

COMPRENDER Y APLICAR LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Nombre: Curso: Fecha:

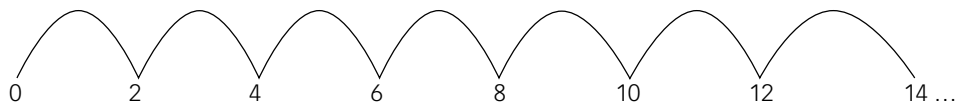
Los **criterios de divisibilidad** son una serie de normas que permiten saber si un número es divisible por 2, 3, 5, 10...

A continuación, vamos a hallar estos criterios.

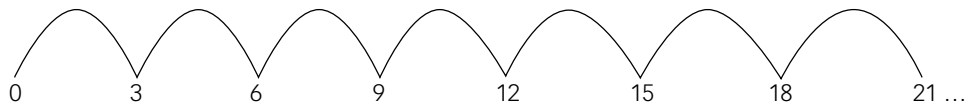
EJEMPLO



Un atleta recorre una distancia en saltos de 2 metros.



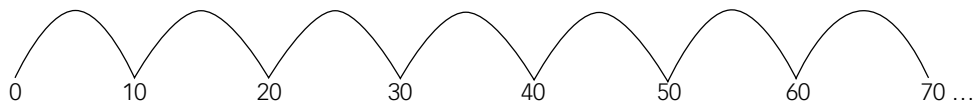
Una rana recorre una distancia en saltos de 3 metros.



Una garza recorre una distancia en saltos de 5 metros.



Un canguro recorre una distancia en saltos de 10 metros.



- Los saltos del atleta tienen algo en común: al dividirlos entre 2, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 2 y la distancia entre ellos es la misma, 2 metros.

Los números que acaban en 0, 2, 4, 6 y 8 son divisibles por 2. Esta es la regla de **divisibilidad por 2**.

- Los saltos de la rana tienen algo en común: al dividirlos entre 3, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 3 y la distancia entre ellos es la misma, 3 metros.

Observa que **si sumamos sus cifras, el número obtenido es múltiplo de 3**. Esta es la regla de **divisibilidad por 3**.

3, 12, 21... Sus cifras suman 3, que es múltiplo de 3.

6, 15, 24... Sus cifras suman 6, que es múltiplo de 3.

9, 18, 27... Sus cifras suman 9, que es múltiplo de 3.

- Los saltos de la garza tienen algo en común: al dividirlos entre 5, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 5 y la distancia entre ellos es la misma, 5 metros.

Los números que acaban en 0 o en 5 son divisibles por 5. Esta es la regla de **divisibilidad por 5**.

- Los saltos del canguro tienen algo en común: al dividirlos entre 10, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 10 y la distancia entre ellos es la misma, 10 metros.

Los números que acaban en 0 son divisibles por 10. Esta es la regla de **divisibilidad por 10**.

COMPRENDER Y APLICAR LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Nombre: Curso: Fecha:

ACTIVIDADES

- 1** Indica cuál de los números cumple los criterios de divisibilidad de la tabla (algunos números pueden serlo por varios).

	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 10
18				
35				
40				
84				
100				
150				
1038				
480				
1002				
5027				

- 2** De los números 230, 496, 520, 2080, 2100, 2745 y 455, di:

- ¿Cuáles son múltiplos de 2?
- ¿Cuáles son múltiplos de 3?
- ¿Cuáles son múltiplos de 5?
- ¿Cuáles son múltiplos de 10?

- 3** Completa la cifra que falta en cada número para que se cumpla el criterio de divisibilidad que se indica (pueden existir varias soluciones).

	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5	Divisible por 10
36....	364	369	365	360
3502....				
9....6			No puede ser. No acaba en 0 ni en...	
14....0				
88....5				
43....79	No puede ser. No acaba en 0, ni en 2...			

IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

Nombre: Curso: Fecha:

Los **múltiplos** de un número son aquellos que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4, 5... es decir, por los números naturales.

Múltiplos de 4 \longrightarrow 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28...

EJEMPLO

En una tienda de deportes las pelotas de tenis se venden en botes de 3 unidades.

¿Cuántas pelotas puedo comprar?

