

3ª evaluación

EJERCICIOS DE EXAMEN

Ejercicios y Problemas de

MATEMÁTICAS

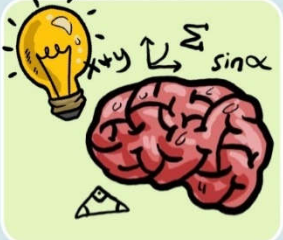
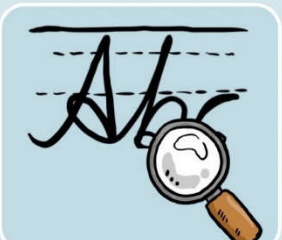
2º ESO



© Raúl González Medina

2025

PASOS PARA RESOLVER problemas matemáticos

			
Leo el problema hasta comprender lo que se pregunta Rodeo los datos importantes Subrayo la pregunta o preguntas	Pienso un plan ¿qué operación u operaciones tengo que hacer? Si lo necesito, hago un dibujo que represente el problema	Realizo paso a paso las operaciones, explicando los pasos seguidos Sin olvidar el orden de prioridad Corchetes y paréntesis Potencias y Raíces Productos y divisiones Sumas y Restas	Reviso que todo esté bien Escribo la solución del problema ¿tiene sentido la solución dada? ¿La puedo comprobar?

1.- Indica y justifica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o no tienen relación de proporcionalidad. (1 punto)

El número de limpiadores de un edificio y el tiempo que tardan	P. Inversa
El peso de la fruta y el dinero que cuesta	P. Directa
El número de invitados a mi cumpleaños y la cantidad de tarta que se come cada uno	P. Inversa
Número de clases particulares y dinero que pagan tus padres	P. Directa
El precio de un kilo de tomates y los kilos que puedo comprar con 15 euros	P. Inversa

2.- Completa las siguientes tablas de proporcionalidad identificando primero si se trata de una proporcionalidad directa o inversa. (1 punto)

Proporcionalidad Directa					
4	8	12	16	32	68
1	2	3	4	8	17

Proporcionalidad Inversa					
60	4	10	2	12	50
5	75	30	150	25	6

3.- Calcula el valor de x en las siguientes proporciones: (2 puntos)

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{x} \rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 12 \rightarrow 3x = 60 \rightarrow x = \frac{60}{3} \rightarrow x = 20$$

$$\frac{6}{y} = \frac{21}{7} \rightarrow 6 \cdot 7 = y \cdot 21 \rightarrow 42 = 21y \rightarrow y = \frac{42}{21} \rightarrow y = 2$$

$$\frac{28}{21} = \frac{z}{7} \rightarrow 28 \cdot 7 = 21 \cdot z \rightarrow 196 = 21z \rightarrow z = \frac{196}{21} \rightarrow z = \frac{28}{3}$$

$$\frac{t}{5} = \frac{3}{15} \rightarrow 15 \cdot t = 3 \cdot 5 \rightarrow 15t = 15 \rightarrow t = \frac{15}{15} \rightarrow t = 1$$

4.- Una merluza de 2 kilos y 300 gramos ha costado 28,75 €. ¿Cuánto pagaré por otra de kilo y medio?

Si 2,3 kilos cuestan 28,75 €, menos kilos costarán menos dinero, así que se trata de **magnitudes directamente proporcionales**.

Si nos ayudamos de una tabla podemos escribir una proporción:

Cantidad (Kg)	2,3	1,5
Precio (€)	28,75	x

$$\frac{2,3}{28,75} = \frac{1,5}{x} \rightarrow 2,3 \cdot x = 1,5 \cdot 28,75 \rightarrow 2,3x = 43,125 \rightarrow x = \frac{43,125}{2,3} \rightarrow x = 18,75 \text{ €}$$

Por tanto, un kilo y medio de merluza costarán 18,75 €

5.- Una pieza de tela de 2,5 metros de larga y 80 cm de ancha cuesta 30 €. ¿Cuánto costará otra pieza de tela de la misma calidad de 3 metros de larga y 1,20 metros de ancha? (1,5 puntos)

Vamos primero a calcular el área de las dos piezas de tela: $\begin{cases} \text{Area}_1 = 2,5\text{m} \cdot 0,8\text{m} = 2\text{ m}^2 \\ \text{Area}_2 = 3\text{m} \cdot 1,2\text{m} = 3,6\text{ m}^2 \end{cases}$

Si la pieza de 2 metros cuadrados vale 30 €, la segunda que es más grande que la primera costará más dinero, así que se trata de **magnitudes directamente proporcionales**.

Si nos ayudamos de una tabla podemos escribir una proporción:

Área (m ²)	2	3,6
Precio (€)	30	x

$$\frac{2}{30} = \frac{3,6}{x} \rightarrow 2 \cdot x = 30 \cdot 3,6 \rightarrow 2x = 108 \rightarrow x = \frac{108}{2} \rightarrow x = 54 \text{ €}$$

Por tanto, la otra pieza de tela costará 54 €

6.- Con la tormenta Filomena, el manantial de mi pueblo se llenó hasta el 93% de su capacidad, pero con la tormenta Hortensia se han vertido 14.000 litros y se ha llenado completamente. ¿Cuál es la capacidad del manantial?, ¿Qué porcentaje de agua ha llenado Hortensia? ¿y Filomena?

Si estaba lleno al 93% y con 14.000 litros se llena hasta el 100%, quiere decir que los 14.000 litros representan el 7 % de la capacidad del manantial. So hacemos una tabla:

Porcentaje	Litros
7%	14.000
100 %	X

Y con la ayuda de una proporción calculamos el valor de x:

$$\frac{7}{100} = \frac{14.000}{x} \rightarrow 7 \cdot x = 100 \cdot 14.000 \rightarrow 7x = 1.400.000 \rightarrow x = \frac{1.400.000}{7} = 200.000 \text{ litros}$$

Por tanto, la capacidad del manantial es de doscientos mil litros.

El porcentaje llenado por Hortensia ha sido del 7%.

Para el porcentaje llenado por Filomena no tenemos datos suficientes para poder calcularlo.

7.- En un almacén de fruta, verduras y conservas se utilizan cinco octavas partes de la superficie para almacenar fruta y dos terceras partes del resto, para almacenar verdura. Si las conservas ocupan una superficie de 85 metros cuadrados:

a) ¿Qué fracción del almacén ocupan las conservas?

$$\text{Almacén: } \begin{cases} \frac{5}{8} \text{ Fruta} \\ \frac{3}{8} \text{ Resto: } \begin{cases} \frac{2}{3} \text{ Verdura} \\ \frac{1}{3} \text{ Conservas} = 85 \end{cases} \end{cases}$$

de aquí, $\frac{3}{8} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{8} \text{ son las conservas}$

Las conservas ocupan $\frac{1}{8}$ de la superficie del almacén.

b) ¿Cuál es la superficie del almacén?

$$\text{Si } \frac{1}{8} \text{ son 85 metros cuadrados} \rightarrow \frac{8}{8} \text{ son } 85 \cdot 8 = 680 \text{ m}^2$$

Así que, la superficie total del almacén es de 680 m².

8.- Un empresario compra 200 cajas de naranjas de 20 kg cada una, por un total de 1.000 €. El transporte hasta su almacén le cuesta 160 €. Allí, las selecciona y las envasa en bolsas de 5 kg, pero en la selección tiene que desechar 100 kg de naranjas por estar defectuosas.

a) ¿Cuál es el coste de la mercancía desecheda?

Si en comprar y transportar $200 \text{ cajas} \cdot \frac{20 \text{ kg}}{\text{caja}} = 4.000 \text{ cajas} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{caja}} = 4.000 \text{ kg}$ de naranjas se han gastado 1.160 €, podemos calcular cuánto en 100 kg se gastará:

$$\frac{4000 \text{ kg}}{1160 \text{ €}} = \frac{100 \text{ kg}}{x}$$

De donde:

$$\frac{4000 \text{ kg}}{1160 \text{ €}} = \frac{100 \text{ kg}}{x} \rightarrow x = \frac{1160 \text{ €} \cdot 100 \text{ kg}}{4000 \text{ kg}} = \frac{1160 \text{ €} \cdot 100 \cancel{\text{ kg}}}{4000 \cancel{\text{ kg}}} \rightarrow x = 29$$

El precio es de 29 €.

b) ¿A cómo debe vender cada bolsa de naranjas si desea ganar con el negocio un total de 400 €?

Como desea ganar 400€ tendrá que ingresar los 1160 € de las naranjas y los beneficios que quiere obtener, por tanto, ha de ingresar:

$$\text{Ingresos} = 1.160 + 400 = 1.560 \text{ €}$$

Para calcular a cuanto ha de vender la bolsa de naranjas basta con dividir esta cantidad entre el número de bolsas. Por lo que calcularemos primero el número de bolsas:

$$N^{\circ} \text{ de bolsas} = 3.900 : 5 = 780 \text{ bolsas}$$

Y hecho esto el precio de cada bolsa:

$$\text{Precio de Bolsa} = \frac{\text{Ingresos}}{n^{\circ} \text{ de bolsas}} = \frac{1560 \text{ €}}{780 \text{ bolsas}} = 2 \text{ € la bolsa}$$

Ha de vender cada bolsa a 2€.

9.- Ocho amigos se van de vacaciones 10 días al caribe por 4.000 €.

a) ¿Cuál es el precio del viaje por persona y día?

Si dividimos el precio total entre el número de días y el número de amigos, nos saldrá el precio que paga cada uno por día de vacaciones:

$$4.000 : 10 : 8 = 50 \text{ €}$$

Por tanto, el precio del viaje por persona y día es de 50 €.

b) ¿Cuánto les costarían a cinco de esos amigos unas vacaciones similares a las anteriores, pero de solo 6 días de duración?

