

INTERPRETAR Y ELABORAR TABLAS DE FRECUENCIAS

Nombre: Curso: Fecha:

Cuando recogemos una serie de datos o anotamos las respuestas de una pregunta, escribimos esos datos en tablas para analizarlos, organizarlos y emitir una serie de opiniones y conclusiones. Esos datos se llaman **datos estadísticos**, y la ciencia que se ocupa de realizar estas investigaciones es la **Estadística**.

EJEMPLO

En una clase de 24 alumnos de 1.º ESO las calificaciones obtenidas en el examen de Lengua han sido: 4, 6, 7, 3, 6, 8, 5, 9, 2, 7, 5, 8, 7, 5, 4, 7, 8, 4, 6, 5, 8, 7, 3 y 10.

Notas	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
2	I	1	1/24
3	II	2	2/24
4	III	3	3/24
5	IIII	4	4/24
6	III	3	3/24
7	IIII	5	5/24
8	IIII	4	4/24
9	I	1	1/24
10	I	1	1/24
Total		24	24/24 = 1

Frecuencia absoluta

Es el número de veces que se repite el dato.

Frecuencia relativa

Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos, e indica la relación del dato con respecto al total de datos.

- La suma de frecuencias absolutas es el número total de datos: $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 5 + 4 + 1 + 1 = 24$
- La suma de las frecuencias relativas es la unidad.

$$\frac{1}{24} + \frac{2}{24} + \frac{3}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} + \frac{5}{24} + \frac{4}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{24}{24} = 1$$

ACTIVIDADES

- 1 Se ha preguntado a 50 alumnos del primer ciclo de ESO la edad, que tienen, y se han obtenido los siguientes datos: 12, 13, 12, 14, 13, 15, 13, 12, 14, 15, 13, 12, 14, 15, 13, 12, 16, 14, 15, 13, 14, 15, 12, 16, 12, 14, 15, 13, 12, 13, 15, 16, 14, 15, 13, 14, 15, 15, 13, 14, 15, 12, 16, 12, 13, 12, 14, 15, 13 y 12. Completa la tabla.

- Suma todas las frecuencias absolutas.
- Suma todas las frecuencias relativas.
- ¿Cuál es la edad que más se repite?
- ¿Cuál es la edad que menos se repite?

Edades	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
12			
13			
14			
15			
16			
Total			

INTERPRETAR Y ELABORAR TABLAS DE FRECUENCIAS

Nombre: Curso: Fecha:

- 2 Las temperaturas medias diarias (en °C) durante el mes de diciembre han sido:

+11, -2, +8, +2, -1, +6, +8, +4, +8, +9, +2, +6, +2, +4, +8, -1,
+9, +6, +9, +6, +8, +4, +8, -2, +4, -1, -2, +1, +6, +2, +8

Completa la siguiente tabla.

Temperatura (°C)	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
-1			
-2			
+1			
Total			

En ocasiones, los datos que recogemos no son numéricos, sino que responden a **valores cualitativos**, es decir, a características o valores que no son números, sino cualidades.

- 3 Natalia ha preguntado en los cursos de 1.º ESO A, B y C sobre el tipo de música que prefieren sus compañeros. Los datos los ha reflejado en la siguiente tabla. Completa los valores que faltan.

Tipo de música	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Rock	16	
Pop		$\frac{21}{75}$
Bakalao		
Tecno	18	
Melódica		$\frac{9}{75}$
Total	75	

ELABORAR GRÁFICOS PARA REPRESENTAR UN CONJUNTO DE DATOS

Nombre: Curso: Fecha:

Los datos estadísticos se representan mediante **gráficos**, que nos ayudan a visualizar e interpretar la información recogida.

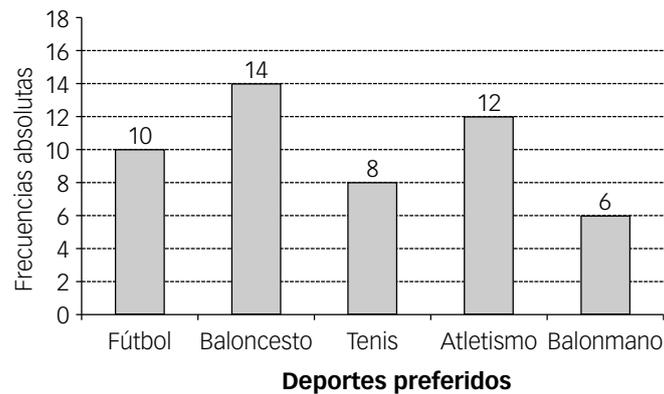
DIAGRAMA DE BARRAS

- Para hacerlo utilizamos un sistema de ejes. En el eje horizontal representamos los datos, y en el vertical, las frecuencias absolutas.
- La frecuencia que corresponde a cada dato se representa por una barra. En ocasiones se puede mostrar la frecuencia sobre la barra.

