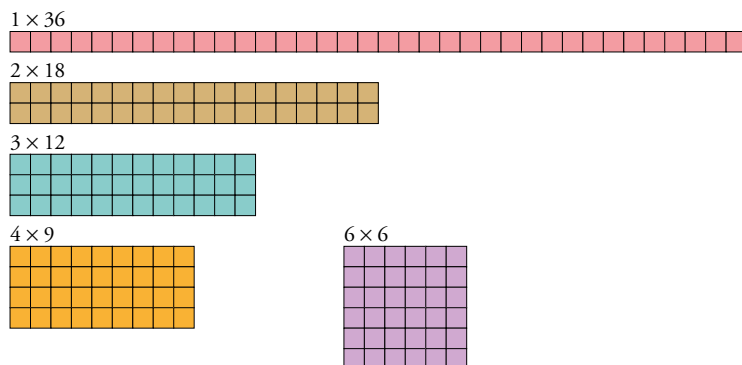


3 DIVISIBILIDAD

Página 44

1 Dibuja sobre una cuadrícula todos los rectángulos que ocupen 36 cuadraditos.



2 ¿Cuántos rectángulos de 40 cuadraditos podrías construir? ¿Y de 41?

Podría ser de 1×40 , de 2×20 , de 4×10 y de 5×8 .

De 41 cuadrados solo podría ser un rectángulo de 1×41 .

Página 45

3 Construye de la misma forma, y anota los cinco primeros términos, de la «serie del 11».

11, 22, 33, 44 y 55.

4 Experimenta, con el mismo procedimiento, la formación de series de otros números.

Respuesta abierta.

5 Busca algunos números más de cada uno de los grupos anteriores.

Respuesta abierta. Por ejemplo: $6 = 3 \times 2$; $55 = 5 \times 11$; $37 = 37 \times 1$

1 ▶ LA RELACIÓN DE DIVISIBILIDAD

Página 47

Para fijar ideas

1 Observa estas divisiones, copia en tu cuaderno y completa.

$$\begin{array}{r} 35 \quad \underline{5} \\ 0 \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 86 \quad \underline{12} \\ 02 \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117 \quad \underline{13} \\ 0 \quad 9 \end{array}$$

- a) 35 es divisible por 5.
35 es múltiplo de 5.
5 es divisor de 35.
- b) 86 no es divisible por 12.
86 no es múltiplo de 12.
12 no es divisor de 86.
- c) 117 es divisible por 13.
117 es múltiplo de 13.
13 es divisor de 117.


2 Comprueba si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad. Después, copia y completa.

a) 63 y 9

b) 78 y 13


c) 106 y 6

- a) Están emparentados por la regla de divisibilidad.
63 es divisible por 9.
63 es múltiplo de 9.
9 es divisor de 63.
- b) Están emparentados por la regla de divisibilidad.
78 es divisible por 13.
78 es múltiplo de 13.
13 es divisor de 78.
- c) No están emparentados por la regla de divisibilidad.
106 no es divisible por 6.
106 no es múltiplo de 6.
6 no es divisor de 106.

3  Un colegio contrata autobuses de 45 plazas para llevar a 294 alumnos y alumnas de excursión.

- a) ¿Cuántos autobuses necesita? ¿Irán todos llenos?
- b) ¿Y si los autobuses fueran de 42 plazas?
- c) ¿Es 45 divisor de 294? ¿Y 42?
- d) ¿Es 294 múltiplo de 45? ¿Y de 42?
- a) Necesitaría 7 autobuses. No irán todos llenos.
- b) Si fueran de 42 plazas, necesitaría 7 y no sobraría ninguna plaza.
- c) 45 no es divisor de 294.
42 sí es divisor de 294.
- d) 294 no es múltiplo de 45.
294 sí es múltiplo de 42.

Para practicar

1  Piensa y contesta, justificando tus respuestas.

- a) ¿Se puede dividir una clase de 30 alumnos y alumnas en equipos de 7, sin que sobre nadie?
- b) Marta da pasos de 60 cm. ¿Puede recorrer 100 metros en un número exacto de pasos?
- c) ¿Puede vaciarse una tina de aceite, de 1 500 litros, en un número exacto de garrafas de 5 litros?
- d) ¿Tiene algún mes un número exacto de semanas?
- a) No, porque la división de 30 entre 7 no es exacta.
- b) No, porque 100 metros son 10 000 centímetros y 10 000 entre 60 no da exacto.
- c) Sí, ya que la división de 1 500 entre 5 es exacta (se llenarían 300 garrafas).
- d) Solo febrero en años no bisiestos, pues tiene 28 días que se pueden dividir entre 7 días que tiene una semana de manera exacta.

2 Di si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:

- | | | |
|-------------|-------------|--------------|
| a) 224 y 16 | b) 420 y 35 | c) 613 y 13 |
| d) 513 y 19 | e) 688 y 44 | f) 2070 y 46 |
- a) Sí, porque $224 = 16 \cdot 14$.
- b) Sí, porque $420 = 35 \cdot 12$.
- c) No, la división no es exacta.
- d) Sí, porque $513 = 27 \cdot 19$.
- e) No, la división no es exacta.
- f) Sí, porque $2070 = 46 \cdot 45$.

3 ¿Verdadero o falso?

- a) 15 está contenido exactamente 4 veces en 60.
- b) 75 está contenido exactamente 3 veces en 225.
- c) 42 es divisible por 7.
- d) 54 es divisible por 8.
- e) 65 contiene a 13 un número exacto de veces.
- a) Verdadero.
- b) Verdadero.
- c) Verdadero.
- d) Falso. La división de 54 entre 8 no es una división exacta.
- e) Verdadero.

4 Busca todos los números que están contenidos en 24 una cantidad exacta de veces.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

5 Busca entre estos números:

5	10	15	20	30
35	45	60	75	90

- a) Todos los que sean divisores de 90.
- b) Todos los que sean múltiplos de 3.
- a) 5, 10, 15, 30, 45 y 90
- b) 15, 30, 45, 60, 75 y 90

6 Explica con claridad.

a) **¿Por qué 522 es múltiplo de 29?**

b) **¿Por qué 17 es divisor de 544?**

a) 522 es múltiplo de 29 porque al dividir 522 entre 29 el resultado es exacto. Es decir, si multiplicas 29 por 18 te da como resultado 522.

b) 17 es divisor de 544 porque si divides 544 entre 17 el resultado es exacto (32).

