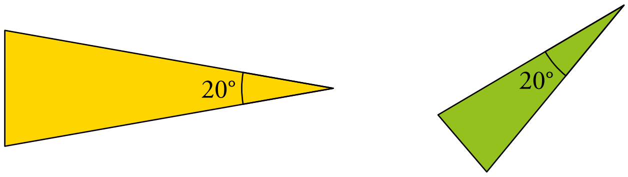
b) ¿Cuál será la razón de semejanza entre él y el menor?

a) Altura = $3 \cdot 10 = 30$ cm; Diámetro = $3 \cdot 20 = 60$ cm

b) $r = \frac{30}{6} = 5$

Semejanza de triángulos

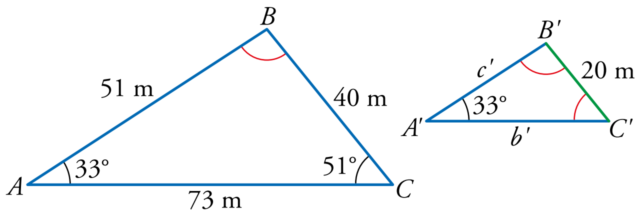
5 **Explica por qué estos dos triángulos son semejantes.**



Por ser isósceles tiene los otros dos ángulos iguales y miden 80° cada uno.

Por tanto, tienen los mismos ángulos y los podemos colocar en posición de Tales.

6 **Sabemos que los siguientes triángulos son semejantes. Halla los lados y los ángulos que faltan.**

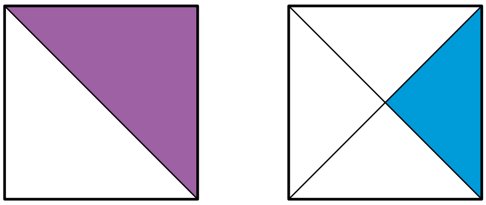


$\hat{B} = 180° - 51° - 33° = 96°$

$\hat{B}' = 96°$ $\quad\quad b' = \dfrac{73}{2} = 36{,}5 \text{ m}$

$\hat{C}' = 51°$ $\quad\quad c' = \dfrac{51}{2} = 25{,}5 \text{ m}$

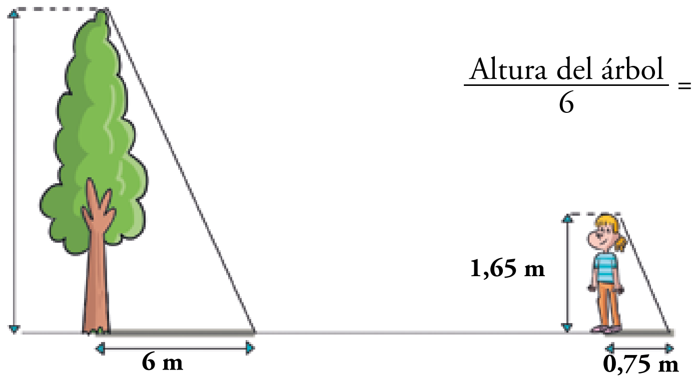
7 **¿Son semejantes los dos triángulos coloreados? Razona tu respuesta aportando los datos necesarios.**



Sí, son semejantes, pues ambos tienen un ángulo recto y los otros dos de 45º. Es decir, tienen los ángulos iguales.

Aplicaciones de la semejanza

8 **Observa los datos y calcula la altura del árbol.**



$$\frac{\text{Altura del árbol}}{6} = \frac{1{,}65}{0{,}75} \rightarrow \text{Altura del árbol} = \frac{6 \cdot 1{,}65}{0{,}75} = 13{,}2 \text{ m}$$

9 **La altura de la puerta de la casa mide 2 m. ¿Cuál es la altura de la casa? ¿Y la del árbol más pequeño?**

$$\frac{0{,}01\text{ m}}{2\text{ m}} = \frac{0{,}025\text{ m}}{a} \rightarrow a = 5\text{ m}$$

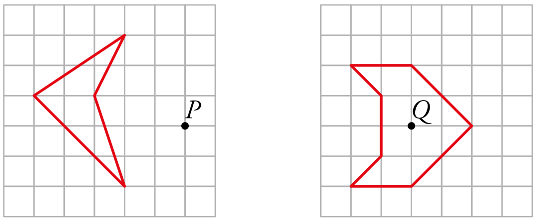
$$\frac{0{,}01\text{ m}}{2\text{ m}} = \frac{0{,}017\text{ m}}{b} \rightarrow b = 3{,}4\text{ m}$$

La casa tiene 5 metros de altura, y el árbol pequeño, 3,4 m.

Página 237

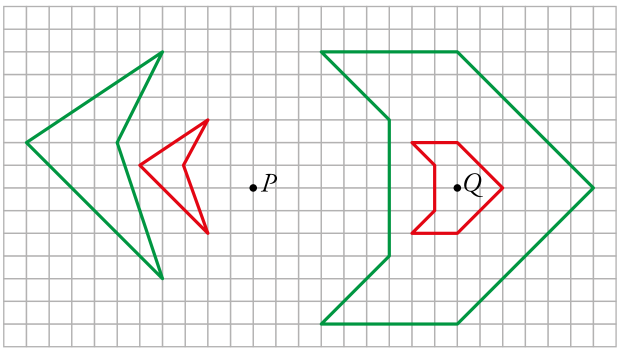
ENTRÉNATE Y PRACTICA

10 **Copia por separado estas figuras en tu cuaderno.**

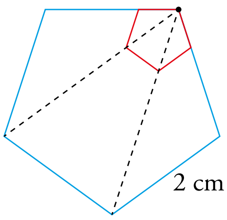


Amplía al doble la primera, proyectándola desde el punto exterior *P*, y al triple la segunda, proyectándola desde el punto interior *Q*.

