 Departamento de Matemáticas	Nombre:		2ª Evaluación		Nota
	Curso:	Grupo:	Fecha:	Examen VIII	
	2º ESO		17 de marzo de 2023	Examen final 2ª eval	

Cada ecuación vale 1 punto

1.- Completa la siguiente tabla de monomios: (1 punto)

Monomio	Coficiente	Grado	Parte Literal	Monomio Semejante
$4x^5$				
$-m$				
-12				
$3x^3y^5$				
$8x^4yz^2$				

2.- Completa la siguiente tabla de polinomios: (1 punto)

Polinomio	Grado	¿Completo?	Término Independiente	$P(-1)=$
$P(x) = 7x^3 + 5x^4 - 3x + 7$				
$P(x) = 5x + 3x^2 - 9x^4 + 5x^3$				
$P(x) = 3x - 3x^2 - 3 + 3x^3$				
$P(y) = 3y^2 + 4y - 5y^3 + 6$				

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 5x + 3 \end{cases}$ (2 puntos) calcula: $\begin{cases} a) p(x) + 2q(x) - 3r(x) = \\ b) q(x) \cdot r(x) = \end{cases}$

a)

b)

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $2(5 - x) = 19 - 3(x + 5)$

b) $3 \cdot [2x - (3x + 1)] = x + 1$

c) $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x-4}{7} = \frac{x+5}{2} - 5$

d) $(x+3)^2 - 8x - 9 = 0$


6.- La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno? (1,5 puntos)

7.- Si al doble del cuadrado de un número natural le restamos ese mismo número, se obtiene 15. ¿Cuál es el número en cuestión? (1,5 puntos)

8.- Si en una librería, el precio de un libro es x euros y el de cada libreta es 7 € menos, expresa algebraicamente lo que cuestan: (1 punto)

Cuatro libros	
Tres libretas	
La mitad de lo que cuestan 5 libretas	
Tres libros y 2 libretas	
Cinco libros con un descuento de 3 €	
El 25 % del precio de 10 libretas	

BONUS.- Resuelve la ecuación: $(x-3) \cdot (x-4) + x(x-3) = (x-2)^2$

 Departamento de Matemáticas	Nombre:	SOLUCIONES			2ª Evaluación	Nota
	Curso:	Grupo:	Fecha:	Examen VIII		
	2º ESO		17 de marzo de 2023	Examen final 2ª eval		

Cada ecuación vale 1 punto

1.- Completa la siguiente tabla de monomios: (1 punto)

Monomio	Coficiente	Grado	Parte Literal	Monomio Semejante
$4x^5$	4	5	x^5	$3x^5$
$-m$	-1	1	m	$3m$
-12	-12	0	No hay	25
$3x^3y^5$	3	8	x^3y^5	$7x^3y^5$
$8x^4yz^2$	8	7	x^4yz^2	$7x^4yz^2$

2.- Completa la siguiente tabla de polinomios: (1 punto)

Polinomio	Grado	¿Completo?	Término Independiente	$P(-1)=$
$P(x)=7x^3+5x^4-3x+7$	4	No (x^2)	7	8
$P(x)=5x+3x^2-9x^4+5x^3$	4	No (T. Indep)	0	-16
$P(x)=3x-3x^2-3+3x^3$	3	Si	-3	-12
$P(y)=3y^2+4y-5y^3+6$	3	Si	6	10

3.- Dados los polinomios (2 puntos)

$$\begin{cases} p(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 5x + 3 \end{cases} \quad \text{calcula: } \begin{cases} a) p(x) + 2q(x) - 3r(x) = \\ b) q(x) \cdot r(x) = \end{cases}$$

$$a) p(x) + 2q(x) - 3r(x) = (2x^4 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3) + 2(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) - 3(2x^2 - 5x + 3) =$$

$$= \cancel{2x^4} - \cancel{x^3} + \cancel{2x^2} - \cancel{3x} - \cancel{3} + \cancel{8x^3} - \cancel{6x^2} + \cancel{4x} - \cancel{2} - \cancel{6x^2} + \cancel{15x} - \cancel{9} = 2x^4 + 7x^3 - 10x^2 + 16x - 14$$

$$b) q(x) \cdot r(x) = (4x^3 - 3x^2 + 2x - 1)(2x^2 - 5x + 3) = \cancel{8x^5} - \cancel{20x^4} + \cancel{12x^3} - \cancel{6x^4} + \cancel{15x^3} - \cancel{9x^2} + \cancel{4x^3} - \cancel{10x^2} + \cancel{6x} - \cancel{2x^2} + \cancel{5x} - \cancel{3} = 8x^5 - 26x^4 + 31x^3 - 21x^2 + 11x - 3$$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

