Números enteros

Los Números Enteros

Si tomamos el conjunto $\mathbb{N}$ de los **números naturales** y, por cada elemento distinto de cero, $+a$, añadimos otro con el signo negativo, $-a$, obtenemos un nuevo conjunto que se conoce como el conjunto de los **números enteros** y se designa por la letra $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{.....-2, -1, 0, 1, 2....\}$$

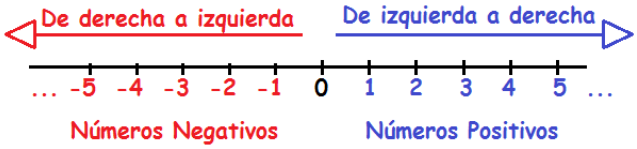
Expresa con números enteros:

a) El helicóptero vuela a 150 m. +150
b) Estoy flotando en el mar. 0
c) El termómetro marca 4 grados bajo cero. -4
d) El Everest mide 8.844 m. +8.844
e) Ana tiene una deuda de 46 €. -46

Representación en la recta numérica

Los enteros se representan ordenados en la **recta numérica.**

- ✓ Dibujamos una recta y ponemos el 0 en el centro.
- ✓ Colocamos los números positivos a la derecha del cero.
- ✓ Colocamos los números negativos a la izquierda del cero.



Valor Absoluto de un número

El **valor absoluto** de un número es el número que resulta de quitarle su signo. Se representa entre dos barras verticales y es siempre positivo.

$$|\pm a| = a \qquad |-5| = 5 \qquad |+8| = 8 \qquad |-13| = 13$$

Opuesto de un número

El **opuesto** de un número entero, a, es otro número entero con el mismo valor absoluto, pero con signo contrario. Se representa por Op(a).

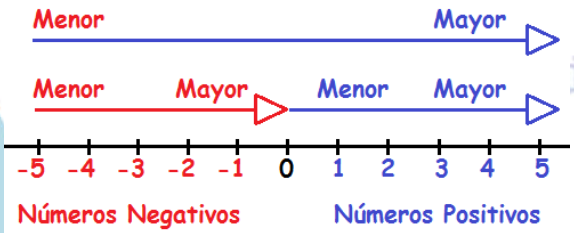
$$Op(\pm a) = \mp a \qquad Op(-7) = 7 \qquad Op(5) = -5$$

De forma reiterativa, el opuesto del opuesto es el mismo número:

$$Op(Op(a)) = Op(-a) = a \qquad Op(Op(-7)) = Op(7) = -7$$

Comparación de números enteros

Un número entero, a, es mayor que otro, b, cuando está situado más a la derecha que él en la recta numérica.



Representa en la recta numérica los números:

-7 +4 -1 2 0 8 -5 -2 6

Calcula:

a) $Op(Op(|-3|)) = Op(Op(3)) = Op(-3) = 3$

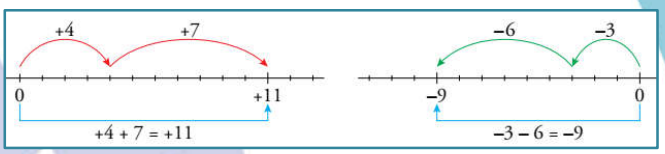
b) $|Op(|-4|)| = |Op(4)| = |-4| = 4$

¿Qué es mayor: el valor absoluto del opuesto de un número o el opuesto de su valor absoluto?

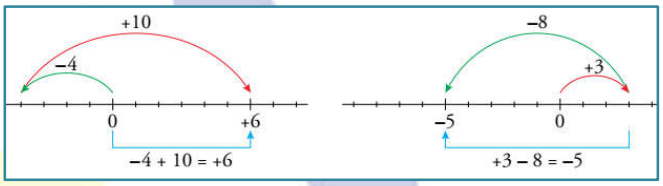
El valor absoluto de algo siempre es positivo, mientras que el opuesto de un valor absoluto es siempre negativo, por tanto, es mayor el valor absoluto del opuesto de un número.

Suma y resta de números enteros

Para sumar dos números enteros que tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se pone el signo que tenían los sumandos.



Para sumar dos enteros de distinto signo, se restan los valores absolutos y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.



Calcula:

$+8+4=+12$ $+8-4=+4$ $-8+4=-4$ $-8-4=-12$

Al suprimir un paréntesis, **un menos delante de un paréntesis** cambia todos los signos que haya dentro del paréntesis.