Respuesta abierta, por ejemplo:



11 **Para construir un pentágono regular de 2 cm de lado, copiamos un pentágono regular cualquiera (figura roja), alargamos dos de sus lados consecutivos hasta 2 cm y completamos una figura semejante a la roja trazando rectas paralelas a los otros tres lados. Prueba a hacerlo en tu cuaderno.**



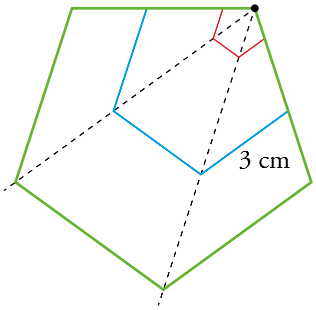
Respuesta abierta.

12 **Repite la figura del ejercicio anterior en tu cuaderno y, después, dibuja otro pentágono de 3 cm de lado.**

a) ¿Cuál es la razón de semejanza entre este último pentágono y el azul?

b) Expresa esa razón de semejanza con un porcentaje.

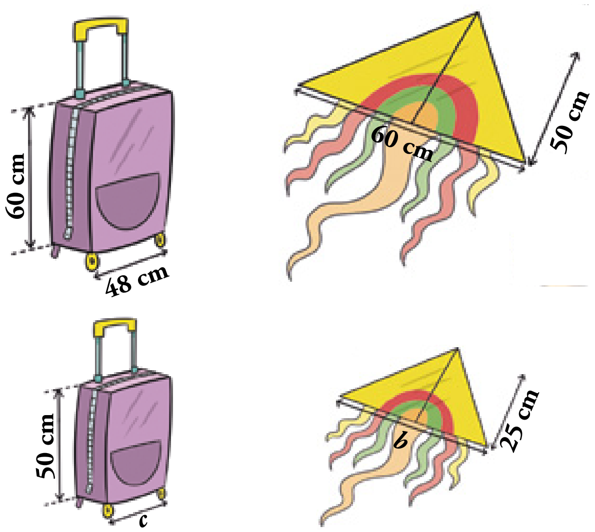
a) Repetimos el proceso anterior, alargando el lado a 3 cm.



La razón de semejanza entre el pentágono verde y el azul es de $\frac{3}{2}$.

b) $\frac{3}{2} = 1{,}5 = \frac{150}{100} = 150\ \%$

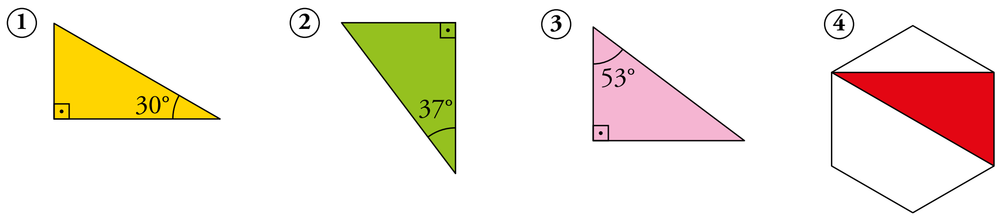
13 **Suponiendo que en cada caso se trata de dos figuras semejantes, calcula la razón de semejanza entre la menor y la mayor y halla las longitudes que faltan.**



Maleta: $r = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} \rightarrow c = 48 \cdot \frac{5}{6} = 40$ cm

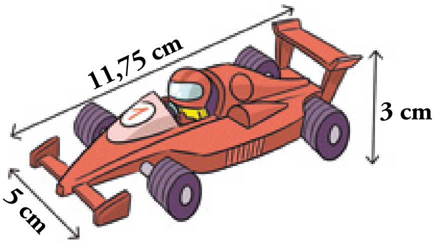
Cometa: $r = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \rightarrow b = 60 \cdot \frac{1}{2} = 30$ cm

14 **Entre los siguientes triángulos rectángulos hay algunos semejantes entre sí. Averigua cuáles son calculando previamente los ángulos que faltan.**



Son semejantes: ① y ④ (90°, 60°, 30°) ③ y ② (90°, 53°, 37°)

15 **El coche teledirigido de Pablo es una reproducción a escala 1:40 de los de «Fórmula 1». Observa sobre el dibujo las dimensiones del coche de juguete y halla las dimensiones del coche real.**

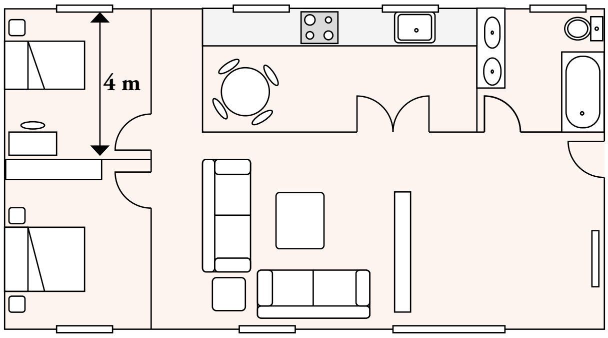


Largo: $11{,}75 \cdot 40 = 470$ cm $= 4{,}7$ m

Ancho: $5 \cdot 40 = 200$ cm $= 2$ m

Alto: $3 \cdot 40 = 120$ cm $= 1{,}2$ m

16 **Observa el plano del piso en el que vive Adela.**



a) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la vivienda sabiendo que la habitación de Adela, desde la ventana a la pared de enfrente, mide 4 metros?

