			Nota
Nombre:			
Curso:	2º ESO B	Examen Final	
Fecha:	*17 de Marzo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Para extraer el agua de una cisterna utilizando un cubo de 15 L de capacidad, Manolo tiene que llenarlo 200 veces. Calcula cuántas veces tendría que llenar el cubo si este tuviera una capacidad de 25 L.

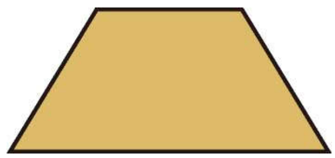
2.- Tres socios montan un chiringuito de playa para el verano, si en su constitución el primero invirtió el doble de capital que el segundo y el tercero el triple que los otros dos juntos. ¿Cómo se repartirán los 60.000 € de beneficios generados por su negocio?

3.- El precio inicial de una bicicleta estática era de 450 €. A lo largo del tiempo, ha sufrido variaciones: subió un 7%, bajó un 8% y volvió a subir un 20% durante el confinamiento.

a) ¿Cuál es su precio actual?

b) ¿Cuál es la variación total expresada en porcentaje?

4.- Las bases de un trapecio isósceles miden 10 y 16 cm, y la altura, 4 cm. Calcula:

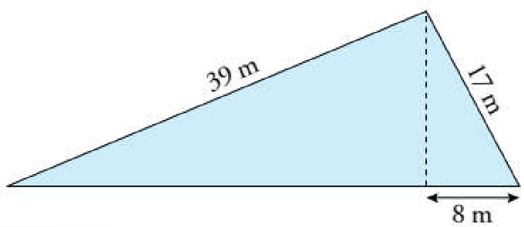


a) La medida de los lados oblicuos.

b) El perímetro.

c) El área.

5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:

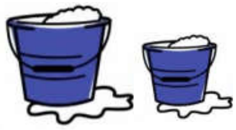


Bonus.- Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm, respectivamente. Averigua la cantidad igual que hay que restarle a cada uno para que el triángulo sea rectángulo.

Nombre:			Nota
Curso:	2º ESO E / Verde	Examen Final	
Fecha:	*18 de Marzo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Para vaciar un depósito lleno de agua utilizando un cubo de 15 L de capacidad, Manolo tiene que llenarlo 200 veces. Para vaciarlo más rápido compra un cubo más grande. Calcula cuántas veces tendría que llenar el nuevo cubo si su capacidad es de 25 Litros.

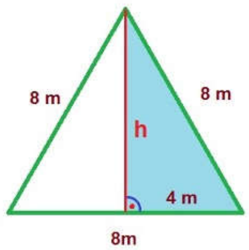


2.- Un padre reparte 700 € entre sus tres hijo en partes directamente proporcionales a sus edades. Si Miguel tiene 8 años, Fátima 12 y Lucía 15 años. ¿Cuánto recibirá cada hijo?

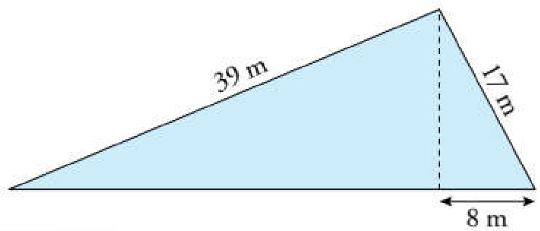
3.- El precio inicial de una bicicleta estática era de 450 €. A lo largo del tiempo, ha sufrido variaciones: subió un 10%, bajó un 10% y volvió a subir un 30% durante el confinamiento.

a) ¿Cuál es su precio actual?

b) ¿Cuál es la variación total expresada en porcentaje?



4.- Calcula el perímetro y el área de un triángulo equilátero de 8 m. de lado.

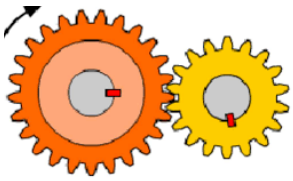


5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:

Bonus.- Un ganadero sabe que para alimentar a sus 20 animales durante 30 días necesita 2.000 kilogramos de pienso. ¿Cuántos días le durará la comida si compra 10 animales más y otros 1.500 kilogramos de pienso?

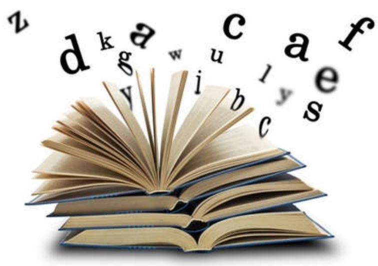
	Nombre:			Nota
	Curso:	2º ESO E / Amarillo	Examen Final	
	Fecha:	*19 de Marzo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.



