16 AZAR Y PROBABILIDAD

Página 290

1 **Si lanzamos una taba, ¿por cuál de las cuatro posiciones apostarías?**

Un taba es un instrumento irregular, por lo que habría que lanzarla muchas veces para poder hacer una estimación de la probabilidad de obtener cada posición.

2 **¿Te parecería razonable pensar que todas tienen las mismas posibilidades? En caso negativo, ¿cuál te parece menos probable?**

No son igual de probables. Las menos probables son las que no tienen bases planas y son más pequeñas.

3 **Lanzamos un dado del parchís. ¿Qué crees que es más probable, que salga un 5 o que salga un 1? ¿Te parece razonable asignar la misma probabilidad a las seis caras?**

Es igualmente probable; la probabilidad de un dado correcto es igual para cada una de sus caras. Por tanto, es razonable asignar la misma probabilidad a las seis caras.

4 **Ricardo apuesta en un juego con un dado:**

- **Dice uno de los seis números y pone una ficha.**
- **Si sale ese número, se lleva cinco fichas (la suya y otras cuatro).**
- **Si no sale, pierde la ficha.**

¿Es equitativo?

No es equitativo. Si atendemos a las probabilidades, va a ganar una de cada seis veces que juega. En cinco de ellas pierde cinco fichas y en la que acierta, gana cuatro fichas; por tanto, por término medio pierde una ficha por cada seis partidas.

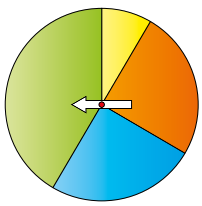
Página 291

5 **Reflexiona sobre esas cuestiones:**

a) Pon ejemplos de sucesos muy poco probables y de otros muy probables.

b) Di dos sucesos igualmente probables.

c) Si en el siguiente disco hacemos girar la flecha, puede parar en el verde (V), en el amarillo (Am), en el azul (Az) o en el naranja (N). ¿Cuál de dichos sucesos es más probable? ¿Cuál es menos probable?



d) De entre los sucesos anteriores, ¿hay dos que sean igualmente probables?

a) Respuesta abierta. Por ejemplo; en el lanzamiento de un dado, es muy probable que salga un número mayor que 1 y poco probable que salga un 3.

b) Respuesta abierta. Por ejemplo; en la extracción de una carta de una baraja de cartas es igual de probable obtener oros que espadas.

c) Es más probable que caiga en verde y menos probable que caiga en amarillo.

d) Los sucesos naranja y azul son igual de probables.

6 **Antonio, Berta y Carlos juegan con dos monedas. Si salen dos caras, gana Carlos; si salen dos cruces, gana Antonio, y si salen una cara y una cruz, gana Berta. ¿Hay alguno que tenga ventaja o es un juego equitativo? Argumenta tu respuesta.**

$$\left.\begin{array}{c}C\\C\end{array}\right\}\text{CARLOS}\qquad\left.\begin{array}{c}C\\+\end{array}\right\}\text{BERTA}\qquad\left.\begin{array}{c}+\\+\end{array}\right\}\text{ANTONIO}$$

Al jugar con dos monedas, las posibilidades que se dan son {CC, C+, +C, ++}. Entonces, es evidente que tiene más ventaja Berta, puesto que, tiene dos posibilidades de ganar de las cuatro que existen.

1 SUCESOS ALEATORIOS

Página 292

Para fijar ideas

1 **En cada una de las experiencias descritas arriba, di cuáles son todos los posibles resultados que se pueden obtener. Por ejemplo:**

- **Lanzar una chincheta: de pie y tumbada.**
- **Personas en el paso de cebra: 0, 1, 2, 3…**

Sigue tú:

a) Puntuación obtenida al lanzar el dado de seis caras.

b) Color de la bola extraída del bombo.

c) Número de caras al lanzar tres monedas.

d) ¿Parará un coche azul cuando se cierre el semáforo?

a) 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

b) Rojo, verde, azul y amarillo.

c) 0, 1, 2 y 3.