b) Los padres de Adela quieren comprar una mesa para el salón de 2,5 m × 1,5 m. ¿Hay hueco para ponerla?

a) Escala: $\dfrac{\text{plano}}{\text{realidad}} = \dfrac{2\text{ cm}}{4\text{ m}} = \dfrac{2\text{ cm}}{400\text{ cm}} = \dfrac{1}{200}$

Medidas del piso en el plano:

Largo: 4,3 cm   Ancho: 8 cm   Superficie: $4{,}3 \cdot 8 = 34{,}4\text{ cm}^2$

Superficie real del piso:

$$34{,}4\text{ cm}^2 \times 200^2 = 137{,}60\text{ m}^2$$

La vivienda tiene $137{,}60\text{ m}^2$.

b) Como 1 m = 100 cm, la mesa tiene unas dimensiones de 250 cm × 150 cm.

$\dfrac{250}{200} = 1{,}25$ cm en el plano

$\dfrac{150}{200} = 0{,}75$ cm en el plano

La mesa se dibuja en el plano como un rectángulo de 1,25 cm × 0,75 cm. Vemos que cabe perfectamente en el salón al lado de la puerta de entrada.

17 **Meta 11.1. Una pareja que va a comprar una casa consulta un callejero a escala 1:30 000. Miden sobre el plano la distancia de esta al metro y resulta ser de 2,3 cm. ¿Cuál es la distancia real?**

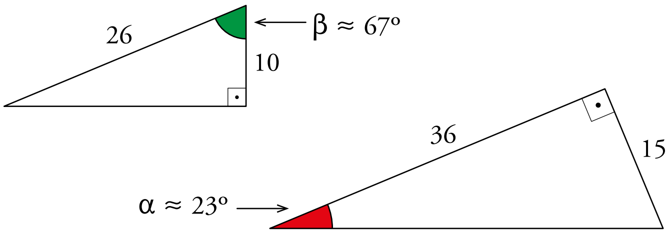
Distancia real: 30 000 · 2,3 = 69 000 cm = 690 m

Página 238

INTERPRETA, DESCRIBE, EXPRÉSATE

18 **Explica y justifica cada una de las respuestas que se presentan a la siguiente pregunta:**

¿Son semejantes estos dos triángulos?

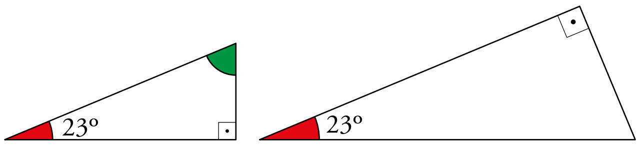


A Llamando *x* al cateto desconocido en el triángulo menor:

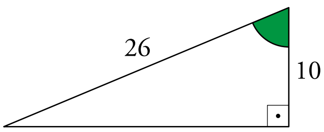
$$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \leftrightarrow ¿\frac{10}{24} = \frac{15}{36}?$$

10 · 36 = 360 = 24 · 15 → Son semejantes.

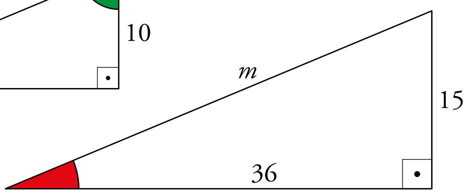
B $90° - \beta = 90° - 67° = 23°$ **→ Son semejantes.**



C



$$¿\frac{10}{15} = \frac{26}{m}?$$



$$m = \sqrt{36^2 + 15^2} = 39$$

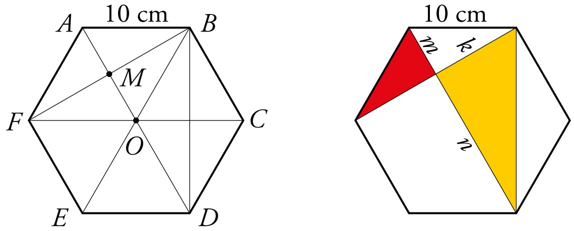
10 · 39 = 26 · 15 = 390 → Son semejantes.

A Se calcula el cateto desconocido en el triángulo pequeño y se comprueba que la razón de los catetos coincide en ambos triángulos.

B Se comprueba que los dos triángulos tienen los mismos ángulos.

C Se calcula la hipotenusa en el triángulo grande, y se comprueba que las hipotenusas guardan la misma razón que los catetos conocidos.

19 **Observa dos construcciones sobre un hexágono regular de 10 cm de lado y explica:**



a) **Por qué** $\widehat{AFB} = 30°$; $\widehat{FBD} = 60°$; $\widehat{AMF} = 90°$.

b) **Por qué los triángulos coloreados son semejantes.**

c) **Por qué** $\overline{AD} = 20$ **cm;** $m = 5$ **cm;** $n = 15$ **cm.**

d) **Por qué** $k^2 = 5 \cdot 15 \rightarrow k = \sqrt{75}$.

a) Al ser regular el hexágono, los triángulos *AFO* y *AOB* son equiláteros, por tanto, sus ángulos miden, todos 60°.

