

7 ECUACIONES

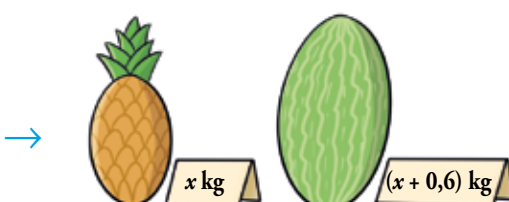

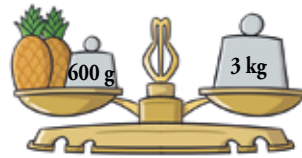

Página 155

Con lo que ya sabes, resuelve

En el siguiente ejemplo podrás comparar el lenguaje corriente con el lenguaje algebraico y reflexionar sobre las características de cada uno.

Observa cada enunciado y su representación en lenguaje gráfico. Después, incorpora su traducción a lenguaje algebraico completando los espacios vacíos.

Un melón pesa 600 gramos más que una piña y, entre los dos, hacen 3 kilos. ¿Cuánto pesa la piña y cuánto, el melón?

LENGUA CORRIENTE	LENGUAJE ALGEBRAICO
<ul style="list-style-type: none"> El melón pesa 600 gramos más que la piña. 	
<ul style="list-style-type: none"> Entre los dos pesan 3 kilos. 	$x + (x + 0,6) = 3$
<ul style="list-style-type: none"> Si cambiamos el melón por una piña idéntica y 600 gramos, la balanza sigue equilibrada. 	$2x + 0,6 = 3$
<ul style="list-style-type: none"> Quitando 600 gramos de cada platillo de la balanza: <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $3 \text{ kg} - 0,6 \text{ kg} = 2,4 \text{ kg}$ </div> 	$2x = 2,4$
<ul style="list-style-type: none"> Por tanto, una piña pesa: $2,4 : 2 = 1,2 \text{ kg}$ Y el melón 600 gramos más: $1,2 + 0,6 = 1,8 \text{ kg}$ 	$x = \frac{2,4}{2} = 1,2$

1 ► ECUACIONES: SIGNIFICADO Y UTILIDAD

Página 157

Para practicar

1  ¿Qué enunciado asocias a cada ecuación?

- La tercera parte de un número es igual a su cuarta parte más 20 unidades. (Número $\rightarrow x$)
- La edad de Andrés es el triple que la de su hermana, y entre los dos suman 20 años. (Andrés $\rightarrow x$ años)
- Un rectángulo es 3 metros más largo que ancho, y su perímetro mide 30 metros. (Ancho $\rightarrow x$ metros)
- He pagado 30 € por 3 blocs de dibujo y una caja de acuarelas. Pero la caja costaba el doble que un bloc. (Bloc $\rightarrow x$ euros)
- Un ciclista ha recorrido la distancia desde A hasta B a la velocidad de 15 km/h y un peatón, a 5 km/h, ha tardado una hora más. (Ciclista $\rightarrow x$ horas)
- Un grillo avanza, en cada salto, un metro menos que un saltamontes. Pero el grillo, en 15 saltos, llega igual de lejos que el saltamontes en 5. (Saltamontes $\rightarrow x$ metros)

$$x + \frac{x}{3} = 20 \quad 2x + 2(x + 3) = 30 \quad 15(x - 1) = 5x$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 20 \quad 3x + 2x = 30 \quad 15x = 5(x + 1)$$

- $\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 20$
- $x + \frac{x}{3} = 20$
- $2x + 2(x + 3) = 30$
- $3x + 2x = 30$
- $15x = 5(x + 1)$
- $15(x - 1) = 5x$

2 Resuelve en el orden en que aparecen.

- $3x = 21$
- $3x - 1 = 20$
- $\frac{3x - 1}{5} = 4$
- $\sqrt{\frac{3x - 1}{5}} = 2$
- $x = 7$
- $3x = 21 \rightarrow x = 7$
- $3x - 1 = 20 \rightarrow x = 7$
- $\frac{3x - 1}{5} = 4 \rightarrow x = 7$

3 Resuelve con lo que sabes.

- $6x = 24$
- $x + 3 = 10$
- $2x - 4 = 6$
- $2(x + 1) = 12$
- $\frac{x}{3} = 9$
- $\frac{x - 2}{2} = 5$
- $\frac{x + 1}{3} = 2$
- $\frac{7}{x + 1} = 1$
- $x^2 + 1 = 26$
- $\sqrt{3x + 1} = 5$
- $x = 4$
- $x = 7$
- $2x = 10 \rightarrow x = 5$
- $2x + 2 = 12 \rightarrow x = 5$
- $x = 27$
- $x - 2 = 10 \rightarrow x = 12$
- $x + 1 = 6 \rightarrow x = 5$
- $x + 1 = 7 \rightarrow x = 6$
- $x^2 = 25 \rightarrow x = 5; x = -5$
- $3x + 1 = 25 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$

4 Encuentra alguna solución por tanteo.

a) $x^2 + 2x + 1 = 4$

b) $x^2 - 5x + 6 = 0$

c) $\frac{x}{4} + \frac{8}{x} = 3$

d) $x^3 - \sqrt{x} = 0$

a) $x = 1$; $x = -3$

b) $x = 2$; $x = 3$

c) $x = 8$; $x = 4$

d) $x = 0$; $x = 1$

5 Comprueba que cada ecuación tiene como soluciones los valores de x que la acompañan.

a) $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $x = -1$ $x = 5$

b) $x^3 = 2x^2 + 3x$
 $x = 0$ $x = -1$ $x = 3$

a) $x = -1 \rightarrow (-1)^2 - 4 \cdot (-1) - 5 = 1 + 4 - 5 = 0$

$x = 5 \rightarrow 5^2 - 4 \cdot 5 - 5 = 25 - 20 - 5 = 0$

b) $x = 0 \rightarrow 0 = 0 + 0 = 0$

$x = -1 \rightarrow (-1)^3 = 2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) \rightarrow -1 = 2 - 3 = -1$

$x = 3 \rightarrow 3^3 = 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 \rightarrow 27 = 18 + 9 = 27$

2 ▶ ECUACIONES: ELEMENTOS Y NOMENCLATURA

Página 158

Para practicar

1 ¿Verdadero o falso?

- a) La ecuación $x^2 + 6x - x^2 = 7x - 1$ es de segundo grado.
 - b) La ecuación $2x + x \cdot y = 6$ es de segundo grado.
 - c) Los términos de una ecuación son los sumandos que forman los miembros.
 - d) Una ecuación puede tener más de dos miembros.
 - e) Todas las ecuaciones de primer grado son equivalentes.
 - f) La ecuación $x + 1 = 5$ es equivalente a la ecuación $x + 2 = 6$.
- a) Falso.
b) Verdadero.
c) Verdadero.
d) Falso.
e) Falso.
f) Verdadero.

2 Copia en tu cuaderno y asocia cada ecuación con su solución.

- a) $4x + 4 = 5$
- b) $4x - 3 = x + 3$
- c) $x^2 - 3 = 2x$
- d) $3x = x + 1$

3
 -1
 $\frac{1}{4}$
 $\frac{1}{2}$
 2

- a) $4x + 4 = 5 \rightarrow x = \frac{1}{4}$
- b) $4x - 3 = x + 3 \rightarrow x = 2$
- c) $x^2 - 3 = 2x \rightarrow x = 3; x = -1$
- d) $3x = x + 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

3 Agrupa las ecuaciones equivalentes.

- a) $4x = 20$
- b) $3x - 1 = 8$
- c) $5x - 4 = x$
- d) $3x = 9$
- e) $4x - 5 = 15$
- f) $4x - 4 = 0$

Son equivalentes a) y e) (solución $x = 5$), b) y d) (solución $x = 3$) y c) y f) (solución $x = 1$).

3 ▶ TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

Página 159

Para practicar

1 Despeja la incógnita con la consigna que se adjunta en cada caso y calcula la solución.

a) $x + 7 = 10 \rightarrow$ Resta 7 en cada miembro.

b) $x + 8 = 5 \rightarrow$ Resta 8 en cada miembro.

c) $x - 4 = 6 \rightarrow$ Suma 4 en cada miembro.

d) $x - 1 = 4 \rightarrow$ Suma 1 en cada miembro.

e) $6x = 12 \rightarrow$ Divide entre 6 cada miembro.

f) $-2x = 8 \rightarrow$ Divide entre -2 cada miembro.

g) $\frac{x}{3} = 5 \rightarrow$ Multiplica por 3 cada miembro.

h) $\frac{x}{-7} = 1 \rightarrow$ Multiplica por -7 cada miembro.

a) $x = 10 - 7 \rightarrow x = 3$

b) $x = 5 - 8 \rightarrow x = -3$

c) $x = 6 + 4 \rightarrow x = 10$

d) $x = 4 + 1 \rightarrow x = 5$

e) $x = \frac{12}{6} \rightarrow x = 2$

f) $x = \frac{8}{-2} \rightarrow x = -4$

g) $x = 5 \cdot 3 \rightarrow x = 15$

h) $x = 1 \cdot (-7) \rightarrow x = -7$

2 Despeja la incógnita y calcula la solución.

a) $x + 2 = 5$

b) $x + 3 = 2$

c) $x + 8 = 0$

d) $x - 1 = 5$

e) $x - 5 = 1$

f) $3x = 6$

g) $5x = 15$

h) $-5x = 10$

i) $\frac{x}{4} = -1$

j) $\frac{5x}{-2} = -10$

a) $x = 3$

b) $x = -1$

c) $x = -8$

d) $x = 6$

e) $x = 6$

f) $x = 2$

g) $x = 3$

h) $x = -2$

i) $x = -4$

j) $x = 4$

5 ▶ ECUACIONES CON DENOMINADORES

Página 162

Para fijar ideas

1 Copia, multiplica para eliminar denominadores y resuelve.

a) $4 - \frac{2x}{3} = x + \frac{2}{3} \rightarrow$ Multiplica ambos lados por 3.

$$12 - \frac{6x}{3} = \square x + \frac{\square}{3}$$

$$12 - \square x = \square x + \square$$

b) $\frac{5x}{6} - 1 = \frac{x}{3} - \frac{3}{4} \rightarrow$ Multiplica ambos lados por 12.

$$\frac{60x}{6} - \square = \frac{\square}{3} - \frac{\square}{4}$$

$$\square x - \square = 4x - \square$$

a) $12 - \frac{6x}{3} = 3x + \frac{6}{3}$

$$12 - 2x = 3x + 2 \rightarrow x = 2$$

b) $\frac{60x}{6} - 12 = \frac{12x}{3} - \frac{36}{4}$

$$10x - 12 = 4x - 8 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

7 ► RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ECUACIONES

Página 164

Para fijar ideas

Reflexiona sobre las ayudas que se ofrecen en los siguientes problemas y, después, resuélvelos.