1.- Dos ruedas dentadas engranan mutuamente. La primera tiene 20 dientes, y la segunda, 50. Si la primera ha dado 5000 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

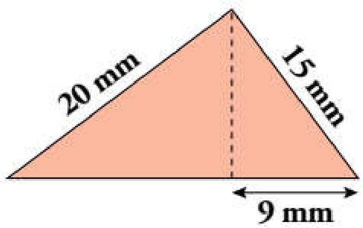
2.- En el ABYLA se convoca un concurso de ortografía en el que se dan varios premios. El total que se reparte entre los premiados es 500 €. Los alumnos que no han cometido ninguna falta reciben 150 €, y el resto se distribuye de manera inversamente proporcional al número de faltas. Hay dos alumnos que no han tenido ninguna falta, uno ha tenido una falta, otro dos faltas y el último ha tenido cuatro faltas, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?



3.- Un empresario de la alimentación ha subido el sueldo a sus obreros tres veces el último año gracias al buen comportamiento del mercado durante la pandemia. La primera subida fue del 5%, la segunda del 3% y última del 7%. Si el sueldo actual de sus empleados es de 1.359,72 €. ¿Cuánto cobraban a principios de año los empleados del supermercado?

4.- Un operario de la compañía eléctrica apoya su escalera de 6,5 m de largo en una pared a una altura de 6 m. Después de arreglar la avería, sin mover la base de la escalera, apoya esta en la pared de enfrente a una altura de 5,2 m. ¿A qué distancia se encuentran las paredes?

5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:



Bonus.- Una fuente que vierte 15 L por hora llena un depósito en 7 horas. Calcula el tiempo que tardaría otra fuente, que vierte 17,5 L por hora, en llenar un depósito el doble de grande.

	Nombre:			Nota
	Curso:	2º ESO B / E	Simulacro Examen Final	
	Fecha:	*Marzo de 2021*	Cada problema vale 2 puntos	

Para obtener la puntuación máxima hay que explicar paso a paso lo que se está haciendo. Además hay que dar respuesta a las preguntas planteadas.

1.- Se está construyendo una autopista y hay que realizar un túnel en la montaña. Está planificado que dos máquinas realicen la obra en 90 días. Para reducir ese tiempo a la tercera parte, ¿cuántas máquinas harían falta?

Sol: 6 máquinas

2.- En una Olimpiada Europea de Matemáticas se conceden tres premios inversamente proporcionales a los tiempos empleados en la resolución de los ejercicios. Los tiempos de los tres primeros concursantes han sido 3, 5 y 6 horas. Calcula cuánto dinero recibe cada uno si hay 42.000 euros para repartir.

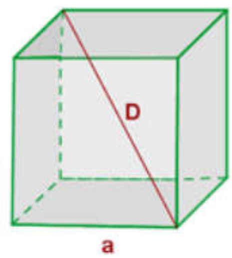
Sol: 20.000, 12.000 y 10.000 €.

3.- El valor de una acción es de 19 €. El lunes sube su precio un 1 %, el martes baja un 4 % y el miércoles sube un 14 %.

a) ¿Cuál es el valor inicial del jueves?
b) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su valor respecto al lunes?

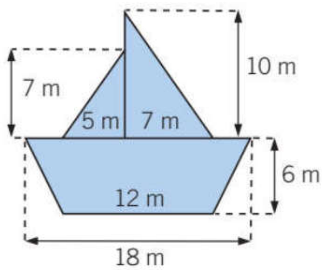
Sol: 21,01 €; 10,58 %

4.- Calcula la diagonal D de un cubo de arista a=3 cm



Sol: 5,2 cm.

5.- Calcula el área y el perímetro del barquito.



Sol: Perímetro = 55,22 m, Área=142,5 m^2

Bonus.- Nueve ordenadores encendidos durante 10 horas al día consumen 2.340 € de electricidad al año. ¿Cuál sería el consumo si se encendieran 6 ordenadores más durante una hora menos al día?

Consumirían 3510 €

Nombre:	**SOLUCIONES**		Nota
Curso:	**2º ESO B**	**Examen Final**	
Fecha:	***17 de Marzo de 2021***	Cada problema vale 2 puntos	

1.- Para extraer el agua de una cisterna utilizando un cubo de 15 L de capacidad, hay que llenarlo 200 veces. Calcula cuántas veces tendría que llenar el cubo si este tuviera una capacidad de 25 L.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:

Capacidad	Veces
15	200
25	x

Si con un cubo de 15 litros hay que llenarlo 200 veces, si el cubo tuviera más capacidad (si fuera más grande), entonces habría que llenarlo menos veces. "***A más, menos"***, por tanto se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$15 \cdot 200 = x \cdot 25$$

Operando y despejando la x llegamos a:

$$3000 = 25x \quad \rightarrow \quad x = \frac{3000}{25} = 120$$

Por lo que, habría que llenar el cubo 120 veces.

2.- Tres socios montan un chiringuito de playa para el verano, si en su constitución el primero invirtió el doble de capital que el segundo y el tercero el triple que los otros dos juntos. ¿Cómo se repartirán los 60.000 € de beneficios generados por su negocio?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las cantidades aportadas por cada socio:

$$K = \frac{N}{a+b+c}$$

donde N es la cantidad a repartir y a, b, c las cantidades invertidas por cada uno de los socios.

