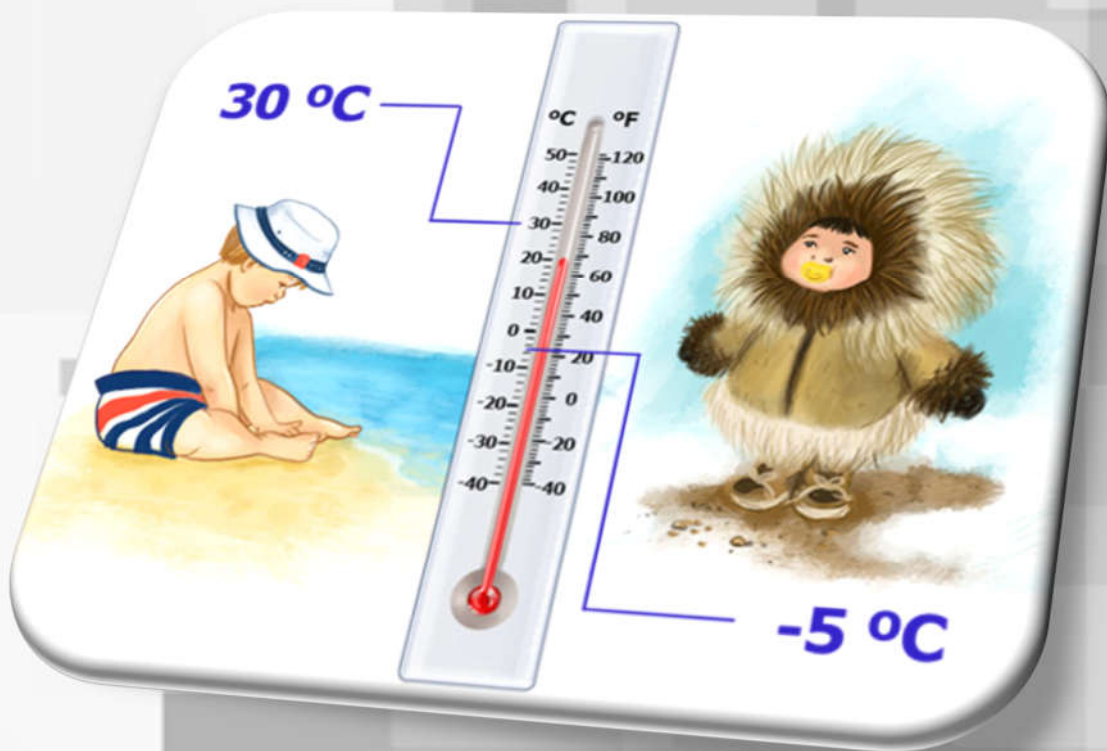


Unidad Didáctica 2

NÚMEROS ENTEROS

1º ESO



En esta unidad vas a:

- 1.- Comprender el significado de los números positivos y negativos.**
- 2.- Representar números en la recta numérica.**
- 3.- Comprender los conceptos de opuesto y valor absoluto de un número.**
- 4.- Realizar operaciones con números enteros.**
- 5.- Conocer el criterio de signos de las operaciones.**
- 6.- Realizar con precisión operaciones combinadas de números enteros.**
- 7.- Resolver problemas de números enteros.**

SUMARIO

2.0.- Lectura Comprensiva

2.1.- Introducción

2.2.- Los números Enteros

2.2.1.- Representación en la recta numérica

2.2.2.- Valor absoluto

2.2.3.- Opuesto de un número entero

2.2.4.- Comparación de números enteros

2.3.- Operaciones con números enteros

2.3.1.- Suma y resta de enteros

2.3.2.- Multiplicación y división de enteros.

2.3.3.- Operaciones combinadas con enteros

2.4.- Resolución de problemas

2.5.- Ejercicios resueltos

Uno bajo par

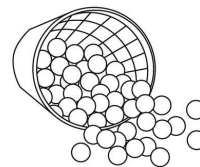


"Birdie", o "pajarito" en español, es uno de los términos básicos de puntuación utilizados por los golfistas, y significa una puntuación de 1 bajo par en cualquier hoyo de golf individual. Si no lo sabes, Par, es el número esperado de golpes que debe llevar un buen jugador de golf para completar un hoyo. A todos los hoyos en un campo de golf se les asigna una calificación nominal, esas calificaciones generalmente son par 3, par 4 o par 5. Eso significa que un golfista experto

debería necesitar tres golpes, cuatro golpes y cinco golpes, respectivamente, para jugar esos hoyos.

El número de golpes, de más o de menos, que un jugador emplea en realidad en su juego se expresa con números, positivos o negativos, respectivamente.

Mario es un apasionado del golf y suele entrenar con cierta frecuencia. En los últimos seis hoyos, Mario ha conseguido tres resultados distintos, -1 (uno bajo par) -2 (dos bajo par) y +2 (dos sobre par). Uno de ellos lo ha obtenido tres veces, otro dos veces y el otro una sola vez.



Su entrenador le dice: -"No está mal, el balance final de los seis hoyos. Este es un campo muy difícil y en total has hecho un "pajarito".



El quid de la cuestión: ¿Cuántas veces ha obtenido Mario en los seis recorridos la puntuación -1, cuántas -2 y cuántas +2? ¿Hay más de una solución?