EJEMPLO

En el curso de 1.º ESO los deportes favoritos de los alumnos son:

Deportes	Fútbol	Baloncesto	Tenis	Atletismo	Balonmano
Frecuencia	10	14	8	12	6

**ACTIVIDADES**

- 1** Entre los alumnos de 1.º ESO se ha realizado una encuesta sobre el tipo de programas de televisión preferido, y se han obtenido los resultados de la tabla. Representalos en un diagrama de barras.

Programa TV	Deportivos	Musicales	Culturales	Películas	Concursos
Frecuencia absoluta	16	10	4	8	12

ELABORAR GRÁFICOS PARA REPRESENTAR UN CONJUNTO DE DATOS

Nombre: Curso: Fecha:

- 2 Las edades de 24 alumnos de ESO que participan en competiciones deportivas son:

**16, 14, 15, 13, 14, 15, 12, 16, 12, 13, 12, 14, 13, 15, 13,
12, 14, 15, 13, 12, 14, 15, 13, 12**

- a) Forma una tabla de frecuencias.
b) Representa los datos en un diagrama de barras.

- 3 En una clase de 25 alumnos se ha realizado una encuesta para conocer el número de hermanos que tienen. Los resultados han sido:

0, 1, 3, 4, 2, 2, 1, 4, 5, 2, 0, 1, 1, 3, 2, 2, 4, 3, 2, 6, 0, 1, 2, 3, 2

- a) Forma una tabla de frecuencias.
b) Representa los datos en un diagrama de barras.

- 4 Se ha lanzado 100 veces un dado de parchís. Los resultados obtenidos en los lanzamientos vienen indicados en la tabla. Representálos en un diagrama de barras.

Caras	Frecuencia absoluta
1	12
2	14
3	16
4	18
5	20
6	20
Total	100

ELABORAR GRÁFICOS PARA REPRESENTAR UN CONJUNTO DE DATOS

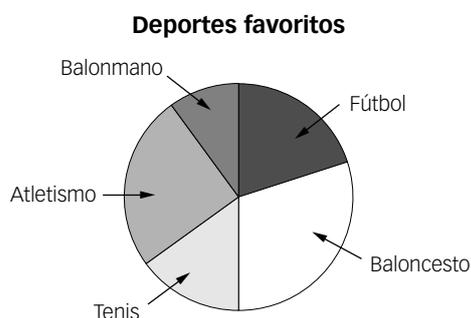
Nombre: Curso: Fecha: **DIAGRAMA DE SECTORES**

Los datos se representan en un círculo. Cada sector representa un valor de la variable. El ángulo de cada sector circular es proporcional a la frecuencia absoluta de cada dato.

EJEMPLO

Los deportes favoritos de 40 alumnos son:

Deporte	Frecuencia
Fútbol	8
Baloncesto	12
Tenis	6
Atletismo	10
Balonmano	4
Total	40



- 5 Para hallar el ángulo de cada sector utilizamos el siguiente procedimiento.

Dividimos el círculo completo (360°), en tantas partes como frecuencias absolutas hay (40); multiplicamos el resultado por cada frecuencia absoluta y con el transportador se halla cada sector circular.

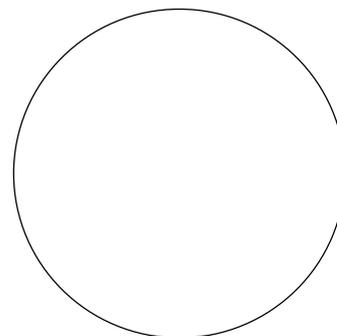
A cada parte le corresponden $360^\circ : 40 = 9^\circ$.

Completa la tabla.

Deporte	Frecuencia	Sector circular ($^\circ$)
Fútbol	8	$9^\circ \cdot 8 = 72^\circ$
Baloncesto	12	$9^\circ \cdot 12 = \dots\dots$
Tenis	6	$9^\circ \cdot \dots\dots = \dots\dots$
Atletismo	10	$9^\circ \cdot \dots\dots = \dots\dots$
Balonmano	4	$9^\circ \cdot 4 = 36^\circ$
Total	40	$\dots\dots = 360^\circ$

- 6 El destino vacacional de 90 familias ha sido el siguiente.

