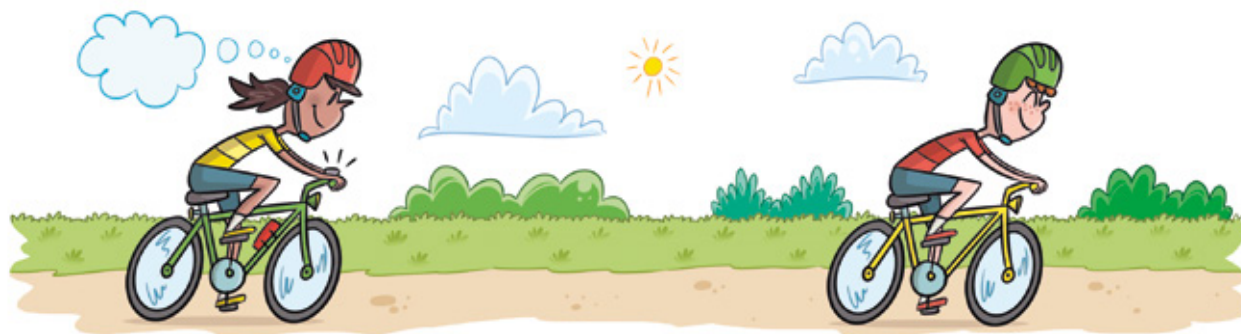


4 PROPORCIONALIDAD

Página 95

Con lo que ya sabes, resuelve

Marta y Samuel salen a entrenar en bicicleta.



Marta, de vez en cuando, mira su velocímetro-cuentakilómetros y, a la vez que pedalea, hace algunos cálculos.

- 1** Si en veinte minutos he recorrido 5 km, y sigo al mismo ritmo, ¿qué distancia recorreré en una hora?

$$v = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \text{ km/min} \rightarrow e = \frac{1}{4} \cdot 60 = 15 \text{ km}$$

En una hora recorreré 15 km.

- 2** ¿Qué lectura dará el velocímetro en la velocidad media?

15 km/h

- 3** A esa velocidad, ¿cuánto tardaré en recorrer un kilómetro?

Tardaré 1 h = 60 min en recorrer 15 km. \rightarrow En recorrer 1 km tardaré $\frac{60}{15} = 4$ min.

¿Y en llegar al pueblo vecino que está a 12 kilómetros?

1 km en 4 min \rightarrow 12 km en $12 \cdot 4 = 48$ min

En llegar al pueblo vecino tardaré 48 minutos.

- 4** ¿Cuánto tardará, en el mismo recorrido que han hecho Marta y Samuel, hasta el pueblo vecino, una máquina agrícola que los adelanta a una velocidad que triplica la suya?

La máquina agrícola va a una velocidad de $15 \cdot 3 = 45$ km/h.

Tarda 1 h en recorrer 45 km. \rightarrow Tardará $\frac{60}{45} = \frac{4}{3}$ min en recorrer 1 km. \rightarrow

$$\rightarrow \text{Tardará } \frac{4}{3} \cdot 12 = \frac{48}{3} = 16 \text{ min.}$$

¿Y una furgoneta que los adelanta a 60 km/h?

60 km/h = 1 km/min \rightarrow Una furgoneta tardará $1 \cdot 12 = 12$ min.

1 ► RAZONES Y PROPORCIONES

Página 96

Para practicar

1 Elige la respuesta correcta en cada caso.

a) La razón de 5 y 15 es: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$.

b) La razón de 24 y 36 es: $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}$.

a) La razón de 5 y 15 es: $\frac{1}{3}$

b) La razón de 24 y 36 es: $\frac{2}{3}$

2 Escribe en tu cuaderno tres parejas de números cuya razón sea $2/5$.

Por ejemplo: 4 y 10; 12 y 30; 18 y 45.

3 Calcula el término desconocido en cada proporción.

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$ b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$ c) $\frac{x}{3} = \frac{35}{7}$

d) $\frac{15}{6} = \frac{x}{14}$ e) $\frac{14}{x} = \frac{21}{33}$ f) $\frac{91}{42} = \frac{x}{9}$

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x} \rightarrow x = 5 \cdot 3 = 15$

b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 9 \cdot 10 \rightarrow x = 15$

c) $\frac{x}{3} = \frac{35}{7} \rightarrow 7 \cdot x = 3 \cdot 35 \rightarrow x = 15$

d) $\frac{15}{6} = \frac{x}{14} \rightarrow 15 \cdot 14 = 6 \cdot x \rightarrow x = 35$

e) $\frac{14}{x} = \frac{21}{33} \rightarrow 14 \cdot 33 = 21 \cdot x \rightarrow x = 22$

f) $\frac{91}{42} = \frac{x}{9} \rightarrow 91 \cdot 9 = 42 \cdot x \rightarrow x = \frac{39}{2}$

4 La razón de los pesos de Marcos y su padre es de $3/5$. Si Marcos pesa 45 kilos, ¿cuánto pesa su padre?

$$\frac{\text{Peso de Marcos}}{\text{Peso de su padre}} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{45}{x} = \frac{3}{5} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 5}{3} = 75 \text{ kilos}$$

Su padre pesa 75 kilos.

2 ► MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Página 97

Para fijar ideas

1 Copia, resuelve mentalmente y completa.

a) Un grifo arroja 12 litros de agua en 3 minutos.

– En un minuto arroja ... litros.

– En 5 minutos arroja ... litros.

b) Tres cajas de chinchetas pesan 150 gramos.

– Una caja pesa ... gramos.

– 10 cajas pesan ... gramos.

2  ¿A cómo sale el litro de champú?




1 litro = 100 cL

CAPACIDAD (cL)	PRECIO (€)
30	→ 2,70
10	→ $2,70 : 3 = 0,90$
100	→ $0,90 \cdot 10 = 9$

El litro (100 cL) de champú cuesta 9 €.

Página 99

Para fijar ideas

3  Copia y completa cada uno de los esquemas.

a) En un taller de confección se han necesitado siete metros y medio de tela para confeccionar 6 camisas. ¿Cuántos metros de tela se necesitarán para cubrir un pedido de 80 camisas?

TELA (m)	N.º DE CAMISAS
7,5	→ 6
x	→ 80

} → $\frac{7,5}{x} = \frac{\square}{\square} \rightarrow x = \frac{\square}{\square} = \square$

Solución: Para cubrir un pedido de 80 camisas, se necesitan ... metros de tela.

b) Un granjero ha gastado 260 € en 325 dosis de vacuna para su ganado. ¿Cuánto debe gastar aún si necesita adquirir 180 dosis más?

N.º DE DOSIS	GASTO (€)
325	→ ...
180	→ x

} → $\frac{\square}{180} = \frac{\square}{x} \rightarrow x = \frac{\square}{\square} = \square$

c) Una embotelladora llena 750 botellas en 15 min. ¿Cuánto tardará en llenar 1 800 botellas?

N.º DE BOTELLAS	TIEMPO (min)
...	→ ...
...	→ x

} → $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{x} \rightarrow x = \frac{\square}{\square} = \square$

$$\begin{array}{l} \text{a) TELA (m)} \qquad \qquad \text{N.º DE CAMISAS} \\ 7,5 \quad \longrightarrow \quad 6 \\ x \quad \longrightarrow \quad 80 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 7,5 \\ x \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{7,5}{x} = \frac{6}{80} \rightarrow x = \frac{7,5 \cdot 80}{6} = 100$$

Para cubrir un pedido de 80 camisas, se necesitan 100 metros de tela.

$$\begin{array}{l} \text{b) N.º DE DOSIS} \qquad \qquad \text{GASTO (€)} \\ 325 \quad \longrightarrow \quad 260 \\ 180 \quad \longrightarrow \quad x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 325 \\ 180 \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{325}{180} = \frac{260}{x} \rightarrow x = \frac{260 \cdot 180}{325} = 144$$

Para adquirir 180 dosis más, debe gastar aún 144 €.

$$\begin{array}{l} \text{c) N.º DE BOTELLAS} \qquad \qquad \text{TIEMPO (min)} \\ 750 \quad \longrightarrow \quad 15 \\ 1800 \quad \longrightarrow \quad x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 750 \\ 1800 \end{array}} \right\} \rightarrow \frac{750}{1800} = \frac{15}{x} \rightarrow x = \frac{1800 \cdot 15}{750} = 36$$

En llenar 1 800 botellas tardará 36 minutos.