Uno modo de resolverlo: Estudiaremos todos los casos posibles para ver si hay más de una solución.

Lee nuevamente el texto anterior y responde a las siguientes preguntas:

- 1.- ¿Cuántos hoyos ha hecho Mario en total y cuál ha sido su puntuación final?
- 2.- ¿Ha obtenido la misma puntuación en todos los hoyos que ha hecho?
- 3.- ¿Qué puntuaciones ha obtenido?
- 4.- Si el recorrido que ha hecho Mario está penado para hacerlo en 65 golpes, ¿qué significa que ha obtenido una puntuación de -2?, ¿y de +2?
- 5.- Si, por ejemplo, Mario hubiera hecho tres recorridos de +2, dos recorridos de -1 y un recorrido de -2, ¿Cuál de estas expresiones permite calcular su puntuación total?

$$6 \cdot (2 - 1 - 2)$$

$$3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + (-2)$$

$$3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2$$

2.01.- Introducción

Desde las primeras civilizaciones, las personas inventaron maneras de contar y registrar lo que tenían. Necesitaban saber cuántos animales poseían, cuánto alimento guardaban o cuántos productos intercambiaban. Para ello utilizaban números naturales, como el 1, el 2 y el 3. Sin embargo, con el paso del tiempo surgieron situaciones que no podían expresarse contando únicamente objetos: por ejemplo, tener una deuda, perder una cantidad o encontrarse por debajo de un nivel de referencia.

En la antigua China, hace más de dos mil años, los matemáticos ya trabajaban con cantidades positivas y negativas. Para distinguirlas, podían utilizar varillas de distintos colores. Las cantidades positivas representaban, por ejemplo, bienes o ganancias; las negativas podían indicar deudas o pérdidas. Esta forma de representar cantidades permitía resolver problemas prácticos de comercio y cálculo.

También en la India se desarrollaron ideas importantes sobre los números negativos y el cero. En el siglo VII, el matemático Brahmagupta describió reglas para realizar operaciones con números positivos, negativos y cero. Por ejemplo, explicó que una deuda y otra deuda se suman, mientras que una ganancia puede compensar una deuda. Sus trabajos contribuyeron a que estas ideas matemáticas se organizaran y difundieran.

Los conocimientos matemáticos viajaron entre culturas mediante el comercio, los viajes y la traducción de libros. Con el tiempo, las ideas sobre los números negativos llegaron a Europa. Allí, sin embargo, no fueron aceptadas rápidamente. A muchos matemáticos les parecía extraño hablar de una cantidad menor que cero, porque no podían relacionarla fácilmente con objetos que se pudieran contar. Algunos incluso los llamaban «números falsos» o «números absurdos».

La situación cambió cuando se hizo más evidente que los números negativos servían para resolver problemas reales. Los comerciantes podían usarlos para representar deudas y pérdidas; los científicos, para indicar temperaturas bajo cero; y los geógrafos, para señalar lugares situados por debajo del nivel del mar. También resultaban útiles para marcar posiciones a ambos lados de un punto de referencia, como ocurre con los pisos de un edificio respecto a la planta de entrada.

Poco a poco, los números negativos fueron aceptados y se incorporaron a las matemáticas. Junto con el cero y los números positivos, forman el conjunto de los **números enteros**:

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

Hoy utilizamos los números enteros en muchas situaciones cotidianas y científicas. Su historia nos muestra que las matemáticas se desarrollan para responder a las necesidades de las personas y que algunas ideas, aunque al principio parezcan extrañas, pueden convertirse en herramientas muy útiles.

2.02.- Los números enteros

Los números negativos surgen, en contraste con los positivos, ante la necesidad de cuantificar magnitudes como por ejemplo la Temperatura.

La temperatura en sierra nevada en verano alcanza los 37°C , mientras que en invierno llega a los 17 grados bajo cero.

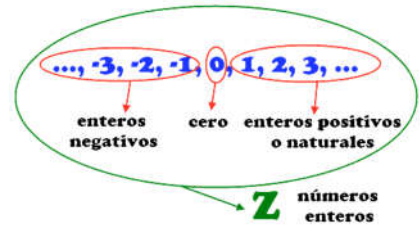
Verano: $+37^{\circ}\text{C}$

Invierno: -17°C



Si tomamos el conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales y, por cada elemento distinto de cero, $+a$, añadimos otro con el signo negativo, $-a$, habremos obtenido un nuevo conjunto que se conoce en matemáticas como el conjunto de los **números enteros** y se designa por la letra $\mathbb{Z}$.

$\mathbb{Z}$ { Números Naturales o enteros positivos: 1, 2, 3, 4,.....
El cero 0
Números Enteros negativos: -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7,.....



Ejemplo

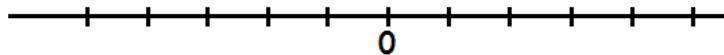
1.- Expresa con números enteros:

- El coche está aparcado en el sótano 4. **-4**
- El pico de San Jerónimo tiene una altura de 1.236 metros.
- José le debe 10€ a su hermana María.
- Platón nació en el año 428 antes de Cristo.
- La temperatura en granada es de 4 grados bajo cero.