FB es mediatriz del lado *AO*. Por tanto: $\widehat{AFB} = \frac{1}{2} \cdot 60° = 30°$ y $\widehat{AMF} = 90°$

$\widehat{FBD} = 2 \cdot \widehat{FBE} = 2 \cdot \widehat{AFB} = 60°$

b) Son semejantes porque tienen los ángulos iguales:

$\widehat{FFB} = \widehat{ADB} = 30°$

$\widehat{FAM} = \widehat{FBD} = 60°$

$\widehat{AMF} = 2 \cdot \widehat{BMD} = 90°$

c) El hexágono se divide en seis triángulos equiláteros de lado 10 cm:

$\overline{AD} = \overline{AO} + \overline{OD} = 10 + 10 = 20$ cm

$m = \overline{AO} : 2 = 10 : 2 = 5$ cm

$n = \overline{AD} - \overline{AM} = 20 - 5 = 15$ cm

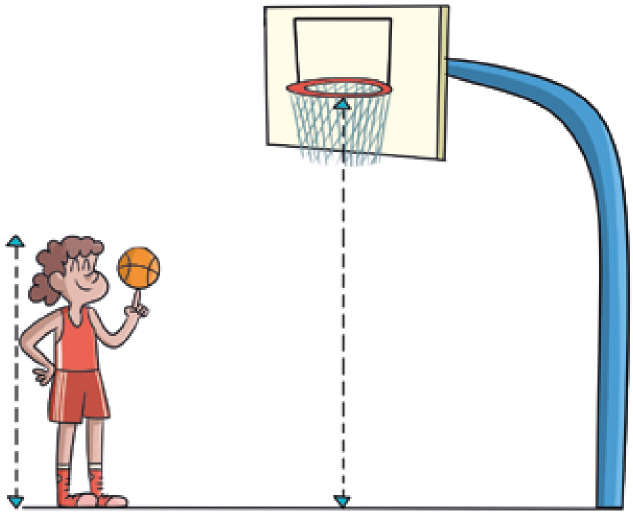
d) El triángulo *ABD* es rectángulo $\left(\widehat{ABD} = \widehat{ABO} + \widehat{OBD} = 60° + 30° = 90°\right)$ y k es la altura sobre la hipotenusa.

Según el teorema de la altura relativo a los triángulos rectángulos, $k^2 = m \cdot n$:

$k^2 = 15 \cdot 5 = 75 \rightarrow k = \sqrt{75}$

RESUELVE PROBLEMAS SENCILLOS

20 **El aro de la canasta está a tres metros del suelo. ¿Cuál es la altura de Carolina?**



Medimos en la ilustración la altura de Carolina y la altura a la que se encuentra el aro.

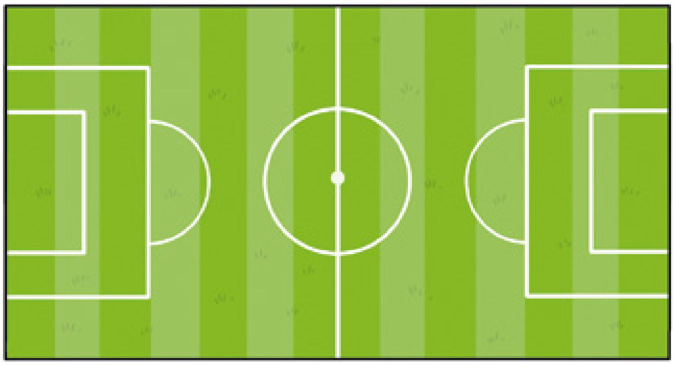
Aro: 5,4 cm

Carolina: 3,6 cm

$$\frac{300}{5{,}4} = \frac{\text{Altura de Carolina}}{3{,}6} \rightarrow \text{Altura de Carolina} = \frac{3{,}6 \cdot 300}{5{,}4} = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

La altura de Carolina es de 2 m.

21 **Averigua cuáles son las dimensiones reales de este campo de fútbol.**



1:1 400

Calcula la superficie del área de penalti (área grande) y la del círculo central.

DIMENSIONES REALES DEL CAMPO

Largo del campo: $8{,}8 \cdot 1\,400 = 12\,320$ cm $= 123{,}2$ m

Ancho del campo: $4{,}7 \cdot 1\,400 = 6\,580$ cm $= 65{,}8$ m

SUPERFICIE ÁREA DE PENALTI

Área de penalti en la maqueta: $3 \cdot 2 = 6$ cm^2

Área de penalti real: $6 \cdot 1\,400^2 = 11\,760\,000$ cm$^2 = 1\,176$ m^2

SUPERFICIE ÁREA DEL CÍRCULO CENTRAL

Área del círculo central de la maqueta: $3{,}14 \cdot 1^2 = 3{,}14$ cm^2

Área del círculo central real: $3{,}14 \cdot 1\,400^2 = 6\,154\,400$ cm$^2 \approx 615$ m^2

22 **En la orilla del río Sena (París) hay una réplica a escala 1:4 de la Estatua de la Libertad, cuya altura es 11,5 m.**

a) Halla la altura de la estatua de Nueva York.

b) En Cenicero, un pueblo riojano, hay otra réplica de la Estatua de la Libertad de 1,2 m de altura. ¿Cuál es la escala de esta con respecto a la de Nueva York?

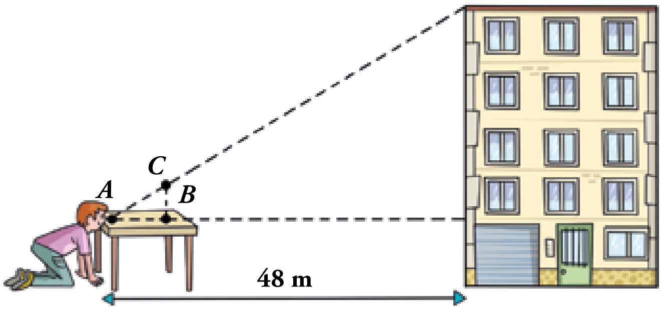
a) La estatua de Nueva York mide $11,5 \cdot 4 = 46$ m.

b) La escala entre la estatua de Cenicero y la de Nueva York es $\frac{1,2}{46} = \frac{3}{115}$; es decir, 3:115.