Para practicar

1 Resuelve por reducción a la unidad.

- a) Tres cajas de galletas pesan 1 200 gramos. ¿Cuánto pesan dos cajas?
- b) Un grifo tarda 40 segundos en llenar una garrafa de 5 litros. ¿Cuánto tardará en llenar un bidón de 12 litros?
- c) Una máquina excavadora ha movido 25 toneladas de tierra en 5 horas. ¿Cuántas toneladas mueve en 3 horas?
- a) Tres cajas \rightarrow 1 200 gramos
Una caja $\rightarrow 1\ 200 : 3 = 400$ gramos
Dos cajas $\rightarrow 400 \cdot 2 = 800$ gramos
Dos cajas pesan 800 gramos.
- b) 5 litros \rightarrow 40 segundos
1 litro $\rightarrow 40 : 5 = 8$ segundos
12 litros $\rightarrow 8 \cdot 12 = 96$ segundos
Tardará 96 segundos.
- c) 5 horas \rightarrow 25 toneladas
1 hora $\rightarrow 25 : 5 = 5$ toneladas
3 horas $\rightarrow 3 \cdot 5 = 15$ toneladas
En 3 horas mueve 15 toneladas.

2 Resuelve, primero por reducción a la unidad y, después, mediante la regla de tres.

Un camión avanza por una carretera a 90 km/h. ¿Qué distancia recorrerá en los próximos 5 minutos?

a) Reducción a la unidad:

- En una hora (60 min) recorre \rightarrow 90 km
- En un minuto recorre \rightarrow ... km
- En 5 minutos recorre \rightarrow ... km

b) Regla de tres:

TIEMPO (min)	→	DISTANCIA (km)
60	→	90
5	→	x

- a) • En una hora (60 min) recorre \rightarrow 90 km
- En un minuto recorre \rightarrow 1,5 km
 - En 5 minutos recorre \rightarrow 7,5 km

b) $x = \frac{(90 \cdot 5)}{60} = 7,5$ km

3 En una viña, de la vendimia de las 10 primeras parras se han obtenido 125 kilos de uva. ¿Qué cosecha cabe esperar de toda la viña, que tiene 362 parras?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ parras} \rightarrow 125 \text{ kilos de uva} \\ 362 \text{ parras} \rightarrow x \text{ kilos} \end{array} \right\} x = \frac{362 \cdot 125}{10} = 4525 \text{ kilos}$$

Cabe esperar una cosecha de 4525 kilos de uva.

4 Una botella de 75 centilitros de aceite cuesta 3,80 €. ¿A cómo sale el litro?

$$\left. \begin{array}{l} 75 \text{ cL} \rightarrow 3,80 \text{ €} \\ 1 \text{ L} = 100 \text{ cL} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{3,8 \cdot 100}{75} = 5,07 \text{ €}$$

El litro sale a 5,07 €.

5 En un comedor escolar con 45 comensales, se consumieron ayer 2,7 kilos de pan. ¿Cuántos kilos se consumirán hoy con 60 comensales?

$$\left. \begin{array}{l} 2,7 \text{ kilos} \rightarrow 45 \text{ comensales} \\ x \text{ kilos} \rightarrow 60 \text{ comensales} \end{array} \right\} x = \frac{2,7 \cdot 60}{45} = 3,6 \text{ kilos}$$

Hoy se consumirán 3,6 kilos.

6 En un colegio que tiene 480 estudiantes, tres de cada diez han tenido gripe. ¿Cuántos estudiantes han padecido esa enfermedad?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ estudiantes} \rightarrow 3 \text{ enfermos} \\ 480 \text{ estudiantes} \rightarrow x \text{ enfermos} \end{array} \right\} x = \frac{480 \cdot 3}{10} = 144 \text{ enfermos}$$

Han tenido gripe 144 estudiantes.

- 7** Obtén la constante de proporcionalidad y los valores de a , b y c en esta tabla de proporcionalidad directa:

3	4	5	6
a	1,6	b	c

Constante de proporcionalidad $\rightarrow 1,6 : 4 = 0,4$

$$a \rightarrow 3 \cdot 0,4 = 1,2 \quad b \rightarrow 5 \cdot 0,4 = 2 \quad c \rightarrow 6 \cdot 0,4 = 2,4$$

- 8** Una empresa de mensajería nos ha cobrado 6,40 € por llevar a cierta dirección un paquete de 2 kg. Suponiendo que el coste del servicio dependiera solo del peso y de la distancia, ¿cuánto nos habría costado mandar el paquete si este hubiera pesado 3,75 kg?

$$\left. \begin{array}{l} 6,40 \text{ €} \rightarrow 2 \text{ kg} \\ x \text{ €} \rightarrow 3,75 \text{ kg} \end{array} \right\} x = \frac{6,40 \cdot 3,75}{2} = 12 \text{ €}$$

Nos habría costado 12 €.

3 ► MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Página 101

Para fijar ideas

1 Copia y completa, resolviendo primero por reducción a la unidad y, después, mediante la regla de tres.

Tres trabajadores descargan un camión en 4 horas. ¿Cuánto tardarían si solo fueran dos?

a) Reducción a la unidad:

- Tres trabajadores tardan \rightarrow 4 horas
- Un solo trabajador tardaría $\rightarrow 4 \text{ h} \cdot \dots = \dots \text{ h}$
- Dos trabajadores tardarían $\rightarrow \dots \text{ h}$

b) Regla de tres (inversa):

<u>N.º DE TRABAJADORES</u>		<u>TIEMPO (h)</u>	
3	\longrightarrow	4	}
2	\longrightarrow	x	

$\rightarrow \frac{3}{2} = \frac{x}{4} \rightarrow x = \frac{\square \cdot \square}{\square} = \square$

a) Reducción a la unidad:

- Tres trabajadores tardan \rightarrow 4 horas
- Un solo trabajador tardaría $\rightarrow 4 \text{ h} \cdot 3 = 12 \text{ h}$
- Dos trabajadores tardarían $\rightarrow 6 \text{ h}$

b) Regla de tres (inversa):

<u>N.º DE TRABAJADORES</u>		<u>TIEMPO (h)</u>	
3	\longrightarrow	4	}
2	\longrightarrow	x	

$\rightarrow \frac{3}{2} = \frac{x}{4} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ h}$

Para practicar

1 Construye tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad inversa:

MAGNITUD A	1	2	4	5
MAGNITUD B	40	20	10	8

Por ejemplo: $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$, $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$, $\frac{20}{4} = \frac{10}{2}$ o cualquiera que resulte de las relaciones:

$$40 \cdot 1 = 2 \cdot 20 = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8$$

2 Un tractor ara un campo en 15 horas.

- ¿Cuánto tardarían dos tractores?
- ¿Y tres tractores?
- ¿Y cuatro tractores?

TRACTORES	1	2	3	4
HORAS	15	7,5	5	3,75

\rightarrow Proporcionalidad inversa:
 $1 \cdot 15 = 2 \cdot 7,5 = 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3,75$

- a) 7 h 30 min b) 5 h c) 3 h 45 min

- 3** Tres operarios limpian un parque en 7 horas. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo 7 operarios?

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ operarios} \rightarrow 7 \text{ h} \\ 7 \text{ operarios} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow 3 \cdot 7 = 7 \cdot x \rightarrow x = \frac{3 \cdot 7}{7} = 3 \text{ h}$$

Tardarán 3 horas.

- 4** Un conducto de agua, con un caudal de 3 litros por segundo, tarda 20 minutos en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría con un caudal de 2 litros por segundo?

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ L/s} \rightarrow 20 \text{ min} \\ 2 \text{ L/s} \rightarrow x \text{ min} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow 3 \cdot 20 = 2 \cdot x \rightarrow x = \frac{3 \cdot 20}{2} = 30 \text{ min}$$

Tardarían 30 minutos.

- 5** Un coche, a 80 km/h, tarda 2 h en llegar a Barcelona.

a) ¿Cuánto tardaría un camión, a 40 km/h?

b) ¿Y un tren de alta velocidad, a 160 km/h?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Coche: } 80 \text{ km/h} \rightarrow 2 \text{ h} \\ \text{Camión: } 40 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ h} \\ \text{Tren: } 160 \text{ km/h} \rightarrow y \text{ h} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow \begin{array}{l} 80 \cdot 2 = 40 \cdot x \rightarrow x = 4 \text{ h} \\ 80 \cdot 2 = 160 \cdot y \rightarrow y = 1 \text{ h} \end{array}$$

a) Un camión tardaría 4 horas.

b) Un tren de alta velocidad tardaría 1 hora.

- 6** Una empresa de mensajería nos ha cobrado 6,40 € por un servicio con plazo de entrega, estándar, de una semana. Suponiendo que el coste es inversamente proporcional al plazo de entrega, ¿cuánto nos habría costado si hubiéramos contratado la entrega en 48 horas?

$$\left. \begin{array}{l} 6,40 \text{ €} \rightarrow 1 \text{ semana} = 7 \text{ días} \\ x \text{ €} \rightarrow 48 \text{ horas} = 2 \text{ días} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow \frac{6,40 \cdot 7}{2} = 22,40 \text{ €}$$

Nos habría costado 22,40 €.