1 Si a la mitad de un número le sumas su quinta parte, obtienes la misma cantidad que si a dicho número le quitas tres unidades. ¿Qué número es?

- El número $\rightarrow x$
- Su mitad $\rightarrow \frac{x}{2}$
- Su quinta parte $\rightarrow \frac{x}{5}$
- El n.º menos tres $\rightarrow x - 3$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{LA MITAD} \\ \text{DEL N.º} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{LA QUINTA} \\ \text{PARTE DEL N.º} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{EL N.º} \\ \text{MENOS TRES} \end{array}}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = x - 3$$

Multiplicamos por 10 ambos lados:

$$5x + 2x = 10x - 30 \rightarrow 3x = 30 \rightarrow x = 10$$

Es el número 10.

2 En mi clase, si hacemos equipos de tres, salen dos equipos más que si los hacemos de cuatro. ¿Cuántos somos en clase?

- En clase somos $\rightarrow x$
- N.º equipos de tres $\rightarrow \frac{x}{3}$
- N.º equipos de cuatro $\rightarrow \frac{x}{4}$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{N.º DE EQUIPOS} \\ \text{DE TRES} \end{array}} - 2 = \boxed{\begin{array}{c} \text{N.º DE EQUIPOS} \\ \text{DE CUATRO} \end{array}}$$

$$\frac{x}{3} - 2 = \frac{x}{4}$$


Multiplicamos por 12 ambos lados:

$$4x - 24 = 3x \rightarrow x = 24$$

En clase somos 24.

Para fijar ideas

Reflexiona sobre las ayudas que se ofrecen en los siguientes problemas y, después, resuélvelos.

- 3  **Meta 2.3.** Una hortelana ha cargado en su furgoneta 35 cajas, unas de patatas, de 15 kilos, y otras de nabos, de 10 kilos. En total pesan 455 kilos. ¿Cuántas cajas eran de cada clase?

	N.º DE CAJAS	PESO (kg)
PATATAS	x	$15 \cdot x$
NABOS	$35 - x$	$10 \cdot (35 - x)$

$$\boxed{\text{PESO DE } x \text{ CAJAS DE PATATAS}} + \boxed{\text{PESO DE } (35 - x) \text{ CAJAS DE NABOS}} = 455 \text{ kg}$$

$$15x + 10 \cdot (35 - x) = 455 \rightarrow 15x + 350 - 10x = 455 \rightarrow 5x = 105 \rightarrow x = 21$$

$$35 - 21 = 14$$

Eran 21 cajas de patatas y 14 de nabos.

- 4 Rosa tiene 25 años menos que su padre, Juan, y 26 años más que su hijo Alberto. Entre los tres suman 98 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?

- Edad de Rosa $\rightarrow x$
- Edad de Juan $\rightarrow x + 25$
- Edad de Alberto $\rightarrow x - 26$

$$\boxed{\text{EDAD DE ROSA}} + \boxed{\text{EDAD DE JUAN}} + \boxed{\text{EDAD DE ALBERTO}} = 98 \text{ años}$$

$$x + (x + 25) + (x - 26) = 98 \rightarrow x = 33$$

Rosa tiene 33 años; Juan, 58 años, y Alberto, 7 años.

- 5 Un kilo de manzanas cuesta 0,50 € más que uno de naranjas. Marta ha comprado tres kilos de naranjas y uno de manzanas por 5,30 €. ¿A cómo están las naranjas? ¿Y las manzanas?

- Un kilo de naranjas $\rightarrow x$
- Tres kilos de naranjas $\rightarrow 3x$
- Un kilo de manzanas $\rightarrow x + 0,50$

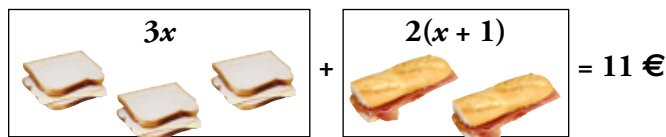
$$\boxed{\text{COSTE DE 3 KG DE NARANJAS}} + \boxed{\text{COSTE DE 1 KG DE MANZANAS}} = 5,30 \text{ €}$$

$$3x + (x + 0,5) = 5,30 \rightarrow x = 1,20$$

Un kilo de naranjas cuesta 1,20 €.

Un kilo de manzanas cuesta 1,70 €.

6 La pandilla ha entrado a merendar en una bocadoería. Un bocadillo cuesta un euro más que un sándwich. Por tres sándwiches y dos bocadillos pagan 11 euros. ¿Cuánto cuesta un sándwich? ¿Y un bocadillo?



Sándwich $\rightarrow x$

Bocadillo $\rightarrow x + 1$

$$3x + 2 \cdot (x + 1) = 11 \rightarrow x = 1,80$$

El sándwich cuesta 1,80 €, y el bocadillo, 2,80 €.

Página 166

Para practicar

1 En un taller se distribuye una paga de 5 000 € por beneficios. La encargada recibirá el doble que un oficial, y un oficial 200 € más que un peón. ¿Cuánto se llevará cada uno sabiendo que el taller tiene, además de la encargada, tres oficiales y cinco peones?

- Un peón $\rightarrow x$
- Un oficial $\rightarrow x + 200$
- La encargada $\rightarrow 2 \cdot (x + 200)$

Antes de empezar, piensa: cinco peones recibirán $5x$ y tres oficiales...

$$5x + 3 \cdot (x + 200) + 2 \cdot (x + 200) = 5\,000$$

$$5x + 5 \cdot (x + 200) = 5\,000 \rightarrow 10x = 4\,000 \rightarrow x = 400$$

Cada peón recibirá 400 €; cada oficial, 600 €, y la encargada, 1 200 €.

2 En la clase de Rosalía, la nota de Lengua se calcula atendiendo a la media de los controles (60%), al comentario de lecturas (20%) y a la exposición oral (20%). Ella tiene la misma nota en los comentarios que en los controles, y en expresión oral, dos puntos más. ¿Cuál ha sido la nota en cada apartado, si la global es 8,40?



Controles $\rightarrow x \cdot 0,6$

Comentarios $\rightarrow x \cdot 0,2$

Expresión oral $\rightarrow (x + 2) \cdot 0,2$

$$x \cdot 0,6 + x \cdot 0,2 + (x + 2) \cdot 0,2 = 8,40 \rightarrow 0,6x + 0,2x + 0,4 = 8,40$$

$$x + 0,4 = 8,40 \rightarrow x = 8,40 - 0,4 \rightarrow x = 8$$


- Nota media de los «Controles» $\rightarrow x = 8$
- Nota en los «Comentarios de lecturas» $\rightarrow x = 8$
- Nota en «Expresión oral» $\rightarrow x = 10$

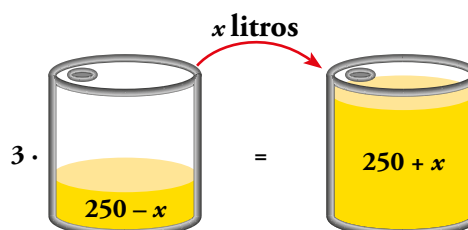
3 Sara y Jorge se reparten a partes iguales la paga que les ha dado su abuela. Después, Jorge le dice a Sara: si te devuelvo los 10 € que te debo, solo tendré la mitad que tú. ¿Cuánto les dio su abuela?

- Paga de la abuela (€) $\rightarrow x$
- Si Jorge devuelve 10 €, tendrá $\rightarrow \frac{x}{2} - 10$
- Si Sara recibe 10 €, tendrá $\rightarrow \frac{x}{2} + 10$

$$\frac{x}{2} - 10 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{2} + 10 \right) \rightarrow \frac{x}{2} - 10 = \frac{x}{4} + 5 \rightarrow 2x - 40 = x + 20 \rightarrow x = 60$$

La abuela les dio 60 €.

4  Se han repartido 500 litros de gasóleo, a partes iguales, en dos barriles. ¿Cuántos litros se han de pasar de uno al otro para que el segundo quede con el triple de cantidad que el primero?



$$3 \cdot (250 - x) = 250 + x \rightarrow 750 - 3x = 250 + x \rightarrow 4x = 500 \rightarrow x = 125$$

Se han de pasar 125 litros.

Página 167

Para practicar

5 Un almacenista dispone de dos tipos de café, uno de calidad superior, a 12,70 €/kg, y otro, de inferior calidad, a 7,80 €/kg.

¿Cuántos kilos del café superior debe mezclar con 100 kilos del inferior para conseguir una mezcla de calidad intermedia que salga a 9,90 €/kg?

	KILOS	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
SUPERIOR	x	12,70	$12,70 \cdot x$
INFERIOR	100	7,80	$7,80 \cdot 100$
MEZCLA	$x + 100$	9,90	$9,90(x + 100)$

$$9,90 \cdot (x + 100) = 7,80 \cdot 100 + 12,70 \cdot x$$

$$9,9x + 990 = 780 + 12,7x \rightarrow x = 75$$

Debe mezclar 75 kilos del café superior.

6 Un orfebre dispone de dos aleaciones de oro, una con un 96% de metal noble y la otra con solo el 75%.

¿Cuántos gramos de la primera hay que fundir con 100 gramos de la segunda para subir su riqueza al 82%?

Si llamamos x a los gramos de la primera aleación que necesitamos al 96%:

$$0,96x + 100 \cdot 0,75 = (100 + x) \cdot 0,82 \rightarrow 0,96x + 75 = 82 + 0,82x$$

$$0,14x = 7 \rightarrow x = 50$$

Hay que fundir 50 gramos de la primera aleación.

- 7** Martina ha mezclado pinturas roja y amarilla para obtener 40 litros de pintura naranja. El litro de pintura roja cuesta 3,40 €, y el de amarilla, 2,60 €. ¿Cuántos litros de cada tipo ha utilizado si la pintura naranja ha salido a 2,95 €/L?

	LITROS	PRECIO (€/L)	COSTE (€)
ROJA	x		
AMARILLA	$40 - x$		
MEZCLA	40	2,95	

	LITROS	PRECIO (€/L)	COSTE (€)
ROJA	x	3,40	$3,40x$
AMARILLA	$40 - x$	2,60	$2,60(40 - x)$
MEZCLA	40	2,95	$40 \cdot 2,95$

$$3,40x + 2,60 \cdot (40 - x) = 2,95 \cdot 40 \rightarrow x = \frac{14}{0,80} = 17,5$$

Martina ha utilizado 17,5 litros de pintura roja y 22,5 litros de pintura amarilla.