Realiza las siguientes operaciones con paréntesis:

a) $3-(8-7)=3-8+7=2$

b) $10-(4-7+8)=10-4+7-8=5$

Producto de números enteros

Para **multiplicar** dos números enteros primero se multiplican sus valores absolutos (los números sin su signo) y después, el resultado tendrá el signo + si los dos factores tienen el mismo signo, y signo – si tienen signos distintos.

Calcula:

$(+6)\cdot(+6)=+36$ $(+6)\cdot(-6)=-36$ $(+8)\cdot(-3)=-24$
$(-6)\cdot(+6)=-36$ $(-6)\cdot(-6)=+36$ $(-9)\cdot(+5)=-45$

Cociente de números enteros

Para **dividir** dos números enteros primero se dividen sus valores absolutos (los números sin su signo) y después, el resultado tendrá el signo + si los dos factores tienen el mismo signo, y signo – si tienen signos distintos.

Calcula:

$(+18):(+6)=+3$ $(+18):(-6)=-3$ $(+8)\cdot(-2)=-4$
$(-12):(+6)=-2$ $(-36):(-6)=+6$ $(-27)\cdot(+3)=-9$

Criterio de Signos

Producto	Cociente
+ × + = +	+ ÷ + = +
+ × − = −	+ ÷ − = −
− × + = −	− ÷ + = −
− × − = +	− ÷ − = +

Potencias de números enteros

Una **potencia** es la forma abreviada de expresar el producto de un número por sí mismo varias veces.

$$a^c = \underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdots\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a}_{\text{El producto de a por sí mismo se repite c veces}}$$

© www.intergranada.com

En una potencia, la **base** representa el factor que se repite, y el **exponente** las veces que se repite el producto.

- Si la **base es positiva**, el resultado es siempre positivo

$$\{(+)^{+} = + \quad \rightarrow \quad (+2)^2 = +4$$

- Si la **base es negativa**, el resultado depende del exponente:

$$\begin{cases}(-)^{par} = + & \rightarrow \quad (-2)^4 = +16 \\ (-)^{impar} = - & \rightarrow \quad (-3)^3 = -27\end{cases}$$

Ejemplos:

$3^4 = \underbrace{3\cdot3\cdot3\cdot3}_{\text{el 3 se repite 4 veces}} = +81$ $\qquad (-2)^5 = \underbrace{(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)}_{\text{el (-2) se repite 5 veces}} = -32$

Operaciones Combinadas con números enteros

- Para realizar operaciones combinadas con números enteros sin cometer errores es conveniente establecer un **orden de prioridad** en las operaciones.

Orden de prioridad en las operaciones

1. Efectuar las operaciones entre paréntesis y corchetes del interior al exterior.
2. Efectuar las potencias y raíces cuadradas (si las hubiera).
3. Efectuar los productos y cocientes.
4. Realizar las sumas y restas.

Cuando tengamos operaciones de igual prioridad se ejecutan de manera natural, es decir, de izquierda a derecha.

Calcula:

a) $(4-1)\cdot 3+4-16\div 2 = (3)\cdot 3+4-8 = 9+4-8 = 13-8 = 5$

b) $8+(4-9+7)\cdot 2+4\cdot(3-8+4) = 8+(+2)\cdot 2+4\cdot(-1) = 8+4-4 = 8$

c) $(3+7)\div 2-35\div(10-3) = (10)\div 2-35\div(7) = 5-5 = 0$

d) $\left[3\cdot\left(5^2-\sqrt{16}\right)\cdot 2^2\right]:\left(2\cdot\sqrt{49}\right) = \left[3\cdot(25-4)\cdot 4\right]:(2\cdot 7) =$

$= \left[3\cdot(21)\cdot 4\right]:(14) = (3\cdot 21\cdot 4):14 = 252:14 = 18$

e) $\sqrt{36}-3\cdot(3-5)+3^2-4^0+5^9:5^7 = 6-3\cdot(-2)+9-1+5^2 =$

$= 6+6+9-1+25 = 45$

f) $\left[\left(2^6:8\right)\cdot 3\right]:12+\left(\sqrt{49}-5\right):2 = \left[\left(2^6:2^3\right)\cdot 3\right]:12+(7-5):2 =$