- 7** Copia y completa esta tabla de proporcionalidad inversa.

MAGNITUD A	1	2	3	4			10
MAGNITUD B	30	15			6	5	
MAGNITUD A	1	2	3	4	5	6	10
MAGNITUD B	30	15	10	7,5	6	5	3

4 ► PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

Página 103

Para fijar ideas

1  Revisa el proceso que se propone en el siguiente problema. Después, copia y completa.

Un ranchero ha necesitado 400 kilos de cebada para alimentar a sus 15 caballos durante 8 días. ¿Durante cuántos días podría alimentar a 25 caballos con 500 kilos de cebada?

a) Identifica las magnitudes y las relaciones de proporcionalidad. Después, ordena los datos.

- Las magnitudes que intervienen son $\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Los kilos de...} \\ - \text{ El número de...} \\ - \text{ Los días que dura la cebada (lleva la incógnita)} \end{array} \right.$
- Las relaciones de proporcionalidad con respecto a la magnitud que lleva la incógnita son:
 - Cuantos más kilos de cebada haya, más días dura (proporcionalidad directa).
 - Cuantos más caballos haya, menos días dura la cebada (proporcionalidad inversa).

<u>KILOS DE CEBADA</u>		<u>N.º DE CABALLOS</u>		<u>DÍAS</u>
400	→	...	→	8
...	→	...	→	x

┌─── PROPORCIONALIDAD ... ──┐
┌─── PROP. ... ──┐

b) Resuelve razonadamente:

<u>KILOS DE CEBADA</u>	<u>N.º DE CABALLOS</u>	<u>DÍAS</u>
Con 400 kilos	→ comen 15 caballos	→ durante 8 días
Con 400 kilos	→ come 1 caballo	→ durante $8 \cdot 15 = 120$ días
Con 100 kilos	→ come 1 caballo	→ durante $120 : 4 = 30$ días
Con 500 kilos	→ come 1 caballo	→ durante $30 \cdot 5 = 150$ días
Con 500 kilos	→ comen 25 caballos	→ durante $150 : 25 = 6$ días

c) Automatiza el proceso:

<u>KILOS DE CEBADA</u>	<u>N.º DE CABALLOS</u>	<u>DÍAS</u>	<u>PROPORCIÓN</u>
400	→ 15	→ 8	$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \frac{400}{500} \cdot \frac{25}{15} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{500 \cdot 15 \cdot 8}{400 \cdot 25} = 6 \text{ días} \end{array} \right\}$
500	→ 25	→ x	

┌─── PROPORCIONALIDAD DIRECTA ──┐
┌─── PROP. INVERSA ──┐

Recuerda que el número de caballos es inversamente proporcional a los días que dura la cebada. Por eso, al formar la proporción, en lugar de la razón $\frac{15}{25}$ tomamos su inversa, $\frac{25}{15}$.

- Las magnitudes que intervienen son $\left\{ \begin{array}{l} - \text{ Los kilos de cebada.} \\ - \text{ El número de caballos.} \\ - \text{ Los días que dura la cebada (lleva la incógnita).} \end{array} \right.$

- | <u>KILOS DE CEBADA</u> | <u>N.º DE CABALLOS</u> | <u>DÍAS</u> |
|------------------------|------------------------|-------------|
| 400 | → 15 | → 8 |
| 500 | → 25 | → x |

┌─── PROPORCIONALIDAD DIRECTA ──┐
┌─── PROP. INVERSA ──┐

Para practicar

- 1** Una excavadora, trabajando 10 horas al día, abre una zanja de 1 000 metros en 8 días. ¿Cuánto tardaría en abrir una zanja de 600 metros, trabajando 12 horas al día?

 Ten en cuenta que:

- Para abrir más metros de zanja, se necesitan más días.
- Trabajando más horas al día se tarda menos días.

metros	h/día	días	
1 000	10	8	}
600	12	x	

$\rightarrow \frac{1\,000}{600} \cdot \frac{12}{10} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 10 \cdot 8}{1\,000 \cdot 12} = 4 \text{ días}$

Tardaría 4 días.

- 2** Una cuadrilla de albañiles, trabajando 10 horas al día, ha construido 600 m² de pared en 18 días. ¿Cuántos metros cuadrados construirá en 15 días, trabajando 8 horas diarias?

 Ten en cuenta que:

- Trabajando más días se construyen más metros de pared.
- Trabajando más horas al día se construyen más metros.

h/día	días	m ²	
10	18	600	}
8	15	x	

$\rightarrow \frac{10}{8} \cdot \frac{18}{15} = \frac{600}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 15 \cdot 600}{10 \cdot 18} = 400 \text{ m}^2$

Construirá 400 m².

5 ► PROBLEMAS DE REPARTOS PROPORCIONALES

Página 105

Para fijar ideas

1 Copia y completa.

a) Reparte 180 en partes directamente proporcionales a 2, 5 y 8.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2 + 5 + 8 = 15 & 1 & 2 & 5 & 8 \\ \hline 180 & p & x & y & z \\ \hline \end{array} \rightarrow p = 180 : 15 = \dots \rightarrow \begin{cases} x = 2 \cdot \dots = \dots \\ y = \dots \cdot \dots = 60 \\ z = 8 \cdot \dots = \dots \end{cases}$$

Las partes de 180 directamente proporcionales a 2, 5 y 8 son, respectivamente, ..., 60 y ...

b) Reparte 325 en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \hline 325 & p & x & y & z \\ \hline \end{array} \rightarrow p = 325 : \frac{13}{12} = \dots \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot \dots = 150 \\ y = \dots \cdot \dots = \dots \\ z = \frac{1}{4} \cdot \dots = \dots \end{cases}$$

Las partes de 325 inversamente proporcionales a 2, 3 y 4 son, respectivamente, 150, ... y ...

a)
$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 2 + 5 + 8 = 15 & 1 & 2 & 5 & 8 \\ \hline 180 & p & x & y & z \\ \hline \end{array} \rightarrow p = 180 : 15 = 12 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \cdot 12 = 24 \\ y = 5 \cdot 12 = 60 \\ z = 8 \cdot 12 = 96 \end{cases}$$

Las partes de 180 directamente proporcionales a 2, 5 y 8 son, respectivamente, 24, 60 y 96.

b)
$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \hline 325 & p & x & y & z \\ \hline \end{array} \rightarrow p = 325 : \frac{13}{12} = 300 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \cdot 300 = 150 \\ y = \frac{1}{3} \cdot 300 = 100 \\ z = \frac{1}{4} \cdot 300 = 75 \end{cases}$$

Las partes de 325 inversamente proporcionales a 2, 3 y 4 son, respectivamente, 150, 100 y 75.

2 Tres amigas han trabajado esta tarde buzoneando propaganda. Ana ha distribuido cuatro paquetes, Begoña, seis, y Carmen, ocho. ¿Cómo repartirán los 90 € recibidos por el trabajo?

– En total han repartido $\rightarrow 4 + 6 + 8 = \dots$ paquetes

– Por cada paquete les han pagado $\rightarrow 90 : \dots = \dots$ € $\begin{cases} \text{Ana recibirá} \rightarrow 4 \cdot \dots = \dots \text{ €} \\ \text{Carmen recibirá} \rightarrow 6 \cdot \dots = \dots \text{ €} \\ \text{Begoña recibirá} \rightarrow 8 \cdot \dots = \dots \text{ €} \end{cases}$

– En total han repartido $\rightarrow 4 + 6 + 8 = 18$ paquetes

– Por cada paquete les han pagado $\rightarrow 90 : 18 = 5$ € $\begin{cases} \text{Ana recibirá} \rightarrow 4 \cdot 5 = 20 \text{ €} \\ \text{Carmen recibirá} \rightarrow 6 \cdot 5 = 30 \text{ €} \\ \text{Begoña recibirá} \rightarrow 8 \cdot 5 = 40 \text{ €} \end{cases}$

- 3** Una madre decide repartir entre sus tres hijos una paga extra de 70 € como premio por las buenas notas obtenidas. Pero les dice que cada uno recibirá una cantidad inversamente proporcional al número de días que olvidó hacer su cama:

$$\text{David} \rightarrow 1 \text{ día} \quad \text{Isabel} \rightarrow 2 \text{ días} \quad \text{Óscar} \rightarrow 4 \text{ días}$$

¿Cuánto le tocará a cada uno?

Debemos repartir 70 en partes inversamente proporcionales a 1, 2 y 4.

Resolveremos el problema repartiendo 70 en partes directamente proporcionales a los inversos de esos números: 1, $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$.