- 8** Una empresaria compra 100 camisas a 24 € la unidad y las pone a la venta aumentando el precio en un 30%. Sin embargo, cuando ha vendido una parte, llegan las rebajas y las pone solo un 10% más caras que lo que le costaron. Así, cuando se le terminan, ha recibido un beneficio global de un 25%. ¿Cuántas vendió antes de las rebajas?

Precio de la camisa que vende aumentando el 30%: $24 \cdot 1,30 = 31,20$ €

Precio de la camisa vendida en rebajas, aumentando un 10%: $24 \cdot 1,10 = 26,40$ €

Precio final por cada camisa: $24 \cdot 1,25 = 30$ €

Si x es el número de camisas vendidas antes de las rebajas:

$$31,2x + 26,4 \cdot (100 - x) = 30 \cdot 100$$

$$31,2x + 2640 - 26,4x = 3000$$

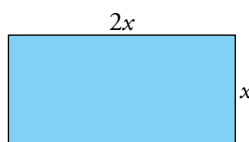
$$4,8x = 360 \rightarrow x = 75$$

Antes de las rebajas vendió 75 camisas.

Página 168

Para practicar

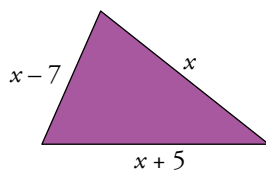
- 9** Se han necesitado 150 metros de alambrada para cercar una finca rectangular que es el doble de larga que de ancha. ¿Cuáles son las dimensiones de la finca?



$$x + 2x + x + 2x = 150 \rightarrow x = 25$$

La parcela mide 25 m de ancho y 50 m de largo.

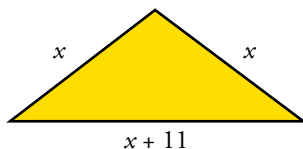
- 10** En un triángulo escaleno, el lado mediano mide 7 cm más que el lado menor y 5 cm menos que el lado mayor. Si el perímetro mide 52 cm, ¿cuál es la longitud de cada lado?



$$(x-7) + x + (x+5) = 52 \rightarrow x = 18$$

Los lados del triángulo miden 11 m, 18 m y 23 m.

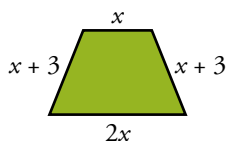
- 11** En un triángulo isósceles, el lado desigual mide 11 cm más que uno de los lados iguales y el perímetro mide 65 cm. Calcula la longitud de cada lado.



$$x + x + x + 11 = 65 \rightarrow 3x = 54 \rightarrow x = 18$$

El lado desigual mide 29 cm, y cada uno de los lados iguales, 18 cm.

- 12** En un trapecio cuyo perímetro mide 51 cm, la base mayor mide el doble que la menor, y esta, 3 cm menos que cada uno de los lados no paralelos. Calcula la medida de cada lado.



$$x + 2 \cdot (x+3) + 2x = 51 \rightarrow 5x = 45 \rightarrow x = 9$$

La base menor mide 9 cm; la mayor, 18 cm, y los lados no paralelos, 12 cm cada uno.

8 ► ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Página 169

Para practicar

1 Indica cuáles de estas ecuaciones son de segundo grado y exprésalas en la forma general.

a) $x^2 = 5$

b) $x^2 + 3 = x^2 + x$

c) $2x(x - 1) = 4$

d) $x(x - 3) = x^2 - 1$

e) $7x^2 - 4x = x^2 + 2$

f) $5x + 6 - x^2 = 7x^3 + 4$

g) $3x^2 + 9 - 3x^2 = x$

h) $x^3 + 2x = x(x + 3)$

a) $x^2 + 0x - 5 = 0$

c) $2x^2 - 2x - 4 = 0$

e) $6x^2 - 4x - 2 = 0$

2 Asocia cada ecuación con su pareja de soluciones.

a) $x^2 = 25$

b) $x^2 = 9$

c) $x^2 + x - 6 = 0$

d) $x^2 - 7x + 10 = 0$

e) $x^2 + 3x - 10 = 0$

f) $x^2 - 5x + 6 = 0$

3

-5

2

5

-3

a) 5 y -5

b) 3 y -3

c) 2 y -3

d) 2 y 5

e) 2 y -5

f) 2 y 3

9 ► RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Página 171

Para fijar ideas

1 Copia, completa los coeficientes y calcula las soluciones.

$$a) x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4 \cdot \square \cdot (-3)}}{2 \cdot \square} = \dots$$

$$b) 5x^2 - 3x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -3 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-(-\square) \pm \sqrt{(-\square)^2 - 4 \cdot \square \cdot (-2)}}{2 \cdot \square} = \dots$$

$$a) x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x = 1; x = -3$$

$$b) x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{10} \rightarrow x = 1; x = -\frac{2}{5}$$

Para practicar

1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 = 81$

b) $x^2 = 25$

c) $5x^2 = 20$

d) $x^2 - 9 = 0$

e) $x^2 + 6 = 10$

f) $4x^2 + 1 = 2$

g) $\frac{x^2}{7} = 7$

h) $\frac{5x^2}{8} = \frac{2}{5}$

i) $\frac{2x^2}{9} - \frac{1}{50} = 0$

a) $x = \pm 9$

b) $x = \pm 5$

c) $x = \pm 2$

d) $x = \pm 3$

e) $x = \pm 2$

f) $x = \pm \frac{1}{2}$

g) $x = \pm 7$

h) $x = \pm \frac{4}{5}$

i) $x = \pm \frac{3}{10}$

2 Reduce, saca factor común y resuelve.

a) $x^2 - 4x = 0$

b) $x^2 + 2x = 0$

c) $x^2 - x = 0$

d) $x^2 + x = 0$

e) $3x^2 - 2x = 0$

f) $5x^2 + x = 0$

g) $\frac{x^2}{3} = x$

h) $\frac{x^2}{2} = \frac{x}{3}$

i) $\frac{x}{3} + \frac{x^2}{4} = \frac{5x}{6}$

a) $x(x - 4) = 0$

$x = 0; x = 4$

b) $x(x + 2) = 0$

$x = 0; x = -2$

c) $x(x - 1) = 0$

$x = 0; x = 1$

d) $x(x + 1) = 0$

$x = 0; x = -1$

e) $x(3x - 2) = 0$

$x = 0; x = \frac{2}{3}$

f) $x(5x + 1) = 0$

$x = 0; x = -\frac{1}{5}$

g) $x(x - 3) = 0$

$x = 0; x = 3$

h) $x(3x - 2) = 0$

$x = 0; x = \frac{2}{3}$

i) $x(x - 2) = 0$

$x = 0; x = 2$

3 Calcula la solución aplicando la fórmula.

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

c) $x^2 + x - 12 = 0$

e) $2x^2 - 7x + 6 = 0$

g) $x^2 + 6x + 9 = 0$

a) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \rightarrow x = 4; x = 2$

b) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \rightarrow x = 5; x = 1$

c) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} \rightarrow x = 3; x = -4$

d) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2} \rightarrow x = -2; x = -5$

e) $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} \rightarrow x = 2; x = \frac{3}{2}$

f) $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} \rightarrow x = 1; x = 1$

g) $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2} = \frac{-6 \pm 0}{2} \rightarrow x = -3; x = -3$

h) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow$ Sin solución.

b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

d) $x^2 + 7x + 10 = 0$

f) $x^2 - 2x + 1 = 0$

h) $x^2 - 3x + 3 = 0$

4 Reduce y resuelve.

a) $x^2 - 3x - 5 = 2x + 9$

b) $6x^2 - 5(x - 1) = x(x + 1) + 4$

c) $x(x + 1) - \frac{1}{2} = \frac{x - 4}{6}$

a) $x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow x = 7; x = -2$

b) $5x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = 1; x = \frac{1}{5}$


c) $6x^2 + 5x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}; x = -\frac{1}{3}$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 172

¿DOMINAS LO BÁSICO?

Ecuaciones sencillas

1  Resuelve mentalmente.

a) $x + 4 = 5$

b) $x - 3 = 6$

c) $7 + x = 10$

d) $7 - x = 5$

e) $9 = 15 - x$

f) $2 - x = 9$

a) $x = 1$

b) $x = 9$

c) $x = 3$

d) $x = 2$

e) $x = 6$

f) $x = -7$

2  Resuelve.

a) $2x - 5 + 3x + 1 = 3x - 2$

b) $x + 7 = 12x - 3 - 8x + 1$

c) $5x + 4 - 6x = 7 - x - 3$

d) $4x + 2 + 7x = 10x + 3 + x$

a) $x = 1$

b) $x = 3$

c) Es una identidad. Tiene infinitas soluciones.

d) Incompatible. Sin solución.

3  Quita paréntesis y resuelve.

a) $6(x + 1) - 4x = 5x - 9$

b) $18x - 13 = 8 - 4(3x - 1)$

c) $3x + 5(2x - 1) = 8 - 3(4 - 5x)$

d) $6 - (4x + 6) = 3x + (7 - 4x)$

a) $6x + 6 - 4x = 5x - 9 \rightarrow 15 = 3x \rightarrow x = 5$

b) $18x - 13 = 8 - 12x + 4 \rightarrow 30x = 25 \rightarrow x = \frac{5}{6}$

c) $3x + 10x - 5 = 8 - 12 + 15x \rightarrow -1 = 2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

d) $6 - 4x - 6 = 3x + 7 - 4x \rightarrow -7 = 3x \rightarrow x = -\frac{7}{3}$

Ecuaciones de primer grado con denominadores

4  Quita denominadores multiplicando por el número que se indica, y resuelve.

a) $\frac{5x}{3} + 1 = \frac{5}{6} + x \rightarrow$ (por 6)

b) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{7x}{10} - \frac{1}{5} \rightarrow$ (por 20)

c) $\frac{x}{3} + \frac{4}{15} - x = \frac{1}{6} - \frac{7x}{10} \rightarrow$ (por 30)

d) $\frac{7x}{4} - 1 - \frac{x}{8} = x + \frac{5x}{8} + 1 \rightarrow$ (por 8)

e) $\frac{x}{2} + \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{5}{6} + \frac{x}{6} - \frac{2}{3} \rightarrow$ (por 6)

a) $10x + 6 = 5 + 6x \rightarrow x = -\frac{1}{4}$


b) $12x - 5 = 20x - 14x - 4 \rightarrow x = \frac{1}{6}$

c) $10x + 8 - 30x = 5 - 21x \rightarrow x = -3$

d) $14x - 8 - x = 8x + 5x + 8 \rightarrow 0x = 16 \rightarrow$ Sin solución.

e) $3x + 1 - 2x = x - 4 + 5 \rightarrow x + 1 = x + 1 \rightarrow$ Identidad. Tiene infinitas soluciones.