Si ahora multiplicamos el precio de 1 por el número de amigos y de días, obtendremos, sin necesidad de hacer una regla de 3, el precio de estas otras vacaciones.

$$50 \cdot 5 \cdot 6 = 1.500 \text{ €}$$

Les costaría 1.500 €.

10.- Si a cierta cantidad de dinero, C, se le aplica un descuento del 15% y después un aumento del 30%, resultan 2.210 €.

a) ¿Qué porcentaje total se le ha aplicado?

Para ello, calcularemos el índice de variación porcentual asociado a cada movimiento:

$$\begin{array}{lcl} \text{🍏} & \text{Baja un 15\%} & \rightarrow I_1 = 1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{🍏} & \text{Sube un 30\%} & \rightarrow I_2 = 1 + \frac{30}{100} = 1 + 0,3 = 1,3 \end{array}$$

El índice de variación total se calcula multiplicando todos los índices parciales:

$$I_{\text{Total}} = I_1 \cdot I_2 = 0,85 \cdot 1,3 = 1,105$$

Como es mayor que 1, implica que ha habido un aumento y su porcentaje es del 10,5 %

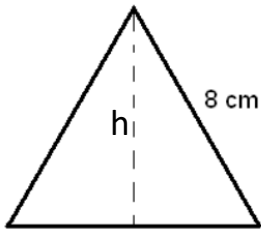
b) ¿De qué cantidad inicial se trata?

Para calcular la cantidad inicial, dividiremos el precio final por el índice de variación total:

$$\text{Cantidad}_{\text{final}} = \text{Cantidad}_{\text{inicial}} \cdot I_{\text{Total}} \quad \rightarrow \quad C_i = \frac{C_f}{I_{\text{Tot}}} = \frac{2210}{1,105} = 2.000 \text{ €}$$

Así que, la cantidad inicial era de 2.000 €.

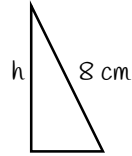
11.- Dado un triángulo equilátero de 8 cm de lado:



a) Calcula la altura h.

La altura, h, parte en dos mitades iguales al triángulo equilátero, formando 2 triángulos rectángulos iguales:

Si nos fijamos en el de la derecha, tenemos que:



Así que, con ayuda del **Teorema de Pitágoras**, podemos calcular h:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow h^2 = a^2 - b^2 \rightarrow h = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{64 - 16} = 6,93 \text{ cm}$$

Por tanto, la altura es de 6,93 cm.

b) Calcula su perímetro y su área.

🍏 El **perímetro** es la suma de todos sus lados, por tanto: $P = 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm}$

🍏 El **área** de un triángulo viene dada por el semiproducto de su base por su altura, es decir:

$$A = \frac{\text{Base} \times \text{altura}}{2} = \frac{8 \cdot 6,93}{2} = 29,8 \text{ cm}^2$$

Así que el perímetro es de 24 cm, mientras que su área es de caso 30 cm²

12.- La empresa "Construcciones El Pariente" está construyendo un edificio con 15 albañiles y tiene previsto terminar la obra en 200 días. ¿Cuántos albañiles tendrían que añadir a la plantilla si quisieran terminar el trabajo en solo 125 días?

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:

Albañiles	días
15	200
X	125

Si 15 albañiles tardan 200 días, para que tarden menos días (125) necesitaré más albañiles. Así que se trata de un problema de **proporcionalidad inversa**.

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$15 \cdot 200 = x \cdot 125$$

Operando y despejando la x llegamos a:

$$3000 = 125x \rightarrow x = \frac{3000}{125} = 24$$

Por lo que, para terminar en 125 días se necesitarían 24 albañiles.

Como ya hay 15 albañiles nos faltarían: $24 - 15 = 9$ albañiles.

13.- Una abuela rica quiere repartir 42.000 €, entre sus tres nietas en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 3, 5 y 6 años, ¿Cuánto dinero recibirá cada una de las tres?

Se trata de un reparto inversamente proporcional, por tanto, calculamos la constante de proporcionalidad inversa, que se calcula dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las edades de cada una:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \quad \text{donde } N \text{ es la cantidad a repartir y } a, b, c \text{ las edades de las niñas.}$$

La calculamos con los datos del problema:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{42.000}{\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}} = \frac{42.000}{\frac{10}{30} + \frac{6}{30} + \frac{5}{30}} = \frac{42.000}{\frac{10+6+5}{30}} = \frac{42.000}{\frac{21}{30}} = \frac{42.000 \cdot 30}{21} = 60.000$$

Ahora, para calcular la cantidad que le corresponde a cada una de las nietas, dividiremos la constante entre las edades de cada una:



 A la de 3 años, le corresponden: $\frac{60.000}{3} = 20.000 \text{ €}$
 A la de 5 años, le corresponden: $\frac{60.000}{5} = 12.000 \text{ €}$
 A la de 6 años, le corresponden: $\frac{60.000}{6} = 10.000 \text{ €}$

Por tanto, la pequeña recibe 20.000 €, a la mediana 12.000 € y a la mayor 10.000 €

14.- El precio de las naranjas ha sufrido importantes cambios durante la pandemia. A principios de mayo, el precio medio de un kilo de naranjas era de 1,30 €, subiendo el precio durante este mes un 14 %. En el mes de junio también se produjo un incremento en el precio, en este caso fue del 9 %. Sin embargo, en el mes de julio, el precio bajo un 12 % sobre el mes de junio.

- a) ¿Cuál era el precio del kilo de naranjas a finales de julio?
b) ¿Cuál ha sido el porcentaje que ha variado el precio de las naranjas entre mayo y julio?

El precio de las naranjas ha variado 3 veces en los meses de mayo, junio y julio, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos o descuentos:



 En mayo sube un 14% $\rightarrow Iv_{\text{mayo}} = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{14}{100} = 1 + 0,14 = 1,14$
 En junio sube un 9% $\rightarrow Iv_{\text{junio}} = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{9}{100} = 1 + 0,09 = 1,09$
 En julio baja un 12% $\rightarrow Iv_{\text{julio}} = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{12}{100} = 1 - 0,12 = 0,88$

El índice de variación total de estos tres meses se calcula multiplicando los índices de variación de cada mes:

$$Iv_{\text{Total}} = Iv_{\text{mayo}} \cdot Iv_{\text{junio}} \cdot Iv_{\text{julio}} = 1,14 \cdot 1,09 \cdot 0,88 = 1,093488$$

Para calcular el precio de las naranjas a finales de julio, multiplicamos el precio de las naranjas en mayo por el índice de variación total:

$$\text{Precio}_{\text{final}} = \text{Precio}_{\text{inicial}} \cdot Iv_{\text{Total}} = 1,30 \cdot 1,093488 = 1,42 \text{ €}$$

Para ver el porcentaje que ha variado en total, nos fijamos en el Iv , y si es mayor que 1, entonces ha aumentado lo que se pase de uno, y si es menor que 1, entonces ha disminuido lo que le falte hasta uno. En este caso como es 1,093488, entonces ha aumentado un:

$$0,093488 \cdot 100 = 9,35\%$$

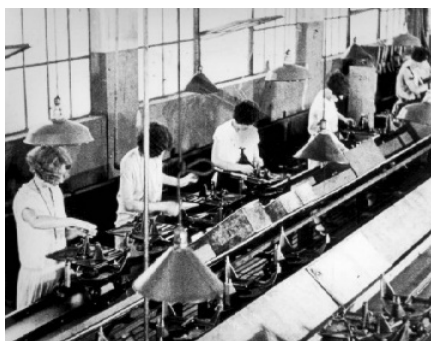
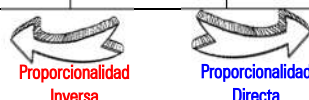
Por tanto, el precio de las naranjas en julio es de 1,42 € y han aumentado un 9,35%.

15.- En una cadena de montaje, 17 operarios, trabajando 8 horas al día, ensamblan 850 aparatos de radio a la semana. ¿Cuántas horas diarias deben trabajar la próxima semana, para atender un pedido de 1.000 aparatos, teniendo en cuenta que se añadirá un refuerzo de tres trabajadores?

Representamos los datos del problema en una tabla:

Se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Operarios	Horas al día	Aparatos de Radio
17	8	850
20	X	1000



Operarios y Horas al día: Si el trabajo lo realizan 17 operarios trabajando 8 horas al día, si son más operarios, trabajarán..... menos horas al día, por tanto, **a más, menos**, se trata de una **proporcionalidad inversa**.

Aparatos de radio y Horas al día: Si para producir 850 aparatos de radio los operarios trabajan durante 8 horas a día, para producir 1000 aparatos (más aparatos) trabajarán.....más horas al día, por tanto **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

$$\frac{8}{x} = \frac{20}{17} \cdot \frac{850}{1.000} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{17.000}{17.000} \rightarrow \frac{8}{x} = 1 \rightarrow x = 8$$

Por tanto, han de trabajar también durante 8 horas.

16.- Una ciclista recorre 90 kilómetros en 2 horas. Si mantiene siempre la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas? ¿y en 20 minutos?



Si recorre 90 kilómetros en dos horas, en una hora recorrerá: $\frac{90}{2} = 45 \text{ km}$

Y en 5 horas recorrerá: $45 \text{ km} \cdot 5 = 225 \text{ km}$

Para calcular lo que recorre en 20 minutos, como 20 minutos es la tercera parte de una hora, entonces en 20 minutos recorrerá la tercera parte de lo que recorre en una hora:

$$\frac{45}{3} = 15 \text{ km}$$

Así que en 5 horas recorre 225 km, mientras que en 20 minutos solo 15 km.