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
70	x	y	z

 $\rightarrow p = \dots : \frac{7}{4} = \dots$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{David} \rightarrow x = 1 \cdot \dots = \dots \\ \text{Isabel} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \dots = \dots \\ \text{Óscar} \rightarrow z = \frac{1}{4} \cdot \dots = \dots \end{array} \right.$$

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
70	x	y	z

 $\rightarrow p = 70 : \frac{7}{4} = 40$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{David} \rightarrow x = 1 \cdot 40 = 40 \\ \text{Isabel} \rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 40 = 20 \\ \text{Óscar} \rightarrow z = \frac{1}{4} \cdot 40 = 10 \end{array} \right.$$

Para practicar

- 1** Tres familias alquilan conjuntamente un apartamento en la costa por 1 200 euros para 20 días. Los Rodríguez lo disfrutaron durante la primera semana; los Riveiro, los 6 días siguientes y, el resto del tiempo, los Ochoa. ¿Cuánto debe pagar cada familia por la estancia?

$$C = 1\,200 \quad S = 20 \quad p = \frac{1\,200}{20} = 60$$

$$\text{Rodríguez} \rightarrow 60 \cdot 7 = 420 \text{ €}$$

$$\text{Riveiro} \rightarrow 60 \cdot 6 = 360 \text{ €}$$

$$\text{Ochoa} \rightarrow 60 \cdot 7 = 420 \text{ €}$$

- 2** Un concurso de televisión está dotado con un premio de 22 000 € que se repartirá entre los tres primeros clasificados de forma que la cantidad asignada a cada uno sea inversamente proporcional al puesto en el que se ha clasificado: primero, segundo y tercero. ¿Cuánto se lleva cada concursante?

$$C = 22\,000 \quad S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6} \quad p = 22\,000 : \frac{11}{6} = 12\,000$$

$$\text{El primero se lleva } 12\,000 \cdot 1 = 12\,000 \text{ €}.$$

$$\text{El segundo, } 12\,000 \cdot \frac{1}{2} = 6\,000 \text{ €}.$$

$$\text{El tercero, } 12\,000 \cdot \frac{1}{3} = 4\,000 \text{ €}.$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 106

¿DOMINAS LO BÁSICO?

Razones y proporciones

1  Escribe:

a) Tres pares de números cuya razón sea $\frac{2}{3}$.

b) Tres parejas de números que estén en relación de cinco a uno.

c) Tres parejas de números que estén en razón de tres a cuatro.

a) Por ejemplo: 4 y 6; 10 y 15; 18 y 27

b) Por ejemplo: 15 y 3; 20 y 4; 35 y 7

c) Por ejemplo: 15 y 20; 21 y 28; 33 y 44

2  Calcula x en las siguientes proporciones:

a) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$

b) $\frac{6}{4} = \frac{x}{6}$

c) $\frac{8}{x} = \frac{12}{15}$

d) $\frac{x}{21} = \frac{4}{28}$

e) $\frac{x}{39} = \frac{30}{65}$

f) $\frac{14}{x} = \frac{49}{42}$

g) $\frac{15}{24} = \frac{55}{x}$

h) $\frac{42}{54} = \frac{x}{63}$

i) $\frac{16}{x} = \frac{32}{16}$

a) $x = 15$

b) $x = 9$

c) $x = 10$

d) $x = 3$


e) $x = 18$

f) $x = 12$


g) $x = 88$

h) $x = 49$

i) $x = 8$


3  Dos números están en relación de 3 a 5 y el menor es 12. ¿Cuál es el mayor?

El mayor es 20, ya que $\frac{12}{3} \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$.

4  Dos números están en relación de 2 a 5 y el mayor es 25. ¿Cuál es el menor?

El menor es 10, ya que $\frac{25}{5} \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10$.

Relaciones de proporcionalidad

5  Indica, entre los siguientes pares de magnitudes, los que guardan relación de proporcionalidad directa, los que guardan relación de proporcionalidad inversa y los que no guardan relación de proporcionalidad.

a) La velocidad con la que circula un autobús por la autopista y la distancia que recorre en un minuto.

b) El caudal de una fuente y el tiempo que tarda en llenar una cisterna.

c) El número de entradas vendidas en un cine y el dinero recaudado.

d) La edad de una persona y su altura.

e) La altura de una persona y su peso.

f) El tiempo que permanece abierto un grifo y la cantidad de agua que arroja.

g) El número de páginas de un libro y su precio.

- a) Proporcionalidad directa.
- b) Proporcionalidad inversa.
- c) Proporcionalidad directa.
- d) Sin relación de proporcionalidad.
- e) Sin relación de proporcionalidad.
- f) Proporcionalidad directa.
- g) Sin relación de proporcionalidad.

6  **Completa en tu cuaderno estas tablas de proporcionalidad directa:**

a)

1	2	3	7	
5	10			60

b)

1	2	3	4	
	5		10	25

¿Cuál es la constante de proporcionalidad en cada una?


a)

1	2	3	7	12
5	10	15	35	60

b)

1	2	3	4	10
2,5	5	7,5	10	25

Las constantes de proporcionalidad son 5 y 2,5, respectivamente.

7  **Completa en tu cuaderno esta tabla de proporcionalidad directa, sabiendo que la constante de proporcionalidad es 0,35.**

A	1	2	3	5	10	15
B						

A	1	2	3	5	10	15
B	0,35	0,70	1,05	1,75	3,5	5,25

8  **Completa en tu cuaderno estas tablas de proporcionalidad inversa:**

a)

1	2	4	5	
20	10			2

b)


1	2	3	4	
	18		9	6

a)

1	2	4	5	10
20	10	5	4	2

b)

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

9  **Escribe tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad directa:**

MAGNITUD A	2	3	5	6
MAGNITUD B	10	15	25	30

Por ejemplo: $\frac{10}{2} = \frac{15}{3}$; $\frac{5}{3} = \frac{25}{15}$; $\frac{30}{6} = \frac{25}{5}$

- 10 Escribe tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad inversa:

MAGNITUD A	2	3	4	6
MAGNITUD B	36	24	18	12

Por ejemplo: $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$; $\frac{3}{18} = \frac{4}{24}$; $\frac{18}{12} = \frac{6}{4}$

- 11 ¿Verdadero o falso?

- a) La razón de dos números no puede ser un número entero.
 b) Si la razón de a y b es la unidad, entonces $a = b$.
 c) La razón de a y b es igual a la razón de b y a .
 d) Una proporción es la igualdad de dos fracciones equivalentes.
 e) La proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ da la misma información que la proporción $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.
 f) En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $a = d$, entonces $b = c$.
 g) En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, si $a = b$, entonces $c = d$.

- a) Falso b) Verdadero c) Falso d) Verdadero
 e) Verdadero f) Falso g) Verdadero

Página 107

INTERPRETA, DESCRIBE, EXPRÉSATE

- 12 Copia los esquemas, decide en cada caso si la proporcionalidad es directa o inversa y completa.

- a) Por 3 kilos de naranjas pagamos ayer 2,40 €. ¿Cuánto pagaremos hoy por 5 kilos, si siguen al mismo precio?

	┌ PROPORC. ... ┐	
<u>PESO (kg)</u>	→	<u>COSTE (€)</u>
3	→	2,40
1	→	2,40 : ...
5	→	... · 5

- b) Tres bueyes consumen un saco de pienso en 10 días. ¿Cuánto duraría el saco si fueran cinco bueyes?

	┌ PROPORC. ... ┐	
<u>N.º DE BUEYES</u>	→	<u>TIEMPO (días)</u>
A 3 les dura el saco	→	10
A 1 le duraría (más)	→	... : 3
A 5 les duraría (menos)	→	... : 5

- a)

	┌ PROPORC. DIRECTA ┐	
<u>PESO (kg)</u>	→	<u>COSTE (€)</u>
3	→	2,40
1	→	2,40 : 3 = 0,80
5	→	0,80 · 5 = 4

Por 5 kg pagaremos 4 €.

- b) ┌ PROPORC. INVERSA ┐
- | <u>N.º DE BUEYES</u> | <u>TIEMPO (días)</u> |
|-------------------------|----------------------|
| A 3 les dura el saco | → 10 |
| A 1 le duraría (más) | → $10 \cdot 3 = 30$ |
| A 5 les duraría (menos) | → $30 : 5 = 6$ |

El saco duraría 6 días.

13 Resuelve como en la actividad anterior.

a) Una piscina tiene tres desagües iguales. Si se abren dos, la piscina se vacía en 45 minutos. ¿Cuánto tardará en vaciarse si se abren los tres?

b) La longitud del salón de una vivienda mide 6 m en la realidad y 10 cm en el plano. ¿Cuál será su anchura real, si en el plano mide 8 cm?

a)
$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ desagües} \rightarrow 45 \text{ min} \\ 3 \text{ desagües} \rightarrow x \text{ min} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{45} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 45}{3} = 30 \text{ min}$$

Tardará 30 minutos en vaciarse.

b) Proporcionalidad directa.

$$\left. \begin{array}{l} 6 \text{ m} = 600 \text{ cm en la realidad} \rightarrow 10 \text{ cm en el plano} \\ x \text{ cm en la realidad} \rightarrow 8 \text{ cm en el plano} \end{array} \right\} \text{ Prop. directa} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x}{600} = \frac{8}{10} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 8}{10} = 480 \text{ cm}$$

La anchura real será de 480 cm = 4,8 m.