Primer socio: *2X* *Segundo socio: X* *Tercer socio: 3(X+2X)=9X*

Por tanto, al dividir los beneficios en € entre la cantidad invertida, obtenemos lo que le corresponde a cada uno por euro invertido:

$$K = \frac{N}{a+b+c} = \frac{60.000}{2x+x+9x} = \frac{60.000}{12x} = \frac{5.000}{x}$$

Y multiplicando por lo invertido:

- Primer Socio: le corresponden: $2x \cdot \frac{5.000}{x} = 10.000$
- Segundo socio: le corresponden: $x \cdot \frac{5.000}{x} = 5.000$
- Tercer socio: le corresponden $9x \cdot \frac{5.000}{x} = 45.000$

Por tanto al primer socio le corresponde 10.000€, al segundo 5.000€ y al tercero 45.000€.

3.- El precio inicial de una bicicleta estática era de 450 €. A lo largo del tiempo, ha sufrido variaciones: subió un 7%, bajó un 8% y volvió a subir un 20% durante el confinamiento.

a) ¿Cuál es su precio actual?

b) ¿Cuál es la variación total expresada en porcentaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

El precio de la bicicleta estática ha variado 3 veces, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos o descuentos:

- Sube un 7% $\rightarrow \quad Iv_1 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0,07 = 1,07$
- Baja un 8% $\rightarrow \quad Iv_2 = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$
- Sube un 20% $\rightarrow \quad Iv_3 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,2 = 1,2$

El índice de variación total de estos meses se calcula multiplicando los índices de variación de cada mes:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,07 \cdot 0,92 \cdot 1,2 = 1,18128$$

Para calcular el precio actual de la bicicleta, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación total:

$$\text{Precio}_{final} = \text{Precio}_{inicial} \cdot Iv_{Total} = 450 \cdot 1,18128 = 531,58 \ €$$

Para ver el porcentaje que ha variado en total, nos fijamos en el Iv, y si es mayor que 1, entonces ha aumentado lo que se pase de uno, y si es menor que 1, entonces ha disminuido lo que le falte hasta uno. En este caso como es 1,18128, entonces ha aumentado un:

$$0,18128 \cdot 100 = 18,13\%$$

Por tanto el precio de la bicicleta es de 531,58 € y su precio ha aumentado un 18,13%.

4.- Las bases de un trapecio isósceles miden 10 y 16 cm, y la altura, 4 cm. Calcula:

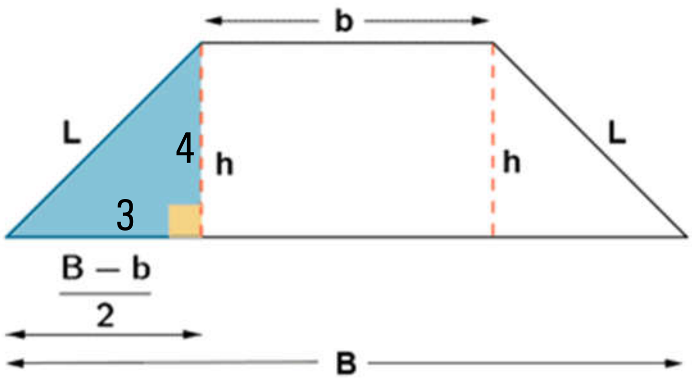
a) La medida de los lados oblicuos.

b) El perímetro.

c) El área.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)

Para calcular la medida de los lados oblicuos (que son iguales porque el trapecio es isósceles) nos ayudaremos del teorema de Pitágoras. Si trazamos las alturas h=4 nos aparecen dos triángulos rectángulos. Si nos fijamos en el azul, su base será la mitad de la diferencia entre las dos bases del trapecio, por tanto la base del triángulo azul mide:



$$\frac{B-b}{2} = \frac{16-10}{2} = \frac{6}{2} = 3 \ cm$$

Para calcular los lados oblicuos L, utilizaremos Pitágoras en el triángulo azul:

$$L^2 = b^2 + c^2$$

$$L = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

El perímetro es cualquier figura es la suma de sus lados, en nuestro caso:

$$P = B + b + 2L = 16 + 10 + 2 \cdot 5 = 46 \ cm$$

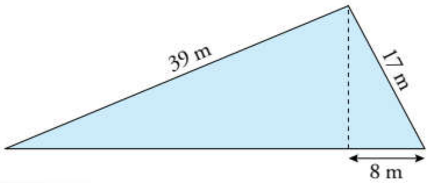
Y el área viene dada por:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{16+10}{2} \cdot 4 = 13 \cdot 4 = 52 \ cm^2$$

Por tanto los lados oblicuos miden 5 cm, el perímetro 46 cm y el área 52 cm².

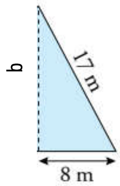
5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.3.2)

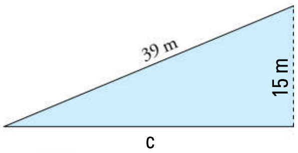


Para poder clasificar el triángulo es imprescindible conocer todos sus lados. Para conocer la base vamos a necesitar aplicar el *Teorema de Pitágoras*, pero para ellos es necesario conocer la altura, que divide nuestro triángulo en otros dos que sí son rectángulos.