1 bote 2 botes 3 botes 4 botes 5 botes ...
 $3 \cdot 1 = 3$ $3 \cdot 2 = 6$ $3 \cdot 3 = 9$ $3 \cdot 4 = 12$ $3 \cdot 5 = 15 \dots$

Se pueden comprar 3, 6, 9, 12, 15... pelotas.

Los números 3, 6, 9, 12, 15... son múltiplos de 3.

ACTIVIDADES

1 Completa la siguiente tabla.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2										
4								32		
6				24						
8		16								
10									90	

2 Escribe los números que faltan (en algunos apartados pueden existir varias soluciones).

- a) 28 es múltiplo de 4 porque $28 = 4 \cdot \dots$
 b) 35 es múltiplo de \dots porque $\dots = \dots \cdot 7$
 c) \dots es múltiplo de 6 porque $\dots = \dots \cdot \dots$
 d) \dots es múltiplo de 8 porque $\dots = 8 \cdot \dots$
 e) 30 es múltiplo de 10 porque $30 = 10 \cdot \dots$
 f) 54 es múltiplo de \dots porque $\dots = \dots \cdot \dots$

3 Juan acude a unos grandes almacenes y observa que algunos artículos se venden de la siguiente forma.

- Las cintas de vídeo en paquetes de 3 unidades.
- Los lápices en bolsas de 2 unidades.
- Los disquetes en cajas de 10 unidades.
- Los CD en grupos de 5 unidades.

¿Cuántas unidades de cada artículo podríamos comprar?

IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

Nombre: _____

Curso: _____

Fecha: _____

Los **divisores** de un número son los que dividen dicho número un número exacto de veces.

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 6} \\ 0 \ 4 \ \text{veces} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 5} \\ 4 \ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 8} \\ 0 \ 3 \ \text{veces} \end{array}$$

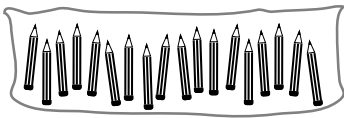
$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 7} \\ 3 \ 3 \end{array}$$

6 y 8 son divisores de 24 porque dividen exactamente a 24.

La división entre ellos es exacta ya que su resto es cero.

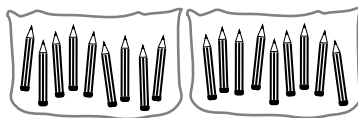
EJEMPLO

Quiero guardar 18 lapiceros en bolsas, de modo que cada una de ellas contenga la misma cantidad de lapiceros sin que sobre ninguno. Tengo que ordenarlos y agruparlos de las siguientes maneras.



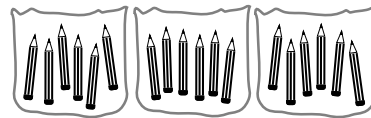
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 1} \\ 08 \ 18 \\ 0 \end{array}$$

1 bolsa de 18 lapiceros



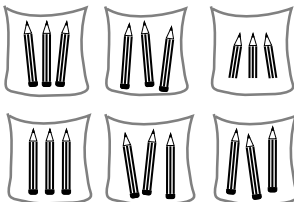
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 2} \\ 0 \ 9 \end{array}$$

2 bolsas de 9 lapiceros



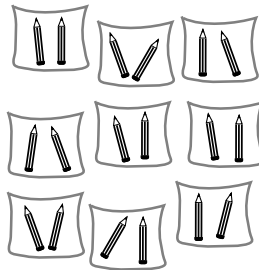
$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 3} \\ 0 \ 6 \end{array}$$

3 bolsas de 6 lapiceros



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 6} \\ 0 \ 3 \end{array}$$

6 bolsas de 3 lapiceros



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 9} \\ 0 \ 2 \end{array}$$

9 bolsas de 2 lapiceros



$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 18} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

18 bolsas de 1 lapicero

- Los números 1, 2, 3, 6, 9, 18 son divisores de 18.
- Los lapiceros están agrupados en bolsas con igual cantidad de ellos.
- La división es exacta, no sobra nada:

1 es divisor de 18 porque $18 : 1 = 18$ y el resto es 0.

2 es divisor de 18 porque $18 : 2 = 9$ y el resto es 0.

3 es divisor de 18 porque $18 : 3 = 6$ y el resto es 0.

6 es divisor de 18 porque $18 : 6 = 3$ y el resto es 0.

9 es divisor de 18 porque $18 : 9 = 2$ y el resto es 0.