Ecuaciones de segundo grado

5  Observa, razona y resuelve.

- | | |
|-------------------|------------------------------|
| a) $5x^2 = 45$ | b) $2x^2 - 7 = 1$ |
| c) $x(x - 3) = 0$ | d) $(x + 5)x = 0$ |
| e) $x^2 - 7x = 0$ | f) $5x^2 = x^2 - 2x$ |
| a) $x = \pm 3$ | b) $x = \pm 2$ |
| c) $x = 0; x = 3$ | d) $x = 0; x = -5$ |
| e) $x = 0; x = 7$ | f) $x = 0; x = -\frac{1}{2}$ |

6  Resuelve aplicando la fórmula.

- a) $x^2 - 10x + 21 = 0$
b) $x^2 + 2x - 3 = 0$
c) $5x^2 + 14x - 3 = 0$
d) $6x^2 - x - 5 = 0$
- a) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2} \rightarrow x = 7; x = 3$
b) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \rightarrow x = 1; x = -3$
c) $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 60}}{10} \rightarrow x = \frac{1}{5}; x = -3$
d) $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{12} \rightarrow x = 1; x = -\frac{5}{6}$

ENTRÉNATE Y PRACTICA

7  Resuelve.

- a) $6x - 1 + x = 4 - 5x + 3$
b) $x + 2x + 3x - 5 = 4x - 9$
c) $x - 7(2x + 1) = 2(6 - 5x) - 13$
d) $11 - 5(3x + 2) + 7x = 1 - 8x$
e) $13x - 5(x + 2) = 4(2x - 1) + 7$
- a) $x = \frac{2}{3}$
b) $x = -2$
- c) $x - 14x - 7 = 12 - 10x - 13 \rightarrow -6 = 3x \rightarrow x = -2$
d) $11 - 15x - 10 + 7x = 1 - 8x \rightarrow 1 - 8x = 1 - 8x \rightarrow$ Identidad. Infinitas soluciones.
e) $13x - 5x - 10 = 8x - 4 + 7 \rightarrow 8x - 10 = 8x + 3 \rightarrow$ Incompatible. No tiene solución.

8  Elimina denominadores y resuelve.

a) $\frac{1}{3} + \frac{x}{3} = x - \frac{1}{3}$

b) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} - 1$

c) $x - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + 3$

d) $1 - \frac{x}{7} + \frac{x}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2x}{7}$

e) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = x + \frac{1}{15}$


a) $1 + x = 3x - 1 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$

b) $6x - 2 = 1 - 6 \rightarrow x = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

c) $15x - 3 = 5x + 45 \rightarrow 10x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$

d) $14 - 2x + 7x = 7 + 4x \rightarrow x = -7$

e) $15x + 10x + 6x = 30x + 2 \rightarrow x = 2$

9  Elimina paréntesis y denominadores, y resuelve.

a) $2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)$

b) $\frac{5}{6}(2x - 1) - x = \frac{x}{6}$

c) $\frac{x}{5} - 1 = 2\left(x - \frac{4}{5}\right)$


d) $x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(2x - 5)$

a) $4x - 5 = x - 3 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $5(2x - 1) - 6x = x \rightarrow 10x - 5 - 6x = x \rightarrow x = \frac{5}{3}$

c) $\frac{x}{5} - 1 = 2x - \frac{8}{5} \rightarrow x - 5 = 10x - 8 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

d) $x - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} - \frac{5}{6} \rightarrow 6x - 2 = 2x - 5 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$

10  Resolver la ecuación: $\frac{3x}{5} - 1 = x - \frac{x+1}{2}$

Ejercicio resuelto.

11  Elimina denominadores y resuelve.

a) $1 - \frac{x+1}{3} = 2x - \frac{1}{3}$

b) $1 - \frac{1-x}{3} = x + \frac{1}{2}$

c) $\frac{3x-1}{2} - 1 = 2x - 2$

d) $x + \frac{2-3x}{5} = \frac{x}{2} + 1$

e) $2x + \frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{4}$

f) $\frac{3x}{5} - 1 = x - \frac{x+1}{2}$

g) $\frac{x+3}{5} - \frac{x-6}{7} = 1$

h) $\frac{1-x}{3} - \frac{x-1}{12} = \frac{3x-1}{4}$

a) $3 - (x+1) = 6x - 1 \rightarrow 3 - x - 1 = 6x - 1 \rightarrow x = \frac{3}{7}$

b) $6 - 2(1-x) = 6x + 3 \rightarrow 6 - 2 + 2x = 6x + 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}$

c) $3x - 1 - 2 = 4x - 4 \rightarrow x = 1$

d) $10x + 2(2-3x) = 5x + 10 \rightarrow 10x + 4 - 6x = 5x + 10 \rightarrow x = -6$


e) $8x + 2(x-3) = x - 3 \rightarrow 8x + 2x - 6 = x - 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

f) $6x - 10 = 10x - 5(x+1) \rightarrow 6x - 10 = 10x - 5x - 5 \rightarrow x = 5$

g) $7(x+3) - 5(x-6) = 35 \rightarrow 7x + 21 - 5x + 30 = 35 \rightarrow x = -8$

h) $4(1-x) - (x-1) = 3(3x-1) \rightarrow 4 - 4x - x + 1 = 9x - 3 \rightarrow x = \frac{4}{7}$

Página 173

12  Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+1}{5} = \frac{7x-13}{20}$

b) $2 + \frac{2}{5}(x+1) = x - \frac{2x+3}{5}$

c) $\frac{2}{3}(1-3x) + \frac{3(x-1)}{4} = \frac{5}{12}(1-x)$

d) $\frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3} + 1\right) + x = \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{3}\right)$

a) $5(3x-1) - 4(2x+1) = 7x-13 \rightarrow 15x-5-8x-4 = 7x-13 \rightarrow$ Incompatible. No tiene solución.


b) $10 + 2(x+1) = 5x - (2x+3) \rightarrow 10 + 2x + 2 = 5x - 2x - 3 \rightarrow x = 15$

c) $8(1-3x) + 9(x-1) = 5(1-x) \rightarrow 8 - 24x + 9x - 9 = 5 - 5x \rightarrow x = \frac{-3}{5}$

d) $\frac{x-1}{5} + \frac{3}{5} + x = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2} \rightarrow 4x - 4 + 12 + 20x = 15x - 10 \rightarrow x = -2$

13  Resolver la ecuación: $1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3x}$

Ejercicio resuelto.

14  Resuelve, como en el ejercicio anterior.

a) $\frac{2}{x} + \frac{1}{2} = \frac{5}{3x} + 1$

b) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5x} + \frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2x} - \frac{2}{9x} = 1 + \frac{1}{3x}$

d) $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{2} = \frac{3}{2(x-1)}$




Multiplícala por 6x, 10x, 18x y 2(x-1), respectivamente.

a) $6x \cdot \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{2}\right) = 6x \cdot \left(\frac{5}{3x} + 1\right) \rightarrow 12 + 3x = 10 + 6x \rightarrow 12 - 10 = 6x - 3x \rightarrow 2 = 3x \rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $10x \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{5}\right) = 10x \cdot \left(\frac{1}{5x} + \frac{1}{2}\right) \rightarrow 5 + 2x = 2 + 5x \rightarrow 5 - 2 = 5x - 2x \rightarrow 3 = 3x \rightarrow x = \frac{3}{3} = 1$

c) $18x \cdot \left(\frac{1}{2x} - \frac{2}{9x}\right) = 18x \cdot \left(1 + \frac{1}{3x}\right) \rightarrow 9 - 4 = 18x + 6 \rightarrow 5 - 6 = 18x \rightarrow -1 = 18x \rightarrow x = -\frac{1}{18}$

d) $2(x-1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3}{2}\right) = 2(x-1) \cdot \left(\frac{3}{2(x-1)}\right) \rightarrow 2 + 3(x-1) = 3 \rightarrow 2 + 3x - 3 = 3 \rightarrow 3x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

15  Observa, razona y resuelve.

a) $12x^2 = 3$

b) $(x+5)x = 0$

c) $3x(5x+2) = 0$

d) $x^2 + 4x = 0$

e) $3x^2 = 2x$

f) $3x^2 = 2x^2 - 3x$

a) $x = \pm \frac{1}{2}$

b) $x = 0; x = -5$

c) $x = 0; x = -\frac{2}{5}$

d) $x = 0; x = -4$

e) $x = 0; x = \frac{2}{3}$

f) $x = 0; x = -3$

16  Resuelve aplicando la fórmula.

a) $x^2 + 9x + 40 = 0$

b) $15x^2 - 16x + 4 = 0$

c) $14x^2 + 5x - 1 = 0$

d) $x^2 - 10x + 25 = 0$

e) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

f) $6x^2 - 5x + 2 = 0$

a) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 160}}{2} \rightarrow$ Sin solución.


b) $x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{30} \rightarrow x = \frac{2}{3}; x = \frac{2}{5}$

c) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{28} \rightarrow x = \frac{1}{7}; x = -\frac{1}{2}$

d) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} \rightarrow x = 5; x = 5$

e) $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} \rightarrow x = -\frac{1}{3}; x = -\frac{1}{3}$

f) $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 48}}{12} \rightarrow$ Sin solución.

17  Reduce a la forma general y aplica la fórmula.

$$a) x^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \left(\frac{x}{4} - 1 \right)$$

$$b) \frac{x}{2} \left(x - \frac{1}{2} \right) = \frac{x}{6} \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{3} \right)$$

$$c) \frac{x}{3} \left(\frac{1}{2} - x \right) = 2 - \frac{x}{2} \left(x - \frac{5}{3} \right)$$

$$d) \frac{x^2}{2} + x = \frac{2x^2 - 5}{3} - 1$$

$$a) 20x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}; x = -\frac{1}{5}$$


$$b) 15x^2 - 19x = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{19}{15}$$

$$c) x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow x = 6; x = -2$$

$$d) x^2 - 6x - 16 = 0 \rightarrow x = 8; x = -2$$

TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS. ECUACIONES


En todas las actividades que vienen a continuación, escribe la ecuación correspondiente y resuelve el problema.