Si nos fijamos en el triángulo de la derecha:



$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad b^2 = a^2 - c^2 \quad \rightarrow \quad b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15\ m$$

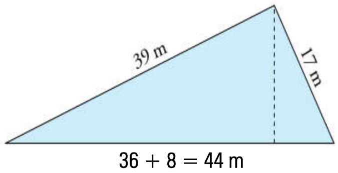


Conocida la altura puedo calcular (otra vez con Pitágoras) la base del triángulo de la izquierda:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{39^2 - 15^2} = \sqrt{1296} = 36\ m$$

Ya tenemos todas las medidas del triángulo, así que ahora vamos a ver de qué tipo es:

Primero calculamos: a^2, b^2 y c^2



$$\left.\begin{array}{l} a^2 = 44^2 = 1.936 \\ \left.\begin{array}{l} b^2 = 39^2 = 1.521 \\ c^2 = 17^2 = 289 \end{array}\right\} \rightarrow b^2 + c^2 = 1.521 + 289 = 1.810 \end{array}\right\} \rightarrow 1.936 > 1.810$$

Vemos que $a^2 > b^2 + c^2$, por tanto el triángulo es obtusángulo.

Bonus.- Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm, respectivamente. Averigua la cantidad igual que hay que restarle a cada uno para que el triángulo sea rectángulo.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.6.3) (B.2.7.2) (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.3.2)

Sea x la cantidad que hay que restarle a cada lado, cada uno de los lados medirá: la hipotenusa (18-x) y los catetos (16-x) y (9-x). Como queremos que sea rectángulo aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad (18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2$$

Y llegamos a una ecuación de segundo grado con identidades notables, así que primero las desarrollamos:

$$(18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2 \quad \rightarrow \quad 324 - 36x + x^2 = 256 - 32x + x^2 + 81 - 18x + x^2$$

Agrupamos:

$$0 = -324 + 36x - x^2 + 256 - 32x + x^2 + 81 - 18x + x^2 \quad \rightarrow \quad x^2 - 14x + 13 = 0$$

Y resolviendo:

$$x^2 - 14x + 13 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{14 \pm 12}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{14+12}{2} = 13 \\ x_2 = \dfrac{14-12}{2} = 1 \end{cases}$$

Desechamos la solución 13 porque a 9 no podemos restarle 13.

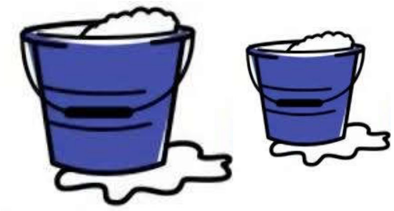
Si les restamos 1, tenemos el triángulo rectángulo de lados 17, 15 y 8

	Nombre:	**SOLUCIONES**		Nota
	Curso:	**2º ESO E / Verde**	**Examen Final**	
	Fecha:	***18 de Marzo de 2021***	Cada problema vale 2 puntos	

1.- Para vaciar un depósito lleno de agua utilizando un cubo de 15 L de capacidad, Manolo tiene que llenarlo 200 veces. Para vaciarlo más rápido compra un cubo más grande. Calcula cuántas veces tendría que llenar el nuevo cubo si su capacidad es de 25 Litros.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad, por lo que representaremos los datos en una tabla:



Si con un cubo de 15 litros hay que llenarlo 200 veces, si el cubo tuviera más capacidad (si fuera más grande), entonces habría que llenarlo menos veces. "***A más, menos***", por tanto se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

Capacidad	Veces
15	200
25	x

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$15 \cdot 200 = x \cdot 25$$

Operando y despejando la x llegamos a:

$$3000 = 25x \quad \rightarrow \quad x = \frac{3000}{25} = 120$$

Por lo que, habría que llenar el cubo 120 veces.

2.- Un padre reparte 700 € entre sus tres hijo en partes directamente proporcionales a sus edades. Si Miguel tiene 8 años, Fátima 12 y Lucía 15 años. ¿Cuánto recibirá cada hijo?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Se trata de un reparto directamente proporcional (R.D.P.)

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las edades de cada hijo:

$$K = \frac{N}{a+b+c} = \frac{700}{15+12+8} = \frac{700}{35} = 20$$

Por tanto, por cada año les corresponden 20 €, así que, multiplicando por los años de cada uno:

- Lucía: le corresponden: $15 \cdot 20 = 300$ €
- Fátima: le corresponden: $12 \cdot 20 = 240$ €
- Miguel: le corresponden: $8 \cdot 20 = 160$ €

Por tanto a Lucía recibirá 300 €, Fátima 240 y Miguel 160€.