18 es divisor de 18 porque $18 : 18 = 1$ y el resto es 0.

IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

Nombre: Curso: Fecha: **4** Completa la siguiente tabla.

	12 : 1	12 : 2	12 : 3	12 : 4	12 : 5	12 : 6	12 : 7	12 : 8	12 : 9	12 : 10	12 : 11	12 : 12
División												
Cociente												
Resto												

5 Tacha aquellos números que no sean:

Divisores de 5 = 1, 3, 5

Divisores de 25 = 1, 3, 5, 10, 20, 25

Divisores de 9 = 1, 2, 3, 6, 9

Divisores de 48 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 16, 20, 24, 30, 45, 48

Divisores de 11 = 1, 3, 9, 11

Divisores de 100 = 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 40, 50, 60, 75, 90, 100

6 Indica si son verdaderas o falsas las afirmaciones y razona tu respuesta.

El número 15 es:

a) Múltiplo de 5 V o F porque $5 \cdot \dots = \dots$ b) Divisor de 10 V o F porque \dots c) Múltiplo de 6 V o F porque \dots d) Divisor de 45 V o F porque \dots

Para **calcular todos los divisores de un número** lo dividimos entre los números naturales menores e iguales que él. Los números que hacen que la división sea exacta son sus divisores.

7 Halla todos los divisores de:

a) 18

d) 20

b) 22

e) 16

c) 15

f) 14

8 En la clase de Educación Física hay 24 alumnos. ¿De cuántas maneras se podrán formar grupos iguales de alumnos sin que sobre ninguno? Razona tu respuesta.

IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

Nombre: Curso: Fecha:

Múltiplo y divisor son dos conceptos relacionados entre sí. En una división exacta de dos números decimos que existe una **relación de divisibilidad**.

- El número mayor es **múltiplo** del menor.
- El número menor es **divisor** del mayor.

$48 : 8 = 6$	→	<p>48 es múltiplo de 8, porque $48 = 8 \cdot 6$.</p> <p>8 es divisor de 48, porque 8 divide un número exacto de veces a 48 (6 veces).</p>
$48 : 6 = 8$	→	<p>48 es múltiplo de 6, porque $48 = 6 \cdot 8$.</p> <p>6 es divisor de 48, porque 6 divide un número exacto de veces a 48 (8 veces).</p>

9 Completa con la palabra adecuada, múltiplo o divisor.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a) 25 es de 5 | d) 11 es de 33 |
| b) 60 es de 120 | e) 100 es de 25 |
| c) 16 es de 8 | f) 7 es de 63 |

10 Dados los números 15, 10, 1, 25, 5, 8, 20, 45, 2, 12, indica cuáles son:

- a) Divisores de 50.
- b) Múltiplos de 3.

11 Observa estos números: 9, 25, 15, 20, 48, 100, 45, 5, 2, 22, 3.

Forma, al menos, 4 parejas que verifiquen la relación de divisibilidad.

RECONOCER NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS. FACTORIZAR UN NÚMERO

Nombre: Curso: Fecha:

Número primo: solo tiene dos divisores, él mismo y la unidad.

Número compuesto: tiene más de dos divisores.

EJEMPLO

Los 5 jugadores de un equipo de baloncesto quieren saber de cuántas maneras pueden formar grupos iguales para realizar sus entrenamientos.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 1} \\ 0 \ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 2} \\ 1 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 3} \\ 2 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 4} \\ 1 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

Se pueden agrupar en conjuntos de 1 y de 5 jugadores.

El número 5 solo tiene dos divisores: 5 y 1 (él mismo y la unidad). Se dice que es un número primo.

De igual manera ocurre con los 7 jugadores de un equipo de balonmano.

El número 7 solo tiene dos divisores: 7 y 1. Es un número primo.

Tengo 8 libros para colocar en una estantería. ¿Cuántos grupos iguales de ellos puedo formar?

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 1} \\ 0 \ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 2} \\ 0 \ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 3} \\ 2 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 4} \\ 0 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 5} \\ 3 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 6} \\ 2 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 7} \\ 1 \ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 8} \\ 0 \ 1 \end{array}$$

Los puedo colocar en grupos de 1, 2, 4 y 8 libros.

El número 8 tiene varios divisores. Se dice que es un número compuesto.

ACTIVIDADES

- 1 Halla los números primos que hay desde 100 hasta 129 (escríbelos en rojo).