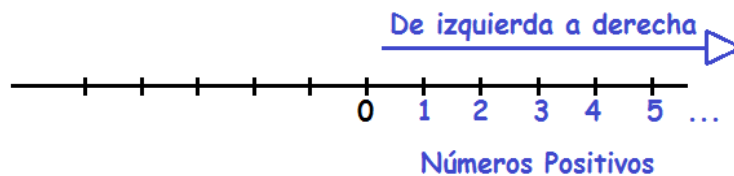
2.2.1.- Representación en la recta numérica

Los números enteros se representan ordenados en la recta numérica y para ello:

1.- Dibujamos una recta, dividida en partes iguales y ponemos el 0 en el centro:

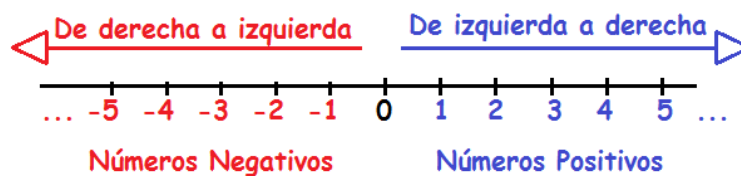


2.- Colocamos los números positivos a la derecha del cero, aumentando su valor en una unidad, de izquierda a derecha:



3.- Colocamos los números negativos a la izquierda del cero, con las siguientes particularidades:

- Su **valor absoluto** (concepto que explicamos un poco más abajo) **va aumentando de derecha a izquierda** (simétricamente a los números positivos).
- Todos tienen el **signo menos delante**.



Ejemplo

2.- Representa en la recta numérica los siguientes números: -4, +5, -7, +2, -5, +3, -2



2.2.2.- Valor Absoluto

El **valor absoluto** de un número es el número que resulta de **quitarle su signo**, positivo o negativo. Se representa encerrando al número y al signo entre dos barras verticales.

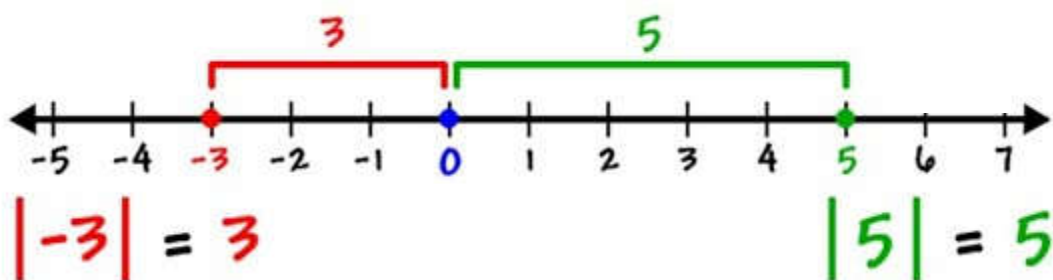
El valor absoluto de un **número negativo** es el número que queda cuando le quitamos el signo menos:

$$|-1|=1 \quad |-5|=5 \quad |-8|=8 \quad |-13|=13$$

En los números positivos o números naturales, el valor absoluto coincide con el valor del número. Recuerda que habitualmente el signo + en los números positivos no se escribe:

$$|1|=1 \quad |5|=5 \quad |7|=7 \quad |+13|=13 \quad |+3|=3 \quad |+6|=6$$

El **valor absoluto** de un número **representa la distancia desde ese número al origen**.



2.2.3.- Opuesto de un número entero

El **opuesto de un número entero** es otro número entero con el mismo valor absoluto, pero con el signo contrario. El opuesto de un número a se representa como $Op(a)$.

$$Op(-7)=7 \quad Op(5)=-5 \quad Op(-5)=5 \quad Op(a)=-a$$

De forma sencilla "dejamos el número y la cambiamos el signo"

De forma reiterativa, el opuesto del opuesto es el mismo número:

$$Op(Op(a))=Op(-a)=a \quad Op(Op(-7))=Op(7)=-7 \quad Op(Op(4))=Op(-4)=4$$

Ejemplo

3.- Halla el valor absoluto y el opuesto de los siguientes números: a) -5 b) 7 c) -14

Como hemos visto, el valor absoluto de un número, siempre lo deja positivo, mientras que el opuesto lo que hace es cambiarle el signo.

$$\begin{array}{l} -5: \begin{cases} |-5|=+5 \\ Op(-5)=+5 \end{cases} \quad 7: \begin{cases} |7|=+7 \\ Op(7)=-7 \end{cases} \quad -14: \begin{cases} |-14|=+14 \\ Op(-14)=+14 \end{cases} \end{array}$$

4.- Halla el valor de: a) $Op(Op(|-3|))$ y b) $|Op(|-4|)|$

$$\begin{array}{ll} a) Op(Op(|-3|))=Op(Op(3))=Op(-3)=-3 & b) |Op(|-4|)|=|Op(4)|=|-4|=-4 \end{array}$$

5.- ¿Qué es mayor: el valor absoluto del opuesto de un número o el opuesto de su valor absoluto?

El valor absoluto de algo siempre es positivo, mientras que el opuesto de un valor absoluto es siempre negativo, por tanto, **es mayor el valor absoluto del opuesto de un número**.