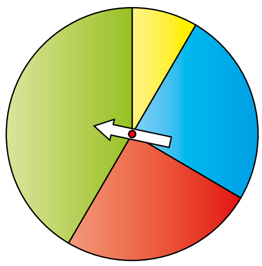
d) Sí y no.

Página 293

Para fijar ideas

2 **Al hacer girar la ruleta, la flecha puede caer en rojo (R), azul (Az), amarillo (Am) o verde (V), pero no puede caer en negro (N).**

Haz corresponder estos sucesos en tu cuaderno:



a) Suceso seguro	**I {N}**
b) Azul o verde	**II {Az, V, R}**
c) No amarillo	**III {V, R, Am, Az}**
d) Ni amarillo ni azul	**IV {R, V}**
e) Suceso imposible	**V {Az, V}**

a → III

b → V

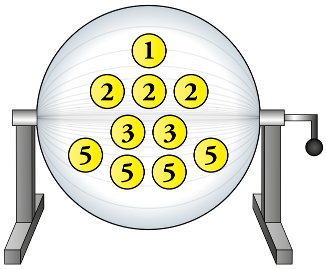
c → II

d → IV

e → I

Para practicar

1 Experiencia: «Extraer una bola del bombo».



a) ¿Cuáles son los casos?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Escribe los siguientes sucesos:

- **«Mayor que 1»**
- **«Mayor que 3 y menor que 5»**
- **«Par»**
- **«Suceso seguro»**

a) 1, 2, 3 y 5.

b) $E = \{1, 2, 3, 5\}$

c) «Mayor que 1» = {2, 3, 5}

«Mayor que 3 y menor que 5» = imposible

«Par» = {2}

«Suceso seguro» = {1, 2, 3, 5}

2 PROBABILIDAD DE UN SUCESO

Página 294

Para fijar ideas

1 **Copia y completa con POCO PROBABLE, MUY PROBABLE, IGUAL DE PROBABLE, SEGURO o IMPOSIBLE.**

a) Al extraer una carta de la baraja es … que salga el as de oros.

b) Al lanzar un dado es … que salga un número mayor que 1.

c) Al lanzar un dado es … que salga un número mayor que 6.

d) Al lanzar una moneda es … que saldrá cara o cruz.

e) Al lanzar una moneda es … que salga cara o cruz.

a) Al extraer una carta de la baraja es POCO PROBABLE que salga el as de oros.

b) Al lanzar un dado es MUY PROBABLE que salga un número mayor que 1.

c) Al lanzar un dado es IMPOSIBLE que salga un número mayor que 6.

d) Al lanzar una moneda es SEGURO que saldrá cara o cruz.

e) Al lanzar una moneda es IGUAL DE PROBABLE que salga cara o que salga cruz.

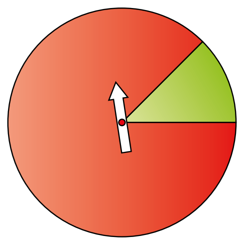
Para practicar

1 **En la ruleta de la derecha hacemos girar la flecha y nos fijamos en el color que señala.**

a) ¿Cómo de probable es sacar rojo? ¿Y azul?

b) ¿Cómo de probable es que no sea amarillo?

c) ¿Cómo de probable es sacar verde?



a) Es muy probable sacar rojo e imposible sacar azul.

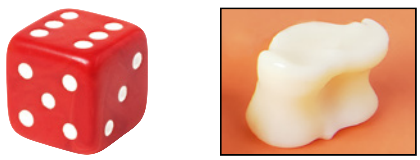
b) Es seguro que no sea amarillo.

c) Es muy poco probable sacar verde.

Página 295

Para practicar

2 **Explica por qué se puede asignar probabilidades a las caras de un dado, sin necesidad de hacer pruebas y, sin embargo, es necesario experimentar para asignar las de las cuatro caras de la taba.**



Un dado correcto es un instrumento regular que tiene 6 casos con la misma probabilidad de salir. Por eso, no hace falta experimentar para asignar probabilidades a cada una de sus caras.