100	101	102						
110	111			115				
							127	

- 2 Clasifica los números en primos o compuestos: 6, 15, 7, 24, 13, 2, 20, 11 y 10.

- a) Números primos:
b) Números compuestos:

- 3 Un equipo de fútbol tiene 11 jugadores.

- a) ¿De cuántas maneras se pueden colocar formando grupos iguales de jugadores?
b) Si se une al entrenamiento otro jugador, ¿cómo se agruparían?

RECONOCER NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS. FACTORIZAR UN NÚMERO

Nombre: Curso: Fecha:

Descomponer un número en factores es expresarlo como un producto de varios números.

Un número primo solo admite una descomposición en factores, mientras que un número compuesto puede tener más de una.

Como 13 es un número primo solo se puede descomponer en factores como $13 \cdot 1$.

En cambio, 32 es un número compuesto y admite más de una descomposición en factores:

$32 = 8 \cdot 4 = 2 \cdot 16 \rightarrow$ Dos descomposiciones en factores de 32 son $8 \cdot 4$ y $2 \cdot 16$.

4 Decide si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones y razona tu respuesta.

a) Una descomposición en factores de 24 es $2 \cdot 12$.

V o F porque $24 = \dots\dots\dots$

b) 42 solo se puede descomponer en factores como es $2 \cdot 12$.

V o F porque $\dots\dots\dots$

c) Como 8 es un número compuesto tiene varias descomposiciones en factores.

V o F porque $\dots\dots\dots$

d) Una descomposición en factores de 48 es $3 \cdot 16$ y además no es la única.

V o F porque $48 = \dots\dots\dots$

Factorizar un número es descomponerlo en factores primos, es decir, expresarlo como un producto de sus divisores primos.

EJEMPLO

Descompón en factores primos el número 36.

– Se coloca el número.

– Se traza una línea vertical a su derecha.

– Se comienza a dividir entre los sucesivos números primos (2, 3, 5, 7...) tantas veces como se pueda.

– Acabamos de dividir cuando el último número es un número primo (cociente 1).

36	2	– El primer número primo por el que es divisible 36 es 2: $36 : 2 = 18$
18	2	– El primer número primo por el que es divisible 18 es 2: $18 : 2 = 9$
9	3	– El primer número primo por el que es divisible 9 es 3: $9 : 3 = 3$
3	3	– El primer número primo por el que es divisible 3 es 3: $3 : 3 = 1$
1		

Por tanto, la descomposición en factores primos de 36 es:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

RECONOCER NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS. FACTORIZAR UN NÚMERO

Nombre:

Curso:

Fecha:

5 Descompón el número 45 en factores primos.

- 45 | 3 – El primer número primo por el que es divisible 45 es 3 : $45 : 3 = 15$
 – El primer número primo por el que es divisible 15 es :
 – El primer número primo por el que es divisible :

Podemos expresar el número 45 así:

$$45 = 3 \cdot \dots = \dots$$

6 Descompón como producto de factores primos los números 50 y 60.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \end{array}$$

$$50 = 2 \cdot 5 \dots$$

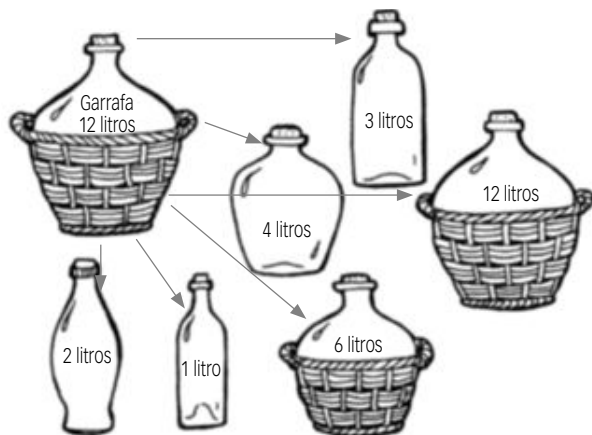
$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & \end{array}$$

$$60 = 2 \cdot \dots$$

7 Quiero guardar 40 latas en cajas iguales sin que sobre ninguna. ¿De cuántas maneras puedo hacerlo?

8 María desea distribuir el agua de una garrafa de 12 litros en envases que contengan el mismo número de litros.

- a) ¿Qué capacidades tendrán los recipientes?
 b) ¿Cuántos necesitará en cada caso?