17.- La empresa "Construcciones El Pariente" está construyendo un edificio con 15 albañiles y tiene previsto terminar la obra en 200 días. ¿Cuántos albañiles tendrían que añadir a la plantilla si quisieran terminar el trabajo en solo 125 días?

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:

Albañiles	días
15	200
X	125

Si 15 albañiles tardan 200 días, para que tarden menos días (125) necesitaré más albañiles. Así que se trata de un problema de *proporcionalidad inversa*.

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:
 $15 \cdot 200 = x \cdot 125$

$$3000 = 125x \rightarrow x = \frac{3000}{125} = 24$$

Operando y despejando la x llegamos a:

Por lo que, para terminar en 125 días se necesitarían 24 albañiles.

Como ya hay 15 albañiles nos faltarían: $24 - 15 = 9$ albañiles.

18.- El pueblo de mis padres, Guajar Alto, tenía censados el año pasado a 3.000 habitantes. Si este año tiene 3.150. ¿Qué porcentaje ha aumentado la población?, Si el año pasado el 60% de la población eran mujeres, ¿cuántas mujeres había en Guajar Alto?



Si antes tenía 3000 habitantes y ahora tiene 3150, entonces:

$$\% = \frac{\text{Parte}}{\text{Total}} \cdot 100 = \frac{3150}{3000} \cdot 100 = 1,05 \cdot 100 = 105\%$$

Quiere decir que ahora hay un 105% de población, por tanto, ha aumentado un 5%.

Para calcular las mujeres que había el año pasado basta con calcular el 60% de 3000:

$$60\% \text{ de } 3000 = \frac{60}{100} \cdot 3000 = 1800$$

Así que ha aumentado un 5% y la mujeres eran 1800 el año pasado en Guajar alto.

19.- En septiembre el precio de la gasolina era de 1,31 euros el litro, en octubre experimentó una subida del 3%, en noviembre otra subida del 5%, en diciembre bajó ligeramente un 2% y en enero volvió a subir un 7%. ¿Cuál es el precio final de la gasolina?, ¿Qué variación porcentual ha experimentado el precio en estos cuatro meses?

El precio de la gasolina ha variado 4 veces en los meses de octubre, noviembre, diciembre y enero, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos o descuentos:

🍏	En octubre sube un 3%	$\rightarrow I_{v_{Oct}} = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{3}{100} = 1 + 0,03 = 1,03$
🍏	En noviembre sube un 5%	$\rightarrow I_{v_{Nov}} = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$
🍏	En diciembre baja un 2%	$\rightarrow I_{v_{Dic}} = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{2}{100} = 1 - 0,02 = 0,98$
🍏	En enero sube un 7%	$\rightarrow I_{v_{Ene}} = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0,07 = 1,07$

El índice de variación total de estos meses se calcula multiplicando los índices de variación de cada mes:

$$I_{v_{Total}} = I_{v_{Oct}} \cdot I_{v_{Nov}} \cdot I_{v_{Dic}} \cdot I_{v_{Ene}} = 1,03 \cdot 1,05 \cdot 0,98 \cdot 1,07 = 1,13406$$

Para calcular el precio de la gasolina a finales de enero, multiplicamos el precio anterior por el índice de variación total:

$$\text{Precio}_{final} = \text{Precio}_{inicial} \cdot I_{v_{Total}} = 1,31 \cdot 1,13406 = 1,49 \text{ €}$$

Para ver el porcentaje que ha variado en total, nos fijamos en el I_v , y si es mayor que 1, entonces ha aumentado lo que se pase de uno, y si es menor que 1, entonces ha disminuido lo que le falte hasta uno. En este caso como es 1,13406, entonces ha aumentado un:

$$0,13406 \cdot 100 = 13,41\%$$

Por tanto, el precio de la gasolina en enero es de 1,49 € y ha aumentado un 13,41%.

Bonus. – Una casa de acogida necesita 5.400 euros para atender a 40 MENAS durante 15 días. ¿Cuánto necesitará para atender a 50 MENAS durante 10 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1) (5.1)

Representamos los datos del problema en una tabla:

Días	Dinero	Menores
15	5.400	40
10	X	50

Se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:



Días y Dinero: Si para atender los menores durante 15 días se necesitan 5.400 €, para atenderlos menos días, se necesitará.....menos dinero, por tanto **a menos, menos**, se trata de una **proporcionalidad Directa**.

Menores y Dinero: Si para atender a 40 menores se necesitan 5.400 €, para atender a más menores, se necesitará.....más dinero, por tanto **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

$$\frac{5400}{x} = \frac{15 \cdot 40}{10 \cdot 50} \rightarrow \frac{5400}{x} = \frac{600}{500} \rightarrow \frac{5400}{x} = \frac{6}{5} \rightarrow x = \frac{5400 \cdot 5}{6} = 4.500 \text{ €}$$

Por tanto se necesitan 4.500 €.

	Nombre:			Nota
	Curso:	2º ESO E - VE	Examen IV	
	Fecha:	1 de Marzo de 2021	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo y además hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- El próximo verano tengo planeado un viaje a Estados Unidos, por lo que necesitare comprar dólares. Mi banco me hace un cambio de 1,21 dólares por cada euro. ¿Cuántos dólares me darán por 1.500 €? Si en otro banco me dan 1,25 \$ por cada euro, ¿cuánto saldría ganando si hago el cambio en este banco?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1) (5.1)



En mi banco, por 1 € me dan 1,21 \$, para calcular cuánto me darían por 1.500 € multiplicamos 1,21\$ por 1500:

$$\$ = 1,21 \cdot 1500 = 1.815 \$$$

En el otro banco me darían:

$$\$ = 1,25 \cdot 1500 = 1.875 \$$$

Por tanto me darían $1.875 - 1.815 = 60$ € más que en mi banco.

Así que, en mi banco me darían 1.815 \$, pero en el otro banco me darían 60 \$ más.

2.- Cinco fontaneros instalan todos los cuartos de baño de una urbanización en 16 días. ¿Cuántos fontaneros más se deberían contratar para poder terminar la obra en 10 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1) (5.1)

Fontaneros	días
5	16
X	10



Se trata de un problema de proporcionalidad, así que recogeremos los datos en una tabla:

Si 5 fontaneros tardan 16 días, y queremos terminar la obra en 10 días, es necesario traer más fontaneros, por tanto es una **proporcionalidad inversa**. Al ser inversa, el producto de las magnitudes es siempre constante, por tanto:

$$5 \cdot 16 = 10 \cdot x \quad \rightarrow \quad x = \frac{5 \cdot 16}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

Para terminar en 10 días necesitamos 8 fontaneros, pero como ya hay 5, **se deberían contratar a 3 fontaneros**.

3.- En el último incendio en la sierra de Guajar Alto han ardido el 40% de los pinos piñoneros del monte. Si después del incendio quedan 4.800 pinos piñoneros sin quemar, ¿cuántos pinos había al principio?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1) (5.1)



Si han ardido el 40% de los pinos, entonces quedan sin quemarse:

$$100 - 40 = 60 \%$$

Así que ese 60% son los 4.800 pinos que no se han quemado.

$$\text{Por lo que el: } 60\% \text{ de } x = 4.800 \quad \rightarrow \quad \frac{60}{100} \cdot x = 4.800$$

Si despejamos la x , tendremos el 100% de los pinos:

$$\frac{60}{100} \cdot x = 4.800 \quad \rightarrow \quad x = \frac{4.800 \cdot 100}{60} = 8.000$$

Por tanto el bosque de Guajar Alto tenía 8.000 pinos piñoneros antes del fuego.

4.- Dos socios capitalistas montan una empresa de energías renovables. Un socio puso 2 millones de euros y el otro 5 puso millones. Después de un año han obtenido 28.000 € de beneficios y quieren repartirlos directamente proporcional al dinero invertido por cada uno de ellos. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1) (5.1)



Se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)

Por tanto calculamos la constante de proporcionalidad, que se calcula dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las cantidades aportadas por cada socio:

$$K = \frac{N}{a + b}$$

donde N es la cantidad a repartir y a, b los millones invertidos por cada uno de los socios.

$$K = \frac{N}{a+b} = \frac{28.000}{2+5} = \frac{28.000}{7} = 4.000\text{€}$$

Por tanto, al dividir los beneficios en € entre los millones invertidos, obtenemos que por cada millón invertido corresponden 4.000 €, y de esta forma:

- 🍏 Socio a: le corresponden: $4.000 \cdot 2 = 8.000$ €
- 🍏 Socio b: le corresponden: $4.000 \cdot 5 = 20.000$ €

*Por tanto el socio que pone 2 millones se lleva 8.000€ de los beneficios,
mientras que el que pone 5 millones se lleva 20.000 €.*

5. – En las rebajas de La Meca todo está rebajado el 15%, si me he comprado unos pantalones de marca por los que he pagado 102 €. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1) (5.1)



Si los pantalones están rebajados al 15%, entonces pagamos: $100\% - 15\% = 85\%$

Quiere decir que el 85 % del precio de los pantalones es igual a 102 €, por tanto:

$$85\% \text{ de } x = 102 \quad \rightarrow \quad \frac{85}{100} \cdot x = 102$$

Si despejamos la x , tendremos el precio de los pantalones antes de la rebaja:

$$\frac{85}{100} \cdot x = 102 \quad \rightarrow \quad x = \frac{102 \cdot 100}{85} = 120 \text{ €}$$

Por tanto, los pantalones costaban 120€ antes de las rebajas.

Bonus. – Con dos depósitos de agua se abastecen veinte casas durante quince días. ¿Cuántos depósitos se necesitarían para abastecer veinticinco casas durante treinta días?