Página 239

23 **Halla la altura del edificio sabiendo que:**

- **La mesa tiene 1 m de altura.**
- **$\overline{AB}$ = 80 cm y $\overline{BC}$ = 52 cm**

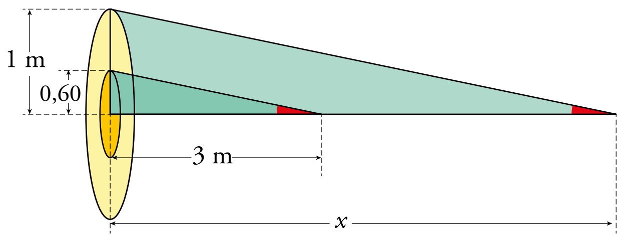


Los triángulos que se forman son semejantes, ya que son rectángulos y comparten un ángulo:

$$\frac{0,8}{48} = \frac{5,2}{h} \rightarrow h = \frac{5,2 \cdot 4,8}{0,8} = 31,2 \text{ m}$$

La altura del edificio es de $31,2 + 1 = 32,2$ metros.

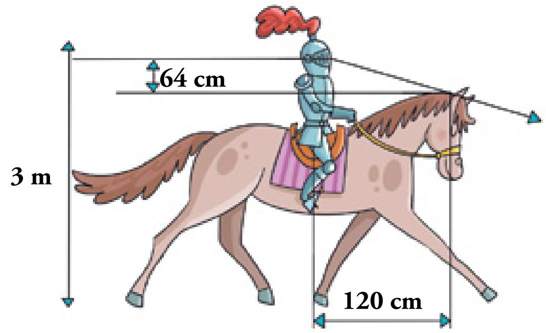
24 **Una linterna, a 3 m de una pared, ilumina sobre ella un círculo de 60 cm de radio. ¿A qué distancia de la pared se debe colocar para que el círculo iluminado tenga un metro de radio?**



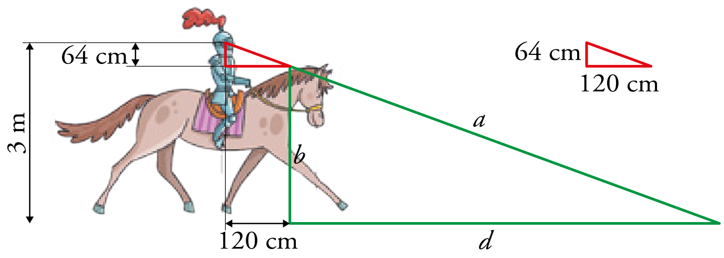
$$\frac{3}{0,6} = \frac{x}{1} \rightarrow x = 5$$

Se debe colocar a 5 metros de distancia.

25 **El caballero, con la rigidez del casco, no puede ver por debajo de las orejas del caballo. ¿Qué distancia, por delante del caballo, escapa a su visión?**



El triángulo verde y el triángulo rojo son semejantes.



$$b = 300 - 64 = 236 \text{ cm}$$

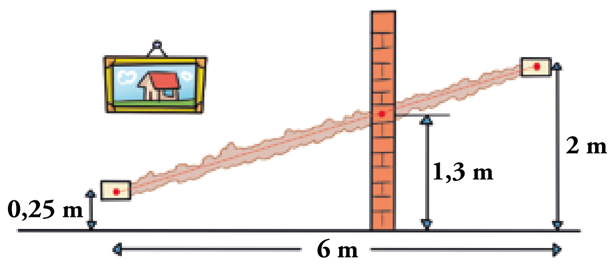
$$\frac{236}{64} = \frac{d}{120} \rightarrow d = \frac{236 \cdot 120}{64} = 442{,}5 \text{ cm}$$

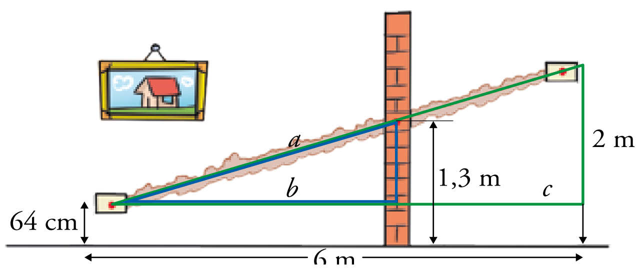
Escapan a la visión del caballero 4,42 m.