$$a) 2(5-x) = 19 - 3(x+5) \quad \xrightarrow{\text{Rompe los paréntesis}} \quad 10 - 2x = 19 - 3x - 15 \quad \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Transponemos}} \quad -2x + 3x = 19 - 15 - 10 \quad \rightarrow \quad x = -6$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad 3[2x - (3x + 1)] &= x + 1 && \xrightarrow{\text{Quitamos paréntesis}} && 3[2x - 3x - 1] &= x + 1 && \xrightarrow{\text{Agrupamos corchete}} && 3[-x - 1] &= x + 1 && \xrightarrow{\text{Quitamos corchete}} \\
 &&& \rightarrow && -3x - 3 &= x + 1 && \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} && -3x - x &= 1 + 4 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && -4x &= 4 && \xrightarrow{\text{Despejamos x}} \\
 &&& && &&& \rightarrow && x &= \frac{4}{-4} && \rightarrow && x &= -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad \frac{2x-1}{3} - \frac{5x-4}{7} &= \frac{x+5}{2} - 5 && \xrightarrow{\text{Quitamos denominadores}} && \frac{21(2x-1)}{42} - \frac{6(5x-4)}{42} &= \frac{21(x+5)}{42} - \frac{210}{42} && \xrightarrow{\text{Reducimos a común denominador}} \\
 &&& \xrightarrow{\text{m.c.m. (2,3,7)=42}} && && \xrightarrow{\text{Rompemos paréntesis}} && 21(2x-1) - 6(5x-4) &= 21(x+5) - 210 && \rightarrow \\
 &&& && && \rightarrow && 42x - 21 - 30x + 24 &= 21x + 105 - 210 && \rightarrow \\
 &&& \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} && 42x - 30x - 21x &= 105 - 210 + 21 - 24 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && -9x &= -108 && \xrightarrow{\text{Despejamos x}} \\
 &&& && && \rightarrow && x &= \frac{-108}{-9} && \rightarrow && x &= 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d) \quad (x+3)^2 - 8x - 9 &= 0 && \xrightarrow{\text{Desarrollamos Id. Notable}} && x^2 + 6x + 9 - 8x - 9 &= 0 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && x^2 - 2x &= 0 && \rightarrow \\
 &&& && && \rightarrow && x(x-2) &= 0 && \rightarrow && \begin{cases} x=0 & \rightarrow x_1=0 \\ x-2=0 & \rightarrow x_2=2 \end{cases} \\
 &&& \xrightarrow{\text{Sacamos factor común}} && && && && \text{Ecuación Incompleta}
 \end{aligned}$$

6.- La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno? (1,5 puntos)



Se trata de un problema de edades, y para poder resolverlo, nos ayudaremos de una tabla en la que representaremos las edades de cada uno de los hermanos en el momento actual, y sus edades dentro de 2 años:

	Edad ahora	Edad en 2 años
Hermano menor	x	$x+2$
Hermano mayor	$x+5$	$x+7$



Como en el enunciado dice que en 2 años la edad de uno será el doble de la del otro, no fijamos en esa columna para plantear la ecuación:

$$\begin{aligned}
 x+7 &= 2 \cdot (x+2) && \xrightarrow{\text{Rompemos paréntesis}} && x+7 &= 2x+4 && \xrightarrow{\text{Transposición de términos}} \\
 \text{Edad Mayor} & \quad \text{Doble} && \text{Edad menor} && && && \\
 &&& \rightarrow && x-2x &= 4-7 && \xrightarrow{\text{Agrupamos}} && -x &= -3 && \xrightarrow{\text{Despejamos x}} && x &= 3
 \end{aligned}$$

Por tanto, la edad del hermano menor es de 3 años y la del hermano mayor es de 8.

7.- Si al doble del cuadrado de un número natural le restamos ese mismo número, se obtiene 15. ¿Cuál es el número en cuestión? (1,5 puntos)

Se trata de un problema de números que vamos a resolver mediante ecuaciones, así que, si llamamos x al número natural en cuestión, su cuadrado será x^2 y el doble de su cuadrado $2x^2$. Con todo esto, ya podemos plantear la ecuación.

$$\underbrace{2x^2}_{\text{Doble del cuadrado}} - \underbrace{x}_{\text{el número}} = 15 \rightarrow 2x^2 - x = 15 \xrightarrow{\text{Transposición de términos}} 2x^2 - x - 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -15 \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15)}}{2 \cdot 2}$$

$$\rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{1 \pm 11}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+11}{4} \\ x_2 = \frac{1-11}{4} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{12}{4} \\ x_2 = -\frac{10}{4} \end{cases} \rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -\frac{5}{2}$$

Desechamos $-5/2$ por no ser natural.

Por tanto, el número es el 3.

8.- Si en una librería, el precio de un libro es x euros y el de cada libreta es 7 € menos, expresa algebraicamente lo que cuestan: (1 punto)

Cuatro libros	$4x$
Tres libretas	$3 \cdot (x-7)$
La mitad de lo que cuestan 5 libretas	$5 \cdot (x-7)/2$
Tres libros y 2 libretas	$3x + 2 \cdot (x-7)$
Cinco libros con un descuento de 3 €	$5x - 3$
El 25 % del precio de 10 libretas	$10/4 \cdot (x-7)$

BONUS.- Resuelve la ecuación: $(x-3) \cdot (x-4) + x(x-3) = (x-2)^2$

$$(x-3) \cdot (x-4) + x(x-3) = (x-2)^2 \xrightarrow{\text{Operamos}} x^2 - 3x - 4x + 12 + x^2 - 3x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{Agrupamos}} 2x^2 - 10x - 12 = x^2 - 4x + 4 \xrightarrow{\text{Transponemos términos}} 2x^2 - 10x - 12 - x^2 + 4x - 4 = 0 \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \text{Agrupamos} \quad & \rightarrow x^2 - 6x - 16 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=-16 \end{cases} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\ \rightarrow \quad & x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16)}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 64}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{6 \pm 10}{2} \\ \rightarrow \quad & \begin{cases} x_1 = \frac{6+10}{2} \\ x_2 = \frac{6-10}{2} \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1 = \frac{16}{2} \\ x_2 = -\frac{4}{2} \end{cases} \quad \rightarrow \quad x_1 = 8 \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

Por tanto, las soluciones son -2 y 8.