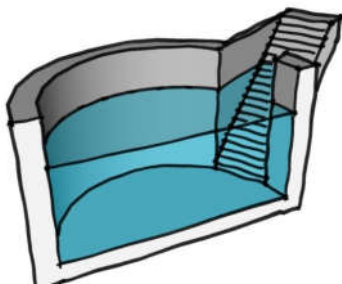
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (4.1) (5.1)

Representamos los datos del problema en una tabla:

Casas	Depósitos	Días
20	2	15
25	X	30

Se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:





Casas y Depósitos: Si para abastecer 20 casas se necesitan 2 depósitos, para abastecer más casas (25) se necesitarán.....más depósitos, por tanto *a más, más*, se trata de una *proporcionalidad directa*.

Días y Depósitos: Si para abastecerlas durante 15 días se necesitan 2 depósitos, para abastecerlas más días (30) se necesitarán.....más depósitos, por tanto *a más, más*, se trata de otra *proporcionalidad directa*.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

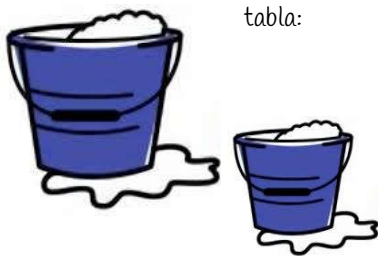
$$\frac{2}{x} = \frac{15 \cdot 20}{30 \cdot 25} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{300}{750} \rightarrow 2 \cdot 750 = 300 \cdot x \rightarrow x = \frac{1500}{300} = 5$$

Por tanto se necesitan 5 depósitos.

1.- Para extraer el agua de una cisterna utilizando un cubo de 15 L de capacidad, hay que llenarlo 200 veces. Calcula cuántas veces tendría que llenar el cubo si este tuviera una capacidad de 25 L.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:



Capacidad	Veces
15	200
25	x

Si con un cubo de 15 litros hay que llenarlo 200 veces, si el cubo tuviera más capacidad (si fuera más grande), entonces habría que llenarlo menos veces. "*A más, menos*"; por tanto se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$15 \cdot 200 = x \cdot 25$$

Operando y despejando la x llegamos a:

$$3000 = 25x \rightarrow x = \frac{3000}{25} = 120$$

Por lo que, habría que llenar el cubo 120 veces.

2.- Tres socios montan un chiringuito de playa para el verano, si en su constitución el primero invirtió el doble de capital que el segundo y el tercero el triple que los otros dos juntos. ¿Cómo se repartirán los 60.000 € de beneficios generados por su negocio?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las cantidades aportadas por cada socio:

$$K = \frac{N}{a + b + c}$$

donde N es la cantidad a repartir y a, b, c las cantidades invertidas por cada uno de los socios.

Primer socio: $2X$

Segundo socio: X

Tercer socio: $3(X+2X)=9X$

Por tanto, al dividir los beneficios en € entre la cantidad invertida, obtenemos lo que le corresponde a cada uno por euro invertido:

$$K = \frac{N}{a + b + c} = \frac{60.000}{2x + x + 9x} = \frac{60.000}{12x} = \frac{5.000}{x}$$

Y multiplicando por lo invertido:

- 🍏 Primer Socio: le corresponden: $2x \cdot \frac{5.000}{x} = 10.000$
- 🍏 Segundo socio: le corresponden: $x \cdot \frac{5.000}{x} = 5.000$
- 🍏 Tercer socio: le corresponden $9x \cdot \frac{5.000}{x} = 45.000$

Por tanto al primer socio le corresponde 10.000€, al segundo 5.000€ y al tercero 45.000€.

3.- El precio inicial de una bicicleta estática era de 450 €. A lo largo del tiempo, ha sufrido variaciones: subió un 7%, bajó un 8% y volvió a subir un 20% durante el confinamiento.

- a) ¿Cuál es su precio actual?
- b) ¿Cuál es la variación total expresada en porcentaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

El precio de la bicicleta estática ha variado 3 veces, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos o descuentos:



🍏 Sube un 7% $\rightarrow Iv_1 = 1 + \frac{7}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0,07 = 1,07$
 🍏 Baja un 8% $\rightarrow Iv_2 = 1 - \frac{8}{100} = 1 - \frac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$
 🍏 Sube un 20% $\rightarrow Iv_3 = 1 + \frac{20}{100} = 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,2 = 1,2$

El índice de variación total de estos meses se calcula multiplicando los índices de variación de cada mes:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,07 \cdot 0,92 \cdot 1,2 = 1,18128$$

Para calcular el precio actual de la bicicleta, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación total:

$$\text{Precio}_{final} = \text{Precio}_{inicial} \cdot Iv_{Total} = 450 \cdot 1,18128 = 531,58 \text{ €}$$

Para ver el porcentaje que ha variado en total, nos fijamos en el Iv , y si es mayor que 1, entonces ha aumentado lo que se pase de uno, y si es menor que 1, entonces ha disminuido lo que le falte hasta uno. En este caso como es 1,18128, entonces ha aumentado un:

$$0,18128 \cdot 100 = 18,13\%$$

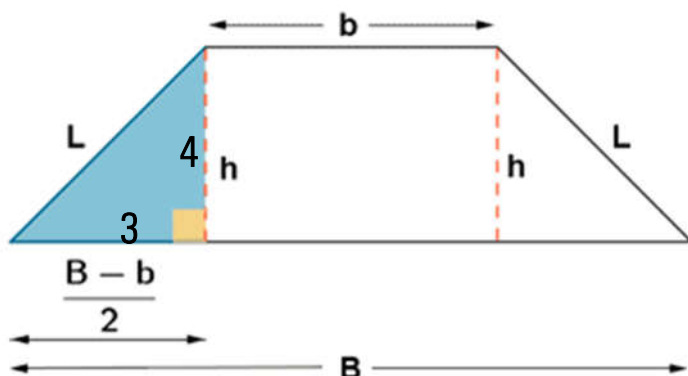
Por tanto el precio de la bicicleta es de 531,58 € y su precio ha aumentado un 18,13%.

4.- Las bases de un trapecio isósceles miden 10 y 16 cm, y la altura, 4 cm. Calcula:

- La medida de los lados oblicuos.
- El perímetro.
- El área.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)

Para calcular la medida de los lados oblicuos (que son iguales porque el trapecio es isósceles) nos ayudaremos del teorema de Pitágoras. Si trazamos las alturas $h=4$ nos aparecen dos triángulos rectángulos. Si nos fijamos en el azul, su base será la mitad de la diferencia entre las dos bases del trapecio, por tanto la base del triángulo azul mide:



$$\frac{B-b}{2} = \frac{16-10}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

Para calcular los lados oblicuos L , utilizaremos Pitágoras en el triángulo azul:

$$L^2 = b^2 + c^2$$

$$L = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

El perímetro es cualquier figura es la suma de sus lados, en nuestro caso:

$$P = B + b + 2L = 16 + 10 + 2 \cdot 5 = 46 \text{ cm}$$

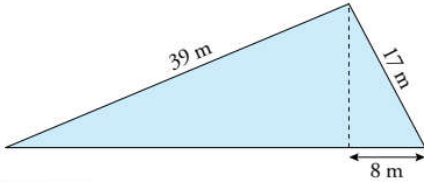
Y el área viene dada por:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{16+10}{2} \cdot 4 = 13 \cdot 4 = 52 \text{ cm}^2$$

Por tanto los lados oblicuos miden 5 cm, el perímetro 46 cm y el área 52 cm².

5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:

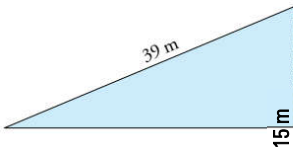
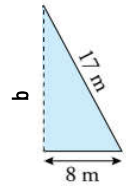
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.3.2)



Para poder clasificar el triángulo es imprescindible conocer todos sus lados. Para conocer la base vamos a necesitar aplicar el *Teorema de Pitágoras*, pero para ellos es necesario conocer la altura, que divide nuestro triángulo en otros dos que sí son rectángulos.

Si nos fijamos en el triángulo de la derecha:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ m}$$

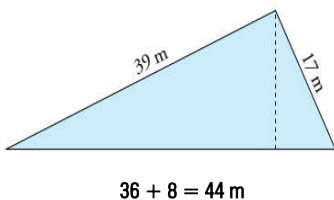


Conocida la altura puedo calcular (otra vez con Pitágoras) la base del triángulo de la izquierda:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = \sqrt{1296} = 36 \text{ m}$$

Ya tenemos todas las medidas del triángulo, así que ahora vamos a ver de qué tipo es:

Primero calculamos: a^2 , b^2 y c^2



$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 44^2 = 1.936 \\ b^2 = 17^2 = 289 \\ c^2 = 39^2 = 1.521 \end{array} \right\} \rightarrow b^2 + c^2 = 1.521 + 289 = 1.810 \rightarrow 1.936 > 1.810$$

Vemos que $a^2 > b^2 + c^2$, por tanto el triángulo es obtusángulo.

Bonus. – Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm, respectivamente. Averigua la cantidad igual que hay que restarle a cada uno para que el triángulo sea rectángulo.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.6.3) (B.2.7.2) (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.3.2)

Sea x la cantidad que hay que restarle a cada lado, cada uno de los lados medirá: la hipotenusa $(18-x)$ y los catetos $(16-x)$ y $(9-x)$. Como queremos que sea rectángulo aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow (18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2$$

Y llegamos a una ecuación de segundo grado con identidades notables, así que primero las desarrollamos:

$$(18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2 \rightarrow 324 - 36x + x^2 = 256 - 32x + x^2 + 81 - 18x + x^2$$

Agrupamos:

$$0 = -324 + 36x - x^2 + 256 - 32x + x^2 + 81 - 18x + x^2 \rightarrow x^2 - 14x + 13 = 0$$

Y resolviendo:

$$x^2 - 14x + 13 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{14 \pm 12}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{14+12}{2} = 13 \\ x_2 = \frac{14-12}{2} = 1 \end{cases}$$

Desechamos la solución 13 porque a 9 no podemos restarle 13.