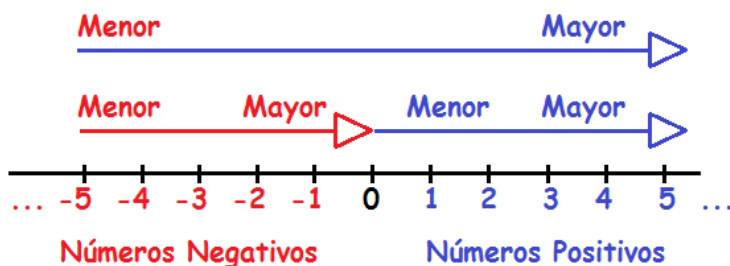
Piensa y practica

- 1.- Escribe el opuesto de cada uno de los números: $-6, +5, -8, +9, -11, +12, -4$
- 2.- Representa en la recta numérica: $-4, +6, -7, +2, -5, +3, -8$
- 3.- Escribe el valor absoluto de los números: $-9, +6, -8, -4, +12, +25$
- 4.- ¿Cuántos números enteros están comprendidos entre -20 y $+20$?
- 5.- ¿Cuál es el valor de x en la siguiente expresión? $\left|op\left(op\left(op\left(|x|\right)\right)\right)\right|=7$
- 6.- Estoy en el piso 2º, bajo 3 pisos, subo 2, bajo 4, subo 6 y por último bajo 3, ¿en qué planta me encuentro?

2.2.4.- Comparación de números enteros

Un número entero es mayor que otro cuando está situado más a la derecha que él en la recta numérica.

- 🍏 En un grupo de enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.
- 🍏 En un grupo de enteros negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto.
- 🍏 Un número entero positivo es mayor que cualquier entero negativo.
- 🍏 El cero es mayor que cualquier entero negativo y menor que cualquier entero positivo.



- 🍏 Cualquier número positivo es mayor que el cero, y este, mayor que cualquier número negativo.
- 🍏 Los números negativos se ordenan al revés que los positivos. Es mayor el que tenga menor valor absoluto.

Ejemplo

- 6.- Ordena de menor a mayor los siguientes números: $-7, +5, +3, 0, -4, -10, -1, 21, +35$
- $$-10 < -7 < -4 < -1 < 0 < +3 < +5 < +21 < +35$$

Piensa y practica

- 1.- Ordena de mayor a menor los números: $-7, -2, +5, 0, +3, -8, +4, -10$
- 2.- ¿Cuál de estos números es el mayor? ¿y el menor? $-7, +7, -10, -4, +8, +2, 0, -3, +1$ y -7
- 3.- Si estamos situados en el punto -3 de la recta numérica y un desplazamiento consiste en avanzar 7 unidades y retroceder 3, ¿en qué punto de la recta numérica estaremos?
- 4.- Siendo a un número entero, completa con $<, >$ o $=$ $Op(a) \text{ ____ } |a|$

2.03.- Operaciones con números enteros

Estamos acostumbrados a operar con números naturales, o lo que es lo mismo, sólo con números positivos. Pero con los números enteros, tendremos que operar con números positivos y negativos a la vez, y

eso al principio nos va a costar un poco. Es seguro que vamos a cometer numerosos errores por lo que es muy importante que nos quede todo muy claro y comprendamos bien los conceptos.

2.3.1.- Suma y resta de números enteros

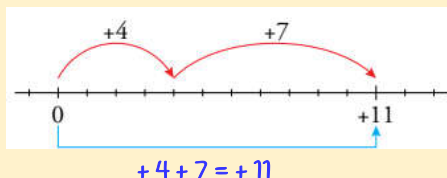
Para sumar dos números enteros:

- Si tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se pone el signo que tenían los sumandos.

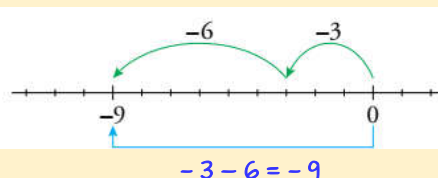
Ejemplo

7.- Calcula:

$$+4 + 7 =$$



$$-3 - 6 =$$

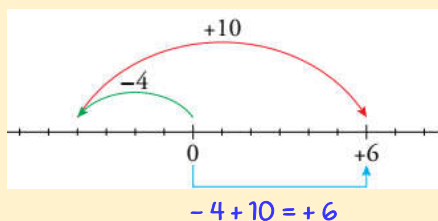


- Si tienen distinto signo, se restan los valores absolutos y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

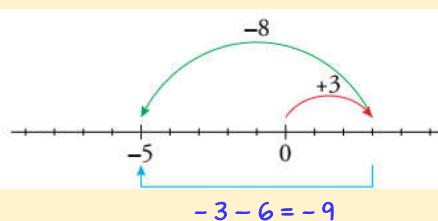
Ejemplo

8.- Calcula:

$$-4 + 10 =$$



$$+3 - 8 =$$



Para restar dos números enteros, se suma al primero el opuesto del segundo.