OBTENER DIVISORES Y MÚLTIPLOS COMUNES DE VARIOS NÚMEROS

Nombre: Curso: Fecha:

EJEMPLO

DIVISORES COMUNES

Juan tiene 12 locomotoras de juguete y Pedro 18 aviones. Quieren hacer grupos de manera que tengan el mismo número de juguetes en cada uno.

Juan podrá hacer los siguientes grupos:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$$

Vamos a calcular sus divisores:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 12 \end{array}$$

Locomotoras
1 grupo de 12 locomotoras
2 grupos de 6 locomotoras
3 grupos de 4 locomotoras
4 grupos de 3 locomotoras
6 grupos de 2 locomotoras
12 grupos de 1 locomotora

Pedro podrá hacer los siguientes grupos:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$$

Vamos a calcular sus divisores:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 9 & 18 \end{array}$$

Aviones
1 grupo de 18 aviones
2 grupos de 9 aviones
3 grupos de 6 aviones
6 grupos de 3 aviones
9 grupos de 2 aviones
18 grupos de 1 avión

Juan y Pedro pueden juntar sus juguetes en grupos iguales de 1, 2, 3 y 6.

1, 2, 3 y 6 son los divisores comunes de ambos números.

6 es el mayor grupo que ambos pueden formar con el mismo número de locomotoras y aviones.

6 es el mayor de los divisores comunes, y se llama **máximo común divisor** (m.c.d.).

ACTIVIDADES

1 Halla los divisores comunes de:

a) 25 y 30

b) 9 y 12

c) 15 y 20

d) 16 y 24

2 Calcula el mayor de los divisores comunes de cada pareja de números del ejercicio anterior, es decir, el máximo común divisor (m.c.d.).

OBTENER DIVISORES Y MÚLTIPLOS COMUNES DE VARIOS NÚMEROS

Nombre: Curso: Fecha:

EJEMPLO

MÚLTIPLOS COMUNES

Ana va a nadar al polideportivo cada 2 días y Eva cada 3. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán en el polideportivo?

Ana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Eva	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Ana va los días 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20...

Eva va los días 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21...

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20... son los múltiplos de 2.

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21... son los múltiplos de 3.

6, 12, 18... son los múltiplos comunes de 2 y 3.

6 es el menor de los múltiplos comunes, y se llama **mínimo común múltiplo** (m.c.m.).

3 Halla los 5 primeros múltiplos comunes de:

a) 5 y 10

c) 10 y 25

b) 4 y 6

d) 12 y 15

4 Calcula el menor de los múltiplos comunes de cada pareja de números del ejercicio anterior, es decir, el mínimo común múltiplo (m.c.m.).

5 Un barco sale de un puerto cada 4 días, otro cada 5 y un tercero cada 7 días. ¿Cuándo vuelven a coincidir los tres barcos en el puerto?

OBTENER DIVISORES Y MÚLTIPLOS COMUNES DE VARIOS NÚMEROS

Nombre: Curso: Fecha:

6 ¿Cuál de las series está formada por múltiplos de 4? ¿Y por múltiplos de 5? ¿Y por múltiplos de 39?

- a) 1, 4, 9, 16, 25...
- b) 0, 5, 10, 15, 20...
- c) 1, 8, 27, 64...
- d) 0, 8, 16, 24, 32, 40...
- e) 0, 39, 78, 117, 156...

7 Completa la tabla indicando Sí o NO.

	Divisible por 2	Divisible por 3	Divisible por 5
640			
1876			
2987			
345			
876			

8 Obtén el m.c.d. de los siguientes números.

- a) 24 y 36
- b) 12 y 14
- c) 16 y 18
- d) 6 y 14
- e) 9 y 10
- f) 5 y 15
- g) 25 y 50
- h) 14 y 42
- i) 6 y 15
- j) 28 y 35
- k) 42 y 28
- l) 4 y 6

9 Obtén el m.c.m. de los siguientes números.

- a) 24 y 36
- b) 12 y 14
- c) 16 y 18
- d) 6 y 14
- e) 9 y 10
- f) 5 y 15
- g) 25 y 50
- h) 14 y 42
- i) 6 y 15
- j) 28 y 35
- k) 42 y 28
- l) 4 y 6