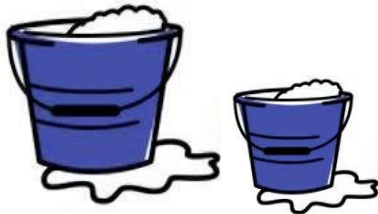
Si les restamos 1, tenemos el triángulo rectángulo de lados 17, 15 y 8

	Nombre:	SOLUCIONES		Nota
	Curso:	2º ESO E / Verde	Examen Final	
	Fecha:	18 de Marzo de 2021	Cada problema vale 2 puntos	

1.- Para vaciar un depósito lleno de agua utilizando un cubo de 15 L de capacidad, Manolo tiene que llenarlo 200 veces. Para vaciarlo más rápido compra un cubo más grande. Calcula cuántas veces tendría que llenar el nuevo cubo si su capacidad es de 25 Litros.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:



Si con un cubo de 15 litros hay que llenarlo 200 veces, si el cubo tuviera más capacidad (si fuera más grande), entonces habría que llenarlo menos veces.

"A más, menos", por tanto se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

Capacidad	Veces
15	200
25	x

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$15 \cdot 200 = x \cdot 25$$

Operando y despejando la x llegamos a:

$$3000 = 25x \rightarrow x = \frac{3000}{25} = 120$$

Por lo que, habría que llenar el cubo 120 veces.

2. – Un padre reparte 700 € entre sus tres hijos en partes directamente proporcionales a sus edades. Si Miguel tiene 8 años, Fátima 12 y Lucía 15 años. ¿Cuánto recibirá cada hijo?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las edades de cada hijo:

$$K = \frac{N}{a+b+c} = \frac{700}{15+12+8} = \frac{700}{35} = 20$$

Por tanto, por cada año les corresponden 20 €, así que, multiplicando por los años de cada uno:

- 🍏 Lucía: le corresponden: $15 \cdot 20 = 300$ €
- 🍏 Fátima: le corresponden: $12 \cdot 20 = 240$ €
- 🍏 Miguel: le corresponden: $8 \cdot 20 = 160$ €

Por tanto a Lucía recibirá 300 €, Fátima 240 y Miguel 160€.

3. – El precio inicial de una bicicleta estática era de 450 €. A lo largo del tiempo, ha sufrido variaciones: subió un 10%, bajó un 10% y volvió a subir un 30% durante el confinamiento.

- a) ¿Cuál es su precio actual?
- b) ¿Cuál es la variación total expresada en porcentaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

El precio de la bicicleta estática ha variado 3 veces, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos o descuentos:



- 🍏 Sube un 7% $\rightarrow Iv_1 = 1 + \frac{7}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0,07 = 1,07$
- 🍏 Baja un 8% $\rightarrow Iv_2 = 1 - \frac{8}{100} = 1 - \frac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$
- 🍏 Sube un 20% $\rightarrow Iv_3 = 1 + \frac{20}{100} = 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,2 = 1,2$

El índice de variación total de estos meses se calcula multiplicando los índices de variación de cada mes:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,07 \cdot 0,92 \cdot 1,2 = 1,18128$$

Para calcular el precio actual de la bicicleta, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación total:

$$Precio_{final} = Precio_{inicial} \cdot Iv_{Total} = 450 \cdot 1,18128 = 531,58 \text{ €}$$

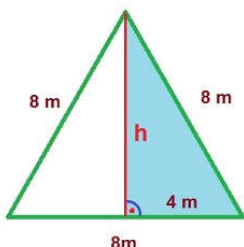
Para ver el porcentaje que ha variado en total, nos fijamos en el Iv , y si es mayor que 1, entonces ha aumentado lo que se pase de uno, y si es menor que 1, entonces ha disminuido lo que le falte hasta uno. En este caso como es 1,18128, entonces ha aumentado un:

$$0,18128 \cdot 100 = 18,13\%$$

Por tanto el precio de la bicicleta es de 531,58 € y su precio ha aumentado un 18,13%.

4. – Calcula el perímetro y el área de un triángulo equilátero de 8 m. de lado.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)



El perímetro de cualquier figura es la suma de todos sus lados, en el caso de un triángulo equilátero es tres veces su lado:

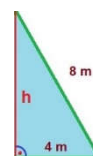
$$P = 3 \cdot l = 3 \cdot 8 = 24 \text{ m}$$

El área de cualquier triángulo se calcula multiplicando su base por su altura y dividiendo ese resultado entre dos:

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Luego, para poder calcular el área necesito primero calcular la altura. Para ello nos fijamos en el triángulo azul obtenido trazando la altura del triángulo equilátero.

Como el triángulo azul es rectángulo puedo aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la altura:



$$a^2 = b^2 + h^2 \rightarrow h^2 = a^2 - b^2 \rightarrow h = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,93 \text{ m}$$

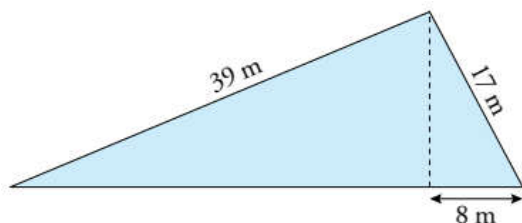
Luego ya podemos calcular el área:

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \text{ m} \cdot 6,93 \text{ m}}{2} = 27,71 \text{ m}^2$$

Por tanto el perímetro es de 24 m y el área de 27,71 m².

5. – Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos.

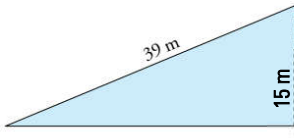
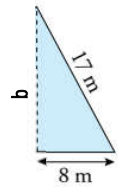
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)



Para poder clasificar el triángulo es imprescindible conocer todos sus lados. Para conocer la base vamos a necesitar aplicar el Teorema de Pitágoras, pero para ellos es necesario conocer la altura, que divide nuestro triángulo en otros dos que sí son rectángulos.

Si nos fijamos en el triángulo de la derecha:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ m}$$

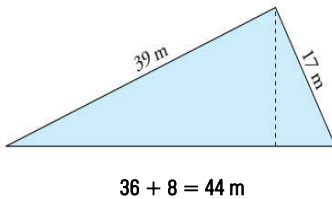


Conocida la altura puedo calcular (otra vez con Pitágoras) la base del triángulo de la izquierda:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = \sqrt{1296} = 36 \text{ m}$$

Ya tenemos todas las medidas del triángulo, así que ahora vamos a ver de qué tipo es.

Primero calculamos: a^2 , b^2 y c^2



$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 44^2 = 1.936 \\ b^2 = 39^2 = 1.521 \\ c^2 = 17^2 = 289 \end{array} \right\} \rightarrow b^2 + c^2 = 1.521 + 289 = 1.810 \rightarrow 1.936 > 1.810$$

Vemos que $a^2 > b^2 + c^2$, por tanto el triángulo es obtusángulo.

Bonus. – Un ganadero sabe que para alimentar a sus 20 animales durante 30 días necesita 2.000 kilogramos de pienso. ¿Cuántos días le durará la comida si compra 10 animales más y otros 1.500 kilogramos de pienso?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Si representamos los datos del problema en una tabla:

Animales	Días	Kg. De Pienso
20	30	2.000
30	X	3.500

Se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:



Proporcionalidad Inversa Proporcionalidad Directa

Inversa Directa



Animales y días: Si 20 animales se comen el pienso en 30 días, si son más animales, les durará el pienso menos días, por tanto **a más, menos**, se trata de una **proporcionalidad inversa**.

Kilogramos de pienso y días: Si los animales se comen 2.000 kg de pienso en 30 días, si tenemos más kilogramos de pienso (3.500 kg) durarán más días, por tanto **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

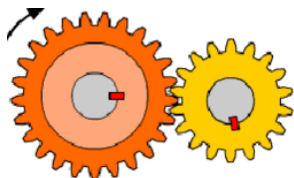
$$\frac{30}{x} = \frac{3\cancel{0} \cdot 2.0\cancel{00}}{2\cancel{0} \cdot 3.5\cancel{00}} \rightarrow \frac{30}{x} = \frac{60}{70} \rightarrow \frac{30}{x} = \frac{6}{7} \rightarrow 6x = 210 \rightarrow x = \frac{210}{6} = 35$$

Por tanto el pienso le duraría 35 días.

	Nombre:	SoLuCiOnEs		Nota
	Curso:	2º ESO E / Amarillo	Examen Final	
	Fecha:	19 de Marzo de 2021	Cada problema vale 2 puntos	

1.- Dos ruedas dentadas engranan mutuamente. La primera tiene 20 dientes, y la segunda, 50. Si la primera ha dado 5000 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Si nos acordamos del funcionamiento de una bicicleta en el que con el plato grande y el piñón pequeño es como más se corre, veremos que cuanto más grande sea uno uno más rápido irá el otro.

Por lo tanto se trata de un problema de proporcionalidad, así que representaremos los datos en una tabla:

Si el piñón de 20 dientes (pequeño) de 5.000 vueltas, entonces el grande dará menos vueltas. "A más dientes, menos vueltas", por tanto se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

Dientes	Vueltas
20	5000
50	x

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$20 \cdot 5.000 = 50 \cdot x$$

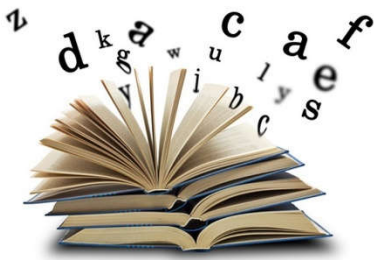
Operando y despejando la x llegamos a:

$$100.000 = 50x \rightarrow x = \frac{100.000}{50} = 2.000$$

Por lo que, la rueda grande dará 2.000 vueltas.