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo más, los signos interiores no varían.

$$+(-3 + 8 - 2) = -3 + 8 - 2$$

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo menos, se cambian los signos interiores: más por menos y menos por más.

$$-(-3 + 8 - 2) = +3 - 8 + 2$$

Para operar más de dos números enteros positivos y negativos podemos seguir dos caminos:

Ir operando, paso a paso, en el orden en que aparecen.

$$\begin{aligned} &\overbrace{2 - 3} + 4 - 8 = \\ &= \overbrace{-1 + 4} - 8 = \\ &= \overbrace{3 - 8} = -5 \end{aligned}$$

Agrupar los positivos por un lado y los negativos por otro. Después, operar.

$$\begin{aligned} &7 - 5 + 4 - 8 - 3 = \\ &= \overbrace{7 + 4} - \overbrace{5 - 3 - 8} = \\ &= \overbrace{11 - 16} = -5 \end{aligned}$$

¿Cuál de las dos es mejor? Pues ninguna, dependiendo del tipo de ejercicio unas veces será mejor la primera y otras la segunda. *Aunque dependerá de ti. De cuál de ellas se te da mejor.*

Piensa y practica

5.- Calcula: a) $10 - 3 + 5 =$ b) $9 - 8 - 7 =$ c) $7 - 15 + 2 =$ d) $-2 - 13 - 5 =$

6.- Opera: a) $15 - (12 - 8) =$ b) $8 - (15 - 12) =$ c) $15 - (6 - 9 + 5) =$

7.- Calcula: a) $4 - (8 + 2) - (3 - 13) =$ b) $(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5) =$

8.- Resuelve paso a paso: a) $-9 + [8 - (13 - 4)] =$ b) $2 + [6 - (4 - 2 + 9)] =$

A la hora de multiplicar o dividir números negativos hemos de tener en cuenta el criterio de signos:

LA LEY DE LOS SIGNOS

X MULTIPLICACIÓN (X)

+ X **+** = **+** SIGNOS IGUALES
+3 X +4 = +12 Da POSITIVO

- X **-** = **+** SIGNOS IGUALES
-5 X -2 = +10 Da POSITIVO

+ X **-** = **-** SIGNOS DIFERENTES
+6 X -3 = -18 Da NEGATIVO

- X **+** = **-** SIGNOS DIFERENTES
-7 X +2 = -14 Da NEGATIVO

÷ DIVISIÓN (÷)

+ ÷ **+** = **+** SIGNOS IGUALES
(+15 ÷ +3 = +5) Da POSITIVO

- ÷ **-** = **+** SIGNOS IGUALES
(-20 ÷ -4 = +5) Da POSITIVO

+ ÷ **-** = **-** SIGNOS DIFERENTES
(+24 ÷ -6 = -4) Da NEGATIVO

- ÷ **+** = **-** SIGNOS DIFERENTES
(-18 ÷ +3 = -6) Da NEGATIVO

REGLA DE LOS SIGNOS EN ÁLGEBRA Y ARITMÉTICA

2.3.2.- Multiplicación de números enteros

Para **multiplicar** dos números enteros primero se multiplican sus valores absolutos (los números sin su signo) y después, el resultado tendrá el signo + si los dos factores tienen el mismo signo, y signo - si tienen signos distintos. (Ver tabla)

Ejemplo

9.- Calcula los siguientes productos: a) $(+6) \cdot (+6) =$, b) $(+6) \cdot (-6) =$, c) $(-6) \cdot (+6) =$, d) $(-6) \cdot (-6) =$

a) $(+6) \cdot (+6) = +36$ b) $(+6) \cdot (-6) = -36$ c) $(-6) \cdot (+6) = -36$ d) $(-6) \cdot (-6) = +36$

2.3.3.- División de números enteros

Para **dividir** dos números enteros primero se dividen sus valores absolutos (los números sin su signo) y después, el resultado tendrá el signo + si los dos factores tienen el mismo signo, y signo - si tienen signos distintos. (Ver tabla)

Ejemplo

10.- Calcula los siguientes productos: a) $(+18) \cdot (+6) =$, b) $(+18) \cdot (-6) =$, c) $(-12) \cdot (+6) =$, d) $(-36) \cdot (-6) =$

a) $(+18) : (+6) = +3$ b) $(+18) : (-6) = -3$ c) $(-12) : (+6) = -2$ d) $(-36) : (-6) = +6$

Piensa y practica

9.- Calcula: a) $(+10) \cdot (-2) =$ b) $(-4) \cdot (-9) =$ c) $(-7) \cdot (+5) =$ d) $(+11) \cdot (+7) =$

10.- Opera: a) $(-24) : (+3) =$ b) $(-15) : (-5) =$ c) $(+22) : (+11) =$ d) $(+30) : (-10) =$

11.- Calcula: a) $(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) =$ b) $(+8) \cdot (-3) \cdot (-5) =$ c) $(+4) \cdot (-20) \cdot (-3) =$

12.- Calcula: a) $(-100) : (+10) =$ b) $(-16) : (+2) : (-4) =$ c) $(+81) : (-3) : (-9) =$

2.3.4.- Operaciones combinadas con números enteros

Las operaciones combinadas con números enteros son uno de los contenidos más importantes de 1º y 2º de ESO. En concreto, los números enteros negativos, en general, y el orden correcto en que debemos resolver las operaciones son fuente de muchos problemas para los estudiantes.

Por ello, para no cometer errores, es conveniente seguir paso a paso el siguiente orden de prioridad de las operaciones:



Orden de prioridad en las operaciones:

1. Efectuar las operaciones entre **paréntesis, corchetes y llaves**, de dentro hacia fuera.
2. Efectuar las **potencias y las raíces cuadradas**.
3. Efectuar los **productos y cocientes**.
4. Realizar las **sumas y restas**.