3.- El precio inicial de una bicicleta estática era de 450 €. A lo largo del tiempo, ha sufrido variaciones: subió un 10%, bajó un 10% y volvió a subir un 30% durante el confinamiento.

a) ¿Cuál es su precio actual?

b) ¿Cuál es la variación total expresada en porcentaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

El precio de la bicicleta estática ha variado 3 veces, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos o descuentos:

- Sube un 7% $\rightarrow \quad Iv_1 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0{,}07 = 1{,}07$
- Baja un 8% $\rightarrow \quad Iv_2 = 1 - \frac{\%}{100} = 1 - \frac{8}{100} = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$
- Sube un 20% $\rightarrow \quad Iv_3 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0{,}2 = 1{,}2$

El índice de variación total de estos meses se calcula multiplicando los índices de variación de cada mes:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1{,}07 \cdot 0{,}92 \cdot 1{,}2 = 1{,}18128$$

Para calcular el precio actual de la bicicleta, multiplicamos el precio inicial por el índice de variación total:

$$\text{Precio}_{final} = \text{Precio}_{inicial} \cdot Iv_{Total} = 450 \cdot 1{,}18128 = 531{,}58\ €$$

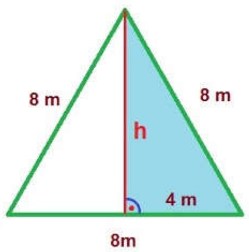
Para ver el porcentaje que ha variado en total, nos fijamos en el Iv, y si es mayor que 1, entonces ha aumentado lo que se pase de uno, y si es menor que 1, entonces ha disminuido lo que le falte hasta uno. En este caso como es 1,18128, entonces ha aumentado un:

$$0{,}18128 \cdot 100 = 18{,}13\%$$

Por tanto el precio de la bicicleta es de 531,58 € y su precio ha aumentado un 18,13%.

4.- Calcula el perímetro y el área de un triángulo equilátero de 8 m. de lado.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)



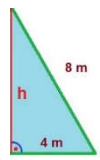
El perímetro de cualquier figura es la suma de todos sus lados, en el caso de un triángulo equilátero es tres veces su lado:

$$P = 3 \cdot l = 3 \cdot 8 = 24\ m$$

El área de cualquier triángulo se calcula multiplicando su base por su altura y dividiendo ese resultado entre dos:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Luego, para poder calcular el área necesito primero calcular la altura. Para ello nos fijamos en el triángulo azul obtenido trazando la altura del triángulo equilátero.



Como el triángulo azul es rectángulo puedo aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la altura:

$$a^2 = b^2 + h^2 \quad \rightarrow \quad h^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad h = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6{,}93\ m$$

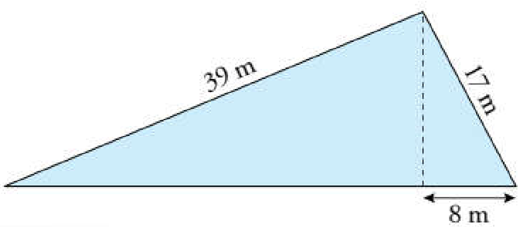
Luego ya podemos calcular el área:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8m \cdot 6{,}93m}{2} = 27{,}71\ m^2$$

Por tanto el perímetro es de 24 m y el área de 27,71 m².

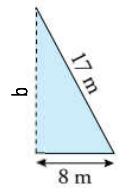
5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)

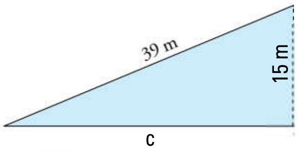


Para poder clasificar el triángulo es imprescindible conocer todos sus lados. Para conocer la base vamos a necesitar aplicar el *Teorema de Pitágoras*, pero para ellos es necesario conocer la altura, que divide nuestro triángulo en otros dos que sí son rectángulos.

Si nos fijamos en el triángulo de la derecha:



$$a^2=b^2+c^2 \quad \rightarrow \quad b^2=a^2-c^2 \quad \rightarrow \quad b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15\ m$$

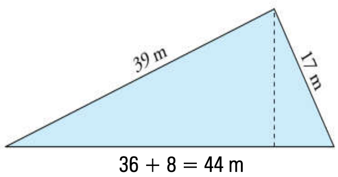


Conocida la altura puedo calcular (otra vez con Pitágoras) la base del triángulo de la izquierda:

$$a^2=b^2+c^2 \quad \rightarrow \quad c^2=a^2-b^2 \quad \rightarrow \quad c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{39^2-15^2}=\sqrt{1296}=36\ m$$

Ya tenemos todas las medidas del triángulo, así que ahora vamos a ver de qué tipo es.

Primero calculamos: a^2, b^2 y c^2



$$\left.\begin{array}{l} a^2=44^2=1.936 \\ \left.\begin{array}{l} b^2=39^2=1.521 \\ c^2=17^2=289 \end{array}\right\} \rightarrow b^2+c^2=1.521+289=1.810 \end{array}\right\} \rightarrow 1.936>1.810$$

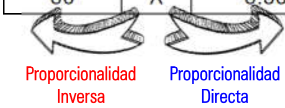
Vemos que $a^2>b^2+c^2$, por tanto el triángulo es obtusángulo.