3 ASIGNACIÓN DE PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS REGULARES

Página 296

Para fijar ideas

1 **Copia y completa, como en el primer caso, las siguientes experiencias aleatorias.**

a) **Voy a extraer una bola de un bombo que contiene 10 bolas idénticas numeradas del 0 al 9. ¿Qué probabilidad tiene de salir cada número?**

$$P[0] = P[1] = \dots = P[9] = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

b) **Tengo una papeleta de una rifa con 100 números, del 0 al 99. ¿Cuál es la probabilidad de que me toque?**

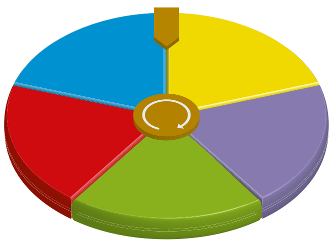
$$P[\text{MI PALETA}] = \frac{1}{100} = \dots$$

c) **Ha llegado una compañera nueva a clase. ¿Qué probabilidad hay de que su cumpleaños coincida con el mío, que es el 5 de mayo?**

$$P[5 \text{ DE MAYO}] = \frac{1}{\square} \approx \dots$$

Para practicar

1 **¿Cuál es la probabilidad de que caiga en el color rojo al hacer girar la ruleta?**



$P[\text{ROJO}] = \frac{1}{5}$

2 **Si elegimos al azar una entre las 28 fichas de dominó, ¿cuál es la probabilidad de que sea el 6 doble?**

$P[6 \text{ DOBLE}] = \frac{1}{28}$

3 **Mi signo del zodiaco es leo. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona que va sentada a mi lado en el autobús sea también leo?**

$P[\text{LEO}] = \frac{1}{12}$

4 **¿Cuál es la probabilidad de extraer el as de bastos de una baraja española? ¿Y el rey de copas?**

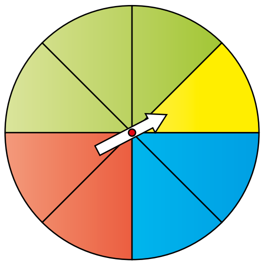
P[AS DE BASTOS] = $\frac{1}{40}$ P[REY DE COPAS] = $\frac{1}{40}$

Página 297

Para fijar ideas

2 **Observa, copia y completa en tu cuaderno.**

La probabilidad de obtener cada color al hacer girar la aguja de la ruleta es:



$\boldsymbol{P}$**[VERDE]** $= \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{8}}$ $\boldsymbol{P}$**[ROJO]** $= \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{8}} = \frac{\square}{\mathbf{4}}$

$\boldsymbol{P}$**[AMARILLO]** $= \frac{\square}{\mathbf{8}}$ $\boldsymbol{P}$**[AZUL]** $= \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

P[ROJO] $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ P[AMARILLO] $= \frac{1}{8}$ P[AZUL] $= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Para practicar

5 **De una baraja de 40 naipes se va a extraer uno al azar.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar un rey? (Recuerda que la baraja tiene 4 reyes).

b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un basto?

a) P[REY] $= \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) P[BASTOS] $= \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

6 **Extraemos al azar una bola de esta bolsa. Calcula la probabilidad de que sea de cada uno de los colores.**

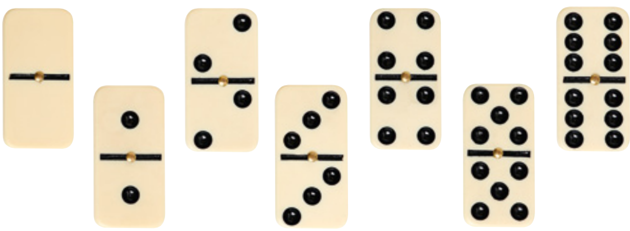
P[NARANJA] $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ P[AZUL] $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ P[VERDE] $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

P[NEGRA] $= \frac{1}{12}$ P[ROJO] $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

7 **Tenemos las 28 fichas de un juego de dominó, boca abajo, sobre el tablero de la mesa.**

a) ¿Cuántas de ellas son dobles?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al volver una sea doble?



a) Siete son dobles.

b) La probabilidad de que sea doble es de $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$.