Cuando tengamos operaciones de igual prioridad se ejecutan de manera natural, es decir, de izquierda a derecha.

Ejemplo

11.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones combinadas siguiendo el orden de prioridad de las operaciones:

a) $(4-1) \cdot 3 + 4 - 16 \div 2$

Resolvemos primero el paréntesis: $(3) \cdot 3 + 4 - 16 \div 2$

Resolvemos los productos y las divisiones: $9 + 4 - 8$

Después la suma: $13 - 8 =$

Y por último la resta: $= 5$

Por lo tanto: $(4-1) \cdot 3 + 4 - 16 \div 2 = 5$

b) $(241-100+44) : 5 + 20 \cdot 7$

Resolvemos primero el paréntesis: $(141+44) : 5 + 20 \cdot 7$

Resolvemos la división y el producto: $37 + 140$

Y por último sumamos: $= 177$

Seguimos con el paréntesis: $(185) : 5 + 20 \cdot 7 =$

Por lo tanto: $(241-100+44) : 5 + 20 \cdot 7 = 177$

c) $[9-(5-17)] - [11-(6-13)]$

Resolvemos primero los corchetes, de dentro hacia fuera: $[9-(-12)] - [11-(-7)]$

el opuesto del opuesto deja el signo como estaba: $=$

Resolvemos los paréntesis: $(9+12) - (11+7)$

Por último restamos: $= 21 - 18$

Por lo tanto: $[9-(5-17)] - [11-(6-13)] = 3$

d) $(10-3 \cdot 6) - 2 \cdot [5+3 \cdot (4-7)]$

Resolvemos primero los dos paréntesis: $(10-18) - 2 \cdot [5+3 \cdot (-3)]$

Operamos: $= (-8) - 2 \cdot [5-9] =$

Resolvemos el corchete: $= -8 - 2 \cdot (-4)$

Antes de restar, primero hacemos la multiplicación: $= -8 + 8$

Por último sumamos: $= 0$

Por lo tanto: $(10-3 \cdot 6) - 2 \cdot [5+3 \cdot (4-7)] = 0$

Ejemplo

12.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones combinadas siguiendo el orden de prioridad de las operaciones:

$$a) 1 - (-2) - (-2) - 1(-13 - 1) = 1 + 2 + 2 - 1(-3 - 1) = 5 - 1(-4) = 5 + 4 = 9$$

$$b) 8 + (4 - 9 + 7) \cdot 2 + 4 \cdot (3 - 8 + 4) = 8 + (+2) \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 8 + 4 - 4 = 8$$

$$c) (3 + 7) \div 2 - 35 \div (10 - 3) = (10) \div 2 - 35 \div (7) = 5 - 5 = 0$$

$$d) 18 - 5 \cdot [6 - 2 \cdot (4 - 7)] + 3 \cdot (5 - 3) = 18 - 5 \cdot [6 - 2 \cdot (-3)] + 3 \cdot (2) = 18 - 5 \cdot [6 + 6] + 6 = 18 - 5 \cdot 12 + 6 = 18 - 60 + 6 = -36$$

Piensa y practica

13.- Calcula paso a paso:

$$a) 48 : [5 \cdot 3 - 2 \cdot (6 - 10) - 17] =$$

$$b) 4 - 2 \cdot (5 - 8) + 2 \cdot [5 \cdot (2 - 7 + 3) - 7] =$$

$$c) (42 - 25) - 3 \cdot [5 \cdot (16 - 3 \cdot 4)] + 7 =$$

2.04.- Resolución de problemas

Una de las actividades fundamentales en Matemáticas es la resolución de problemas. Conviene que distingamos entre ejercicio y problema. Cuando se plantea un ejercicio, se identifica de inmediato la técnica que se precisa para resolverlo. En cambio, un problema es una tarea cuyos términos y propósitos son comprensibles por la persona, pero no se sabe de momento como abordar.

La resolución de problemas ayuda a la construcción de conceptos y a establecer relaciones entre ellos. Pero no se aprende a resolver problemas por el hecho de haber aprendido determinados conceptos y algunos algoritmos de cálculo. Hemos de disponer de herramientas, técnicas específicas y pautas generales, que nos permitan enfrentarnos a ellos sin miedo. La mejor manera de aprender a resolver problemas eficazmente es resolver una cantidad suficiente. Este aprendizaje, como cualquier otro, lleva algún tiempo.

En general, a la hora de resolver problemas en matemáticas, seguiremos el siguiente esquema:

- Lectura y comprensión del enunciado.
- Análisis de los datos del enunciado. (A veces es importante ayudarse con un dibujo)
- Plantear las operaciones a realizar y realizarlas sin olvidar el orden de prioridad.
- Resolver el problema paso a paso intentando explicar los pasos seguidos para resolverlo y dando la solución pedida.
- Evaluar e interpretar los resultados. ¿Son lógicos? ¿se corresponden con lo pedido en el enunciado? ¿puedo comprobar si la solución es correcta?

Ejemplo

13.- Un rascacielos está formado por 16 sótanos, la planta baja y 130 pisos más. La altura de cada sótano es de dos metros mayor que la de cada piso. El sótano -4 está a una altura de -20 m. ¿Cuál es la altura del rascacielos?