14 Copia cada esquema, complétalo decidiendo si la proporcionalidad es directa o inversa y comprueba que obtienes el resultado que se indica.

a) Una corredora de fondo ha avanzado 3,5 kilómetros en 14 minutos. Si sigue al mismo ritmo, ¿cuánto tardará en recorrer los próximos 10 kilómetros?

<u>DISTANCIA (km)</u>	<u>TIEMPO (min)</u>
3,5	→ 14
10	→ x

$$\left. \right\} x = \frac{\dots \cdot \dots}{\dots} = 40 \text{ min}$$

b) Una bomba, que aporta un caudal de 2,4 litros por minuto, tarda 12 horas en llenar un pilón. ¿Cuánto tardaría en llenarse si se sustituyera por otra bomba con un caudal de 3,2 L/min?

<u>CAUDAL (L/min)</u>	<u>TIEMPO (min)</u>
2,4	→ 12 · 60
3,2	→ x

$$\left. \right\} x = \frac{\dots \cdot \dots}{\dots} = 9 \text{ h}$$

a) Proporcionalidad directa.

<u>DISTANCIA (km)</u>	<u>TIEMPO (min)</u>
3,5	→ 14
10	→ x

$$\left. \right\} x = \frac{14 \cdot 10}{3,5} = 40 \text{ min}$$


Tardará 40 minutos.

b) Proporcionalidad inversa.

<u>CAUDAL (L/min)</u>	<u>TIEMPO (min)</u>
2,4	→ 12 · 60
3,2	→ x

$$\left. \right\} x = \frac{12 \cdot 2,4}{3,2} = 9 \text{ h}$$

Tardaría en llenarse 9 horas.

15  Resuelve como en la actividad anterior.

a) Una moto, a 60 km/h, tarda un cuarto de hora en ir desde A hasta B. ¿Cuánto tardaría una furgoneta de reparto a 75 km/h?



b) Una máquina embotelladora llena 450 botellas en 15 minutos. ¿Cuánto tardará en llenar 3 000 botellas?

a) Proporcionalidad inversa.


VELOCIDAD (km/h)	→	TIEMPO (min)	}	$x = \frac{60 \cdot 15}{75} = 12 \text{ min}$		
60		15				
75		x				

La furgoneta de reparto tardaría 12 minutos.

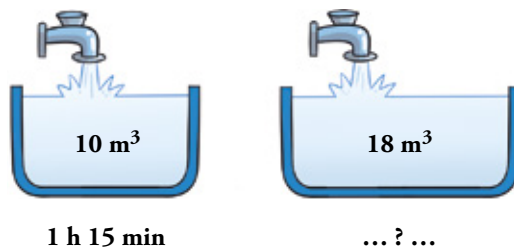
b) Proporcionalidad directa.

N.º DE BOTELLAS	→	TIEMPO (min)	}	$x = \frac{3000 \cdot 15}{450} = 100 \text{ min} = 1 \text{ h } 40 \text{ min}$		
450		15				
3 000		x				

En llenar 3 000 botellas tardará 1 h y 40 min.

16  Analiza y explica las distintas resoluciones del siguiente problema. Si hay errores, corrígelos.

Una fuente ha llenado un pilón de 10 m^3 en una hora y cuarto. ¿Cuánto tardaría si el pilón tuviera una capacidad de 18 m^3 ?



Resolución 1

$$10 \text{ m}^3 \rightarrow \left(1 + \frac{1}{4}\right) \text{ h} = 75 \text{ min}$$

$$1 \text{ m}^3 \rightarrow 75 : 10 = 7,5 \text{ min}$$

$$18 \text{ m}^3 \rightarrow 7,5 \cdot 18 = 135 \text{ min}$$

Solución: La fuente tardaría 135 minutos en llenar el depósito de 18 m^3 .

Resolución 2

$10 \text{ m}^3 \rightarrow 1,25 \text{ h}$	}	$x = \frac{18 \cdot 1,25}{10} = 2,25 \text{ h}$
$18 \text{ m}^3 \rightarrow x$		

Solución: 2 h 25 min

Resolución 3

CAPACIDAD (m ³)	P. D.	TIEMPO (min)	
10	→	75	}
18	→	x	
			$x = \frac{18 \cdot 75}{10} = 135 \text{ min}$
			↓
			135
			60
			15 min 2 h

Solución: 2 h 15 min

En la *resolución 1* pasa el tiempo a minutos y resuelve por reducción a la unidad, teniendo en cuenta que la relación es de proporcionalidad directa. Sería más apropiado dar el resultado en horas y minutos: 2 h 15 min.


En la *resolución 2* hace una regla de tres, pero no pasa el tiempo a minutos y hace mal la conversión a horas y minutos, pues 0,25 horas son 15 minutos y no 25.

En la *resolución 3* aplica también la regla de tres pasando el tiempo a minutos, y por último, pasa el resultado, correctamente, a forma compleja (horas y minutos).

Página 108

RESUELVE PROBLEMAS SENCILLOS


Problemas de proporcionalidad directa e inversa

17  El peso de dos paquetes de mensajería está en razón de 2 a 5. El mayor pesa 3,75 kg. ¿Cuánto pesa el menor?

El paquete menor pesa: $3,75 \cdot \frac{2}{5} = 1,5 \text{ kg}$.


18  Calcula mentalmente y contesta.

- a) Un tren recorre 240 km en 3 horas. ¿Qué distancia recorre en 2 horas?
 - b) Dos kilos de manzanas cuestan 1,80 €. ¿Cuánto cuestan tres kilos?
 - c) Cuatro obreros hacen un trabajo en 3 horas. ¿Cuánto tardarían seis obreros?
 - d) Cinco entradas para un concierto han costado 40 euros. ¿Cuánto cuestan cuatro entradas?
 - e) Un ciclista, a 20 km/h, recorre cierta distancia en 3 horas. ¿Cuánto tardará una moto a 60 km/h?
 - f) Dos kilos y medio de tomates cuestan 1,50 €. ¿Cuánto cuestan cinco kilos?
- a) Recorre 160 km.
 - b) Cuestan 2,70 €.
 - c) Tardarían 2 horas.
 - d) Cuestan 32 euros.
 - e) Tardará 1 hora.
 - f) Cuestan 3 euros.

- 19  Un paquete de 500 folios pesa 1,8 kg. ¿Cuánto pesará una pila de 850 folios?

$$\left. \begin{array}{l} 500 \text{ folios} \rightarrow 1,8 \text{ kg} \\ 850 \text{ folios} \rightarrow x \text{ kg} \end{array} \right\} x = \frac{850 \cdot 1,8}{500} = 3,06 \text{ kg}$$

Pesará 3,06 kg.

- 20  Un tractor, trabajando 8 horas al día, labra un campo en 9 días. ¿Cuántas horas diarias debe trabajar para realizar el trabajo en solo 6 días?

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ h/día} \rightarrow 9 \text{ días} \\ x \text{ h/día} \rightarrow 6 \text{ días} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{6}{9} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 9}{6} = 12 \text{ h/día}$$

Debe trabajar 12 horas al día.

- 21  Observa y calcula x e y .

Por 700 gramos de café molido he pagado 5,60 €.

a) ¿Cuánto costaría un paquete de 450 gramos?

b) ¿Cuánto pesa un paquete que ha costado 8 €?

<u>PESO (g)</u>	PROPORC. ...	<u>COSTE (€)</u>
700	→	5,6
450	→	x
y	→	8

Proporcionalidad directa:

a) $x = \frac{450 \cdot 5,6}{700} = 3,60 \text{ €}$

Un paquete de 450 gramos costaría 3,60 €.

b) $y = \frac{700 \cdot 8}{5,6} = 1000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$

Pesa 1 kg.

- 22   En una cadena de envasado, se han llenado 750 latas de conservas en 18 minutos.

a) ¿Cuántas latas se llenan en hora y cuarto?

b) ¿Cuánto se tardará en llenar 5 000 latas?



Proporcionalidad directa.

<u>N.º DE LATAS</u>	<u>TIEMPO (min)</u>	
750	→ 18	}
x	→ 75	
5 000	→ y	

$$x = \frac{750 \cdot 75}{18} = 3125 \text{ latas}$$

$$y = \frac{5000 \cdot 18}{750} = 120 \text{ minutos} = 2 \text{ horas}$$

a) En una hora y cuarto se llenan 3 125 latas.

b) Para llenar 5 000 latas se tardará 2 horas.