4 ALGUNAS ESTRATEGIAS PARA EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Página 299

Para fijar ideas

1 **El menú del día de cierto restaurante ofrece, como primer plato, Lentejas (L), Acelgas (A) o Ensalada (E). Como segundo plato, Filete (F) o Pescadilla (P). Y de postre, Tarta de queso (T) o Naranja (N).**

a) Construye en tu cuaderno un diagrama en árbol que refleje todas las opciones del menú.

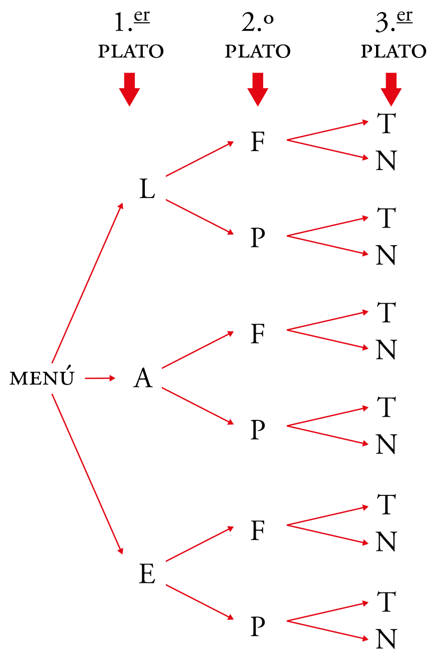
$$\text{Total de opciones} \to 3 \times 2 \times \ldots = \ldots$$

b) Si un cliente elige un menú, al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tome una verdura (acelgas o ensalada), un filete y un postre?

Opciones favorables (verdura + filete + postre) $\to$ …

$$P[\text{VERDURA + FILETE + POSTRE}] = \frac{\text{opciones favorables}}{\text{total de opciones}} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

a)



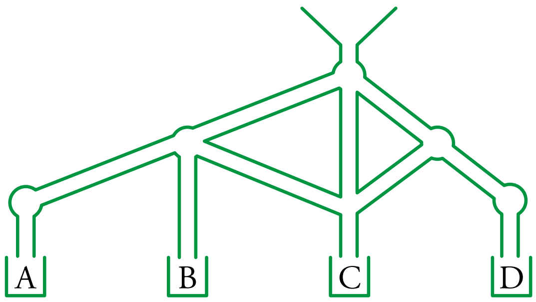
Total de opciones $\to 3 \times 2 \times 2 = 12$

b) $P[\text{VERDURA + FILETE + POSTRE}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

2 **Supón que lanzamos 18 perdigones en el embudo del siguiente aparato que los reparte de forma equitativa.**

NOTA: ¿Por qué 18? Porque el primer distribuidor tiene tres salidas (3), una de ellas con tres ramas (3) y otra con dos (2). → $3 \times 3 \times 2 = 18$

a) Teóricamente, ¿cuántos caerán en cada depósito?

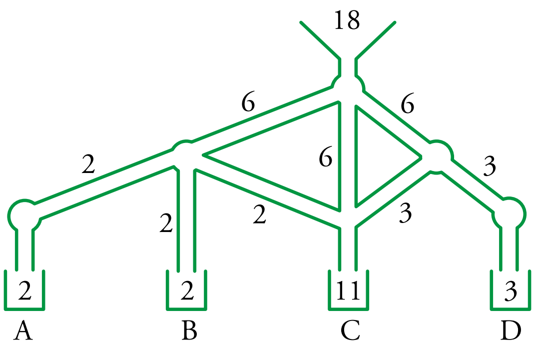


En A → … En B → …
En C → … En D → …

b) A la vista de los resultados anteriores, si lanzamos un solo perdigón, ¿cuál será la probabilidad de que caiga en el depósito A? ¿Y de que caiga en el C? ¿Y en D?

$$P[A] = \frac{\square}{18} = \frac{\square}{\square} \qquad P[C] = \frac{\square}{\square} \qquad P[D] = \frac{\square}{\square}$$

a)



En A → 2 En B → 2 En C → 11 En D → 3

b) $P[A] = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ $P[C] = \frac{11}{18}$ $P[D] = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