7 Considera estos números:

8	10	20	24	30
45	60	75	95	120

a) **¿Cuáles son múltiplos de 4?**

b) **¿Cuáles son múltiplos de 10?**

a) 8, 20, 24, 60 y 120

b) 10, 20, 30, 60 y 120

2 ▶ LOS MÚLTIPLOS Y LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Página 50

Para fijar ideas

1 Escribe.

- a) Tres múltiplos de 5. b) Tres múltiplos de 12.
c) Tres múltiplos de 19. d) Tres múltiplos de 30.

Respuesta abierta, por ejemplo:

- a) 5, 10, 15, 20, 25, 30... b) 12, 24, 36, 48, 60, 72...
c) 19, 38, 57, 76, 95, 114... d) 30, 60, 90, 120, 150, 180...

2 Escribe los diez primeros múltiplos de 25.

25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225 y 250

3 a) ¿Cuál es el primer múltiplo de 8 mayor que 100?

b) ¿Cuál es el último múltiplo de 8 antes de 1 000?

- a) Es el 104. b) Es el 992.

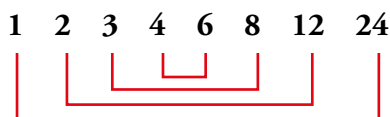
4 Busca todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 300 y 360.

301, 308, 315, 322, 329, 336, 343, 350 y 357

5 Encuentra, mentalmente, los divisores de cada uno de estos números:

- a) 8 b) 12 c) 15 d) 20 e) 28
- a) 1, 2, 4 y 8 b) 1, 2, 3, 4, 6 y 12 c) 1, 3, 5 y 15
d) 1, 2, 4, 5, 10 y 20 e) 1, 2, 4, 7, 14 y 28

6 ¿Cuál es el número cuyos divisores son los siguientes?



24

7 Observa y después, contesta.

$\begin{array}{r} 44 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \overline{) 3} \\ 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \overline{) 4} \\ 0 \end{array}$
$\begin{array}{r} 44 \overline{) 5} \\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \overline{) 6} \\ 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 44 \overline{) 7} \\ 2 \end{array}$	

- a) Escribe seis divisores de 44.
b) ¿Tiene 44 otros divisores, además de los anteriores?
a) 1, 2, 4, 11, 22 y 44
b) No, porque si dividimos entre números más grandes el cociente es cada vez más pequeño.

8 ¿Cuáles de estos números son pares? ¿Y divisibles por 2?

21 - 28 - 45 - 59 - 80 - 88 - 146 - 255 - 270 - 299

Pares: 28, 80, 88, 146 y 270.

Divisibles por 2: todos los pares.

9 Copia estos números y subraya los que sean múltiplos de 5.

60 - 72 - 80 - 85 - 100 - 103 - 130 - 155 - 210

¿Cuáles de los números que has subrayado son también múltiplos de 10?

Múltiplos de 5: 60, 80, 85, 100, 130, 155, 210.

Múltiplos de 10: todos los que terminan en 0.

10 ¿Cuáles de estos números son divisibles por 3? ¿Y por 9?

19 - 45 - 63 - 83 - 105 - 145 - 209 - 513 - 666 - 909

¿Qué observas?

Divisibles por 3: 45, 63, 105, 513, 666 y 909.

Divisibles por 9: 45, 63, 513, 666 y 909.

Que aquellos números que al sumar sus cifras el resultado es múltiplo de 9 son aquellos que también son divisibles por 9.

11 Recuerda el criterio de divisibilidad por 11 e identifica entre los números que siguen cuáles son múltiplos de 11:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline \end{array} \rightarrow a + c - b = 0 \text{ u } 11$$

110 - 111 - 155 - 187 - 209 - 398 - 759 - 606

$$110 \rightarrow 1 + 0 - 1 = 0$$

$$187 \rightarrow 1 + 7 - 8 = 0$$

$$209 \rightarrow 2 + 9 - 0 = 11$$

$$759 \rightarrow 7 + 9 - 5 = 11$$

3 ► NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Página 51

Para practicar

1 Clasifica en primos y compuestos.

5 8 11 15 21 28 31 33 45 49

Primos \rightarrow 5, 11, 31

Compuestos \rightarrow 8, 15, 21, 28, 33, 45, 49

2 Entre estos números hay dos primos. Búscalos.

$\boxed{47}$ $\boxed{57}$ $\boxed{67}$ Expresa cada uno de los compuestos como un producto de dos factores.

$\boxed{77}$ $\boxed{87}$

Primos \rightarrow 47 y 67

Compuestos $\rightarrow 57 = 3 \cdot 19$

$$77 = 7 \cdot 11$$

$$87 = 3 \cdot 29$$

3 Busca todos los números primos menores que 60.

 *Son diecisiete en total.*

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59

4 ¿Verdadero o falso?

- El número uno (1) no es primo ni compuesto.
- Un número, si es impar, es primo.
- Todos los números primos, excepto el 2, son impares.

- Verdadero.
- Falso. Por ejemplo, $21 = 3 \cdot 7$, por tanto, es compuesto y es impar.
- Verdadero.

5 Descompón el número 100.

- En dos factores.
- En tres factores.
- En el máximo número de factores que sea posible.

a) $100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25$

b) $100 = 2 \cdot 2 \cdot 25 = 4 \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 2 \cdot 5$

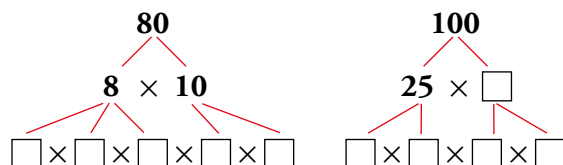
c) $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

4 ▶ DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN SUS FACTORES PRIMOS

Página 52

Para practicar

1 Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno la descomposición en factores de estos números:



$$80 = 8 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

$$100 = 25 \cdot 4 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$

2 Descompón artesanalmente, como en el ejemplo.

• $24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$

a) 18

b) 20

c) 40

d) 72

e) 150

f) 240

a) $18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

b) $20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

c) $40 = 8 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

d) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

e) $150 = 10 \cdot 15 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

f) $240 = 24 \cdot 10 = 8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

3 ¿Qué números tienen las siguientes descomposiciones factoriales?