Bonus.- Un ganadero sabe que para alimentar a sus 20 animales durante 30 días necesita 2.000 kilogramos de pienso. ¿Cuántos días le durará la comida si compra 10 animales más y otros 1.500 kilogramos de pienso?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Si representamos los datos del problema en una tabla:

Animales	Días	Kg. De Pienso
20	30	2.000
30	X	3.500



Se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Animales y días: Si 20 animales se comen el pienso en 20 días, si son más animales, les durará el pienso ……… menos días, por tanto ***a más, menos***, se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Kilogramos de pienso y días: Si los animales se comen 2.000 kg de pienso en 30 días, si tenemos más kilogramos de pienso (3.500 kg) ….. durarán más días, por tanto ***a más, más,*** se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

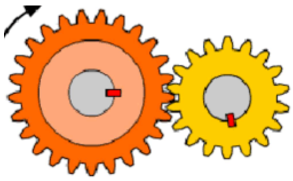
$$\frac{30}{x}=\frac{3\cancel{0}}{2\cancel{0}}\cdot\frac{2.0\cancel{00}}{3.5\cancel{00}} \quad \rightarrow \quad \frac{30}{x}=\frac{60}{70} \quad \rightarrow \quad \frac{30}{x}=\frac{6}{7} \quad \rightarrow \quad 6x=210 \quad \rightarrow \quad x=\frac{210}{6}=35$$

Por tanto el pienso le duraría 35 días.

Nombre:	**SoLuCiOnEs**		Nota
Curso:	**2º ESO E / Amarillo**	**Examen Final**	
Fecha:	***19 de Marzo de 2021***	Cada problema vale 2 puntos	

1.- Dos ruedas dentadas engranan mutuamente. La primera tiene 20 dientes, y la segunda, 50. Si la primera ha dado 5000 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Si nos acordamos del funcionamiento de una bicicleta en el que con el plato grande y el piñón pequeño es como más se corre, veremos que cuanto más grande sea uno uno más rápido irá el otro.

Por lo tanto se trata de un problema de proporcionalidad, así que representaremos los datos en una tabla:

Si el piñón de 20 dientes (pequeño) de 5.000 vueltas, entonces el grande dará menos vueltas. "***A más dientes, menos vueltas***", por tanto se trata de un problema de proporcionalidad inversa.

Dientes	Vueltas
20	5000
50	x

En la proporcionalidad inversa, sabemos que el producto de las magnitudes se mantenía constante, por tanto:

$$20 \cdot 5.000 = 50 \cdot x$$

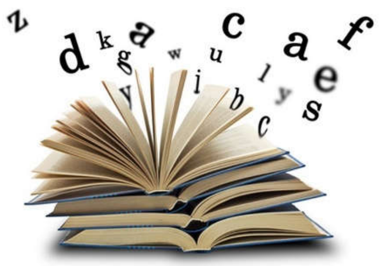
Operando y despejando la x llegamos a:

$$100.000 = 50x \quad \rightarrow \quad x = \frac{100.000}{50} = 2.000$$

Por lo que, la rueda grande dará 2.000 vueltas.

2.- En el ABYLA se convoca un concurso de ortografía en el que se dan varios premios. El total que se reparte entre los premiados es 500 €. Los alumnos que no han cometido ninguna falta reciben 150 €, y el resto se distribuye de manera inversamente proporcional al número de faltas. Hay dos alumnos que no han tenido ninguna falta, uno ha tenido una falta, otro dos faltas y el último ha tenido cuatro faltas, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)



Se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

Como hay dos participantes que no han tenido ningún fallo y cada uno se lleva 150€, quiero esto decir que entre los que sí han cometido errores se repartirá el resto del dinero:

$$N = 500 - 2 \cdot 150 = 500 - 300 = 200 \text{ €}$$

Lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de las faltas cometidas por cada participante:

$$K = \frac{N}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{200}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{200}{\frac{7}{4}} = 114,29$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre las faltas cometidas:

- 1 Falta: le corresponden: $\frac{114,39}{1} = 114,39$ €

- 2 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{2} = 57,14$ €
- 4 Faltas: le corresponden: $\frac{114,39}{4} = 28,57$ €

Por tanto al de 1 falta 114,39€, al de 2 57,14 € y al de 4 28,57€.

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar 200: 114,39+57,14+28,57=200 €)

3.- Un empresario de la alimentación ha subido el sueldo a sus obreros tres veces el último año gracias al buen comportamiento del mercado durante la pandemia. La primera subida fue del 5%, la segunda del 3% y última del 7%. Si el sueldo actual de sus empleados es de 1.359,72 €. ¿Cuánto cobraban a principios de año los empleados del supermercado?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

El salario de los empleados ha sufrido 3 aumentos el último año, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos:

- Sube un 5% $\rightarrow \quad Iv_1 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{5}{100} = 1 + 0,05 = 1,05$
- Sube un 3% $\rightarrow \quad Iv_2 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{3}{100} = 1 + 0,03 = 1,03$
- Sube un 7% $\rightarrow \quad Iv_3 = 1 + \frac{\%}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1 + 0,07 = 1,07$