3 **Los estudiantes de un centro que se quedan a realizar actividades deportivas se distribuyen así:**

	FÚTBOL	NATACIÓN	TENIS
PRIMARIA	14	7	4
SECUNDARIA	16	4	15

Si elegimos uno al azar, calcula estas probabilidades:

a) Sea de Primaria. → P [PRIMARIA] = $\frac{\square}{\square}$

b) Sea de Primaria y juegue al tenis. → P [PRIMARIA Y TENIS] = $\frac{\square}{\square}$

c) Practique el tenis, sabiendo que es de Secundaria. → …

$P[\text{PRIMARIA}] = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

$P[\text{PRIMARIA y TENIS}] = \frac{4}{25}$

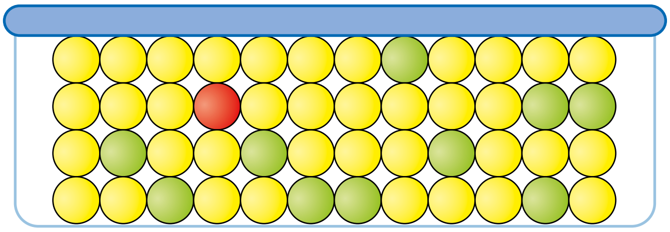
$P[\text{SECUNDARIA y TENIS}] = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

Página 300

Ejercicios y problemas

Muy probable, poco probable

1 **Tenemos una urna como esta:**



Removemos y extraemos una bola al azar. Copia y asocia con flechas en tu cuaderno:

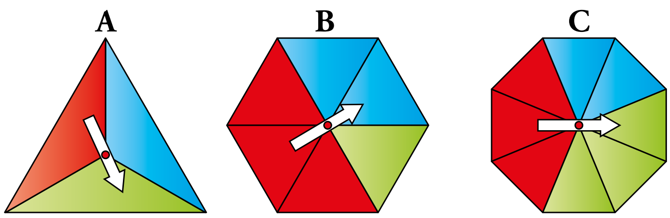
P **[ROJO]**	**Imposible**
P **[VERDE]**	**Muy poco probable**
P **[AMARILLO]**	**Poco probable**
P **[NEGRO]**	**Muy probable**

P [ROJO] → Muy poco probable
P [VERDE] → Poco probable
P [AMARILLO] → Muy probable
P [NEGRO] → Imposible

2 **¿En cuál de las siguientes bolsas es más probable sacar bola roja?**

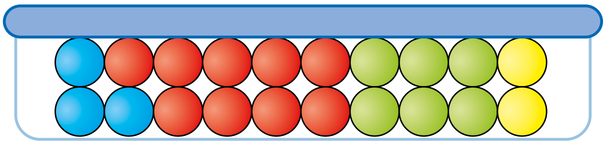
Es más probable sacar bola roja en la bolsa I, puesto que tiene probabilidad $\frac{2}{3} = 0{,}66\ldots$
En las otras bolsas, la probabilidad de sacar bola roja es más baja.

3 **¿En cuál de las siguientes ruletas es más difícil obtener color azul?**



Es más difícil obtener color azul en la tercera ruleta, puesto que ocupa menos de un tercio, $\frac{2}{7}$ de la ruleta.

4 **Al extraer una bola al azar de esta urna, ordena los colores de más probable a menos probable de obtener:**



Ordenando los colores de más probable a menos probable obtenemos: rojo, verde, azul y amarillo.

5 **Imagina que extraes una carta de una baraja de 40 naipes. Escribe un suceso que sea IMPOSIBLE; otro que sea POCO PROBABLE; otro, MUY PROBABLE, y uno que sea SEGURO.**

Respuesta abierta; por ejemplo:

Suceso IMPOSIBLE → Sacar un comodín.

Suceso POCO PROBABLE → Sacar el as de espadas.

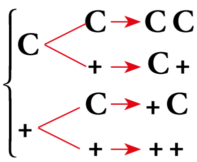
Suceso MUY PROBABLE → Sacar número mayor que 1.