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

b) $2 \cdot 5 \cdot 13$

c) $2 \cdot 5^2 \cdot 7$

a) 180

b) 130

c) 350

4 Copia, completa y descompón en factores primos.

$$\begin{array}{r|l}
 4 & 2 \\
 \square & \square \\
 7 & \square \\
 \square &
 \end{array}$$

$$42 = \dots$$

$$\begin{array}{r|l}
 4 & 2 \\
 2 & 1 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l}
 9 & 0 \\
 \square & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square \\
 1 &
 \end{array}$$

$$90 = \dots$$

$$\begin{array}{r|l}
 9 & 0 \\
 4 & 5 \\
 1 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 2 & 6 \\
 \square & \square & \square \\
 2 & 1 & \square \\
 \square & & \square \\
 1 & &
 \end{array}$$

$$126 = \dots$$

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 2 & 6 \\
 6 & 3 & \square \\
 2 & 1 & \square \\
 7 & & 7 \\
 1 & &
 \end{array}$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

5 Descompón en factores primos.

- | | | |
|-----------------------|-------------------------------|------------------------|
| a) 45 | b) 60 | c) 76 |
| d) 81 | e) 88 | f) 98 |
| a) $45 = 3^2 \cdot 5$ | b) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ | c) $76 = 2^2 \cdot 19$ |
| d) $81 = 3^4$ | e) $88 = 2^3 \cdot 11$ | f) $98 = 2 \cdot 7^2$ |

6 Escribe como producto de números primos.

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) 170 | b) 350 | c) 580 |
| d) 888 | e) 1024 | f) 1296 |
| a) $170 = 2 \cdot 5 \cdot 17$ | b) $350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$ | c) $580 = 2^2 \cdot 5 \cdot 29$ |
| d) $888 = 2^3 \cdot 3 \cdot 37$ | e) $1024 = 2^{10}$ | f) $1296 = 2^4 \cdot 3^4$ |


Página 53

Para fijar ideas

1 Contesta, sin hacer ninguna operación, y razona tus respuestas.

- | | |
|--|--|
| a) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
¿Es 8 divisor de 36? | b) $15 = 3 \cdot 5$
$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
¿Es 15 divisor de 90? |
| c) $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$
$6 = 2 \cdot 3$
¿Es 84 múltiplo de 6? | d) $104 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$
¿Es 104 múltiplo de 12? |

- a) 8 no es divisor de 36 porque no todos los factores de 8 están en la descomposición de 36.
 b) 15 es divisor de 90 porque todos los factores de 15 están en la descomposición de 90.
 c) 84 sí es múltiplo de 6 porque en su descomposición están todos los factores primos de 6.
 d) 104 no es múltiplo de 12 porque en su descomposición no están todos los factores primos de 12.

2  Teniendo en cuenta la descomposición en factores de 126, averigua, a simple vista, cuáles de los números que aparecen a continuación son divisores de 126, cuáles son múltiplos de 126 y cuáles ni lo uno ni lo otro:

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

- | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $4 = 2^2$ | b) $14 = 2 \cdot 7$ | c) $18 = 2 \cdot 3^2$ |
| d) $21 = 3 \cdot 7$ | e) $28 = 2^2 \cdot 7$ | f) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ |
| g) $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ | h) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ | i) $882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ |

Divisores de 126: 14, 18, 21 y 42.

Múltiplos de 126: 252 y 882.

Ni lo uno ni lo otro: 4, 28 y 180.

3 Escribe factorizados, sin hacer operaciones:

- | | |
|--|---|
| a) Tres divisores de $72 = 2^3 \cdot 3^2$. | b) Tres múltiplos de $45 = 3^2 \cdot 5$. |
| a) Por ejemplo: $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $9 = 3^2$ | |
| b) Por ejemplo: $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $225 = 3^2 \cdot 5^2$; $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ | |

5 ▶ MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Página 54

Para fijar ideas

1 Copia, observa y completa a simple vista.

a) Múltiplos de 6 → 6 12 18 **24** 30 36 42 **48** 54 ...

Múltiplos de 8 → 8 16 **24** 32 40 **48** 56 ...

mín. c. m. (6, 8) = ...

b) Múltiplos de 9 → 9 18 27 **36** 45 54 63 **72** ...

Múltiplos de 12 → 12 24 **36** 48 60 **72** 84 ...

mín. c. m. (9, 12) = ...

a) mín. c. m. (6, 8) = 24

b) mín. c. m. (9, 12) = 36

2 Calcula como en el ejercicio anterior.

a) mín. c. m. (5, 8)

b) mín. c. m. (12, 15)

c) mín. c. m. (30, 40)

a) Múltiplos de 5 → 5 10 15 20 25 30 35 **40** 45

Múltiplos de 8 → 8 16 24 32 **40** 48

mín. c. m. (5, 8) = 40

b) Múltiplos de 12 → 12 24 36 48 **60**

Múltiplos de 15 → 15 30 45 **60**

mín. c. m. (12, 15) = 60

c) Múltiplos de 30 → 30 60 90 **120**

Múltiplos de 40 → 40 80 **120**

mín. c. m. (30, 40) = 120

Página 56

Para fijar ideas

3 Copia y completa.

$$\left. \begin{array}{l} 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 24 = 2^3 \cdot 3 \end{array} \right\} \text{mín. c. m. (18, 24)} = 2^{\square} \cdot 3^{\square} = \dots$$

$$\left. \begin{array}{l} 49 = 7^2 \\ 63 = 3^2 \cdot 7 \end{array} \right\} \text{mín. c. m. (49, 63)} = 3^{\square} \cdot 7^{\square} = \dots$$

$$\text{mín. c. m. (18, 24)} = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

$$\text{mín. c. m. (49, 63)} = 3^2 \cdot 7^2 = 441$$

4 Copia y completa para calcular el mínimo común múltiplo de 30 y 45.

$$\begin{array}{r|l}
 30 & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 45 & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 30 = \square \cdot \square \cdot \square \\
 45 = \square \cdot \square \cdot \square \\
 \text{mín. c. m. (30, 45) = ...}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 1
 \end{array}$$

mín. c. m. (30, 45) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

Para practicar

1 Copia, observa y completa a simple vista.

$\dot{1}5 \rightarrow 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, \dots$

$\dot{2}5 \rightarrow 25, 50, 75, 100, 125, 150, \dots$

mín. c. m. (15, 25) = ...