2.- En el ABYLA se convoca un concurso de ortografía en el que se dan varios premios. El total que se reparte entre los premiados es 500 €. Los alumnos que no han cometido ninguna falta reciben 150 €, y el resto se distribuye de manera inversamente proporcional al número de faltas. Hay dos alumnos que no han tenido ninguna falta, uno ha tenido una falta, otro dos faltas y el último ha tenido cuatro faltas, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

Como hay dos participantes que no han tenido ningún fallo y cada uno se lleva 150€, quiero esto decir que entre los que sí han cometido errores se repartirá el resto del dinero:

$$N = 500 - 2 \cdot 150 = 500 - 300 = 200 \text{ €}$$

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las faltas cometidas por cada participante:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{200}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{200}{\frac{7}{4}} = 114,29$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre las faltas cometidas:

🍏 1 Falta: le corresponden: $\frac{114,39}{1} = 114,39 \text{ €}$

🍏 2 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{2} = 57,14 \text{ €}$

🍏 4 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{4} = 28,57 \text{ €}$

Por tanto al de 1 falta 114,39€, al de 2 57,14 € y al de 4 28,57€.

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar 200: 114,39+57,14+28,57=200 €)

3.- Un empresario de la alimentación ha subido el sueldo a sus obreros tres veces el último año gracias al buen comportamiento del mercado durante la pandemia. La primera subida fue del 5%, la segunda del 3% y última del 7%. Si el sueldo actual de sus empleados es de 1.359,72 €. ¿Cuánto cobraban a principios de año los empleados del supermercado?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



El salario de los empleados ha sufrido 3 aumentos el último año, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos:

$$\text{▲ Sube un 5\%} \rightarrow Iv_1 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$$

$$\text{▲ Sube un 3\%} \rightarrow Iv_2 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{3}{100} = 1 + 0,03 = 1,03$$

$$\text{▲ Sube un 7\%} \rightarrow Iv_3 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0,07 = 1,07$$

El índice de variación total de todos estos aumentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,07 \cdot 1,05 \cdot 1,03 = 1,1572$$

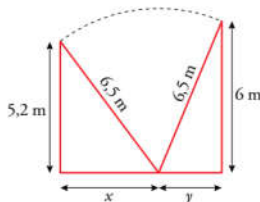
Para calcular la cantidad final, multiplicábamos la cantidad inicial por el índice de variación, pero como aquí queremos calcular la cantidad inicial, deberemos dividir:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \rightarrow Cantidad_{inicial} = \frac{Cantidad_{final}}{Iv_{Total}} = \frac{1.359,72}{1,1572} = 1.175 \text{ €}$$

Por tanto el salario de los empleados antes de las 3 subidas era de 1.175 €.

4. – Un operario de la compañía eléctrica apoya su escalera de 6,5 m de largo en una pared a una altura de 6 m. Después de arreglar la avería, sin mover la base de la escalera, apoya esta en la pared de enfrente a una altura de 5,2 m. ¿A qué distancia se encuentran las paredes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.3.1) (B.3.3.2)



Si representamos los datos del problema en un dibujo, observamos que se forman dos triángulos rectángulos en los que las dos hipotenusas son las escaleras que miden 6,5 m, y que primero apoyamos en el edificio de la izquierda y luego en el de la derecha. Por tanto si calculamos los catetos x e y , y después los sumamos, tendremos la distancia entre los dos edificios:

Si aplicamos Pitágoras en el triángulo de la izquierda:

$$a^2 = x^2 + c^2 \rightarrow x^2 = a^2 - c^2 \rightarrow x = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6,5^2 - 5,2^2} = 3,9 \text{ m}$$

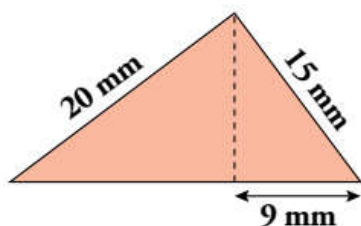
Y si hacemos lo mismo en el de la derecha:

$$a^2 = b^2 + y^2 \rightarrow y^2 = a^2 - b^2 \rightarrow y = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{6,5^2 - 6^2} = 2,5 \text{ m}$$

Por lo que la distancia entre los dos edificios es de $3,9 + 2,5 = 6,4$ metros.

5. – Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:

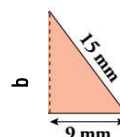
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)



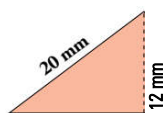
Para poder clasificar el triángulo es imprescindible conocer todos sus lados. Para conocer la base vamos a necesitar aplicar el *Teorema de Pitágoras*, pero para ellos es necesario conocer la altura, que divide nuestro triángulo en otros dos que sí son rectángulos.

Si nos fijamos en el triángulo de la derecha:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$$



Conocida la altura puedo calcular (otra vez con Pitágoras) la base del triángulo de la izquierda:

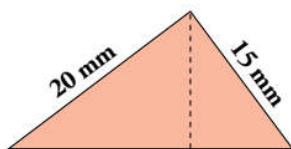


c

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16 \text{ m}$$

Una vez hecho esto, ya tenemos todas las medidas del triángulo, así que ahora vamos a ver de qué tipo es.

Primero calculamos: a^2 , b^2 y c^2



$$16 + 9 = 25 \text{ mm}$$

$$\left. \begin{array}{l} a^2 = 25^2 = 625 \\ b^2 = 20^2 = 400 \\ c^2 = 15^2 = 225 \end{array} \right\} \rightarrow b^2 + c^2 = 400 + 225 = 625 \rightarrow 625 = 625 \leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

Vemos que $a^2 = b^2 + c^2$, por tanto el triángulo es rectángulo.

Bonus. – Una fuente que vierte 15 L por hora llena un depósito en 7 horas. Calcula el tiempo que tardaría otra fuente, que vierte 17,5 L por hora, en llenar un depósito el doble de grande.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Si representamos los datos del problema en una tabla y considerando que llenar un depósito es lo mismo que llenar dos depósitos, se trataría de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:

litros	tiempo	depósitos
15	7 h	1
17,5	X	2



Litros y tiempo: Si con 15 litros por hora se tardan 7 horas, con más litros por hora (17,5) se tardarían menos horas, por tanto **a más, menos**, se trata de una **proporcionalidad inversa**.

Depósitos y tiempo: Si en 7 horas se llena un depósito, para llenar más depósitos (2) Tardarían más tiempo, por tanto **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

$$\frac{7}{x} = \frac{17,5}{15} \cdot \frac{1}{2} \rightarrow \frac{7}{x} = \frac{17,5}{30} \rightarrow 17,5x = 210 \rightarrow x = \frac{210}{17,5} = 12$$

Por tanto tardaría 12 horas en llenar un depósito el doble de grande.

1.- Un tractor, trabajando 8 horas al día, labra un campo en 9 días. ¿Cuántas horas diarias debe trabajar para realizar el trabajo en solo 6 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:



Si trabajando 8 horas al día labra el campo en 9 días, para que tarde menos días... habrá de trabajar más horas. "**A menos, más**"; por tanto, se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

Horas	Días
8	9
X	6

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$8 \cdot 9 = x \cdot 6$$

Operando y despejando la x llegamos a:

$$72 = 6x \rightarrow x = \frac{72}{6} = 12$$

Por lo que, debería trabajar 12 horas diarias.

2.- Tres amigos compran un décimo de lotería. El primer amigo aporta 5 €, el segundo 6 € y el tercero 9 €. Como el número ha resultado premiado con 100.000 €, deciden repartirse el premio proporcionalmente a las cantidades aportadas por cada uno. ¿Qué cantidad le corresponde a cada amigo?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las cantidades aportadas por cada amigo:

$$K = \frac{N}{a + b + c}$$

donde N es la cantidad a repartir y a, b, c el dinero que puso cada uno de los amigos.

Primer amigo: 5 €

Segundo amigo: 6 €

Tercer amigo: 9 €

Por tanto, al dividir el premio entre la cantidad aportado, obtenemos lo que le corresponde a cada uno por euro aportado:

$$K = \frac{N}{a + b + c} = \frac{100.000}{5 + 6 + 9} = \frac{100.000}{20} = 5.000 \text{ €}$$

Por tanto, por cada euro corresponden 5.000 €. Y para calcular cuánto se lleva cada uno multiplicaremos por el dinero aportado:

- 🍏 Primer Amigo: le corresponden: $5000 \cdot 5 = 25.000 \text{ €}$
- 🍏 Segundo Amigo: le corresponden: $5000 \cdot 6 = 30.000 \text{ €}$
- 🍏 Tercer Amigo: le corresponden $5000 \cdot 9 = 45.000 \text{ €}$

Por tanto, al primer socio le corresponde 25.000€, al segundo 30.000€ y al tercero 45.000€.

3.- El precio de unos zapatos se ha rebajado en una primera rebaja un 8 %, y en una segunda rebaja un 15 %. Si el precio final es de 31,20 €, ¿cuál era el precio inicial de los zapatos?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



El precio de los zapatos ha sufrido 2 descuentos, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellos:

$$\begin{aligned} \text{🍏 Baja un 8\%} & \rightarrow Iv_1 = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92 \\ \text{🍏 Baja un 15\%} & \rightarrow Iv_2 = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85 \end{aligned}$$

El índice de variación total de todos estos descuentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 = 0,92 \cdot 0,85 = 0,782$$

Para calcular el precio final, multiplicábamos el precio inicial por el índice de variación, pero como aquí queremos calcular el precio antes de las rebajas, debemos dividir:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \rightarrow Cantidad_{inicial} = \frac{Cantidad_{final}}{Iv_{Total}} = \frac{31,20}{0,782} = 39,90 \text{ €}$$

Por tanto, el precio de los zapatos antes de las rebajas era de 39,90 €.