$= \left[2^3\cdot 3\right]:12+(2):2 = 24:12+1 = 2+1 = 3$

g) $(-4)^3+(-3)^2-(-2)^4 = -64+9-16 = -71$

h) $(-3)^5:(-3)^3-(-2)^2+\left(-2^0\right) = (-3)^2-3-1 = 9-3-1 = 5$

Resolución de problemas

A la hora de resolver problemas en matemáticas, seguiremos los pasos siguientes:

a) Lectura y comprensión del enunciado.
b) Análisis de los datos del enunciado. (A veces es importante ayudarse con un dibujo)
c) Plantear las operaciones a realizar y realizarlas sin olvidar el orden de prioridad.
d) Resolver el problema paso a paso intentando explicar los pasos seguidos para resolverlo y dando la solución pedida.
e) Evaluar e interpretar los resultados. ¿Son lógicos? ¿se corresponden con lo pedido en el enunciado? ¿puedo comprobar si la solución es correcta?

Hemos comprado un camión congelador que estaba, al ponerlo en marcha, a 25 °C. Al cabo de 4 horas estaba a – 7 °C. ¿Cuántos grados bajó cada hora? Escribir la operación matemática que os ha llevado a ese resultado.

Si de 25° bajó a -7 °C, en total bajó: $25-(-7) = 25+7 = 32°\ C$

Como tardó cuatro horas para bajar 32 grados, para calcular cuántos grados bajó cada hora, bastaría con dividir 32 entre 4: $32:8 = 4°\ C$

Así que cada hora bajó 4 grados centígrados, 4°C

La temperatura en Granada a las 5 de la mañana era de – 3° C. A mediodía, con la salida del sol experimentó una subida de 9° C, a las 4 de la tarde bajó 3° C y poco después una nevada repentina hizo que descendiera 12° C. ¿Cuál era la temperatura después de la nevada?

Vamos a ir sumando todas las temperaturas; los aumentos los tomaremos como positivos y las bajadas de temperatura como negativas, de esta forma, podemos escribir:

$$-3+9-3-12 = -6$$

La temperatura después de la tormenta era de 6 grados bajo cero. -6 °C

Claudia sale de su casa y se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 5 plantas, después baja 3, vuelve a subir 4, baja 8, sube 7, baja 5 y por último baja 3, parándose en la segunda planta.

a) ¿En qué planta vive Claudia?

Para calcular en que planta vive Claudia, vamos primero a calcular cuántos pisos ha subido o bajado tomando como positivos los pisos que sube y como negativos los que baja y después sumándolos todos:

$$+5-3+4-8+7-5-3 = -3$$

Quiere decir que, según nuestros cálculos, Claudia ha bajado tres plantas. Si el enunciado dice que sale en la planta 2, entonces vive tres plantas más arriba de la segunda planta.

Por tanto, viven en la quinta planta.

Si Claudia vive en la quinta planta y sube cinco llega hasta la décima planta **(5+5=10)**, si baja tres se queda en la séptima **(10-3=7)**, si vuelve a subir 4 llega hasta la undécima **(7+4=11)**, si baja 8 llega a la tercera planta **(11-8=3)**, si vuelve a subir 7 llega de nuevo a la décima planta **(3+7=10)** y si, para terminar, baja cinco y luego tres más se queda en la segunda **(10-5-3=2)**.

La planta más alta a la que llega es a la undécima planta o planta 11.

Completa la siguiente tabla:

a	b	a + b	a – b
-5	+3	-2	-8
-8	-2	-10	-6
-6	+7	+1	-13
+4	+5	+9	-1

El termómetro de la cámara frigorífica de una gran superficie marca –20 °C de temperatura. Si se apaga, la temperatura sube 4 °C cada 2 horas, ¿cuánto tiempo tardará en alcanzar la temperatura de 20 °C?

Si la cámara estaba a la temperatura de -20°C y al final llega a 20°C, la temperatura de la cámara ha subido:

$$20-(-20) = 20+20 = 40\ °C$$

Si cada 2 horas sube 4 °C, entonces cada hora subirá 2 °C.

Por tanto, si dividimos 40 entre 2, obtendremos las horas que tardará en alcanzar dicha temperatura:

$$\frac{40\ °C}{2\ °C\ /\ hora} = \frac{40\ \cancel{°C}}{2\ \cancel{°C}\ /\ hora} = 20\ horas$$

Por tanto, tardará 20 horas.