mín. c. m. (15, 25) = 75

2 Calcula como en el ejercicio anterior.

a) mín. c. m. (20, 25)

b) mín. c. m. (12, 24)

c) mín. c. m. (50, 75)

d) mín. c. m. (200, 300)

a) mín. c. m. (20, 25) = 100

b) mín. c. m. (12, 24) = 24

c) mín. c. m. (50, 75) = 150

d) mín. c. m. (200, 300) = 600

3 Calcula mentalmente.

a) mín. c. m. (6, 9)

b) mín. c. m. (6, 12)

c) mín. c. m. (5, 10)

d) mín. c. m. (15, 20)

a) mín. c. m. (6, 9) = 18

b) mín. c. m. (9, 12) = 36

c) mín. c. m. (5, 10) = 10

d) mín. c. m. (15, 20) = 60

4 Observa, completa en tu cuaderno y calcula.

$$\begin{array}{r|l}
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 40 & \square \\
 20 & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 54 & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square \\
 \square & \square \\
 1 & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 30 & 2 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 40 & \boxed{2} \\
 20 & \boxed{2} \\
 \boxed{1} \boxed{0} & \boxed{2} \\
 \boxed{5} & \boxed{5} \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 54 & \boxed{2} \\
 \boxed{2} \boxed{7} & \boxed{3} \\
 \boxed{9} & \boxed{3} \\
 \boxed{3} & \boxed{3} \\
 1 & 1
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\
 40 = \dots \\
 54 = \dots
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{mín. c. m. (30, 40) = ...} \\
 \text{mín. c. m. (40, 54) = ...}
 \end{array}
 \quad
 \left. \begin{array}{l}
 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\
 40 = 2^3 \cdot 5 \\
 54 = 2 \cdot 3^3
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{mín. c. m. (30, 40) = } 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \\
 \text{mín. c. m. (40, 54) = } 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080
 \end{array}$$

5 Calcula el mín. c. m. (a , b) en cada caso.

a) $a = 2 \cdot 5 \cdot 11$

b) $a = 2^4 \cdot 5$

c) $a = 2^4 \cdot 3^2$

$b = 3 \cdot 5 \cdot 11$

$b = 2^2 \cdot 5^2$

$b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

a) 330

b) 400

c) 720

6 Calcula el mín. c. m. (a , b) en cada caso. ¿Qué observas?

a) $a = 4$

b) $a = 5$

c) $a = 4$

d) $a = 6$

$b = 8$

$b = 10$

$b = 12$

$b = 18$

a) 8

b) 10

c) 12

d) 18

Si b es múltiplo de a , entonces el mínimo común múltiplo de a y b es b .

7 Calcula.

a) mín. c. m. (28, 35)

b) mín. c. m. (35, 40)

c) mín. c. m. (36, 54)

d) mín. c. m. (42, 63)

e) mín. c. m. (72, 108)

f) mín. c. m. (99, 165)

a) mín. c. m. (28, 35) = 140

b) mín. c. m. (35, 40) = 280

c) mín. c. m. (36, 54) = 108

d) mín. c. m. (42, 63) = 126

e) mín. c. m. (72, 108) = 216

f) mín. c. m. (99, 165) = 495

8 Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuándo volverán a coincidir?

mín. c. m. (6, 8) = 24

Cada 24 días, coinciden ambos envíos.

9 Se han construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?

mín. c. m. (40, 30) = 120 \rightarrow $2 \cdot 120 = 240$ cm = 2,4 m

Alcanzarán una altura de 2,4 metros.

10 El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde, cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?



mín. c. m. (20, 30) = 6 \rightarrow 60 min = 1 h

Vuelven a coincidir una hora después, es decir, a las tres de la tarde.

11 Julio cuenta de 4 en 4; Adela, de 6 en 6, y Sofía, de 10 en 10. ¿Cuáles son los tres primeros números en los que coinciden?

mín. c. m. (4, 6, 10) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Los tres primeros números en los que coinciden son 60, 120 y 180.

6 ▶ MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Página 57

Para fijar ideas

1 Copia, observa y completa a simple vista.

a) Divisores de 12 → 1 2 3 4 6 12

Divisores de 16 → 1 2 4 8 16

máx. c. d. (12, 16) = ...

b) Divisores de 15 → 1 3 5 15

Divisores de 20 → 1 2 4 5 10 20

máx. c. d. (15, 20) = ...

a) máx. c. d. (12, 16) = 4

b) máx. c. d. (15, 20) = 5

2 Calcula como en el ejercicio anterior.

a) máx. c. d. (6, 8)

b) máx. c. d. (8, 20)

c) máx. c. d. (10, 15)

d) máx. c. d. (12, 24)

a) máx. c. d. (6, 8) = 2

b) máx. c. d. (8, 20) = 4

c) máx. c. d. (10, 15) = 5

d) máx. c. d. (12, 24) = 12

Página 59

Para fijar ideas

3 Copia y completa.

$$\left. \begin{array}{l} 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ 50 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{máx. c. d. (40, 50) = } \square \cdot \square = \dots$$

$$\left. \begin{array}{l} 54 = 2 \cdot 3^3 \\ 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{máx. c. d. (54, 90) = } 2 \cdot 3^{\square} = \dots$$

$$\text{máx. c. d. (40, 50) = } 2 \cdot 5 = 10$$

$$\text{máx. c. d. (54, 90) = } 2 \cdot 3^2 = 18$$

4 Copia y completa para calcular el máximo común divisor de 90 y 315.

$$\begin{array}{r} 90 \\ \square \square \square \\ \square \square \square \\ \square \square \square \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 315 \\ \square \square \square \square \\ \square \square \square \square \\ \square \square \square \square \\ 1 \end{array}$$

$$90 = 2 \cdot \square^{\square} \cdot \square$$

$$315 = 3^{\square} \cdot \square \cdot \square$$

$$\text{máx. c. d. (90, 315) = ...}$$

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 315 & 2 \\ 105 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{máx. c. d. (90, 315) = } 3^2 \cdot 5 = 45$$

Para practicar

1 Observa a simple vista y completa.

Div. de 24 → ① ② ③ 4 ⑥ 8 12 24

Div. de 30 → ① ② ③ 5 ⑥ 10 15 30

máx. c. d. (24, 30) = ...

máx. c. d. (24, 30) = 6

2 Calcula siguiendo el criterio del ejercicio anterior.

a) máx. c. d. (10, 15)

b) máx. c. d. (12, 18)

c) máx. c. d. (16, 24)

d) máx. c. d. (30, 45)

a) máx. c. d. (10, 15) = 5

b) máx. c. d. (12, 18) = 6

c) máx. c. d. (16, 24) = 8

d) máx. c. d. (30, 45) = 15

3 Calcula mentalmente.

a) máx. c. d. (3, 9)

b) máx. c. d. (6, 9)

c) máx. c. d. (30, 40)

d) máx. c. d. (50, 75)

a) máx. c. d. (3, 9) = 3

b) máx. c. d. (6, 9) = 3

c) máx. c. d. (30, 40) = 10

d) máx. c. d. (50, 75) = 25

4 Completa en tu cuaderno y calcula.

6 0	2	9 0	2	1 0 0	2
3 0	□	4 5	□	5 0	□
□ □	□	□ □	□	□ □	□
□	□	□	□	□	□
1		1		1	

$60 = 2 \cdot \dots$ } máx. c. d. (60, 90) = ...
 $90 = 2 \cdot \dots$ } máx. c. d. (60, 100) = ...
 $100 = 2 \cdot \dots$ } máx. c. d. (90, 100) = ...