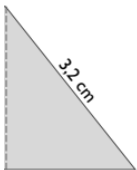
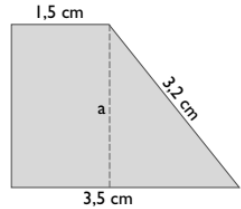
4. – Halla el área y el perímetro del siguiente trapezio rectángulo:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)

El área de un trapezio es la semisuma de sus bases por su altura, es decir:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h$$

Para poder calcular el área, necesito primero calcular la altura, y para ello me fijo en el triángulo rectángulo:



En él, la base c mide: $3,5 - 1,5 = 2 \text{ cm}$.

Así que, aplicando Pitágoras, ya podemos calcular la altura.

$$a^2 = b^2 + h^2 \rightarrow h = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3,2^2 - 2^2} = \sqrt{6,24} = 2,5$$

Una vez conocida la altura, ya podemos calcular el área:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{3,5+1,5}{2} \cdot 2,5 = 5 \text{ cm}^2$$

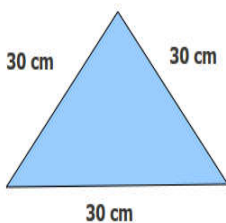
Para calcular el perímetro, sumaremos todos los lados de la figura:

$$P = 1,5 + 2,5 + 3,5 + 3,2 = 10,7 \text{ cm}$$

Por tanto, el área es de 5 cm^2 y el perímetro de $10,7 \text{ cm}$.

5. – Halla el área de un triángulo equilátero de 30 cm de lado. Redondea el resultado a dos decimales.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)



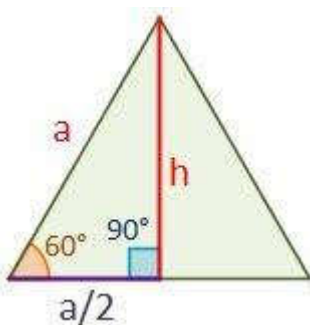
Como bien sabemos, el área de cualquier triángulo siempre se calcula multiplicando su base por su

altura y dividiendo este resultado por 2:

$$A = \frac{B \cdot h}{2}$$

Así que lo primero que calcularemos será su altura, y para ello nos ayudaremos del teorema de Pitágoras que aplicaremos al triángulo rectángulo que se obtiene cuando trazamos la altura y nos divide nuestro triángulo en otros dos triángulos rectángulos e iguales:

Según Pitágoras:



$$a^2 = b^2 + h^2 \rightarrow h^2 = a^2 - b^2 \rightarrow h = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$h = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{30^2 - 15^2} = \sqrt{675} = 25,98 \text{ cm}$$

Y ahora ya podemos calcular su área:

$$A = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{30 \cdot 25,98}{2} = 389,70 \text{ cm}^2$$

Así que el área pedida es de 389,70 cm².

Bonus. – Para construir una nave rectangular de 220 m de largo por 48 m de ancho, 11 albañiles han necesitado 6 días de trabajo. ¿Cuántos albañiles serán necesarios para levantar otra nave similar de 300 m de largo por 56 m de ancho en 5 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Largo (m)	Albañiles	Ancho (m)	Días
220	11	48	6
300	X	56	5

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los albañiles) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:



Albañiles y largo: Si 11 albañiles construyen un muro de 220 metros de largo, para construir más metros, se necesitarán..... más albañiles, por tanto, *a más, más*, se trata de una *proporcionalidad directa*.

Albañiles y ancho: Si 11 albañiles construyen un muro de 48 metros de ancho, para construir más metros, se necesitarán..... más albañiles, por tanto, *a más, más*, se trata de otra *proporcionalidad directa*.

Albañiles y días: Si 11 albañiles tardan 6 días en construir la nave, para que tarden menos días, se necesitarán..... más albañiles, por tanto, *a menos, más*, se trata de una *proporcionalidad inversa*.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversamente proporcionales le damos la vuelta.

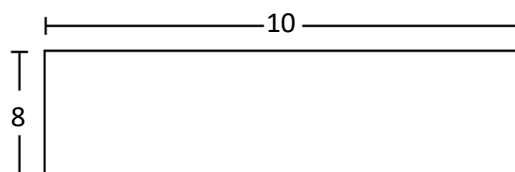
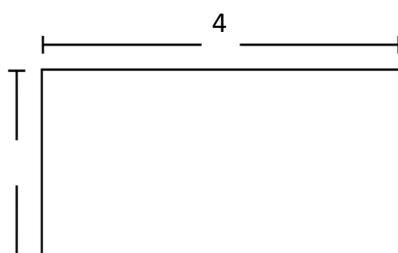
$$\frac{11}{x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{220}{300} \cdot \frac{48}{56} \rightarrow \frac{11}{x} = \frac{52.800}{100.800} \rightarrow 52.800x = 11 \cdot 100.800 \rightarrow x = \frac{11 \cdot 100.800}{52.800} = 21$$

Por tanto, para hacer la nueva nave se necesitarían 21 albañiles.

	Nombre:	SOLUCIONES		Nota
	Curso:	2º ESO E - A	Ex. Recuperación 2º eval	
	Fecha:	22 de abril de 2021	Cada problema vale 2 puntos	

1.- Sean dos rectángulos de igual área, si uno de ellos tiene 10 metros de base y 8 metros de altura y el otro rectángulo tiene 4 metros de base, ¿cuánto medirá su altura?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



El que nos diga que los dos tienen la misma área nos hace pensar en una proporcionalidad inversa, ya que el producto de las dos magnitudes, ancho y alto permanece constante, por tanto:

$$4 \cdot x = 8 \cdot 10 \quad \rightarrow \quad 4x = 80 \quad \rightarrow \quad x = \frac{80}{4} = 20 \text{ cm}$$

Base	Altura
10	8
4	x

Por tanto, la altura del otro rectángulo es de 20 cm.

2.- Entre tres pintores han pintado la fachada de un edificio, y han cobrado 4.160 euros. El primero ha trabajado 15 días, el segundo 12 días, y el tercero 25 días, ¿Cuánto dinero tiene que recibir cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Como el que más trabaja tiene que ser el que más cobra, se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo el dinero a repartir entre la suma de los días trabajados por cada uno:

$$K = \frac{N}{a + b + c}$$

donde N es la cantidad a repartir y a, b, c los días trabajados por cada pintor.

Pintor 1: 15 días Pintor 2: 12 días Pintor 3: 25 días

Por tanto, al dividir el dinero entre los días trabajados, obtenemos lo que le corresponde a cada uno por día trabajado:

$$K = \frac{N}{a+b+c} = \frac{4.160}{15+12+25} = \frac{4.160}{52} = 80 \text{ €}$$

Por tanto, por cada día trabajado corresponden 80 €. Y para calcular cuánto se lleva cada uno lo multiplicaremos por los días trabajados:

- 🍏 Pintor 1: le corresponden: $80 \cdot 15 = 1.200 \text{ €}$
- 🍏 Pintor 2: le corresponden: $80 \cdot 12 = 960 \text{ €}$
- 🍏 Pintor 3: le corresponden $80 \cdot 25 = 2.000 \text{ €}$

Por tanto, al primer pintor le corresponde 1.200€, al segundo 960€ y al tercero 2.000€.

Como podemos ver si sumamos las tres cantidades obtenemos los 4.160 e que se han repartido.

3. – El valor de una acción de la compañía Gualcom Labs es de 19 €. El lunes sube un 1 %, el martes baja un 4 % y el miércoles sube un 14 %.

- a) ¿Cuál es el valor inicial del jueves?
- b) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su valor respecto al lunes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

El precio de las acciones ha sufrido 3 aumentos, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellos:

- 🍏 Sube un 1% $\rightarrow Iv_1 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{1}{100} = 1 + 0,01 = 1,01$
- 🍏 Baja un 4% $\rightarrow Iv_2 = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{4}{100} = 1 - 0,04 = 0,96$
- 🍏 Sube un 14% $\rightarrow Iv_3 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{14}{100} = 1 + 0,14 = 1,14$

El índice de variación total de todos estos descuentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,01 \cdot 0,96 \cdot 1,14 = 1,1053$$

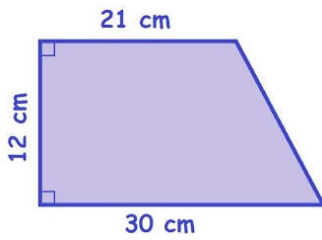
Para calcular el precio final, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \rightarrow C_f = 19 \cdot 1,1053 = 21 \text{ €}$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es mayor que 1 lo que se pasa de uno 0,1053 lo multiplicamos por 100 = 10,53 %.

Por tanto, el precio de las acciones después es de 21 € y su precio ha aumentado un 10,53 %.

4. – Halla el área y el perímetro del siguiente trapecio rectángulo:

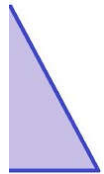


Sabemos por las clases que el área de un trapecio viene dada por: $A = \frac{B+b}{2} \cdot h$, es decir por el producto entre la semisuma de sus bases por su altura, mientras que su perímetro es la suma de todos sus lados.

En nuestro caso podemos calcular el área porque disponemos de todos los datos:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{30+21}{2} \cdot 12 = 306 \text{ cm}^2$$

Para calcular el perímetro necesitamos conocer la medida del lado oblicuo, y para ello nos fijamos en el triángulo rectángulo obtenido de la figura en el que sus catetos son 12 y $30-21=9$ centímetros.