23  Un ganadero tiene forraje para alimentar a sus 65 vacas durante 32 días.

a) ¿Cuánto le durarán las provisiones si compra 15 vacas más?

b) ¿Cuántas vacas debería tener para que durara 40 días?

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 65 \text{ vacas} \rightarrow 32 \text{ días} \\ 65 + 15 = 80 \text{ vacas} \rightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} \text{ P. inversa} \rightarrow \frac{65}{80} = \frac{x}{32} \rightarrow x = \frac{65 \cdot 32}{80} = 26 \text{ días}$$

Durarán 26 días.

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } 65 \text{ vacas} \rightarrow 32 \text{ días} \\ x \text{ vacas} \rightarrow 40 \text{ días} \end{array} \right\} \text{ P. inversa} \rightarrow \frac{x}{65} = \frac{32}{40} \rightarrow x = 32 \cdot \frac{65}{40} = 52 \text{ vacas}$$

Debería tener 52 vacas.

24  Una merluza de dos kilos y trescientos gramos ha costado 28,75 €.

a) ¿Cuánto pagaré por otra más pequeña de kilo y medio?

b) ¿Cuánto pesaba una merluza que se ha vendido por 22,50 €?

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 2 \text{ kg y } 300 \text{ g} = 2300 \text{ g} \rightarrow 28,75 \text{ €} \\ 1,5 \text{ kg} = 1500 \text{ g} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{1500 \cdot 28,75}{2300} = 18,75 \text{ €}$$


Pagaré 18,75 €.

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) } 22,50 \text{ €} \rightarrow x \text{ kg} \\ 28,75 \text{ €} \rightarrow 2,3 \text{ kg} \end{array} \right\} x = \frac{22,50 \cdot 2,3}{28,75} = 1,8 \text{ kg}$$

Pesaba 1 kg 800 g.

25  Un ciclista ha recorrido 6,3 km en 18 minutos. Expresa su velocidad media en kilómetros por hora.

$$\left. \begin{array}{l} 18 \text{ min} \rightarrow 6,3 \text{ km} \\ 1 \text{ h} = 60 \text{ min} \rightarrow x \text{ km} \end{array} \right\} x = \frac{60 \cdot 6,3}{18} = 21 \text{ km en } 1 \text{ h} \rightarrow v_m = 21 \text{ km/h}$$

26  Ayer se vertieron 1 800 litros de agua en un depósito vacío y el líquido alcanzó 1,35 metros de altura. Hoy, tras una nueva aportación, el nivel del agua ha subido a 2,25 metros. ¿Cuántos litros se han aportado hoy?

Proporcionalidad directa.


$$\left. \begin{array}{l} 1800 \text{ L} \rightarrow 1,35 \text{ m} \\ x \text{ L} \rightarrow 2,25 \text{ m} \end{array} \right\} x = \frac{2,25 \cdot 1800}{1,35} = 3000 \text{ L}$$

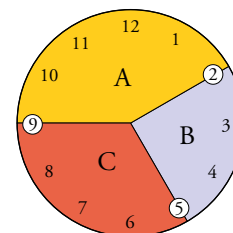
Para llegar a 2,25 metros se necesitan 3 000 litros de líquido.

$$3000 - 1800 = 1200$$

Hoy se han aportado 1 200 litros.

Repartos proporcionales

- 27**  Tres socios, A, B y C, abren una tienda de bricolaje con horario ininterrumpido de 9 h a 21 h. El primero atenderá el negocio desde su apertura hasta las dos de la tarde, el segundo, de dos a cinco, y el tercero, desde las cinco hasta el cierre. Y acuerdan repartir gastos y beneficios de forma proporcional a las horas que trabaja cada uno. Si durante el primer trimestre, a C le han correspondido 2 400 € de beneficios, ¿cuánto recibirán A y B por ese mismo periodo?



Es un problema de proporcionalidad directa.


La tienda estará abierta durante 12 horas, de las cuales A trabajará 5 horas, B, 3 horas y C, 4 horas.

$$\frac{4}{12} \text{ de los beneficios totales} = 2\,400 \text{ €} \rightarrow \text{Beneficios totales} = 2\,400 \cdot \frac{12}{4} = 7\,200 \text{ €}$$

$$\frac{5}{12} \text{ de } 7\,200 \text{ €} = 3\,000 \text{ €}$$

$$\frac{3}{12} \text{ de } 7\,200 \text{ €} = 1\,800 \text{ €}$$

A recibirá 3 000 €, y B, 1 800 €.

- 28**  Tres vecinos alquilan una sierra eléctrica durante todo el mes de mayo por 372 €. El primero se la queda una semana, el siguiente, 15 días, y el último, el resto del mes. ¿Cuánto debe aportar cada uno para pagar el alquiler?



El último se la queda durante $31 - 7 - 15 = 9$ días.

$$\frac{372}{31} = 12 \text{ €/día}$$

El primero aportará $7 \cdot 12 = 84$ €, el segundo $15 \cdot 12 = 180$ €, y el tercero, $9 \cdot 12 = 108$ €.

Página 109

Problemas de proporcionalidad compuesta

- 29**  Resuelve mentalmente.

Dos tractores aran un campo de 5 hectáreas en 6 horas.

- ¿Cuánto tardarían dos tractores en arar un campo de 15 hectáreas?
 - ¿Cuánto tardaría un solo tractor en arar un campo de 15 hectáreas?
 - ¿Cuánto tardarían cuatro tractores en arar 15 hectáreas?
 - ¿Cuántos tractores se necesitarían para arar un campo de 15 hectáreas en 6 horas?
- Tardarían 18 horas.
 - Tardaría 36 horas.
 - Tardarían 9 horas.
 - Se necesitarían 6 tractores.

30  **Cincuenta terneros consumen 4 200 kilos de alfalfa a la semana.**

a) **¿Cuánto duraría esa misma cantidad de alfalfa, si solo fueran 10 terneros?**

b) **¿Durante cuántos días se podría alimentar a 10 terneros con 600 kilos de alfalfa?**

a) Proporcionalidad inversa.

$$\left. \begin{array}{l} 50 \text{ terneros} \rightarrow 7 \text{ días} \\ 10 \text{ terneros} \rightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} x = \frac{50 \cdot 7}{10} = 35 \text{ días}$$


Con 4 200 kilos de pienso se alimentará a 10 terneros durante 35 días.

b) Proporcionalidad directa.


$$\left. \begin{array}{l} 600 \text{ kg} \rightarrow x \text{ días} \\ 4\,200 \text{ kg} \rightarrow 35 \text{ días} \end{array} \right\} x = \frac{600 \cdot 35}{4\,200} = 5 \text{ días}$$

Con 600 kilos de pienso se alimentará a 10 terneros durante 5 días.

PARA PENSAR UN POCO MÁS

31  **Una motobomba ha vertido 1 250 metros cúbicos de agua a un aljibe en 7 horas. ¿Cuánto tardará en aportar los 1 000 metros cúbicos que aún faltan para llenarlo?**

Problema resuelto.


32  **Un manantial que aporta un caudal de 3,5 litros por minuto llena un depósito en una hora y media.**

¿Cuánto tardaría si el caudal aumentara a 4,5 L/min?

$$\left. \begin{array}{l} 3,5 \text{ L/min} \rightarrow 1,5 \text{ h} \\ 4,5 \text{ L/min} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{3,5}{4,5} = \frac{x}{1,5} \rightarrow x = \frac{5,25}{4,5} = \frac{525}{450} \text{ h}$$

$$\begin{array}{r} 525 \text{ h} \quad | \quad 450 \\ 75 \quad \quad | \quad 1 \text{ h } 10 \text{ min} \\ \times \quad 60 \\ \hline 4500 \text{ min} \end{array}$$

Tardaría 1 hora y 10 minutos.

33  **Un tren de mercancías, a una velocidad media de 72 km/h, realiza el trayecto entre la ciudad A y la ciudad B en 7 horas.**

a) **¿Cuál debería ser la velocidad media para hacer el mismo viaje en solo 6 horas?**

b) **¿Cuánto tardaría otro tren de alta velocidad, a una media de 180 km/h?**

$$\left. \begin{array}{l} 72 \text{ km/h} \rightarrow 7 \text{ h} \\ x \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \end{array} \right\} \text{Prop. inversa} \rightarrow \frac{72}{x} = \frac{6}{7} \rightarrow x = \frac{72 \cdot 7}{6} = 84 \text{ km/h}$$

La velocidad media debe ser de 84 km/h.

$$\left. \begin{array}{l} 72 \text{ km/h} \rightarrow 7 \text{ h} \\ 180 \text{ km/h} \rightarrow y \text{ h} \end{array} \right\} \frac{72}{180} = \frac{y}{7} \rightarrow y = \frac{72 \cdot 7}{180} = 2,8 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0,8 \cdot 60 \text{ min} = 2 \text{ h } 48 \text{ min}$$

Tardaría 2 horas y 48 minutos.