6 0	2	9 0	2	1 0 0	2
3 0	2	4 5	3	5 0	2
1 5	3	1 5	3	2 5	5
5	5	5	5	5	5
1		1		1	

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ } máx. c. d. (60, 90) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
 $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ } máx. c. d. (60, 100) = $2^2 \cdot 5 = 20$
 $100 = 2^2 \cdot 5^2$ } máx. c. d. (90, 100) = $2 \cdot 5 = 10$

5 Calcula el máx. c. d. (a, b) en cada caso.

a) $a = 3 \cdot 5 \cdot 11$

b) $a = 2^3 \cdot 5^2$

c) $a = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$

$b = 2 \cdot 5 \cdot 11$

$b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

$b = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$

a) $5 \cdot 11 = 55$

b) $2^2 \cdot 5^2 = 100$

c) $2 \cdot 13 = 26$

6 Calcula.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) máx. c. d. (20, 24) | b) máx. c. d. (24, 36) |
| c) máx. c. d. (54, 60) | d) máx. c. d. (56, 70) |
| e) máx. c. d. (120, 144) | f) máx. c. d. (140, 180) |
| a) máx. c. d. (20, 24) = 4 | b) máx. c. d. (24, 36) = 12 |
| c) máx. c. d. (54, 60) = 6 | d) máx. c. d. (56, 70) = 14 |
| e) máx. c. d. (120, 144) = 24 | f) máx. c. d. (140, 180) = 20 |

7 Calcula máx. c. d. (a, b) en cada caso. ¿Qué observas?

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| a) $a = 4$ | b) $a = 5$ | c) $a = 4$ | d) $a = 6$ |
| $b = 8$ | $b = 10$ | $b = 12$ | $b = 18$ |

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| a) máx. c. d. (4, 8) = 4 | b) máx. c. d. (5, 10) = 5 |
| c) máx. c. d. (4, 12) = 4 | d) máx. c. d. (6, 18) = 6 |

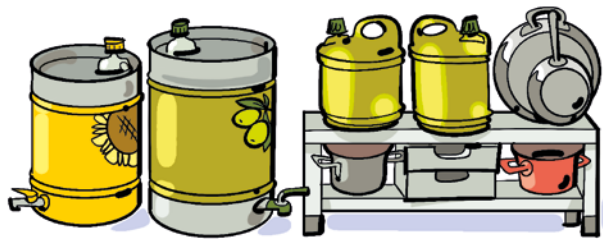
Si a es divisor de b , entonces el máximo común divisor de a y b es a .

8 Supón que tienes una hoja de papel de 30 cm × 21 cm, y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadros fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros?

máx. c. d. (30, 21) = 3

El tamaño de los cuadros será de 3 cm.

9 La dueña de un restaurante compra un bidón de 80 litros de aceite de oliva y otro de 60 litros de aceite de girasol, y desea envasarlos en garrafas iguales, lo más grandes que sea posible, y sin mezclar. ¿Cuál será la capacidad de las garrafas?



máx. c. d. (60, 80) = 20

Las garrafas serán de 20 litros.

10 Un carpintero tiene dos listones de 180 cm y 240 cm, respectivamente, y desea cortarlos en trozos iguales, lo más largos que sea posible, y sin desperdiciar madera. ¿Cuánto debe medir cada trozo?

máx. c. d. (180, 240) = 60

Los listones se deben cortar en trozos de 60 cm.

Ejercicios y problemas

Múltiplos y divisores

1 Escribe.

- a) Los múltiplos de 20 comprendidos entre 150 y 210.
- b) Un múltiplo de 13 comprendido entre 190 y 200.
- c) Todos los pares de números cuyo producto es 80.
 - a) 160, 180 y 200
 - b) $195 = 13 \cdot 15$
 - c) 1 y 80, 2 y 40, 4 y 20, 5 y 16, 8 y 10

2 Busca todos los divisores de:

- | | | | | |
|------------------|------------------------|------------------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| a) 10 | b) 18 | c) 20 | d) 24 | e) 28 |
| f) 30 | g) 39 | h) 45 | i) 50 | j) 80 |
| a) 1, 2, 5 y 10 | b) 1, 2, 3, 6, 9 y 18 | c) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24 | d) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30 | e) 1, 2, 4, 7, 14 y 28 |
| f) 1, 3, 13 y 39 | g) 1, 3, 5, 9, 15 y 45 | h) 1, 3, 5, 9, 15 y 45 | i) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 y 80 | j) 1, 2, 5, 10, 25 y 50 |

3 ¿De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno?

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| Una caja de 60 bombones. | Sesenta cajas de 1 bombón. |
| Dos cajas de 30 bombones. | Treinta cajas de 2 bombones. |
| Tres cajas de 20 bombones. | Veinte cajas de 3 bombones. |
| Cuatro cajas de 15 bombones. | Quince cajas de 4 bombones. |
| Cinco cajas de 12 bombones. | Doce cajas de 5 bombones. |
| Seis cajas de 10 bombones. | Diez cajas de 6 bombones. |

4 Busca todas las formas posibles de hacer montones iguales con 72 terrones de azúcar.

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 72 montones de 1 terrón. | 36 montones de 2 terrones. |
| 24 montones de 3 terrones. | 18 montones de 4 terrones. |
| 12 montones de 6 terrones. | 9 montones de 8 terrones. |
| 8 montones de 9 terrones. | 6 montones de 12 terrones. |
| 4 montones de 18 terrones. | 3 montones de 24 terrones. |
| 2 montones de 36 terrones. | 1 montón de 72 terrones. |

Criterios de divisibilidad

5 Escribe.

- Un número de tres cifras que sea divisible por 3.
- Un número de cuatro cifras que sea divisible por 5.
- Un número de cinco cifras que sea divisible por 9.