Suceso SEGURO → Sacar una carta que sea oros, copas, bastos o espadas.

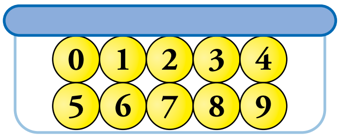
Espacio muestral. Sucesos

6 **Indica el espacio muestral en cada una de estas experiencias aleatorias:**

a) **Lanzar dos monedas y contar el número de cruces.**

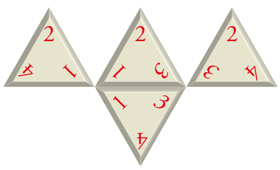


b) **Sacar una bola de esta urna y ver qué número se obtiene.**



c) **Sacar una moneda del bolsillo y observar su valor.**

d) **Tirar un dado con forma de tetraedro y ver el número que has obtenido.**



¿En cuáles de las experiencias de los apartados anteriores los casos no tienen la misma probabilidad?

a) $E = \{0, 1, 2\}$

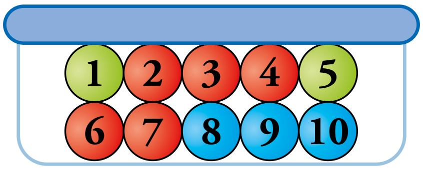
b) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

c) E = {1 cent., 2 cts., 5 cts., 10 cts., 20 cts., 50 cts., 1 €, 2 €}

d) $E = \{1, 2, 3, 4\}$

Los casos que no tienen la misma probabilidad de salir son los del apartado c.

7 **Extraemos una ficha al azar de la siguiente urna y anotamos su número:**



a) Describe el espacio muestral. ¿Cuántos casos tiene?

b) Describe los siguientes sucesos:

A = ROJA	**B = VERDE**
C = PAR	**D = MENOR QUE 4**
E = VERDE Y PAR	**F = MENOR QUE 1**

Denominamos: V → verde; R → rojo; Az → azul.

a) E = {1V, 2R, 3R, 4R, 5V, 6R, 7R, 8Az, 9Az, 10Az}

Tiene 10 casos.

b) A = {2R, 3R, 4R, 6R, 7R} B = {1V, 5V}

C = {2R, 4R, 6R, 8Az, 10Az} D = {1V, 2R, 3R}

E = No hay ningún caso. F = No hay ningún caso.

8 **Una experiencia consiste en lanzar un dado y, después, lanzar una moneda. Los casos son: (1 y C); (1 y +); (2 y C); (2 y +); …; (6 y C); (6 y +).**

a) Escribe el espacio muestral (son 12 casos).

b) El suceso «Sacar número mayor que 5 y cara» solo tiene un caso: (6 y C).

Describe el suceso «Sacar número par y cara» enumerando todos sus casos.

c) Enumera los casos del suceso «Sacar cualquier número y cruz».

a) E = {1C, 1+, 2C, 2+, 3C, 3+, 4C, 4+, 5C, 5+, 6C, 6+}

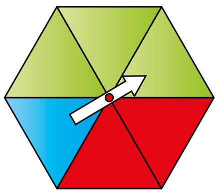
b) El suceso par y cara está formado por 3 casos: {2C, 4C, 6C}.

c) El suceso cualquier número y cruz tiene 6 casos: {1+, 2+, 3+, 4+, 5+, 6+}.

Página 301

Cálculo de probabilidades en experiencias regulares

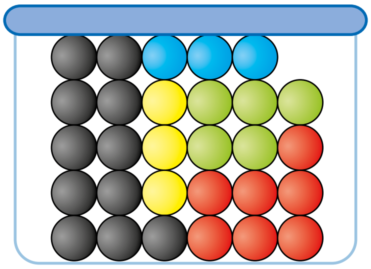
9 **¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los colores? Razónalo.**



La ruleta es un hexágono regular dividido en 6 partes iguales, de las cuales, 3 de ellas son verdes, 1 azul y las otras dos son rojas. Por tanto:

$P[\text{VERDE}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $P[\text{AZUL}] = \frac{1}{6}$ $P[\text{ROJO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