34 En un terreno urbanizado y puesto a la venta, se han pagado 52 500 € por una parcela de 50 m × 70 m. ¿Cuánto costará, en las mismas condiciones, una parcela de 80 m × 100 m?

Proporcionalidad directa.

$$52\,500 \text{ €} \rightarrow 50 \text{ m} \times 70 \text{ m} = 3\,500 \text{ m}^2 \left. \vphantom{52\,500} \right\} \frac{52\,500}{x} = \frac{3\,500}{8\,000} \rightarrow x = \frac{8\,000 \cdot 52\,500}{3\,500} = 120\,000 \text{ €}$$

$$x \text{ €} \rightarrow 80 \text{ m} \times 100 \text{ m} = 8\,000 \text{ m}^2$$

La nueva parcela costará 120 000 €.

35 En un taller de confección, con 6 máquinas tejedoras, se han fabricado 600 chaquetas en 10 días.

a) ¿Cuántas prendas se fabricarían con 5 máquinas en 15 días?

b) ¿Cuántas máquinas habría que poner en producción para fabricar 750 prendas en 15 días?

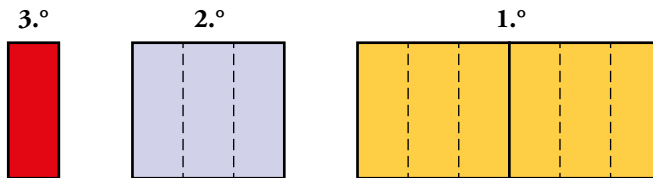
c) Si se trabajara solamente con 5 máquinas, ¿cuántos días se tardaría en fabricar 750 prendas?

MÁQUINAS	DÍAS	CHAQUETAS
6	10	600
5	15	x
y	15	750
5	z	750

PROP. DIRECTA (entre MÁQUINAS y DÍAS)
 PROP. DIR. (entre MÁQUINAS y CHAQUETAS)

a) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{15} = \frac{600}{x} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 5 \cdot 15}{6 \cdot 10} = 750$ chaquetas
 b) $\frac{6}{y} \cdot \frac{10}{15} = \frac{600}{750} \rightarrow y = \frac{6 \cdot 10 \cdot 750}{15 \cdot 600} = 5$ máquinas
 c) $\frac{6}{5} \cdot \frac{10}{z} = \frac{600}{750} \rightarrow z = \frac{6 \cdot 10 \cdot 750}{5 \cdot 600} = 15$ días


36 Meta 8.b. ¿Cómo repartirán tres socios 50 000 € de beneficios, generados por su negocio, si en su constitución el primero invirtió el doble de capital que el segundo y este el triple que el tercero?



Si el tercero invirtió 1, el segundo invirtió el triple, que son 3, y el primero el doble de este, que son 6, por lo que se repartirá de manera directamente proporcional a lo invertido, que son 1, 3 y 6:

$$C = 50\,000 \quad S = 1 + 3 + 6 = 10 \quad p = \frac{50\,000}{10} = 5\,000$$

Le corresponderá al tercero que es el que menos puso, $1 \cdot 5\,000 = 5\,000$ €; al segundo que puso el triple que este, $3 \cdot 5\,000 = 15\,000$ €, y al primero que puso el doble del segundo, $2 \cdot 15\,000 = 30\,000$ €.

- 37**  La dueña de una empresa decide repartir entre sus tres empleados un plus de beneficios de 1 300 €. Cada uno recibirá una cantidad inversamente proporcional a los días que hayan faltado al trabajo. El dependiente ha faltado 4 días; el contable, 3, y el reparador, 2. ¿Qué cantidad asignará a cada uno?

PROPORCIONALIDAD INVERSA

N.º DE FALTAS	2	3	4
PARTES DEL PREMIO	x	y	z

$$2 \cdot x = 3 \cdot y = 4 \cdot z$$

Debemos repartir 1 300 € en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4, por lo que repartiremos 1 300 € en partes directamente proporcionales a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6+4+3}{12} = \frac{13}{12}$$


$$p = 1\,300 \rightarrow \frac{13}{12} = 1\,200$$

$$\frac{1}{2} \text{ de } 1\,200 = 600 \text{ €}$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 1\,200 = 400 \text{ €}$$

$$\frac{1}{4} \text{ de } 1\,200 = 300 \text{ €}$$

El repartidor cobrará 600 €, el contable 400 € y el dependiente, 300 €.

- 38**  Una empresa de paquetería establece el coste de cada servicio sumando una cantidad proporcional al peso del envío más otra cantidad proporcional a la distancia de entrega. Por un paquete de 6 kilos, con entrega a 10 km, factura 10,50 €, pero ese mismo servicio, a 15 km, cuesta 12 €. ¿Cuánto costará enviar un paquete de 8 kg, con la entrega a 12 km?

$$6 \text{ kg} \rightarrow 10 \text{ km} \rightarrow 10,50 \text{ €}$$

$$6 \text{ kg} \rightarrow 15 \text{ km} \rightarrow 12 \text{ €}$$

Calculamos cuánto se paga por cada kilómetro, es decir, la cantidad que sumamos por cada kilómetro:

$$(12 - 10,50) : 5 = 0,30 \text{ € por km}$$

Por tanto, por cada kilómetro sumamos 0,30 €.

Calculamos ahora la cantidad que se paga por cada kilo, es decir, la cantidad que sumamos por cada kilo:

$$(10,50 - 0,30 \cdot 10) : 6 = 1,25 \text{ €}$$

Por tanto, por cada kilo sumamos 1,25 €.

Por último, calculamos la cantidad que costará enviar un paquete de 8 kg con la entrega a 12 km:

$$6 \cdot 1,25 + 12 \cdot 0,30 = 13,60 \text{ €}$$

Enviar un paquete de 8 kilos a 12 kilómetros costará 13,60 €.



TALLER DE MATEMÁTICAS

Página 110

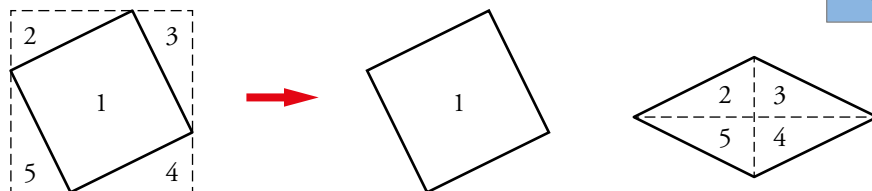
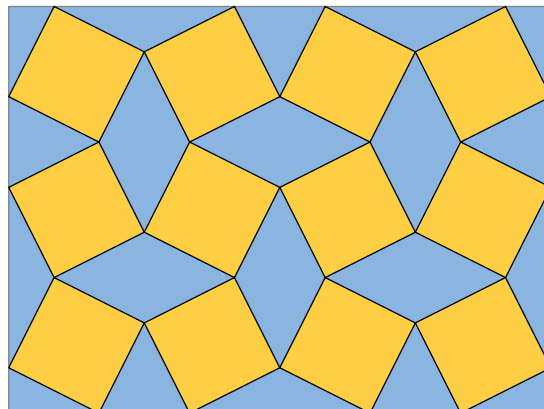
LEE E INFÓRMATE

Proporciones en el mosaico

Para construir este mosaico, necesitas el mismo número de piezas azules que amarillas.

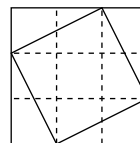
$$\frac{\text{N.º DE ROMBOS}}{\text{N.º DE CUADRADOS}} = \frac{a}{a} = 1$$

La afirmación anterior se justifica con facilidad observando la siguiente partición del mosaico:



Pero, si quisieras pintarlo, necesitarías más pintura amarilla que azul.

- Calcula la razón entre los botes de pintura azul y amarilla que necesitarías comprar, teniendo en cuenta los datos del gráfico de la derecha.



ÁREA ROMBO $\rightarrow 4$

ÁREA CUADRADO $\rightarrow 5$

$$\frac{\text{N.º BOTES AZULES}}{\text{N.º BOTES AMARILLOS}} = \frac{\text{ÁREA PARTE AZUL}}{\text{ÁREA PARTE AMARILLA}} = \frac{\text{ÁREA ROMBO}}{\text{ÁREA CUADRADO}}$$

$$\frac{\text{N.º BOTES AZULES}}{\text{N.º BOTES AMARILLOS}} = \frac{\text{ÁREA PARTE AZUL}}{\text{ÁREA PARTE AMARILLA}} = \frac{\text{ÁREA ROMBO}}{\text{ÁREA CUADRADO}} = \frac{4}{5}$$

INVESTIGA

Observa los dos cuadrados que ha cortado Ernesto de una plancha de madera. Uno es el doble de alto que el otro.