- 561
- 2090
- 10647

6 Sustituye cada letra por una cifra, para que el número resultante sea divisible por 3.

A51 2B8 32C 52D 1E8

$$A51 \rightarrow 351 - 651 - 951$$

$$2B8 \rightarrow 228 - 258 - 288$$

$$32C \rightarrow 321 - 324 - 327$$

$$52D \rightarrow 522 - 525 - 528$$

$$1E8 \rightarrow 108 - 138 - 168 - 198$$

7 Busca, en cada caso, todos los valores posibles de a para que el número resultante sea, a la vez, múltiplo de 2 y de 3:

4 a 3 2 a 2 4 a

$$4a \rightarrow 42 - 48$$

$$32a \rightarrow 324$$

$$24a \rightarrow 240 - 246$$

8 Investiga y describe:

- Las condiciones que tiene que cumplir un número para ser múltiplo de 6.
- El criterio de divisibilidad por 100.
 - Tiene que ser múltiplo de 2 y de 3 a la vez.
 - Un número es divisible por 100 si termina en 00.

9 Un año es bisiesto si es múltiplo de cuatro, pero no de 100. ¿Cuáles son los tres próximos años bisiestos?

2024, 2028, 2032

Números primos y compuestos

10 Separa los números primos de los compuestos.

14	17	28	29	47	53
57	63	71	79	91	99

Primos \rightarrow 17, 29, 47, 53, 71, 79

Compuestos \rightarrow 14, 28, 57, 63, 91, 99

- 11** Expresa el número 899 como producto de dos factores distintos de él mismo y de la unidad.

$$899 = 31 \cdot 29$$

- 12** Descompón en factores primos estos números:

- | | | | |
|------------------|--------------------------|--------------------|---------------------------|
| a) 54 | b) 140 | c) 200 | d) 380 |
| a) $2 \cdot 3^3$ | b) $2^2 \cdot 5 \cdot 7$ | c) $2^3 \cdot 5^2$ | d) $2^2 \cdot 5 \cdot 19$ |

- 13** Busca el primer número, mayor que 160, que no se pueda expresar como el producto de dos factores diferentes de él mismo y de la unidad.

Para encontrarlo debemos buscar el primer número primo después de 160 y ese es el 163.

- 14** Averigua si el número 203 es primo o compuesto. Justifica tu respuesta.

Es compuesto: $7 \cdot 29$

- 15** Para saber si el número 223 es primo, basta comprobar que no es divisible por ninguno de los primos hasta el 17. ¿Por qué eso es suficiente?

Porque el cociente de $223 : 17$ es un número menor que 17, y si hubiese divisores menores que 17 se habrían hallado antes de probar con este número.

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

- 16** Obtén mentalmente tres múltiplos comunes de:

- | | | |
|----------------|------------------|------------------|
| a) 4 y 5 | b) 10 y 12 | c) 15 y 25 |
| d) 20 y 40 | e) 100 y 150 | f) 20, 25 y 30 |
| a) 20, 40, 60 | b) 120, 240, 360 | c) 75, 150, 300 |
| d) 40, 80, 120 | e) 300, 600, 900 | f) 300, 600, 900 |

- 17** El mínimo común múltiplo de dos números es 15. ¿Cuáles pueden ser esos números?

Los números puede ser 3 y 5 o 1 y 15.

- 18** Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de:

- | | | |
|--|--|----------------|
| a) 25 y 75 | b) 42 y 76 | c) 81 y 99 |
| d) 132 y 176 | e) 12, 18 y 24 | f) 30, 45 y 75 |
| a) mín. c. m. (25, 75) = 75
máx. c. d. (25, 75) = 25 | b) mín. c. m. (42, 76) = 1 596
máx. c. d. (42, 76) = 2 | |
| c) mín. c. m. (81, 99) = 891
máx. c. d. (81, 99) = 9 | d) mín. c. m. (132, 176) = 528
máx. c. d. (132, 176) = 44 | |
| e) mín. c. m. (12, 18, 24) = 72
máx. c. d. (12, 18, 24) = 6 | f) mín. c. m. (30, 45, 75) = 450
máx. c. d. (30, 45, 75) = 15 | |

Resuelve problemas

- 19** El producto de dos números distintos de la unidad es 77. ¿Cuál es su diferencia?

$$11 \cdot 7 = 77 \rightarrow 11 - 7 = 4$$

20 El producto de tres números distintos de la unidad es 75. ¿Cuál es su suma?

$$3 \cdot 5 \cdot 5 = 75 \rightarrow 3 + 5 + 5 = 13$$

21 Busca el menor número tal que al dividirlo entre 10 y entre 12 deja un resto de 5.

$$\text{mín. c. m. } (10, 12) = 60 \rightarrow \text{El número será } 65.$$

22 Hoy es 15 de marzo y lunes. ¿En qué día de la semana cae el 15 de mayo?

En sábado.

23 Una bodega comercializa sus vinos en cajas de vino blanco o cajas de vino tinto, todas con igual número de botellas. ¿Cuántas botellas lleva cada caja si un cliente ha retirado un pedido con 15 botellas de vino tinto y 12 de vino blanco?

$$\text{máx. c. d. } (15, 12) = 3$$

Cada caja lleva 3 botellas.

Página 61

24 Dos hornadas iguales de magdalenas se envasan, una, en bolsas de 6 unidades, y la otra, en bolsas de 10 unidades, sin que sobre ninguna en ambos casos. ¿Cuántas magdalenas salen en cada hornada si se han llenado casi 50 bolsas?

Problema resuelto.

N.º DE MAGDALENAS POR HORNADA	N.º DE BOLSAS DE 6 UNIDADES	N.º DE BOLSAS DE 10 UNIDADES	N.º TOTAL DE BOLSAS
30	5	3	8
60	10	6	16
90	15	9	24
120	20	12	32
150	25	15	40
180	30	18	48
210	35	21	56

En cada hornada salen 180 magdalenas.

25 Adela ha sacado del horno dos bandejas: una con 36 bollos y otra con 48 palmeras. De sea repartir los bollos por un lado y las palmeras por otro, en bolsas, todas con el mismo número de piezas y con un mínimo de 5. ¿Cuántas piezas debe poner en cada bolsa? Indica todas las posibilidades.

$$\text{máx. c. d. } (36, 48) = 12$$

Como $12 = 2^2 \cdot 3$, las únicas posibilidades son bolsas con 12 piezas o con 6 piezas para que haya un mínimo de 5 piezas en cada una.

26 Los asistentes, hoy, a la reunión semanal de un club social se pueden agrupar por parejas para bailar; por tríos para hacer manualidades, y de cuatro en cuatro para jugar al mus. En ninguno de esos casos queda nadie desagrupado. ¿Cuántas personas son si casi llegan a veinticinco?