Si el sótano -4 está a una altura de -20, eso quiere decir que cada sótano mide: $(-20):(-4) = +5$ metros

Como los pisos miden 2 metros menos que los sótanos, cada piso medirá: $\text{Piso} : 5 - 2 = 3$ metros

Y como tiene 130 pisos + el tejado: $131 \cdot 3 = 393$ metros

Así que el rascacielos mide 393 metros.

14.- Un examen consta de 50 preguntas, cada una con cuatro posibles respuestas. Por cada respuesta correcta se dan 3 puntos y por cada respuesta incorrecta se quita 1 punto. Las preguntas no respondidas no puntúan. Un alumno que respondió a 42 preguntas tiene 58 puntos. ¿Cuántos aciertos tuvo?

Las 8 preguntas que no contesta no se cuentan, así que razonaremos sobre las otras 42.

Si las hubiera acertado todas, tendría $42 \cdot 3 = 126$ puntos.

Cada pregunta que falla supone restar 4 puntos, 3 que no gana y 1 que pierde.

$$126 - 58 = 68 \text{ puntos menos que el máximo posible.}$$

Así que dividiendo podemos calcular las preguntas falladas.

$$68 : 4 = 17 \text{ preguntas falladas}$$

Y con ello las preguntas acertadas:

$$42 - 17 = 25 \text{ preguntas acertadas}$$

Así que, el alumno acertó 25 preguntas.

15.- Claudia sale de su casa y se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 5 plantas, después baja 3, vuelve a subir 4, baja 8, sube 7, baja 5 y por último baja 3, parándose en la segunda planta, ¿en qué planta vive Claudia?

Para calcular en que planta vive Claudia, vamos primero a calcular cuántos pisos ha subido o bajado tomando como positivos los pisos que sube y como negativos los que baja y después sumándolos todos:

$$+5 - 3 + 4 - 8 + 7 - 5 - 3 = -3$$

Quiere decir que, según nuestros cálculos, Claudia ha bajado tres plantas.

Si el enunciado dice que sale en la planta 2, entonces vive tres plantas más arriba de la segunda planta.

Por tanto, viven en la quinta planta.

2.05.- Ejercicios Resueltos

1.- La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera a razón de 9°C cada 800 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire arriba es de -81°C mientras que la temperatura en tierra es de 27°C ?

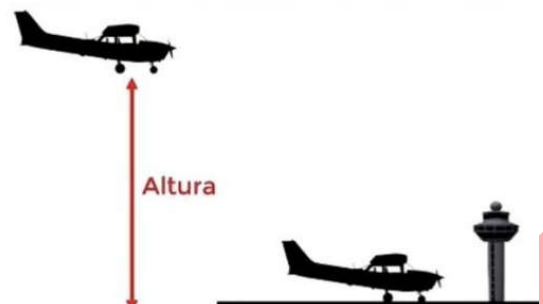
La diferencia de temperaturas entre arriba y abajo es:

$$T_{\text{Abajo}} - T_{\text{Arriba}} = 27 - (-81) = 27 + 81 = 108^\circ\text{C}$$

Como cada varía 9°C cada 800 metros, vamos a calcular cuantas veces varía 9 grados, dividiendo la diferencia de temperaturas, 108°C entre los 9°C :

$$108 : 9 = 12$$

Por tanto, 12 veces la temperatura varía 9°C .



Y con esto ya podemos calcular la altura del avión, multiplicando 800 metros por 12 veces:

$$800 \cdot 12 = 9.600 \text{ metros}$$

Por tanto, el avión vuela a 9.600 metros de altura.

2.- Asocia un número positivo o negativo a cada uno de los enunciados siguientes:

a) Mohamed tiene que pagar 1.100 euros.	- 1.100
b) Mariano cobra 350 euros.	+ 350
c) Vivo en el quinto piso.	+ 5
d) Tengo el coche aparcado en el tercer sótano.	- 3
e) Miguel debe 350 euros.	- 350
f) En granada están a 10 grados bajo cero.	-10 °C

3.- Representa en la recta numérica y ordena de menor a mayor:

$$+9, -3, -17, 0, +4, -7, +12$$



Como podemos ver en la recta numérica, los más pequeños son los que están más a la izquierda, por tanto:

$$-17 < -7 < -3 < 0 < 4 < 9 < 12$$

4.- Completa la siguiente tabla:

a	b	a + b	a - b
-5	+3	-2	-8
-8	-2	-10	-6
-6	+7	+1	-13
+4	+5	+9	-1

5.- Calcula el opuesto del opuesto del valor absoluto del opuesto de -23.

Sabemos que el opuesto le cambia de signo a un número, y el opuesto del opuesto no cambia nada:

$$Op(Op(|Op(-23)|)) = |Op(-23)|$$

Además, sabemos que el valor absoluto coge un número y lo pone positivo, por tanto:

$$Op(Op(|Op(-23)|)) = |Op(-23)| = |+23| = +23$$

Por tanto, el opuesto del opuesto del valor absoluto del opuesto de -23 es +23.