18  Busca un número cuyo doble más tres unidades sea igual a su triple menos cinco unidades.

- El número $\rightarrow x$
- Su doble más tres $\rightarrow 2x + 3$
- Su triple menos cinco $\rightarrow 3x - 5$

$$\boxed{\text{SU DOBLE MÁS TRES}} = \boxed{\text{SU TRIPLE MENOS CINCO}}$$

$$2x + 3 = 3x - 5 \rightarrow x = 8. \text{ El número es } 8.$$


19  Calcula el número natural que sumado a su siguiente da 157.

- El número $\rightarrow x$
- Su siguiente $\rightarrow x + 1$

$$\boxed{\text{EL NÚMERO}} + \boxed{\text{SU SIGUIENTE}} = 157$$

$$x + (x + 1) = 157 \rightarrow x = 78$$

El número es 78.

20  Teresa es siete años mayor que su hermano Antonio y dos años menor que su hermana Blanca. Calcula la edad de cada uno sabiendo que entre los tres suman 34 años.

- TERESA $\rightarrow x$
 - ANTONIO $\rightarrow x - 7$
 - BLANCA $\rightarrow x + 2$


$$\boxed{\text{EDAD DE ANTONIO}} + \boxed{\text{EDAD DE TERESA}} + \boxed{\text{EDAD DE BLANCA}} = 34$$

$$(x - 7) + x + (x + 2) = 34 \rightarrow x = 13$$

Antonio tiene $x - 7 = 13 - 7 = 6$ años.

Teresa tiene 13 años.

Blanca tiene $x + 2 = 13 + 2 = 15$ años.


21  Una ensaimada cuesta 10 céntimos más que un cruasán. Tres cruasanes y cuatro ensaimadas han costado 6 euros. ¿Cuál es el coste de cada pieza?

- Un cruasán $\rightarrow x$
- Una ensaimada $\rightarrow x + 0,10$
- Tres cruasanes $\rightarrow 3x$
- Cuatro ensaimadas $\rightarrow 4 \cdot (x + 0,10)$



$$3x + 4(x + 0,10) = 6 \rightarrow 7x = 6 - 0,4 = 5,6 \rightarrow x = 0,8$$

Un cruasán cuesta 80 céntimos, y una ensaimada, 90 céntimos.


22  Se han pagado 66 € por una prenda que estaba rebajada un 12%. ¿Cuál era el precio sin rebaja?

- Precio original $\rightarrow x$
- Rebaja $\rightarrow \frac{12x}{100}$

PRECIO ORIGINAL	-	REBAJA	=	PRECIO FINAL
-----------------	---	--------	---	--------------

$$x - \frac{12x}{100} = 66 \rightarrow x = 75. \text{ El precio sin rebaja era de } 75 \text{ €.}$$

Página 174


23  Un hortelano siembra la mitad de su huerta de melones, la tercera parte de tomates, y el resto, que son 200 m², de patatas. ¿Qué superficie tiene la huerta?

- Superficie huerta $\rightarrow x$
- Melones (M) $\rightarrow \frac{x}{2}$
- Tomates (T) $\rightarrow \frac{x}{3}$
- Patatas (P) $\rightarrow 200 \text{ m}^2$

SUP. M + SUP. T + SUP. P	=	SUP. H
--------------------------	---	--------

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 200 = x \rightarrow x = 1200$$

La huerta tiene una superficie de 1200 m².

- 24**  Del horno de un obrador han salido dos tandas con el mismo número de magdalenas. La primera se ha envasado en bolsas de 10 unidades, y la segunda, en bolsas de 12.




¿Cuántas magdalenas salen en cada tanda si se han llenado 5 bolsas más en la primera tanda que en la segunda?

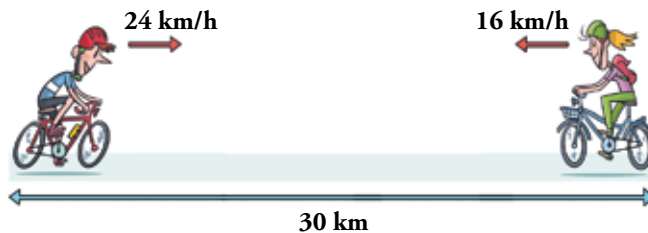
- N.º DE MAGDALENAS POR HORNADA $\rightarrow x$
- N.º DE BOLSAS DE 10 UNIDADES $\rightarrow \frac{x}{10}$
- N.º DE BOLSAS DE 12 UNIDADES $\rightarrow \frac{x}{12}$

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{N.º DE BOLSAS} \\ \text{DE 10} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{N.º DE BOLSAS} \\ \text{DE 12} \end{array}} + 5$$

$$\frac{x}{10} = \frac{x}{12} + 5 \rightarrow 6x = 5x + 300 \rightarrow x = 300$$

En cada tanda salen 300 magdalenas.

- 25**  Dos ciclistas parten simultáneamente; uno, de A hacia B, a la velocidad de 24 km/h, y el otro, de B hacia A, a 16 km/h. Si la distancia entre A y B es de 30 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?




- TIEMPO HASTA EL ENCUENTRO $\rightarrow x$ (horas)
- DISTANCIA RECORRIDA POR EL PRIMERO $\rightarrow 24x$
- DISTANCIA RECORRIDA POR EL SEGUNDO $\rightarrow 16x$

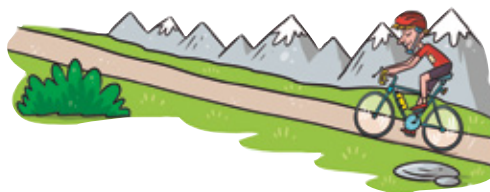
$$\boxed{\begin{array}{c} \text{DISTANCIA RECORRIDA} \\ \text{POR EL PRIMERO} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{c} \text{DISTANCIA RECORRIDA} \\ \text{POR EL SEGUNDO} \end{array}} = 30$$

$$24x + 16x = 30 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Tardan en encontrarse tres cuartos de hora.

26  Un ciclista sube un puerto a 15 km/h y, después, desciende por el mismo camino a 35 km/h. Si la ruta ha durado 30 minutos, ¿cuánto tiempo ha invertido en la subida?


- Tiempo de subida $\rightarrow x$ (horas)
- Tiempo de bajada $\rightarrow \frac{1}{2} - x$ (horas)
- Distancia recorrida subiendo $\rightarrow 15x$
- Distancia recorrida bajando $\rightarrow 35\left(\frac{1}{2} - x\right)$



$$\boxed{\begin{array}{l} \text{DISTANCIA RECORRIDA} \\ \text{SUBIENDO} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} \text{DISTANCIA RECORRIDA} \\ \text{BAJANDO} \end{array}}$$

$$15x = 35\left(\frac{1}{2} - x\right) \rightarrow x = \frac{7}{20}$$

En la subida ha invertido $\frac{7}{20}$ horas. Es decir, $\frac{7}{20} \text{ h} = \frac{21}{60} \text{ h} = 21$ minutos.


27  La edad de doña Adela es seis veces la de su nieto Juan, pero dentro de 8 años solo será el cuádruple. ¿Qué edad tiene cada uno?

	EDAD HOY	EDAD DENTRO DE 8 AÑOS
NIETO	x	$x + 8$
DOÑA ADELA	$6x$	$6x + 8$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{EDAD DE DOÑA ADELA} \\ \text{DENTRO DE 8 AÑOS} \end{array}} = 4 \cdot \boxed{\begin{array}{l} \text{EDAD DEL NIETO} \\ \text{DENTRO DE 8 AÑOS} \end{array}}$$

$$6x + 8 = 4(x + 8) \rightarrow x = 12$$

Juan tiene 12 años, y Adela, 72 años.

28  Laura ha estado en las rebajas y ha comprado una falda y una blusa por 59 €. La falda costaba 16 € más que la blusa, pero le han hecho un 20% de rebaja, y en la blusa, solo un 15%. ¿Cuánto costaba cada prenda sin rebajar?


	COSTE SIN REBAJA	COSTE CON REBAJA
FALDA	x	$0,80 \cdot x$
BLUSA	$x - 16$	$0,85 \cdot (x - 16)$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{COSTE FALDA} \\ \text{REBAJADA} \end{array}} + \boxed{\begin{array}{l} \text{COSTE BLUSA} \\ \text{REBAJADA} \end{array}} = 59 \text{ €}$$

$$0,80x + 0,85 \cdot (x - 16) = 59 \rightarrow x = 44$$

$$44 - 16 = 28$$

La falda costaba 44 €, y la blusa, 28 €.

- 29**  Un fabricante de queso ha mezclado cierta cantidad de leche de vaca, a 0,50 €/L, con otra cantidad de leche de oveja, a 0,80 €/L, obteniendo 300 litros de mezcla a un precio medio de 0,70 €/L. ¿Cuántos litros de cada tipo de leche empleó?

	CANTIDAD (L)	PRECIO (€/L)	COSTE (€)
VACA	x	0,50	$0,5 \cdot x$
OVEJA	$300 - x$	0,80	$0,8 \cdot (300 - x)$
MEZCLA	300	0,70	$0,7 \cdot 300$

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{COSTE LECHE} \\ \hline \text{VACA} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{COSTE LECHE} \\ \hline \text{OVEJA} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{COSTE} \\ \hline \text{MEZCLA} \\ \hline \end{array}$$

$$0,5x + 0,8(300 - x) = 0,7 \cdot 300 \rightarrow x = 100$$

Se han mezclado 100 litros de leche de vaca con 200 litros de leche de oveja.

Página 175

Problemas con ecuaciones de primer grado

- 30**  Calcula, primero mentalmente y, después, con la ayuda de una ecuación.


- Si a un número le sumas 4, y multiplicas el resultado por 2, obtienes 30. ¿De qué número se trata?
- Si un número lo multiplicas por 2 y al resultado le sumas 4, obtienes 30. ¿Qué número es?
- Si a mi edad le sumo la que tendré el año que viene, me salen 27 años. ¿Cuántos años tengo?
- En mi clase somos 29 en total, pero hay tres chicos más que chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en la clase?

a) $(x + 4) \cdot 2 = 30 \rightarrow 2x + 8 = 30 \rightarrow x = 11$. El número es 11.

b) $2x + 4 = 30 \rightarrow 2x = 26 \rightarrow x = 13$. El número es 13.

c) $x + (x + 1) = 27 \rightarrow 2x = 26 \rightarrow x = 13$. Tengo 13 años.

d) $29 = x + (x + 3) \rightarrow 2x = 26 \rightarrow x = 13$. Hay 13 chicas y 16 chicos.