$\text{mín. c. m. } (2, 3, 4) = 12$. Como casi llegan a 25 personas, el múltiplo de 12 que más se acerca es 24. Son 24 personas.

- 27** Se desea partir una cartulina de $48 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ en tarjetas cuadradas que tengan entre cinco y diez centímetros de lado. ¿Cuál debe ser el tamaño de las tarjetas para no desperdiciar recortes de cartulina?

Divisores de 48 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Divisores de 60 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

El único divisor común de 48 y 60 entre 5 y 10 es 6.

Las tarjetas deben ser de 6 cm de lado.

- 28** Los trenes a Miramar salen cada 18 min, y los de Arandilla, cada 24 min. Si son las 15 h 45 min, y salen a la vez, ¿cuándo volverán a coincidir?

mín. c. m. $(18, 24) = 72$

Cada 72 minutos coinciden los trenes. Por lo tanto, después de las 15:45, volverán a coincidir a las 16:57.

- 29** La caja de un supermercado, para disponer de cambio, abre con unos cuantos cartuchos de diez monedas de 1 €. El cajero echa la cuenta y observa que se podrían empaquetar, también, en cartuchos de quince. ¿Cuántas monedas hay si son más de 100 pero menos de 150?

mín. c. m. $(10, 15) = 30$

Múltiplos de 30 entre 100 y 150 \rightarrow 120 y 150

Hay 120 monedas.

- 30** Juan envasa 60 bombones en cajas iguales y otros 60 en otras cajas más pequeñas, con cinco bombones menos en cada una. ¿Cuántas cajas ha llenado, si de las pequeñas hay una más que de las grandes?

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Ha llenado 3 cajas grandes con 20 bombones cada una y 4 cajas pequeñas con 15 bombones cada una.

- 31** Un comerciante de ropa recibe una partida de camisas a 24 € la unidad. Una amiga suya, con tienda en otro barrio, recibe una partida de pantalones a 45 €. Se ponen en contacto y deciden intercambiar parte de sus mercancías para mejorar la oferta de sus negocios. ¿En qué condiciones harán el intercambio?

mín. c. m. $(24, 45) = 360$

$360 : 24 = 15$

$360 : 45 = 8$

Habría que intercambiar lotes de 15 camisas por lotes de 8 pantalones.

Problemas «+»

32 En una escuela de baloncesto había 20 equipos. Debido a un recorte de presupuesto, se han suprimido cuatro equipos, distribuyendo sus miembros entre los demás. Así, cada equipo ha aumentado en dos elementos. ¿Cuántos jugadores y jugadoras hay en total?



$$\text{mín. c. m. } (16, 20) = 80$$

Múltiplos de 80 \rightarrow 80, 160, 240, ...

En la escuela hay 160 jugadores y jugadoras, que estarían distribuidos en 20 equipos de 8 personas. Al eliminar 4 equipos, quedarían 16 equipos de 10 personas cada uno.

33 Una granjera, tras recoger de sus gallinas en una cesta casi 100 huevos, piensa:

Si los envaso por docenas, me sobran 3, pero si tuviera uno más, podría envasarlos exactamente en cajas de 10.

¿Cuántos huevos tiene?

Si con un huevo más los puede envasar en cajas de 10 y son casi 100, la granjera tiene 99 huevos. Comprobamos que al dividir 99 entre 12 sobran 3.

Página 62

LEE E INFÓRMATE

Los primos valen dinero

• Busca el primer número primo mayor que 1 000.

Descartamos los números pares, que son compuestos, y también los múltiplos de 5.

Vamos probando:

$$1\ 001 = 143 \cdot 7$$

$$1\ 003 = 59 \cdot 17$$

$$1\ 007 = 19 \cdot 53$$

Al llegar al 1 009:

1 009 no es múltiplo de 2, ni de 3, ni de 5.

$$1\ 009 : 7 = 144,14\dots$$

$$1\ 009 : 17 = 59,35\dots$$

$$1\ 009 : 29 = 34,79\dots$$

$$1\ 009 : 11 = 91,72\dots$$

$$1\ 009 : 19 = 53,10\dots$$

$$1\ 009 : 31 = 32,54\dots$$

$$1\ 009 : 13 = 77,61\dots$$

$$1\ 009 : 23 = 43,86\dots$$

$$1\ 009 : 37 = 27,27\dots$$

Vemos que 1 009 no es múltiplo de ningún número primo menor que 37. Y no hay que seguir probando, puesto que el último cociente obtenido es menor que el divisor (37).

El 101 es el protagonista

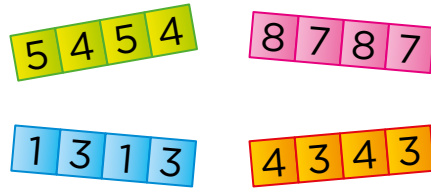
- ¿Qué le ocurre a un número de dos cifras si lo multiplicamos por 101? Compruébalo.

$$29 \times 101 = ?$$

Ensayá otros casos y verifica que siempre ocurre lo mismo.

Al multiplicar un número de dos cifras por 101, se obtiene el mismo resultado que si se escribe el número dos veces seguidas: $29 \cdot 101 = 2929$

- ¿Qué tienen en común todos los números de cuatro cifras que se forman repitiendo alternativamente dos cifras?



Todos los números de cuatro cifras del tipo $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{a}\boxed{b}$ son múltiplos de 101:

$$\boxed{a}\boxed{b}\boxed{a}\boxed{b} \leftrightarrow \begin{cases} 1000a \\ 100b \\ 10a \\ 1b \end{cases} \leftrightarrow 1010a + 101b = 101 \cdot (10a + b) \leftrightarrow 101 \cdot \boxed{a}\boxed{b}$$

INVESTIGA

Divisibilidad y geometría

- ¿Cuántos prismas diferentes se pueden construir con 12 dados unitarios?

Para 12 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 12 \quad 2 \times 6 \quad 3 \times 4 \quad 2 \times 2 \times 3$$

- Más difícil: ¿Y con un conjunto de 60 dados?

Para 60 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 60 \quad 2 \times 30 \quad 3 \times 20 \quad 4 \times 15 \quad 5 \times 12 \quad 6 \times 10 \quad 2 \times 2 \times 15 \\ 2 \times 3 \times 10 \quad 2 \times 5 \times 6 \quad 3 \times 4 \times 5 \quad 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Echa cuentas, haz pruebas

- Un restaurante, que está reponiendo menaje, invierte 300 € en la compra de platos y otro tanto en la compra de tazas. Sabiendo que una taza cuesta un euro más que un plato, y que ha comprado 15 platos más que tazas, ¿cuántos platos y cuántas tazas ha adquirido?