26 **Se ha hecho una roza en la pared para conectar dos cajetines eléctricos de distintas habitaciones.**

a) ¿A que distancia está cada cajetín del tabique?

b) ¿Cuál es la longitud de la roza?





a) Tenemos dos triángulos en posición de Tales:

$$\frac{1{,}3 - 0{,}25}{2} = \frac{b}{6} \rightarrow b = \frac{6 \cdot 1{,}05}{2} = 3{,}15 \text{ m}$$

$c = 6 - 3{,}15 = 2{,}85$ m

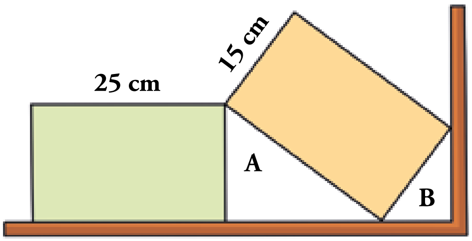
Los cajetines izquierdo y derecho están situados a 3,15 y 2,85 m, respectivamente, del tabique.

b) Aplicamos el teorema de Pitágoras:

Longitud de la roza = $\sqrt{6^2 + 2^2} = 6{,}32$ m

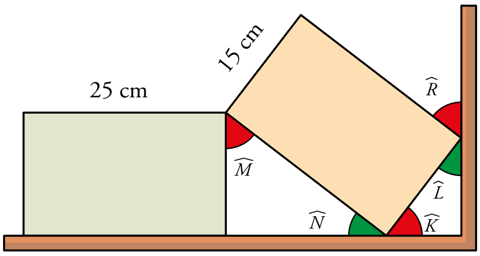
PARA PENSAR UN POCO MÁS

27 **Las dos cajas son iguales.**



a) Explica por qué los triángulos A y B son semejantes.

b) Calcula sus respectivos perímetros.



a) En el triángulo grande: $\widehat{M} = 180° - 90° - \widehat{N}$

Sobre el listón horizontal: $\widehat{K} = 180° - 90° - \widehat{N}$

Por tanto, $\widehat{M} = \widehat{K}$, y también $\widehat{L} = \widehat{N}$.

Los dos triángulos tienen los ángulos iguales y, por tanto, son semejantes.

b) *Triángulo A:*

Conocemos un cateto y la hipotenusa, así que, aplicando el teorema de Pitágoras:

$$x = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = 20 \text{ cm}$$

Perímetro de A = 20 + 15 + 25 = 60 cm

Triángulo B:

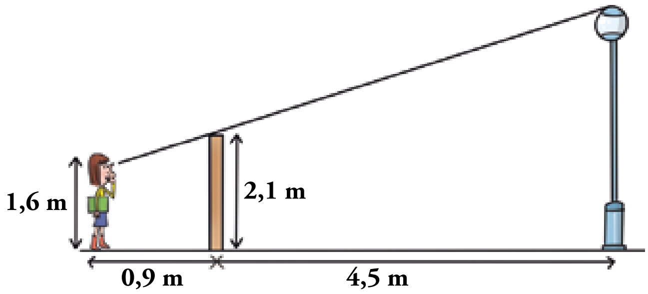
Como los triángulos A y B son semejantes:

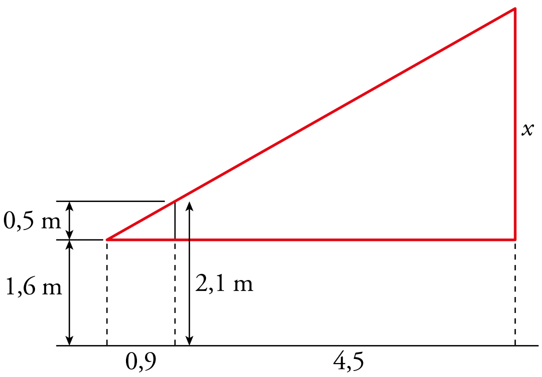
$$\frac{25}{15} = \frac{x}{z} \to z = \frac{20 \cdot 15}{25} = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{25}{15} = \frac{15}{y} \to y = \frac{225}{25} = 9 \text{ cm}$$

Perímetro de B = 9 + 12 + 15 = 36 cm

28 **¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la farola, sabiendo que Paula lo ve alineado con el borde de la valla?**

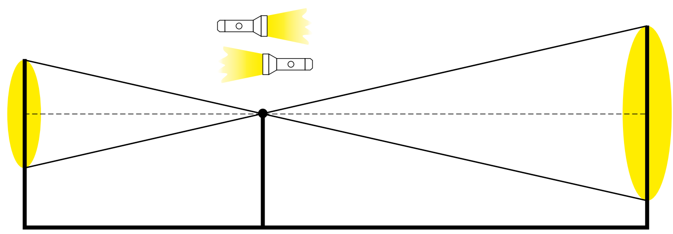


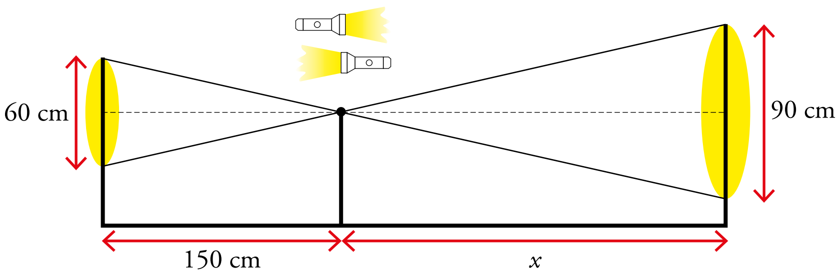


$\frac{x}{0{,}5} = \frac{5{,}4}{0{,}9} \rightarrow x = 3$

El extremo superior de la farola se encuentra a 3 + 1,6 = 4,6 m.

29 **Una linterna, a 1,5 m de una pared, ilumina sobre ella un círculo de 60 cm de diámetro. Y si se le da la vuelta, enfocando la pared opuesta de la habitación, el círculo iluminado tiene un diámetro de 90 cm. ¿Qué distancia separa las dos paredes?**





Los triángulos que tienen por vértice la linterna y sus lados opuestos en cada pared son triángulos semejantes, ya que comparten el ángulo central y, al ser isósceles, también los otros dos.