- 31**  Multiplicando un número por 5, se obtiene lo mismo que sumándole 12. ¿Cuál es ese número?

$$5x = x + 12 \rightarrow x = 3. \text{ El número es 3.}$$

- 32**  La suma de tres números consecutivos es 135. ¿Cuáles son esos números?

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 135 \rightarrow x = 45$$

Los números son 44, 45 y 46.


- 33**  Carla ha gastado 21 € en la compra de tres revistas y dos cómics. ¿Cuál era el precio de cada artículo, sabiendo que un cómic cuesta el doble que una revista?

Precio de 1 revista $\rightarrow x$

Precio de 1 cómic $\rightarrow 2x$

$$3x + 2(2x) = 21 \rightarrow 7x = 21 \rightarrow x = 3$$

Cada revista cuesta 3 €, y cada cómic 6 €.

34  Un depósito de agua se abastece de dos grifos. Abriendo sólo el primero, el depósito se llena en 40 minutos. Pero si se abre también el segundo, que aporta 5 litros por minuto, entonces el depósito se llena en 30 minutos. ¿Qué caudal aporta el primer grifo, y cuál es la capacidad del depósito?


Litros por minuto del primer grifo $\rightarrow x$

$$40x = 30 \cdot (x + 5) \rightarrow 10x = 150 \rightarrow x = 15$$

El primer grifo aporta 15 litros por minuto.

$$40 \cdot 15 = 600$$

La capacidad del depósito es de 600 litros.

35  En la caja de un supermercado hay 1 140 € repartidos en billetes de 5 €, 10 €, 20 € y 50 €.

Sabiendo que:

- Hay el doble de billetes de 5 € que de 10 €.
- De 10 € hay la misma cantidad que de 20 €.
- De 20 € hay seis billetes más que de 50 €.

¿Cuántos billetes de cada clase tiene la caja?



Billetes de 10 € $\rightarrow x$


Billetes de 5 € $\rightarrow 2x$

Billetes de 20 € $\rightarrow x$

Billetes de 50 € $\rightarrow x - 6$


$$10x + 5 \cdot 2x + 20x + 50 \cdot (x - 6) = 1\,140 \rightarrow 90x = 1\,140 + 300 = 1\,440 \rightarrow x = 16$$

En la caja hay 10 billetes de 50 €, 16 billetes de 20 €, 16 billetes de 10 € y 32 billetes de 5 €.

36  Una empresa compra un depósito de zumo concentrado al precio de 0,35 €/L. Para rebajarlo añade 35 litros de agua. Así, el litro sale 7 céntimos más barato. ¿Cuánto zumo había en el depósito antes de aguarlo?

$$0,35x = (x + 35) \cdot (0,35 - 0,07) \rightarrow x = \frac{9,8}{0,07} = 140$$

Al principio había 140 litros en el depósito.

37  Adrián, andando, avanza 0,80 m en cada paso y corriendo, 1,25 m. Para dar una vuelta en la pista del polideportivo, necesita 180 zancadas más, si va andando, que si lo hace corriendo.

- a) ¿Cuántas zancadas da, en cada caso, en una vuelta?
b) ¿Cuál es la longitud de la pista?

 $N.^\circ$ de zancadas por vuelta, corriendo $\rightarrow x$

Longitud de la pista $\rightarrow 1,25 \cdot x$

$N.^\circ$ de zancadas por vuelta, andando $\rightarrow x + 180$

Longitud de la pista $\rightarrow 0,80 \cdot (x + 180)$


a) $1,25 \cdot x = 0,80 \cdot (180 + x) \rightarrow 0,45x = 144 \rightarrow x = 320$

$180 + 320 = 500$

En una vuelta, si va corriendo da 320 zancadas, y andando, 500 zancadas.

b) $1,25 \cdot 320 = 400$

La longitud de la pista es 400 metros.


38  Una motobomba llena un pilón de riego en 25 minutos. Otra motobomba, con un caudal superior al de la anterior, en 10 litros/min, llena un segundo pilón en 35 minutos. ¿Qué caudal aporta cada bomba, sabiendo que la capacidad del segundo pilón supera en 500 litros a la del primero?

Caudal que aporta la primera motobomba $\rightarrow x$ L/min

Caudal que aporta la segunda motobomba $\rightarrow (x + 10)$ L/min

$$25 \cdot x = (x + 10) \cdot 35 - 500 \rightarrow 10x = 150 \rightarrow x = 15$$


La primera bomba aporta un caudal de 15 L/min, y la segunda, un caudal de 25 L/min.

39  Joaquín tiene 14 años; su hermana, 16, y su madre, 42. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre ambos hijos iguallen la edad de la madre?

	EDAD HOY	EDAD DENTRO DE x AÑOS
JOAQUÍN	14	$14 + x$
HERMANA	16	$16 + x$
MADRE	42	$42 + x$

$$42 + x = 14 + x + 16 + x \rightarrow x = 12$$


Han de transcurrir 12 años.

40  Un padre tiene 38 años, y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que el padre tenga solo el doble de edad que el hijo?

	HOY	DENTRO DE x AÑOS
PADRE	38	$38 + x$
HIJO	11	$11 + x$

$$38 + x = 2(11 + x) \rightarrow x = 16$$

Han de transcurrir 16 años.


- 41**  Una furgoneta parte de la ciudad A hacia la ciudad B a 90 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A un camión a 75 km/h. ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse, si la distancia que separa a ambas ciudades es de 64 km?

Tiempo hasta el encuentro $\rightarrow x$ h

$$90x + 75x = 64 \rightarrow x = \frac{64}{165} \approx 0,388 \text{ h}$$


$0,388 \text{ h} \approx 23 \text{ min } 16 \text{ seg}$

Tardarán en encontrarse, aproximadamente, 23 min y 16 s.

- 42**  Un ciclista circula por una carretera a 18 km/h durante 20 minutos. ¿A qué velocidad debería ir durante los 10 minutos siguientes para que la media de esos treinta minutos resulte de 20 km/h?

$$18 \cdot 20 + v \cdot 10 = 20 \cdot 30 \rightarrow v = 24$$

Debería ir a 24 km/h.

- 43**  Un camión sale de su almacén, por carretera, a 60 km/h. Veinte minutos después, sale en su persecución un coche, a 100 km/h.

¿Cuánto tardará en alcanzarlo?


Tiempo que tarda el coche en alcanzar al camión. $\rightarrow x$ horas

$$20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$100x = 60\left(x + \frac{1}{3}\right) \rightarrow 40x = 20 \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ h}$$

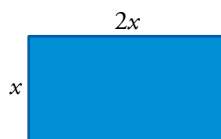
El coche tardará media hora en alcanzar al camión.


Página 176

- 44**  Para delimitar una zona rectangular, el doble de larga que de ancha, se han necesitado 84 m de cinta. ¿Cuáles son las dimensiones del sector delimitado?

$$x + 2x + x + 2x = 84 \rightarrow x = 14$$

La zona medirá 14 m \times 28 m.



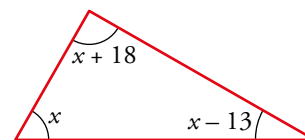
- 45**  La amplitud de uno de los ángulos de un triángulo es 13 grados mayor y 18 grados menor, respectivamente, que las amplitudes de los otros dos ángulos. Calcula la medida de cada ángulo.

$$x + (x + 18) + (x - 13) = 180 \rightarrow x = \frac{175}{3} \rightarrow 58^\circ 20'$$

$$\text{Los ángulos miden: } x = \frac{175}{3} = 58^\circ 20'$$

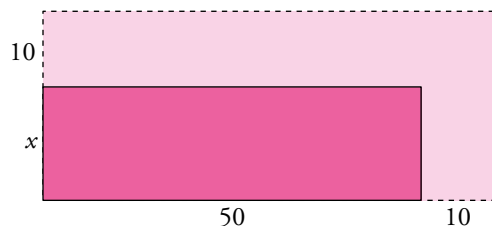
$$x + 18 = 76^\circ 20'$$

$$x - 13 = 45^\circ 20'$$



46 De una parcela rectangular se han cedido, para calles, 10 m a lo largo y otros 10 m a lo ancho, por lo que la parcela ha perdido una superficie de 800 m^2 .

Si el rectángulo resultante mide 50 metros de largo, ¿cuál es su anchura?



- SUPERFICIE ORIGINAL $\rightarrow 60 \cdot (x + 10)$
- SUPERFICIE RESULTANTE $\rightarrow 50 \cdot x$
- SUPERFICIE PERDIDA $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow 60 \cdot (x + 10) - 50 \cdot x \\ \rightarrow 800 \text{ m}^2 \end{array} \right.$

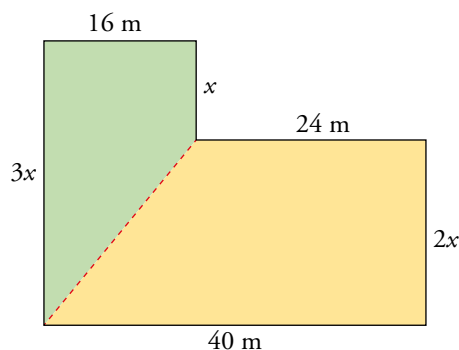
$$800 = 60 \cdot (x + 10) - 50 \cdot x$$

$$800 = 60x + 600 - 50x \rightarrow 200 = 10x \rightarrow x = 20$$

La anchura del rectángulo resultante es de 20 metros.

ANALIZA Y EXPRÉSATE

47 La superficie de la figura mide 960 m^2 . Observa, analiza y explica el procedimiento seguido para calcular su perímetro.



$$\frac{3x + x}{2} \cdot 16 + \frac{24 + 40}{2} \cdot 2x = 960$$

$$2x \cdot 16 + 32 \cdot 2x = 960 \rightarrow 96x = 960 \rightarrow x = 10$$

$$\text{Perímetro} \rightarrow 40 + 20 + 24 + 10 + 16 + 30 = 140 \text{ m}$$

Se toma la figura dividida en dos trapecios rectángulos.


El área de un trapecio es igual a la semisuma de las bases por la altura.

Aplicando esa fórmula, se obtiene la expresión del área de cada uno de los trapecios.

La suma de esas expresiones es el área total de la figura, que es dato del problema.

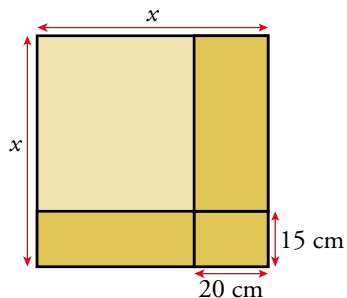
Así, se obtiene la ecuación que da el valor de x , que aparece en la figura.