El producto del número de tazas (T) por el coste de cada una (C_T) es 300. Y lo mismo podemos decir de los platos:

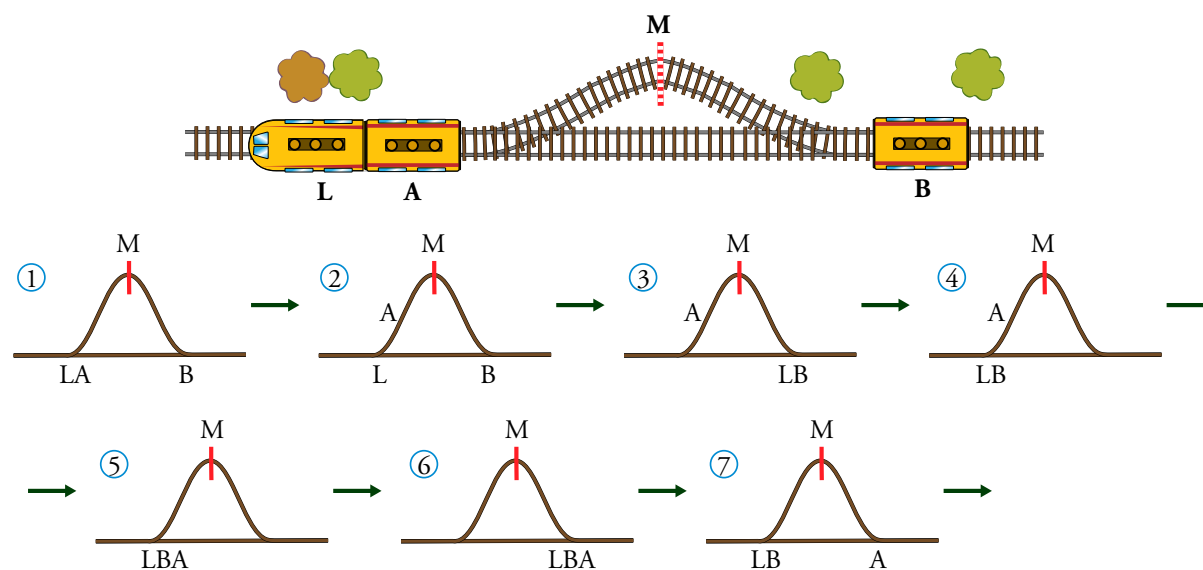
$$T \cdot C_T = 300 \quad P \cdot C_P = 300$$

Observando entre las descomposiciones de 300 en dos factores vemos las que se ajustan al enunciado:

$$1 \cdot 300 - 2 \cdot 150 - 3 \cdot 100 - 4 \cdot 75 - 5 \cdot 60 - 6 \cdot 50 - 10 \cdot 30 - 12 \cdot 25 - 15 \cdot 20 \dots$$

Son 60 tazas a 5 € cada una y 75 platos a 4 € cada uno.

-  En la vía muerta, M, cabe un vagón, A o B, pero no la locomotora, L. ¿Cómo te las arreglarías para cambiar entre sí las posiciones de los vagones?



AUTOEVALUACIÓN

- 1** Busca, entre los siguientes, cuatro pares de números emparentados por la relación de divisibilidad.

6 15 35 80 90 240

6 y 90, 15 y 90, 80 y 240, 6 y 240

- 2** ¿Verdadero o falso?

a) 60 es divisible por 15.

b) 7 es múltiplo de 21.

c) 12 es divisor de 120.

d) 162 es múltiplo de 8.

a) Verdadero.

b) Falso, $21 = 7 \cdot 3$, por tanto, 21 es múltiplo de 7.

c) Verdadero.

d) Falso, 162 no es divisible por 8, $162 : 8 = 20$ y resto 2.

- 3** Escribe.

a) Los múltiplos de 12 comprendidos entre 50 y 100.

b) Todos los divisores de 90.

a) 60, 72, 84 y 96

b) 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 y 90

- 4** Encuentra los números pedidos.

a) El primer múltiplo de 13, después de 1 000.

b) El último múltiplo de 11, antes de 1 000.

a) 1 001

b) 990

- 5** Completa en tu cuaderno.

a) Un número es múltiplo de 3 cuando...

b) Un número es divisible por 5 cuando...

c) Un número es múltiplo de 9 cuando...

a) Un número es múltiplo de 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

b) Un número es divisible por 5 cuando acaba en 0 o en 5.

c) Un número es múltiplo de 9 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

- 6** Escribe, ordenados, todos los números primos menores que 50.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 y 47

7 Averigua si los números siguientes son primos o compuestos.

- a) 101 b) 147 c) 247

- a) 101 es primo.
b) 147 es divisible por 3. Es compuesto.
c) $247 = 13 \cdot 19$. Es compuesto.

8 Descompón en factores primos.

- a) 36 b) 48 c) 396
a) $36 = 2^2 \cdot 3^2$ b) $48 = 2^4 \cdot 3$ c) $396 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$

9 Calcula.

- a) mín. c. m. (36, 48) b) máx. c. d. (36, 48)
c) mín. c. m. (10, 15, 25) d) máx. c. d. (10, 15, 25)
a) mín. c. m. (36, 48) = 144 b) máx. c. d. (36, 48) = 12
c) mín. c. m. (10, 15, 25) = 150 d) máx. c. d. (10, 15, 25) = 5

10 ¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 estudiantes, en equipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno?

N.º DE EQUIPOS	1	2	4	7	14	28
MIEMBROS POR EQUIPO	28	14	7	4	2	1

11 ¿Cuál es el lado del menor cuadrado que se puede formar uniendo baldosas rectangulares de 15 cm de largo por 6 cm de ancho?

- mín. c. m. (15, 6) = 30
El lado del menor cuadrado que se puede formar mide 30 cm.
El cuadrado se forma con 2×5 baldosas.

12 Un grupo de 48 niños y niñas, acompañados de 36 adultos, acuden a un campamento de montaña. Para dormir, acuerdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además, cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. Por otro lado, ni los adultos quieren dormir con niños, ni los niños con adultos. ¿Cuántos entrarán en cada cabaña? ¿Cuántas cabañas ocuparán?

- máx. c. d. (36, 48) = 12
En cada cabaña entrarán 12 personas.
Ocuparán $(48 + 36) : 12 = 7$ cabañas.