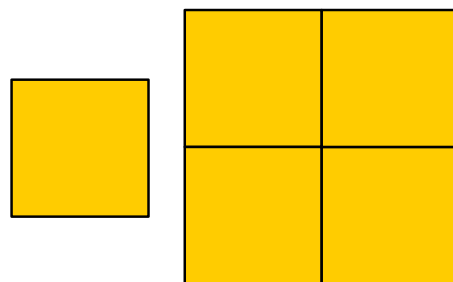
Sabiendo que el pequeño pesa 100 g, podríamos pensar que el grande pesa 200 g (a doble lado, doble peso). Sin embargo, el peso del grande es de 400 g.

¿Sabrías decir por qué?

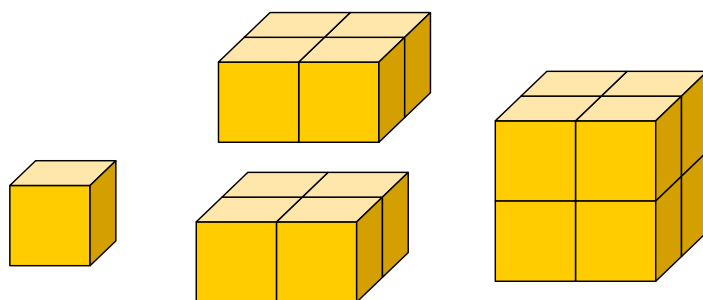
Teniendo eso en cuenta, si el dado pequeño de Paula pesa 100 g, ¿cuánto pesará el grande, cuya arista es el doble?



- Las áreas de los cuadrados que ha cortado Ernesto están en relación de 1 a 4.
Por eso, si el pequeño pesa 100 g, el grande pesará 400 g.



- Para construir el cubo grande de Paula, se necesitan 8 cubos como el pequeño.
Por eso, si el pequeño pesa 100 g, el grande pesará 800 g.



ÉCHALE INGENIO



Un arriero tiene en su cuadra una mula, un burro y un caballo. Cuando lleva a trabajar la mula y el caballo, pone $\frac{3}{5}$ de la carga en la mula y $\frac{2}{5}$ en el caballo. Sin embargo, cuando lleva el caballo y el burro, pone $\frac{3}{5}$ de la carga en el caballo y $\frac{2}{5}$ en el burro. ¿Cómo distribuirá la carga hoy si lleva los tres animales y tiene que transportar una carga de 190 kg?

💡 Observa:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{M}{C} = \frac{3}{2} \\ \frac{C}{B} = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{M}{C} = \frac{9}{6} \\ \frac{C}{B} = \frac{6}{4} \end{array} \right\} \frac{M}{9} = \frac{C}{6} = \frac{B}{4}$$

Tal y como marca la observación, haremos un reparto proporcional a 9, 6 y 4 que corresponden a la mula, al caballo y al burro.

$$9 + 6 + 4 = 19$$

$$p = 190 : 19 = 10$$

Por tanto, la mula cargará 90 kg, el caballo cargará 60 kg, y el burro, 40 kg.

AUTOEVALUACIÓN

1 Escribe tres parejas de números cuya razón sea $3/4$.

Por ejemplo: 1 y $0,75$; 4 y 3; 16 y 12

2 Halla el término desconocido en cada proporción.

a) $\frac{6}{8} = \frac{15}{x}$ b) $\frac{28}{8} = \frac{x}{6}$ c) $\frac{x}{18} = \frac{20}{24}$

a) $\frac{6}{8} = \frac{15}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{6} = 20$

b) $\frac{28}{8} = \frac{x}{6} \rightarrow x = \frac{28 \cdot 6}{8} = 21$

c) $\frac{x}{18} = \frac{20}{24} \rightarrow x = \frac{18 \cdot 20}{24} = 15$

3 Completa esta tabla en tu cuaderno.

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20			

a) Suponiendo que las magnitudes M y N son directamente proporcionales.

b) Suponiendo que las magnitudes M y N son inversamente proporcionales.

a)

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20	40	80	100

b)

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20	10	5	4

4 Identifica si la siguiente tabla es de proporcionalidad directa o inversa.

MAGNITUD M	1	2	3	4	6
MAGNITUD N	48	24	16	12	8

Se trata de una tabla de proporcionalidad inversa porque cuanto más aumenta la magnitud M, más disminuye la magnitud N.

5 Completa la tabla en tu cuaderno, sabiendo que es de proporcionalidad directa.

A	1	2	3	5	10	15
B		8		20		

¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

A	1	2	3	5	10	15
B	4	8	12	20	40	60

La constante de proporcionalidad es 4.

- 6** Copia y completa esta tabla de proporcionalidad teniendo en cuenta que la constante de proporcionalidad es 0,75.

1			10		28
	2,25	3,75		10,50	

1	3	5	10	14	28
0,75	2,25	3,75	7,5	10,50	21

- 7** Resuelve mentalmente.

- a) Caminando a razón de 4 km/h, una persona tarda 15 minutos en recorrer el circuito de entrenamiento. ¿Cuánto tarda en el mismo recorrido un corredor a 6 km/h?
- b) Por tres cuartos de kilo de cerezas he pagado 2,40 €. ¿Cuánto pagaré por un kilo y un cuarto?
- a) Tarda 10 minutos.
b) Pagaré 4 €.

- 8** Resuelve por reducción a la unidad.

- a) Un manantial arroja 180 L de agua en 6 min. ¿Cuántos litros arrojará en un cuarto de hora?
- b) Abriendo 6 grifos, un depósito se vacía en 50 min. ¿Cuánto tardará en vaciarse abriendo solo 4?
- a) En 1 min arroja $180 : 6 = 30$ litros.
En 15 min arroja $30 \cdot 15 = 450$ litros.
- b) Abriendo un grifo, el depósito se vacía en $50 \cdot 6 = 300$ minutos.
Abriendo cuatro grifos, se vaciará en $300 : 4 = 75$ minutos = 1 h 15 min.

- 9** Resuelve utilizando la regla de tres.

- a) Un coche, a una media de 70 km/h, hace un viaje en 6 horas. ¿Cuánto tiempo invertirá en el viaje de vuelta si circula a una media de 100 km/h?
- b) La distancia de la casa al río es de 100 m en la realidad y de 12,5 cm en el plano. ¿Cuál es la anchura real del río, si en el plano medimos 4,5 cm?

- a) Es una relación de proporcionalidad inversa.

$$\left. \begin{array}{l} 70 \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \\ 100 \text{ km/h} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{6 \cdot 70}{100} = 4,2 \text{ h} = 4 \text{ h } 12 \text{ min}$$

- b) Es una relación de proporcionalidad directa.

$$\left. \begin{array}{l} 8100 \text{ m reales} \rightarrow 12,5 \text{ cm en el plano} \\ x \text{ m reales} \rightarrow 4,5 \text{ cm en el plano} \end{array} \right\} x = \frac{100 \cdot 4,5}{12,5} = 36 \text{ m}$$

La anchura real del río es de 36 metros.

10 Cuarenta vacas, en una semana, consumen 504 kg de pienso.



- a) ¿Cuántos kilos de pienso se necesitan para alimentar a 30 vacas durante 10 días?
 b) ¿Cuántas vacas se pueden alimentar durante 5 días con 270 kg de pienso?

	PROP. DIRECTA	
VACAS	DÍAS	KILOS
40	7	504
30	10	x
y	5	270

} PROP. INV.

a) $\frac{40}{30} = \frac{10}{7} \cdot \frac{504}{x} \rightarrow x = \frac{540 \cdot 30 \cdot 10}{40 \cdot 7} = 540 \text{ kg}$

Se necesitan 540 kg de pienso.

b) $\frac{y}{30} \cdot \frac{10}{5} = \frac{540}{270} \rightarrow y = \frac{5 \cdot 540 \cdot 30}{10 \cdot 270} = 30 \text{ vacas}$

Se pueden alimentar 30 vacas.

11 Reparte 585 en:

a) Partes directamente proporcionales a 3, 4 y 6.

b) Partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 6.

a) $C = 585 \quad p = 585 : (3 + 4 + 6) = 585 : 13 = 45$
 Las partes son $3 \cdot 45 = 135$; $4 \cdot 45 = 180$ y $6 \cdot 45 = 270$.

b) $C = 585 \quad p = 585 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 585 : \frac{9}{12} = 780$

Las partes son $\frac{1}{3} \cdot 780 = 260$; $\frac{1}{4} \cdot 780 = 195$ y $\frac{1}{6} \cdot 780 = 130$.