Según Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$

Por tanto el lado oblicuo mide 15 cm y el perímetro será:

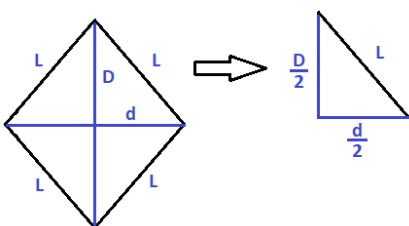
$$P = 30 + 12 + 21 + 15 = 78 \text{ cm}$$

Así que su área es de $A=306 \text{ cm}^2$ y su perímetro es de $P=78 \text{ cm}$.

5.- Un rombo tiene un lado de 5 cm, y la diagonal menor mide 6 cm.

- ¿Cuánto mide su otra diagonal?
- ¿Cuál es su área?

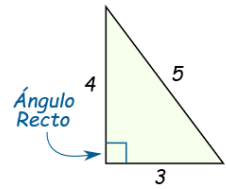
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)



Para calcular la otra diagonal del rombo, nos fijamos en uno de los 4 triángulos rectángulos iguales en que lo dividen las diagonales.

En ellos, la hipotenusa mide 5 cm y uno de los catetos es la mitad de la diagonal conocida, 3 cm. Si aplicamos Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$



Obtenemos que el otro cateto mide 4 cm, y por tanto la otra diagonal es su doble: $D=8$ cm.

Para calcular su área multiplicamos las dos diagonales y las dividimos por dos:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

Por tanto sus diagonales miden 6 y 8 cm y su área 24 cm².

Bonus. – Para construir una nave rectangular de 220 m de largo por 48 m de ancho, 11 albañiles han necesitado 6 días de trabajo. ¿Cuántos albañiles serán necesarios para levantar otra nave similar de 300 m de largo por 56 m de ancho en 5 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Largo (m)	Albañiles	Ancho (m)	Días
220	11	48	6
300	X	56	5

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los albañiles) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:



Albañiles y largo: Si 11 albañiles construyen un muro de 220 metros de largo, para construir más metros, se necesitarán..... más albañiles, por tanto, *a más, más*, se trata de una *proporcionalidad directa*.

Albañiles y ancho: Si 11 albañiles construyen un muro de 48 metros de ancho, para construir más metros, se necesitarán..... más albañiles, por tanto, *a más, más*, se trata de otra *proporcionalidad directa*.

Albañiles y días: Si 11 albañiles tardan 6 días en construir la nave, para que tarden menos días, se necesitarán..... más albañiles, por tanto, *a menos, más*, se trata de una *proporcionalidad inversa*.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversamente proporcionales le damos la vuelta.

$$\frac{11}{x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{220}{300} \cdot \frac{48}{56} \rightarrow \frac{11}{x} = \frac{52.800}{100.800} \rightarrow 52.800x = 11 \cdot 100.800 \rightarrow x = \frac{11 \cdot 100.800}{52.800} = 21$$

Por tanto, para hacer la nueva nave se necesitarían 21 albañiles.

	Nombre:	SOLUCIONES		Nota
	Curso:	2º ESO E - V	Ex. Recuperación 2º eval	
	Fecha:	22 de abril de 2021	Cada problema vale 2 puntos	

1.- Se está construyendo una autopista y hay que realizar un túnel en la montaña. Está planificado que dos máquinas realicen la obra en 90 días. Para reducir ese tiempo a la tercera parte, ¿cuántas máquinas harían falta?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:



Si dos máquinas hacen el túnel en 90 días, para que tarden menos días... tendrán que trabajar más máquinas. "A menos, más", por tanto, se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

Máquinas	Días
2	90
X	30

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$2 \cdot 90 = x \cdot 30$$

Operando y despejando la x llegamos a:

$$180 = 30x \rightarrow x = \frac{180}{30} = 6$$

Por lo que, se necesitan 6 máquinas.

2.- Un abuelo decide repartir 900 € entre sus tres nietos de 8, 12 y 16 años de edad; proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto le corresponderá a cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)



Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las cantidades aportadas por cada amigo:

$$K = \frac{N}{a+b+c}$$

donde N es la cantidad a repartir y a, b, c la edad de cada uno de los nietos.

Por tanto, al dividir el dinero entre la suma de las edades, obtenemos lo que le corresponde a cada uno por cada año:

$$K = \frac{N}{a+b+c} = \frac{900}{8+12+16} = \frac{900}{36} = 25 \text{ €}$$

Por tanto, por cada año corresponden 25 €. Y para calcular cuánto se lleva cada uno multiplicaremos por la edad de cada uno de los nietos:

- 🍏 Nieto de 8 años: le corresponden: $25 \cdot 8 = 200 \text{ €}$
- 🍏 Nieto de 12 años: le corresponden: $25 \cdot 12 = 300 \text{ €}$
- 🍏 Nieto de 16 años: le corresponden: $25 \cdot 16 = 400 \text{ €}$

Por tanto, al primer nieto le corresponden 400€, al segundo 300€ y al tercero 200€.

3.- El valor de una acción de la compañía Gualcom Labs es de 19 €. El lunes sube un 1 %, el martes baja un 4 % y el miércoles sube un 14 %.

- c) ¿Cuál es el valor inicial del jueves?
- d) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su valor respecto al lunes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

El precio de las acciones ha sufrido 3 aumentos, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellos:

- 🍏 Sube un 1% $\rightarrow Iv_1 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{1}{100} = 1 + 0,01 = 1,01$
- 🍏 Baja un 4% $\rightarrow Iv_2 = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{4}{100} = 1 - 0,04 = 0,96$
- 🍏 Sube un 14% $\rightarrow Iv_3 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{14}{100} = 1 + 0,14 = 1,14$

El índice de variación total de todos estos descuentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,01 \cdot 0,96 \cdot 1,14 = 1,1053$$

Para calcular el precio final, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación:

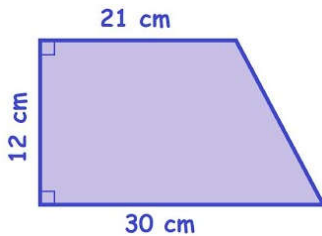
$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \rightarrow C_f = 19 \cdot 1,1053 = 21 \text{ €}$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es mayor que 1 lo que se pasa de uno 0,1053 lo multiplicamos por 100 = 10,53 %.

Por tanto, el precio de las acciones después es de 21 € y su precio ha aumentado un 10,53 %.

4. – Halla el área y el perímetro del siguiente trapecio rectángulo:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)

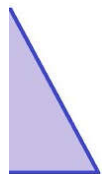


Sabemos por las clases que el área de un trapecio viene dada por: $A = \frac{B+b}{2} \cdot h$, es decir por el producto entre la semisuma de sus bases por su altura, mientras que su perímetro es la suma de todos sus lados.

En nuestro caso podemos calcular el área porque disponemos de todos los datos:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{30+21}{2} \cdot 12 = 306 \text{ cm}^2$$

Para calcular el perímetro necesitamos conocer la medida del lado oblicuo, y para ello nos fijamos en el triángulo rectángulo obtenido de la figura en el que sus catetos son 12 y $30-21=9$ centímetros.



Según Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$

Por tanto el lado oblicuo mide 15 cm y el perímetro será:

$$P = 30 + 12 + 21 + 15 = 78 \text{ cm}$$

Así que su área es de $A=306 \text{ cm}^2$ y su perímetro es de $P=78 \text{ cm}$.

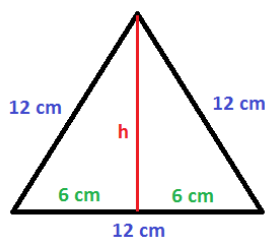
5. – Halla el área de un triángulo equilátero de 36 cm de perímetro. Redondea el resultado a dos decimales.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)

Como bien sabemos, el área de cualquier triángulo siempre se calcula multiplicando su base por su altura y dividiendo este

resultado por 2:

$$A = \frac{B \cdot h}{2}$$



Como el perímetro es 36, cada uno de los lados mide 12 cm. Lo primero que vamos a hacer es calcular su altura, y para ello nos ayudaremos del teorema de Pitágoras que aplicaremos al triángulo rectángulo que se obtiene cuando trazamos la altura y eso nos divide nuestro triángulo en otros dos triángulos rectángulos iguales:

Según Pitágoras: $a^2 = b^2 + h^2 \rightarrow h^2 = a^2 - b^2 \rightarrow h = \sqrt{a^2 - b^2}$

$$h = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39 \text{ cm}$$

Y ahora ya podemos calcular su área:

$$A = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 10,39}{2} = 62,35 \text{ cm}^2$$

Así que el área pedida es de 62,35 cm².

Bonus. – Un ganadero sabe que para alimentar a sus 20 animales durante 30 días necesita 2.000 kilogramos de pienso. ¿Cuántos días le durará la comida si compra 10 animales más y otros 1.500 kilogramos de pienso?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Si representamos los datos del problema en una tabla:

Animales	Días	Kg. De Pienso
20	30	2.000
30	X	3.500

Se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:



Animales y días: Si 20 animales se comen el pienso en 30 días, si son más animales, les durará el pienso menos días, por tanto **a más, menos**, se trata de una **proporcionalidad inversa**.

Kilogramos de pienso y días: Si los animales se comen 2.000 kg de pienso en 30 días, si tenemos más kilogramos de pienso (3.500 kg) durarán más días, por tanto **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

$$\frac{30}{x} = \frac{\cancel{30} \cdot \cancel{2.000}}{\cancel{20} \cdot 3.500} \rightarrow \frac{30}{x} = \frac{60}{70} \rightarrow \frac{30}{x} = \frac{6}{7} \rightarrow 6x = 210 \rightarrow x = \frac{210}{6} = 35$$



© Intergranada.com

2025