Conocido x , el cálculo del perímetro es obvio.

48  Analiza las soluciones que siguen al problema y explica cómo se ha construido la ecuación en cada caso.

En una plancha cuadrada de madera, se dan dos cortes perpendiculares entre sí y paralelos a los lados. Así se separan dos tablas, de 20 cm y 15 cm de anchura, respectivamente.

¿Cuáles eran las dimensiones de la plancha, si las tablas cortadas tienen una superficie de 0,32 m²?



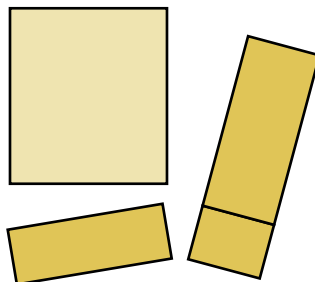
Resolución A

$$20x + 15(x - 20) = 3\,200$$

$$20x + 15x - 300 = 3\,200$$

$$35x = 3\,500$$

$$x = \frac{3\,500}{35} = 100 \text{ cm}$$



El lado del cuadrado medía 100 cm.

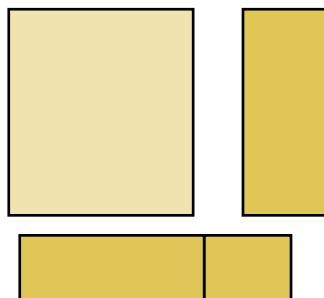
Resolución B

$$15x + 20(x - 15) = 3\,200$$

$$15x + 20x - 300 = 3\,200$$

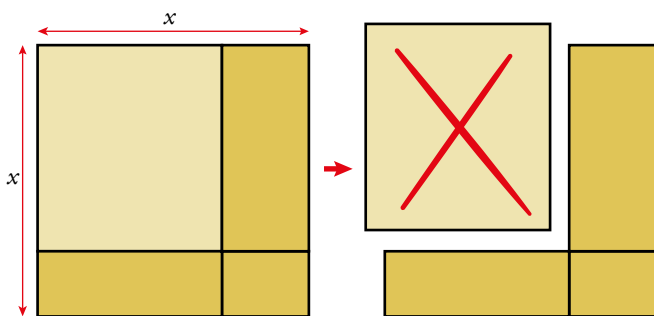
$$35x = 3\,500$$

$$x = 100 \text{ cm}$$



El lado del cuadrado medía 100 cm.

Resolución C



$$x^2 - (x - 20) \cdot (x - 15) = 3\,200 \rightarrow x = 100$$

$$x^2 - x^2 + 15x + 20x - 300 = 3\,200 \rightarrow 35x = 3\,500$$

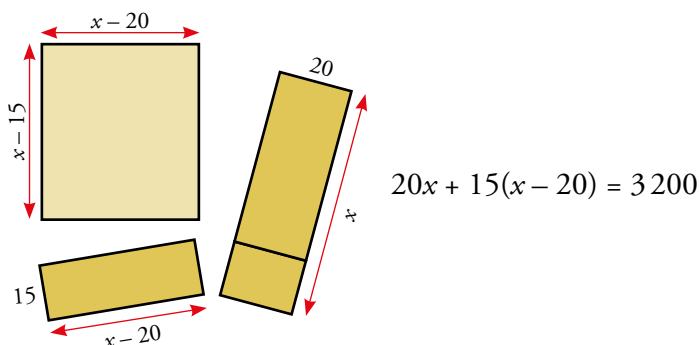
$$x = 100$$

El lado del cuadrado medía 100 cm.

Resolución A

Se considera que el primer corte se ha hecho en vertical, de arriba hasta abajo.

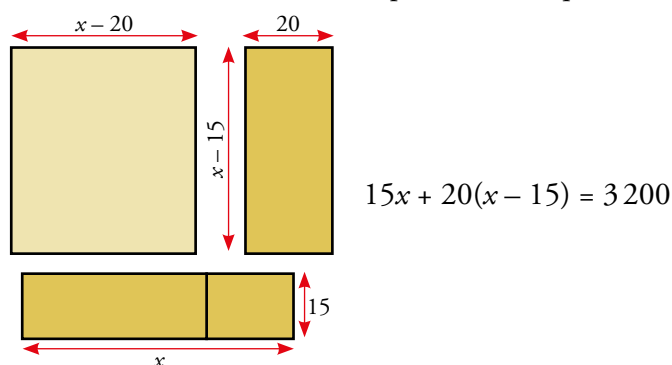
La suma de las áreas de las dos porciones que se han separado se iguala al dato que da el enunciado.



Resolución B

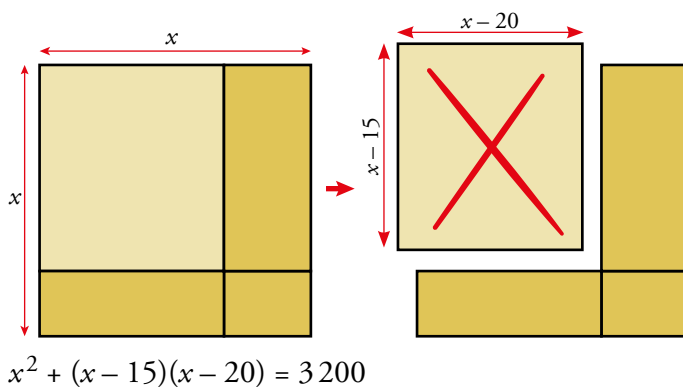
Se considera que el primer corte se ha hecho en horizontal, de izquierda a derecha.

La suma de las áreas de las dos porciones en que se han separado se iguala al dato que da el enunciado.



Resolución C

Al área total de la plancha, x^2 , se le resta el área de lo que queda $(x - 20) \cdot (x - 15)$ y eso es igual al área de los trozos que se han separado, que es dato del enunciado.



Problemas con ecuaciones de segundo grado

- 49** El resultado de multiplicar un número entero por cuatro es 11 unidades mayor que el resultado de multiplicar su siguiente por su anterior. ¿Qué número es? (Buscar todas las soluciones)

Problema resuelto.

50  **Calcula, primero, mentalmente y, después, con una ecuación.**

a) ¿Qué número multiplicado por su siguiente da 12?


$$x \cdot (x + 1) = 12$$

b) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 5. ¿De qué números se trata?

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5$$

a) $x = 3$; $x = -4$. Se trata de 3 y 4 o -4 y -3 .

b) $x = 1$; $x = -2$. Se trata de 1 y 2 o -2 y -1 .

51  **Si multiplico mi edad por la de mi hermana, a la que le saco 5 años, obtengo el triple de la edad de mi madre, que me tuvo a los 28. ¿Cuántos años tengo?**

• Mi edad $\rightarrow x$

• La de mi hermana $\rightarrow x - 5$


• La edad de mi madre $\rightarrow x + 28$

$$x \cdot (x - 5) = 3(x + 28) \rightarrow x^2 - 8x - 84 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 336}}{2} = \frac{8 \pm 20}{2} \rightarrow x = 14; x = -6$$

La solución -6 la descartamos porque no puedo tener una edad negativa.

Tengo 14 años.

52  **Esta mañana han salido del aparcamiento de mi bloque seis coches más de los que han entrado. Si el producto de los unos por los otros es igual al número de ruedas de todos ellos, ¿cuántos coches han salido y cuántos han entrado?**

Coches que han entrado $\rightarrow x$


Coches que han salido $\rightarrow x + 6$

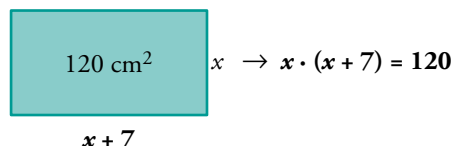
$$x \cdot (x + 6) = 4 \cdot (x + x + 6) \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2} \rightarrow x = -4; x = 6$$

Descartamos la solución negativa.

Han entrado 6 coches y han salido 12.

53  **Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que es 7 cm más largo que ancho y que su área es de 120 cm^2 .**

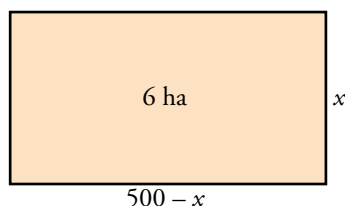


$$x(x + 7) = 120 \rightarrow x^2 + 7x - 120 = 0 \rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 480}}{2} = \frac{-7 \pm 23}{2} \rightarrow x = -15; x = 8$$

Descartamos la solución negativa.

El rectángulo mide 15 cm de largo y 8 cm de alto.

- 54**  Una finca rectangular ocupa una superficie de 6 hectáreas y tiene un perímetro de 1 000 m. Calcula las dimensiones de la finca. (1 ha = 10 000 m²)




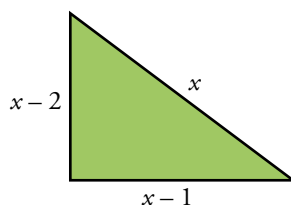
$$(500 - x) \cdot x = 60\,000$$

$$500x - x^2 = 60\,000 \rightarrow x^2 - 500x + 60\,000 = 0$$

$$x = \frac{500 \pm \sqrt{250\,000 - 240\,000}}{2} = \frac{500 \pm 100}{2} \rightarrow x = 300; x = 200$$

Las dimensiones de la finca son 200 metros \times 300 metros.

- 55**  En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide un metro más que el cateto mayor, y este, un metro más que el cateto menor. Calcula la medida de los lados.



Aplicamos el teorema de Pitágoras:


$$x^2 = (x - 1)^2 + (x - 2)^2 \rightarrow x^2 = x^2 - 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \rightarrow x = 5; x = 1$$

Descartamos la solución $x = 1$ porque no podemos restarle 2 y quedarnos con números negativos.

Los lados miden 5, 4 y 3.

PARA PENSAR UN POCO MÁS


- 56**  Un estanque se alimenta de dos bocas de agua, A y B. Abriendo solamente A, el estanque se llena en 3 horas. Abriendo ambas, se llena en 2 horas. ¿Cuánto tardará en llenarse si se abre solamente B?

	A	B	A + B
TARDA	3 h	x h	2 h
FRACCIÓN QUE SE LLENA EN 1 HORA	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2}$

FRACCIÓN QUE LLENA A EN 1 HORA	+	FRACCIÓN QUE LLENA B EN 1 HORA	=	FRACCIÓN QUE LLENAN AMBOS EN 1 HORA
--------------------------------------	---	--------------------------------------	---	---

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow 2x + 6 = 3x \rightarrow x = 6$$

Abriendo solo B, el estanque tardará 6 horas en llenarse.