El índice de variación total de todos estos aumentos se calcula multiplicando cada uno de los índices de variación:

$$Iv_{Total} = Iv_1 \cdot Iv_2 \cdot Iv_3 = 1,07 \cdot 1,05 \cdot 1,03 = 1,1572$$

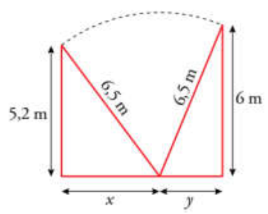
Para calcular la cantidad final, multiplicábamos la cantidad inicial por el índice de variación, pero como aquí queremos calcular la cantidad inicial, deberemos dividir:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \quad \rightarrow \quad Cantidad_{inicial} = \frac{Cantidad_{final}}{Iv_{Total}} = \frac{1.359,72}{1,1572} = 1.175 \text{ €}$$

Por tanto el salario de los empleados antes de las 3 subidas era de 1.175 €.

4.- Un operario de la compañía eléctrica apoya su escalera de 6,5 m de largo en una pared a una altura de 6 m. Después de arreglar la avería, sin mover la base de la escalera, apoya esta en la pared de enfrente a una altura de 5,2 m. ¿A qué distancia se encuentran las paredes?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.3.1) (B.3.3.2)



Si representamos los datos del problema en un dibujo, observamos que se forman dos triángulos rectángulos en los que las dos hipotenusas son las escaleras que miden 6,5 m, y que primero apoyamos en el edificio de la izquierda y luego en el de la derecha. Por tanto si calculamos los catetos x e y, y después los sumamos, tendremos la distancia entre los dos edificios:

Si aplicamos Pitágoras en el triángulo de la izquierda:

$$a^2 = x^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad x^2 = a^2 - c^2 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6,5^2 - 5,2^2} = 3,9\ m$$

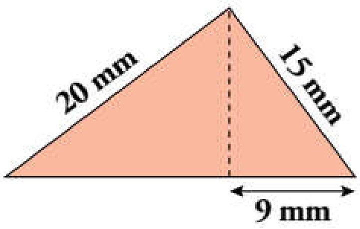
Y si hacemos lo mismo en el de la derecha:

$$a^2 = b^2 + y^2 \quad \rightarrow \quad y^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad y = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{6,5^2 - 6^2} = 2,5\ m$$

Por lo que la distancia entre los dos edificios es de 3,9+2,5 =6,4 metros.

5.- Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de algunos de sus elementos:

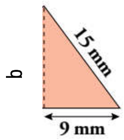
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.3.1) (B.3.3.2)



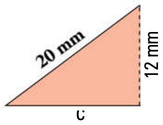
Para poder clasificar el triángulo es imprescindible conocer todos sus lados. Para conocer la base vamos a necesitar aplicar el *Teorema de Pitágoras*, pero para ellos es necesario conocer la altura, que divide nuestro triángulo en otros dos que sí son rectángulos.

Si nos fijamos en el triángulo de la derecha:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad b^2 = a^2 - c^2 \quad \rightarrow \quad b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12\ m$$



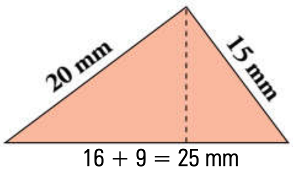
Conocida la altura puedo calcular (otra vez con Pitágoras) la base del triángulo de la izquierda:



$$a^2 = b^2 + c^2 \quad \rightarrow \quad c^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16\ m$$

Una vez hecho esto, ya tenemos todas las medidas del triángulo, así que ahora vamos a ver de qué tipo es.

Primero calculamos: a^2, b^2 y c^2



$$\left.\begin{array}{l} a^2 = 25^2 = 625 \\ \left.\begin{array}{l} b^2 = 20^2 = 400 \\ c^2 = 15^2 = 225 \end{array}\right\} \rightarrow b^2 + c^2 = 400 + 225 = 625 \end{array}\right\} \rightarrow 625 = 625 \quad \leftrightarrow \quad a^2 = b^2 + c^2$$

Vemos que $a^2=b^2+c^2$, por tanto el triángulo es rectángulo.

Bonus.- Una fuente que vierte 15 L por hora llena un depósito en 7 horas. Calcula el tiempo que tardaría otra fuente, que vierte 17,5 L por hora, en llenar un depósito el doble de grande.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Si representamos los datos del problema en una tabla y considerando que llenar un depósito es lo mismo que llenar dos depósitos, se trataría de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita con las otras dos para ver si son directa o inversamente proporcionales:

litros	tiempo	depósitos
15	7 h	1
17,5	X	2

P. Inversa P. Directa

Litros y tiempo: Si con 15 litros por hora se tardan 7 horas, con más litros por hora (17,5) se tardarían ……… menos horas, por tanto ***a más, menos***, se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Depósitos y tiempo: Si en 7 horas se llena un depósito, para llenar más depósitos (2) ….. Tardarían más tiempo, por tanto ***a más, más,*** se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que a la izquierda ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y a la derecha el producto de las otras, sin olvidar que las directas las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversas le damos la vuelta.