$\frac{150}{60} = \frac{x}{90} \rightarrow x = 225$ cm

225 + 150 = 375 cm = 3,75 m

La distancia que separa las dos paredes es de 3,75 metros.

30 **El Titanic fue un barco británico que se hundió en 1912 durante su viaje inaugural. James Cameron construyó, para rodar la película *Titanic*, una réplica de unos 15 m de largo. El Titanic medía unos 270 m de largo, 30 m de ancho y 53 m de alto. Además, pesaba unas 46 000 toneladas.**

a) ¿A qué escala construyó James Cameron el barco?

b) ¿Cuánto medían el ancho y alto de la maqueta?

c) Si la maqueta se hubiera construido con los mismos materiales que el barco, ¿cuánto pesaría?

a) $\frac{15}{270} = \frac{1}{18}$ → Lo construyó a escala 1:18.

b) Ancho de la maqueta $= \frac{30}{18} \approx 1{,}67$ m

Alto de la maqueta $= \frac{53}{18} \approx 2{,}94$ m

c) $46\,000 \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^3 = 7{,}8875$ toneladas $= 7\,887{,}5$ kg

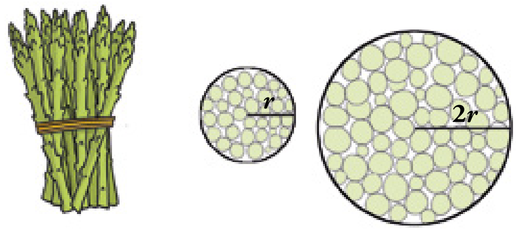
TALLER DE MATEMÁTICAS

Página 240

ÉCHALE INGENIO

- **Una vendedora de espárragos cree duplicar la cantidad de cada manojo duplicando la longitud de la cuerda con la que los envuelve, pero se equivoca.**

  Si la cuerda se duplica, ¿qué pasa con la cantidad de espárragos que contiene?

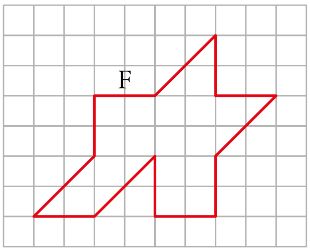


La razón de las circunferencias es $\frac{1}{2}$ y, la de las áreas de los círculos, $\frac{1}{4}$.

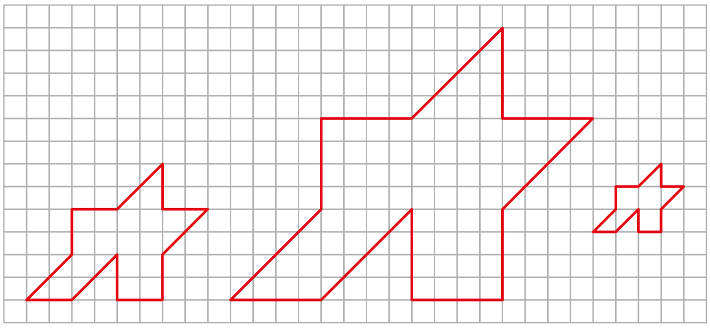
Por tanto, doblando la longitud de la cuerda, el número de espárragos se multiplicará por 4.

AUTOEVALUACIÓN

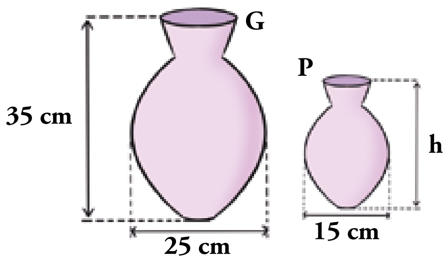
1 **Dibuja dos figuras, A y B, semejantes a F, de forma que la razón de semejanza entre A y F sea 2, y entre B y F, 1/2.**



Respuesta abierta. Por ejemplo:



2 **Estos dos jarrones de cristal, G y P, son semejantes.**



a) ¿Cuál es la razón de semejanza entre P y G?

b) ¿Cuál es la altura, h, de P?

c) Si P, vacío, pesa 400 g, ¿cuánto pesa G?

d) Si G tiene una capacidad de 16 litros, ¿cuántos litros caben en P?

a) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

La razón de semejanza entre P y G es 0,6.

b) $h = 35 \cdot 0{,}6 = 21$ cm

La altura es de 21 cm.

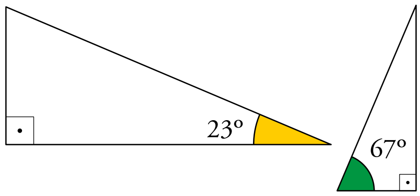
c) $400 : (0{,}6)^2 \approx 1\,111{,}11$ g

El peso de G es, aproximadamente, de 1 111 g = 1,11 kg.

$16 \cdot (0{,}6)^3 \approx 3{,}46$ L

En P caben, aproximadamente, 3,46 L.

3 **Explica por qué son semejantes estos dos triángulos.**



Los ángulos de un triángulo suman 180°, y como son rectángulos ambos tienen un ángulo de 90°: $90 + 23 + x = 180 \rightarrow x = 67$

El ángulo desconocido del primer triángulo mide 67°. Así, en el segundo triángulo rectángulo, su ángulo desconocido será de 23°.

Ambos triángulos tienen los tres ángulos iguales y, por tanto, son semejantes.