- 57**  Los miembros del equipo vamos a hacer un regalo al entrenador que cuesta 80 €. Nos sale un poco caro, pero si fuéramos dos más, tocaríamos a dos euros menos cada uno. ¿Cuántos somos en el equipo?

N.º DE PARTICIPANTES	APORTACIÓN DE CADA UNO
x	$80/x$
$x + 2$	$80/(x + 2)$

$$\frac{80}{x + 2} + 2 = \frac{80}{x}$$


$$80x + 2x(x + 2) = 80(x + 2) \rightarrow 80x + 2x^2 + 4x = 80x + 160$$

$$2x^2 + 4x - 160 = 0$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 320}}{2} = \frac{-2 \pm 18}{2} \rightarrow x = -10; x = 8$$

Descartamos la solución negativa.

En el equipo somos 8 jugadores.

- 58**  Un automóvil parte de A hacia B a la misma hora que un camión lo hace desde B hacia A y tardan en cruzarse 2 horas en un punto intermedio del camino. ¿Cuánto tiempo ha invertido el coche en el viaje completo si el camión lo ha hecho en 5 horas?

Llamando x al tiempo del coche $\rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

Explica el sentido de esa ecuación.

Llamando x a las horas que tarda el coche, podemos afirmar que:

– En una hora, el camión cubre $\frac{1}{5}$ del recorrido.

– En una hora, el coche cubre $\frac{1}{x}$ del recorrido.

– Cuando marchan simultáneamente, en una hora cubren $\frac{1}{2}$ del mismo.

De ahí la ecuación: La fracción de recorrido que hace el camión en una hora, más la que hace el coche, es igual a la que hacen avanzando a la vez.

TALLER DE MATEMÁTICAS

Página 178

ÉCHALE INGENIO

Pero tú puedes 

Sin embargo, tú puedes resolver algunas ecuaciones de grado tres o superior.

Por ejemplo, observa las ecuaciones:

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \quad (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-3) = 0$$

Con lo que sabes, puedes resolver la primera. ¿Te atreves? Después, multiplica los paréntesis en la segunda y comprueba que ambas son la misma ecuación.

Las soluciones de la ecuación $(x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-3) = 0$ son:

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \quad x+2=0 \rightarrow x=-2 \quad x-3=0 \rightarrow x=3$$

Es decir, $x=1$; $x=-2$; $x=3$.

Multiplicando los paréntesis en esta ecuación, obtenemos que:

$$\begin{aligned} 0 &= (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-3) = (x^2 + 2x - x - 2) \cdot (x-3) = \\ &= (x^2 + x - 2) \cdot (x-3) = x^3 + x^2 - 2x - 3x^2 - 3x + 6 = \\ &= x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \end{aligned}$$

Por tanto, las soluciones de ambas ecuaciones son: $x=1$; $x=-2$; $x=3$.

Dibuja un esquema, echa cuentas, tantea

- **El reloj de la torre ha tardado seis segundos en dar las seis de la tarde.**

¿Cuánto tardará en dar las doce de la noche?

Entre las campanadas de las seis hay 5 espacios.

Tarda $6 : 5 = 1,2$ segundos en cada espacio.

Entre las campanadas de las 12 hay 11 espacios.

En dar las doce tardará $1,2 \cdot 11 = 13,2$ segundos.

- **Un carpintero ha tardado cuatro minutos en cortar con la sierra eléctrica, en cuatro trozos, un tablón de madera de 2,30 m.**

¿Cuánto habría tardado si hubiera tenido que cortarlo en cinco trozos?

Para cortar el tablón en cuatro trozos, hacen falta tres cortes.

En cada corte tarda $(4 \cdot 60) : 3 = 80$ segundos.

Para cortar el tablón en 5 trozos, hacen falta 4 cortes.

Y tardará $80 \cdot 4 = 320$ segundos = 5 minutos y 20 segundos.

AUTOEVALUACIÓN

1 Indica cuál de los valores que ves abajo son solución de la ecuación:

$$\frac{x^2 - 1}{5} = \sqrt{x} - 1$$

$x = 1$	$x = 2$	$x = 4$	$x = 9$	$x = -\frac{1}{2}$
---------	---------	---------	---------	--------------------

El valor $x = 1$ es solución de la ecuación: $\frac{1^2 - 1}{5} = \sqrt{1} - 1$

2 Resuelve ecuaciones de primer grado sencillas.

a) $7x - 3 - 2x = 6 + 3x + 1$

b) $5 - 2x + 2 = x - 3 + 2x$

a) $2x = 10 \rightarrow x = 5$

b) $5x = 10 \rightarrow x = 2$

3 Resuelve ecuaciones de primer grado con paréntesis.

a) $1 - 4x - 6 = x - 3(2x - 1)$

b) $5x - 7(x + 2) = 3 - 2(4x - 1)$

a) $-5 - 4x = x - 6x + 3 \rightarrow x = 8$

b) $5x - 7x - 14 = 3 - 8x + 2 \rightarrow 6x = 19 \rightarrow x = \frac{19}{6}$

4 Resuelve ecuaciones de primer grado con denominadores.

a) $5 - \frac{x}{3} - x = 2x + \frac{5}{3}$

b) $x - \frac{1}{2} = \frac{5x}{8} - \frac{3}{4}$

a) $15 - x - 3x = 6x + 5 \rightarrow 10x = 10 \rightarrow x = 1$

b) $8x - 4 = 5x - 6 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$

5 Resuelve otras ecuaciones de primer grado.

a) $x - \frac{x+1}{5} = \frac{x+3}{2} - 2$

b) $\frac{2x}{3} - 4\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{15}$

a) $10x - 2(x + 1) = 5(x + 3) - 20 \rightarrow x = -1$

b) $20x - 24x + 20 = 4 \rightarrow -4x = -16 \rightarrow x = 4$

6 Resuelve las siguientes ecuaciones con la incógnita en los denominadores:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x-2} = \frac{13}{3x}$

a) $3x + 6 = x \rightarrow 2x = -6 \rightarrow x = -3$

b) $3(x-2) + 6x = 13(x-2) \rightarrow 9x - 6 = 13x - 26 \rightarrow 13x - 9x = 26 - 6x \rightarrow x = \frac{20}{4} = 5$

7 Resuelve ecuaciones de segundo grado incompletas.

a) $3a^2 - 5 = 70$

b) $6x^2 - 3x = x$

a) $3a^2 = 75 \rightarrow a^2 = 25 \rightarrow a = \pm 5$

b) $6x^2 - 4x = 0 \rightarrow x(6x - 4) = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{2}{3}$

8 Resuelve ecuaciones de segundo grado completas.

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$

b) $8x^2 - 6x + 1 = 0$

a) $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

b) $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{16} = \frac{6 \pm 2}{16} \begin{cases} x = 1/2 \\ x = 1/4 \end{cases}$

9 Reparte 270 € entre tres personas, de forma que la primera reciba el triple que la segunda, y esta, el doble que la tercera.

La 3.^a recibe $\rightarrow x$ €

La 2.^a recibe $\rightarrow 2x$ €

La 1.^a recibe $\rightarrow 6x$ €

$$x + 2x + 6x = 270 \rightarrow 9x = 270 \rightarrow x = 30$$

La primera recibe 180 €, la segunda, 60 €, y la tercera, 30 €.

10 Un hortelano ha plantado 1/3 de la superficie de su huerta de acelgas y 3/10 de zanahorias. Si aún le quedan 110 m² libres, ¿cuál es la superficie total de la huerta?

$\frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{19}{30} \rightarrow$ Le quedan libres $\frac{11}{30}$ de la huerta.

$\frac{11}{30}x = 110 \rightarrow x = \frac{110 \cdot 30}{11} = 300 \rightarrow$ La superficie total de la huerta es de 300 m².

- 11** Por tres kilos de peras y dos de manzanas, Ramón ha pagado 7,80 €. Averigua el precio de unas y otras, sabiendo que un kilo de peras cuesta lo que un kilo y medio de manzanas.



Precio de 1 kg de manzanas $\rightarrow x$ €

Precio de 1 kg de peras $\rightarrow 1,5x$ €

$$3 \cdot 1,5x + 2x = 7,80 \rightarrow 6,5x = 7,80 \rightarrow x = 1,2$$

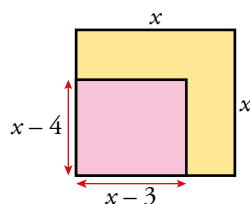
Un kilo de manzanas cuesta 1,20 €, y uno de peras, 1,80 €.

- 12** Si un número aumentado en tres unidades se multiplica por el mismo número disminuido en otras tres, se obtiene 55. ¿Qué número es?

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = 55 \rightarrow x^2 - 9 = 55 \rightarrow x^2 = 64 \rightarrow x = 8; x = -8$$

Hay dos números que lo cumplen: 8 y -8 .

- 13** Acortando un cuadrado 4 cm en un lado y 3 cm en el otro, se reduce su superficie a la mitad.



¿Cuál era el lado del cuadrado?

Área rectángulo pequeño $\rightarrow (x - 4) \cdot (x - 3) = x^2 - 7x + 12$

Área cuadrado grande $\rightarrow x \cdot x = x^2$

La superficie del rectángulo es la mitad que la del cuadrado:

$$x^2 = 2 \cdot (x^2 - 7x + 12) \rightarrow x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 96}}{2} = \frac{14 \pm 10}{2} \rightarrow x = 12; x = 2$$

Descartamos $x = 2$ porque el rectángulo no puede tener lados con medidas negativas. El lado del cuadrado era de 12 cm.

- 14** Un pilón se abastece de dos grifos. Abriendo solamente el primero, se llena en 8 horas, y abriendo ambos, en 3 horas. ¿Cuánto tarda en llenarse si se abre solamente el segundo grifo?

El primer grifo llena $\frac{1}{8}$ del pilón en una hora.

Si abrimos ambos grifos, se llena $\frac{1}{3}$ del pilón en una hora.

Si abrimos el segundo grifo, el pilón se llenará en x horas, por lo que, en una hora, este grifo llenará $\frac{1}{x}$ del pilón.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow 3x + 24 = 8x \rightarrow 5x = 24 \rightarrow x = \frac{24}{5} = 4,8 \text{ h} = 4 + 0,8 \cdot 60 = 4 \text{ h } 48 \text{ min}$$

Si se abre solo el segundo grifo, tarda en llenarse 4 horas y 48 minutos.