6.- Calcular: $Op(|9-2| - |-1-3| - |-2-2|) =$

$$Op(|9-2| - |-1-3| - |-2-2|) = Op(|7| - |-4| - |-4|) = Op(7-4-4) = Op(28-4) = Op(24) = -24$$

7.- Un edificio está formado por 4 sótanos, la planta baja y 11 pisos más. La altura de cada sótano es un metro mayor que la de cada piso. El sótano -4 está a una altura de -16 m. ¿Cuál es la altura del edificio? (1 punto)

Si el sótano 4 está a una profundidad de 16 metros, quiere esto decir que cada sótano mide:

$$16:4=4 \text{ metros}$$

4 metros de altura.

Si la altura de cada sótano mide 1 metro más que la de cada piso, la altura de cada piso es de 3 metros:

$$\text{Altura Piso} = 3m$$

$$\text{Altura Sótano} = 4m$$

Como el edificio tiene 11 plantas, el tejado sería la planta 12, así que el edificio mide $3 \cdot 12 = 36$ metros de altura.



El edificio mide 36 metros de altura.

8.- He viajado desde la ciudad de Motril donde la temperatura era de 11°C a Granada donde la temperatura es de -3°C . (1,5 puntos)

a) ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre ambas ciudades? (0,5 puntos)

$$\text{La diferencia de temperaturas viene dada por: } T_{\text{Granada}} - T_{\text{Motril}} = -3 - 11 = -14^\circ\text{C}$$

b) Si Granada está a 734 m de altura y Motril a 34 ¿cuantos metros tenemos que subir para que la temperatura baje un grado centígrado? (1 punto)

$$\text{La diferencia de altura entre ambas ciudades es: } h_{\text{Granada}} - h_{\text{Motril}} = 734 - 34 = 700 \text{ m}$$

Si dividimos la diferencia de alturas entre la diferencia de temperaturas, nos dará los metros que hay que subir para que la diferencia suba un grado: $700 : 14 = 50 \text{ m}$

Por tanto, la diferencia de temperaturas es de -14°C y hemos de subir 50 m para que la temperatura descienda en un grado.

9.- Un caracol se encuentra en el fondo de un pozo de 10 metros de altura. Empieza a escalarlo y cada día sube 3 metros. Pero por la noche se duerme y resbala, de forma que cae dos metros hacia abajo. ¿Cuántos días necesita para salir del pozo?



Alguien puede pensar que son diez días porque entre los 3 que sube y los 2 que baja cada noche el resultado es un metro al día. Ahora bien. Cuando lleve siete días habrá conseguido escalar siete metros y entonces al día siguiente llega a la superficie con los tres metros que avanza. Ya no hay que considerar los dos metros que retrocedería por la noche.

Por lo tanto, necesita 8 días.

2.06.- Autoevaluación

1.- Representa en la recta numérica los siguientes números:

$$-4, +5, -7, +2, -5, +3, -2$$

2.- Ordena de menor a mayor:

$$-7, +5, +3, 0, -4, -10, -1, 21, +35$$

3.- Expresa con números enteros:

- a) El coche está aparcado en el sótano 4.
- b) La altura de mi casa es de 12 metros.
- c) José le debe 15 € a su hermana María.
- d) Platón nació en el año 428 antes de Cristo.
- e) La temperatura es de 8 grados bajo cero.

4.- Calcula paso a paso:

a) $37 - 6 \cdot 5 - 5 + 56 : 7 =$

b) $(64 - 42) : 11 + 63 : (35 - 26) =$

c) $(3 - 8) + (5 - 3) + (2 - 6) - (3 + 4) - (1 + 7) =$

d) $(9 - 13) - [5 - (2 - 8 + 3) - (4 + 3)] =$

e) $(-20) : (-10) - 15 : (-5) + 8 \cdot 3 =$

f) $0 \cdot 12 + [6 - 6 \div 6] - 4 + 2 \cdot 1 + 3 =$

5.- María José llega a su edificio, se monta en el ascensor que está en la planta baja y toquetea todos los botones de forma que, el ascensor, sube 5 plantas, después baja 6, vuelve a subir 8, baja 5, sube 10, baja 4 y por último baja 5. La puerta se abre y Mónica entra en su casa. ¿En qué piso vive Mónica?

6.- Dados los siguientes números:

$$-12, +4, -3, +5, -6, +11, +8, -7$$

- a) Ordénalos de mayor a menor
- b) Representalos en la recta numérica
- c) Indica el opuesto de cada uno de ellos
- d) Indica el valor absoluto de cada uno de ellos

7.- En un pueblo un faro se enciende cada 18 segundos y otro cada 30. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán los dos faros?

8.- En una fiesta de cumpleaños se han preparado 25 litros de chocolate. ¿Cuántas tazas de un tercio de litro se pueden distribuir?

9.- Cada semana te dan 5 euros de paga, pero te gastas 3 euros. ¿Cuánto dinero tendrás acumulado dentro de 5 semanas, teniendo en cuenta que en una de ellas fue tu cumpleaños y te regalaron además 25 euros?

10.- La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera a razón de 9°C cada 300 metros. ¿A qué altura vuela un avión si la temperatura del aire ha variado -81°C y en tierra teníamos una temperatura de 27°C ?

11.- Una gaviota vuela a 21 metros de altura sobre el nivel del mar. Desciende 8 metros para buscar su alimento y cuando ha visto la presa, desciende 14 metros más. Una vez captura la presa eleva su altura hasta los 15 m.

- a) ¿A qué altura captura su presa?
- b) ¿Cuántos metros debe subir para llegar hasta la altura final?





www.intergranada.com