4 **Los lados de un triángulo miden 7,5 cm, 18 cm y 19,5 cm. Se construye otro semejante a él cuyo lado menor mide 5 cm.**

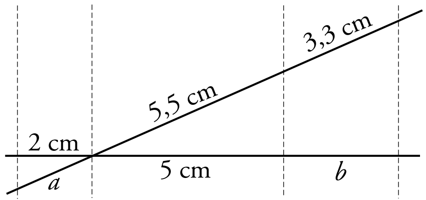
a) ¿Cuánto miden los otros dos lados?

b) ¿Cuál es la razón de semejanza entre ambos?

a) $r = \dfrac{5}{7{,}5} = \dfrac{2}{3}$

b) $18 \cdot \dfrac{2}{3} = 12$ cm y $19{,}5 \cdot \dfrac{2}{3} = 13$ cm

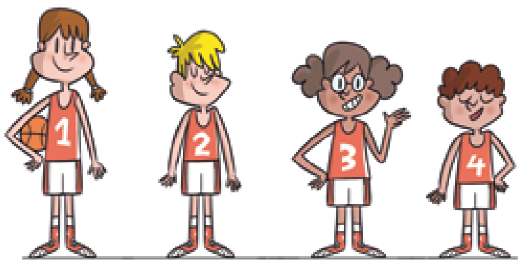
5 **Observa y calcula *a* y *b*.**



$\dfrac{a}{5{,}5} = \dfrac{2}{5} \rightarrow a = 2{,}2$ cm

$\dfrac{b}{5} = \dfrac{3{,}3}{5{,}5} \rightarrow b = 3$ cm

6 **Si la más alta mide 1,80 m, ¿cuánto miden los demás?**



La altura de la *jugadora N.º 1* en la ilustración es de 3,3 cm.

Jugador N.º 2:

Su medida en la ilustración es de 3 cm. $\rightarrow \dfrac{3{,}3 \text{ cm}}{180 \text{ cm}} = \dfrac{3 \text{ cm}}{x} \rightarrow x = \dfrac{3 \cdot 180}{3{,}3} \approx 163{,}64$ cm $\approx 1{,}64$ m

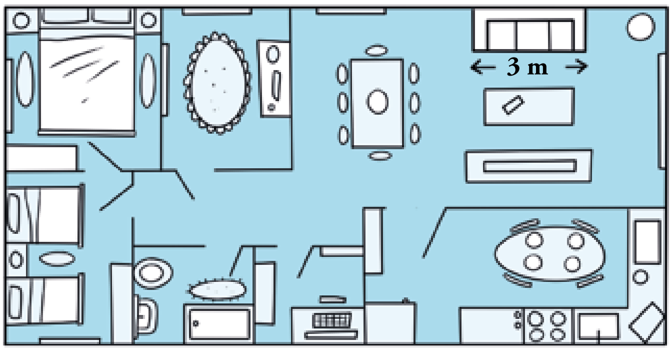
Jugadora N.º 3:

Su medida en la ilustración es de 2,8 cm. $\rightarrow \dfrac{3{,}3 \text{ cm}}{180 \text{ cm}} = \dfrac{2{,}8 \text{ cm}}{x} \rightarrow x = \dfrac{2{,}8 \cdot 180}{3{,}3} \approx 152{,}73$ cm $\approx 1{,}53$ m

Jugador N.º 4:

Su medida en la ilustración es de 2,6 cm. $\rightarrow \dfrac{3{,}3 \text{ cm}}{180 \text{ cm}} = \dfrac{2{,}6 \text{ cm}}{x} \rightarrow x = \dfrac{2{,}6 \cdot 180}{3{,}3} \approx 141{,}82$ cm $\approx 1{,}43$ m

7 **Observa el sofá y calcula las dimensiones de la casa.**



Medida del sofá en el plano = 1,5 cm

Medida real del sofá = 3 m = 300 cm

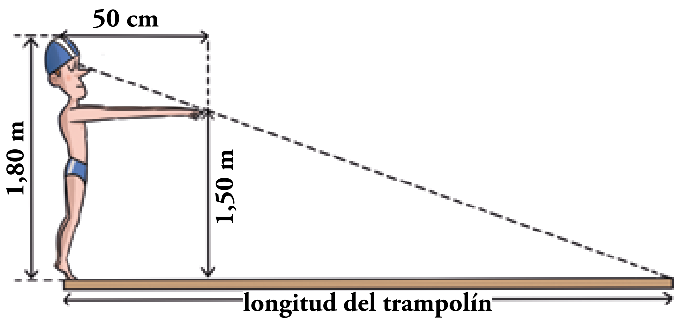
$$r = \frac{300}{1,5} = 200$$

Dimensiones de la casa en el plano = 8,8 cm × 4,5 cm

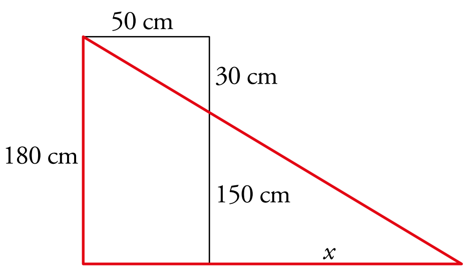
(8,8 · 200) cm × (4,5 · 200) cm = 1 760 cm × 900 cm = 17,6 m × 9 m

La casa mide 17,6 m de largo y 9 m de ancho.

8 **Calcula la longitud del trampolín.**



Llamando x a la distancia desde la proyección de las manos sobre el trampolín hasta el final de este, tenemos:



$$\frac{50}{x} = \frac{30}{150} \rightarrow x = 250 \text{ cm} = 2,5 \text{ m}$$

Por tanto, el trampolín mide 2,5 + 0,5 = 3 metros.