Destino	Frecuencia	Sector circular ($^\circ$)
Playa	26	
Montaña	22	
Turismo rural	18	
Circuitos	10	
Extranjero	8	
Otros destinos	6	
Total	90	360°



Completa la tabla y representa los datos mediante un diagrama de sectores.

DISTINGUIR ENTRE EXPERIMENTO ALEATORIO Y DETERMINISTA

Nombre: Curso: Fecha:

Un **experimento determinista** es aquel experimento que una vez estudiado podemos predecir, es decir, saber lo que sucederá antes de que ocurra.

Por ejemplo:

- Si ponemos un recipiente con agua a calentar, sabemos que a 100 °C el agua hervirá.
- Si un coche circula a 100 km/h, y tarda en hacer un trayecto 2 horas, habrá recorrido 200 km.

Para expresar los resultados de experimentos deterministas se suele emplear la frase:

«Es seguro que...».

Un **experimento aleatorio** es aquel cuyo resultado no se puede predecir, es decir, por muchas veces que repitamos el experimento en igualdad de condiciones, no se conoce el resultado.

El lenguaje utilizado para expresar experimentos aleatorios está relacionado con situaciones de incertidumbre, ya que se trata de situaciones de azar: «Es más probable que, es igual de probable que salga, es imposible, es poco probable, es más seguro, es improbable, es casi seguro...».

Por ejemplo:

- Si lanzamos un dado, no podemos predecir el número que saldrá.
- Cuando sacamos una bola de una caja que contiene bolas de diferentes colores, no podemos predecir el color que obtendremos.

ACTIVIDADES

1 Clasifica los siguientes experimentos. Si el experimento es aleatorio, escribe un posible resultado.

Experimento	Determinista	Aleatorio	
Lanzar un dado		×	Sacar un 3
El resultado de dividir 10 entre 2	×		
En una caída libre de 5 metros, conocer la velocidad que se alcanza			
Lanzar una moneda al aire			
Sacar una carta de una baraja española			
Saber la fecha de tu nacimiento			
Sacar una ficha roja de una caja donde hay 20 fichas rojas y 5 fichas azules			
Al lanzar un dado, obtener una puntuación mayor que 5			
El resultado de elevar un número al cuadrado			
El tiempo que va a hacer mañana			

2 Escribe dos experimentos deterministas y dos aleatorios, de tu vida cotidiana.

OBTENER EL ESPACIO MUESTRAL DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO

Nombre: Curso: Fecha:

- El **espacio muestral** es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se representa por E .
- Cada uno de los resultados posibles se denomina **suceso elemental**.

EJEMPLO

Experimento	Espacio muestral	Sucesos elementales
Lanzar una moneda	$E = \{\text{cara, cruz}\}$	cara (c) y cruz (x)
Lanzar un dado	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	1, 2, 3, 4, 5 y 6

↑
Todos los resultados posibles.

↑
Cada uno de los resultados posibles.

ACTIVIDADES

- Se tiene un dado en forma de tetraedro (ocho caras numeradas del 1 al 8).
 - ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?
 - ¿Cuáles son los sucesos elementales del experimento aleatorio que consiste en tirar el dado?
- Determina el espacio muestral de un experimento que consiste en sacar tres bolas, sin introducir la bola que se saca, de una urna que contiene tres bolas numeradas de 1 a 3.
- Di cuál es el espacio muestral de un experimento que consiste en sacar dos bolas, sin introducir la bola que se saca, de una urna que contiene dos bolas numeradas como 1 y 2.
- Se lanzan dos dados y se suman los puntos. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener? Forma el espacio muestral.

OBTENER SUCESOS ELEMENTALES, EL SUCESO SEGURO Y EL SUCESO IMPOSIBLE

Nombre: Curso: Fecha:

- Un **suceso** está formado por uno o varios sucesos elementales.
- El **suceso seguro** está formado por todos los resultados posibles (sucesos elementales). Se verifica siempre.
- El **suceso imposible** no contiene ningún suceso elemental. Nunca se verifica.

EJEMPLO

En el experimento de lanzar un dado al aire, un **suceso seguro** es obtener un número menor que 7 y un **suceso imposible** es obtener el número 30.

ACTIVIDADES

- Se tiene una baraja de cartas española. Realizamos el experimento de sacar una carta. Escribe los sucesos elementales.
 - Sacar oros.
 - Sacar un 5.
 - Sacar una figura.
 - Sacar bastos.
- Se tienen ocho cartas numeradas del 1 al 8. Realizamos el experimento aleatorio de sacar una carta. Escribe los sucesos elementales.
 - Obtener número par.
 - Obtener múltiplo de 3.
 - Obtener número mayor que 4.
- De los siguientes experimentos, indica qué sucesos son seguros y cuáles son imposibles.