10 **Se extrae una bola al azar de una urna como la siguiente:**



Indica la probabilidad de que:

a) Sea roja.

b) No sea negra.

a) $P[\text{ROJA}] = \frac{7}{29}$

b) $P[\text{NEGRA}] = \frac{11}{29}$

11 **Extraemos una carta de una baraja española de 40 naipes. Calcula la probabilidad de:**

a) Que la carta sea de bastos.

b) Que la carta no sea un as.

c) Que la carta no sea una figura.

d) Que la carta sea un as o una figura.

a) $P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{NO SEA AS}] = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$

c) $P[\text{FIGURA}] = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$

d) $P[\text{AS O FIGURA}] = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

12 **Calcula las siguientes probabilidades asociadas al lanzamiento de un dado de seis caras:**

a) El resultado es múltiplo de 3.

b) El resultado es múltiplo de 2.

c) El resultado es mayor que 1.

d) El resultado es menor que 5.

e) El resultado es menor que 1.

a) $P[\text{MÚLTIPLO DE 3}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) $P[\text{MÚLTIPLO DE 2}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) $P[\text{MAYOR QUE 1}] = \frac{5}{6}$

d) $P[\text{MENOR QUE 5}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

e) $P[\text{MENOR QUE 1}] = 0$

13 **Sin mirar, doy vueltas a las manecillas de un reloj. Calcula la probabilidad de que la hora que haya puesto sea:**

a) Entre las 3 y las 4.

b) Antes de las 3.

c) Más tarde de las 10.

d) Antes de las 6.

a) $P[\text{ENTRE LAS 3 Y LAS 4}] = \frac{1}{12}$

b) $P[\text{ANTES DE LAS 3}] = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

c) $P[\text{MÁS TARDE DE LAS 10}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

d) $P[\text{ANTES DE LAS 6}] = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

14 **Para un examen de Geografía, hay que saber situar sobre un mapa mudo las 17 comunidades autónomas de España. Ricardo solo sabe dónde se encuentran 10 de ellas.**

a) Si en el examen le piden situar una, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de las que sabe?

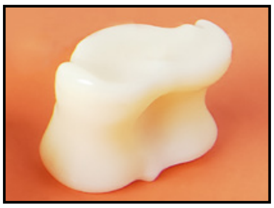
b) Supongamos que le piden que sitúe una de las que no sabe y, en vez de no contestar, lo hace a voleo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte?

a) La probabilidad de que sitúe una bien es $P = \frac{10}{17}$.

b) La probabilidad de que acierte a voleo es $P = \frac{1}{7}$.

Cálculo de probabilidades en experiencias irregulares

15 **De las 823 veces que he lanzado la taba que ves en la foto, en 185 ocasiones ha caído de esta forma:**



¿Qué probabilidad puede asignarse a que en el próximo lanzamiento la taba vuelva a caer de esta forma?

La probabilidad de que en el próximo lanzamiento la taba vuelva a caer de la misma forma es $P = \frac{185}{823}$.

16 **Lanzamos 1 000 veces una chincheta, obteniendo en 368 ocasiones la punta hacia arriba. ¿Qué probabilidad se puede asignar a que al volver a lanzarla caiga tumbada?**

Hemos tirado la chincheta 1 000 veces y en 368 ocasiones ha caído con la punta hacia arriba; entonces, en 632 ocasiones ha caído tumbada.

Por tanto, la probabilidad de que la chincheta caiga tumbada la próxima vez que la lance es $P = \frac{632}{1000} = \frac{79}{125}$.

17 **Observando a un jugador de baloncesto, hemos contado 187 canastas y 85 fallos. ¿Qué probabilidad le asignaremos al suceso «Acertará el próximo lanzamiento»?**

El jugador de baloncesto ha tirado a canasta 272 veces.

Por tanto, P[ACERTAR EN EL PRÓXIMO LANZAMIENTO] $= \frac{187}{272}$.