$$\frac{7}{x} = \frac{17{,}5}{15} \cdot \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{7}{x} = \frac{17{,}5}{30} \quad \rightarrow \quad 17{,}5x = 210 \quad \rightarrow \quad x = \frac{210}{17{,}5} = 12$$

Por tanto tardaría 12 horas en llenar un depósito el doble de grande.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE

Bloque II: Números y Álgebra

B.2.1.1. Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa. **CMCT**

B.2.1.2. Calcula el valor de expresiones numéricas de distintos tipos de números mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente natural aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones. **CMCT**

B.2.1.3. Emplea adecuadamente los distintos tipos de números y sus operaciones, para resolver problemas cotidianos contextualizados, representando e interpretando mediante medios tecnológicos, cuando sea necesario, los resultados obtenidos. **CMCT. CCL. CPAA**

B.2.2.1. Reconoce nuevos significados y propiedades de los números en contextos de resolución de problemas sobre paridad, divisibilidad y operaciones elementales. **CMCT. CCL**

B.2.2.2. Aplica los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 11 para descomponer en factores primos números naturales y los emplea en ejercicios, actividades y problemas contextualizados. **CMCT. CCL. CPAA**

B.2.2.3. Identifica y calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado y lo aplica problemas contextualizados. **CMCT.**

B.2.2.4. Realiza cálculos en los que intervienen potencias de exponente natural y aplica las reglas básicas de las operaciones con potencias. **CMCT**

B.2.2.5. Calcula e interpreta adecuadamente el opuesto y el valor absoluto de un número entero comprendiendo su significado y contextualizándolo en problemas de la vida real. **CMCT. CCL. CPAA**

B.2.2.6. Realiza operaciones de redondeo y truncamiento de números decimales conociendo el grado de aproximación y lo aplica a casos concretos. **CMCT. CCL. CPAA**

B.2.2.7. Realiza operaciones de conversión entre números decimales y fraccionarios, halla fracciones equivalentes y simplifica fracciones, para aplicarlo en la resolución de problemas. **CMCT. CCL. CPAA**

B.2.2.8. Utiliza la notación científica, valora su uso para simplificar cálculos y representar números muy grandes. **CMCT. CD**

B.2.3.1. Realiza operaciones combinadas entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones. **CMCT. CD. CPAA**

B.2.4.1. Desarrolla estrategias de cálculo mental para realizar cálculos exactos o aproximados valorando la precisión exigida en la operación o en el problema. **CMCT. CPAA. SIE**

B.2.4.2. Realiza cálculos con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales decidiendo la forma más adecuada (mental, escrita o con calculadora), coherente y precisa. **CMCT**

B.2.5.1. Identifica y discrimina relaciones de proporcionalidad numérica (como el factor de conversón o cálculo de porcentajes) y las emplea para resolver problemas en situaciones cotidianas. **CMCT. CCL. CPAA**

B.2.5.2. Analiza situaciones sencillas y reconoce que intervienen magnitudes que no son directa ni inversamente proporcionales. **CMCT. CCL**

B.2.6.1. Describe situaciones o enunciados que dependen de cantidades variables o desconocidas y secuencias lógicas o regularidades, mediante expresiones algebraicas, y opera con ellas. **CMCT. CCL**

B.2.6.2. Identifica propiedades y leyes generales a partir del estudio de procesos numéricos recurrentes o cambiantes, las expresa mediante el lenguaje algebraico y las utiliza para hacer predicciones. **CMCT. CPAA. CCL. SIE**

B.2.6.3. Utiliza las identidades algebraicas notables y las propiedades de las operaciones para transformar expresiones algebraicas. **CMCT**

B.2.7.1. Comprueba, dada una ecuación (o un sistema), si un número (o números) es (son) solución de la misma. **CMCT**

B.2.7.2. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido. **CMCT. CCL. CPAA**

Bloque III: Geometría

B.3.1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc. **CMCT.**

B.3.1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.1.4. Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo. **CMCT.**

B.3.2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.2.2. Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos. **CMCT. CPAA.**

B.3.3.1. Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo. **CMCT. CPAA.**

B.3.3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.4.1. Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes. **CMCT.**

B.3.4.2. Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza. **CMCT.**

B.3.5.1. Analiza e identifica las características de distintos cuerpos geométricos, utilizando el lenguaje geométrico adecuado. **CMCT. CCL. CPAA.**

B.3.5.2. Construye secciones sencillas de los cuerpos geométricos, a partir de cortes con planos, mentalmente y utilizando los medios tecnológicos adecuados. **CMCT. CD. CPAA.**

B.3.5.3. Identifica los cuerpos geométricos a partir de sus desarrollos planos y recíprocamente. **CMCT.**

B.3.6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados. **CMCT. CCL. CPAA.**

Las competencias clave del currículo son:

1) Comunicación lingüística **CCL**
2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología **CMCT**
3) Competencia digital **CD**
4) Aprender a aprender **CPAA**
5) Competencias sociales y cívicas **CSC**
6) Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor **SIEP**
7) Conciencia y expresiones culturales **CEC**