Experimento	Suceso seguro	Suceso imposible
De una baraja española de 40 cartas, sacar picas		
En una bolsa con 2 bolas rojas y 3 verdes, obtener una bola azul		
En una caja con fichas numeradas del 1 al 4, obtener una ficha con un número menor que 5		
Al lanzar un dado al aire, obtener un número mayor que 6		
Al tirar dos dados al aire y sumar la puntuación de sus caras, obtener 0		
Al tirar dos dados al aire y sumar la puntuación de sus caras, obtener 3		
Al tirar dos dados al aire y multiplicar la puntuación de sus caras, obtener 40		

CALCULAR LA PROBABILIDAD DE UN SUCESO

Nombre: Curso: Fecha:

La **probabilidad de un suceso** es el número al que se aproxima la frecuencia relativa de ese suceso conforme aumenta el número de veces de repeticiones de un experimento aleatorio.

EJEMPLO

Se lanza un dado de cuatro caras y se anotan las veces que aparece la cara 1.

Lanzamientos	20	40	60	80	100
f_i	7	11	15	18	27
h_i	0,35	0,275	0,25	0,225	0,27

Observa que el número al que se aproxima la frecuencia del suceso «aparecer cara 1» es 0,25. Por tanto, la probabilidad de obtener cara 1 al lanzar un dado de cuatro caras es $P = 0,25$.

ACTIVIDADES

- 1 Tira una moneda 25 veces y completa la tabla.

	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
CARA			
CRUZ			

- a) ¿Son las frecuencias relativas números próximos a 0,5? b) ¿Qué consecuencias obtienes?

REGLA DE LAPLACE

Cuando todos los **sucesos elementales** de un experimento aleatorio son **equiprobables**, la probabilidad de un suceso A es el cociente del número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles.

Esta expresión es la **regla de Laplace**: $P(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$

EJEMPLO

Se lanza un dado de seis caras al aire. El espacio muestral es: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
Calcula las siguientes probabilidades.

Sucesos	Casos favorables	Casos posibles	$p = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$
Salir número par	{2, 4, 6}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \frac{3}{6}$
Salir número par o menor que 5 (Se puede dar cualquiera de las opciones: número par o menor que 5)	{1, 2, 3, 4}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \frac{4}{6}$
Salir número par y 4 (Se tienen que dar las dos opciones a la vez: número par y 4)	{4}	{1, 2, 3, 4, 5, 6}	$P = \frac{1}{6}$

CALCULAR LA PROBABILIDAD DE UN SUCESO

Nombre: Curso: Fecha:

2 Hacemos quinielas con un dado de tres caras con el 1, dos caras con la X y la otra cara con el 2. Tras lanzar el dado, halla mediante la regla de Laplace (son sucesos elementales equiprobables).

- a) El espacio muestral: $E = \dots$
- b) La probabilidad de obtener 1.
- c) La probabilidad de obtener X.
- d) La probabilidad de obtener 2.

3 Una urna contiene 4 bolas: 1 roja, 1 azul, 1 verde y 1 blanca. Si se sacan 2 bolas a la vez, halla.

- a) El espacio muestral: $E = \dots$
- b) La probabilidad de que una bola sea blanca y la otra roja.
- c) La probabilidad de que las dos bolas sean rojas.
- d) La probabilidad de que ninguna de las dos bolas sea blanca.

4 Se saca una carta de una baraja española de 40 cartas. Mediante la regla de Laplace, halla la probabilidad de obtener.

- a) Un rey.
- b) Oros.
- c) Un 4 o un 6.
- d) El rey de oros.
- e) Una carta que no sea de copas.
- f) Una figura de bastos.
- g) Una carta que no sea figura.
- h) Una carta menor que 5.

5 En una comida hay 28 hombres y 32 mujeres. Han tomado carne 16 hombres y 20 mujeres, y el resto ha tomado pescado. Completa la tabla, considerando que elegimos una persona al azar.

	Carne	Pescado	Suma
Hombres	16		28
Mujeres	20		32
Suma	36		

- a) ¿Qué probabilidad hay de que sea hombre?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya tomado pescado?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y haya tomado pescado?

6 Si se lanzan dos dados y se suman los puntos obtenidos, halla.

- a) El espacio muestral: $E = \dots$
- b) La probabilidad de que la suma sea 3.
- c) La probabilidad de que la suma sea 7.
- d) La probabilidad de que la suma sea superior a 10.
- e) La probabilidad de que la suma sea 4 o 5.