18 **En una cierta región, el 15 % de los habitantes padecen una alergia, y de estos, el 60 % tienen alergia al polen. ¿Qué probabilidad podemos asignar a que tomando una persona al azar no tenga alergia al polen?**

En esa región, sabemos que el 15 % de los habitantes padece de alergia, y de estos, el 60 % tienen alergia al polen.

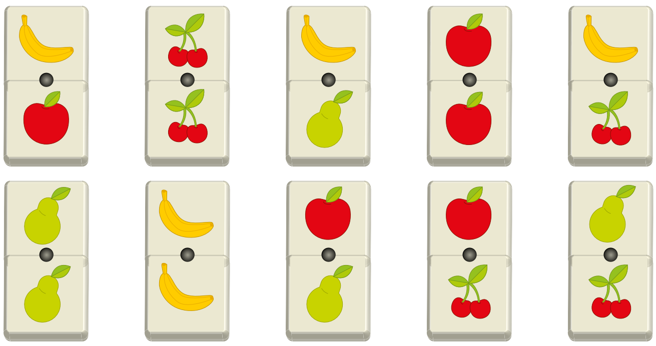
Esto quiere decir que $\frac{15}{100} \cdot \frac{60}{100} = \frac{9}{100}$ = 9 % de la población tiene alergia al polen.

Por tanto $1 - \frac{9}{100} = \frac{91}{100}$ = 91 % de la población de esa región no tiene alergia al polen.

Página 302

Resuelve problemas

19 **Un juego parecido al dominó está formado por las siguientes piezas:**



Las echamos a una bolsa y sacamos una al azar.

a) ¿Es una experiencia regular? ¿Por qué?

b) Escribe el espacio muestral.

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar PERA/MANZANA?

a) Sí es una experiencia regular, pues es igual de probable sacar cualquier ficha.

b) P → Plátano M → Manzana E → Pera C → Cereza

E = {P-M, C-C, P-E, M-M, P-C, E-E, P-P, M-E, M-C, E-C}

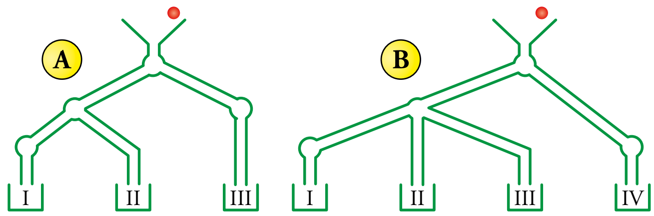
c) La probabilidad de sacar PERA/MANZANA es $\frac{1}{10}$.

20 ***Del dominó de la actividad anterior, ponemos sobre la mesa la ficha PLÁTANO/PERA y las demás las metemos en una bolsa. Extraemo una ficha al azar.***

¿Cuál es la probabilidad de que esa nueva ficha, según las reglas del dominó, pueda encadenarse con la que está sobre la mesa?

Problema resuelto.

21 **Observa estos aparatos. ¿Cuál es la probabilidad de que la bolita caiga en cada recipiente de A? ¿Y en cada recipiente de B?**



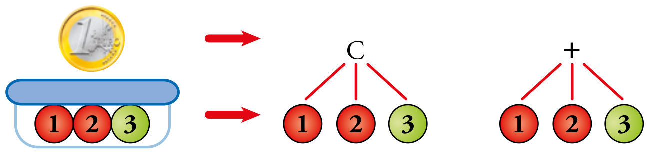
En el caso de A, si tiramos 8 bolas:

$P[\text{I}] = \frac{2}{8}$ $\quad P[\text{II}] = \frac{2}{8}$ $\quad P[\text{III}] = \frac{4}{8}$

En el caso de B, si tiramos 12 bolas:

$P[\text{I}] = \frac{2}{12}$ $\quad P[\text{II}] = \frac{2}{12}$ $\quad P[\text{III}] = \frac{2}{12}$ $\quad P[\text{IV}] = \frac{6}{12}$

22 **Lanzamos una moneda y tomamos al azar una bola de la urna.**



a) **Escribe el espacio muestral.**

b) **¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja?**

c) **¿Cuál es la probabilidad de obtener cara y bola roja?**

a) E = {C1R, C2R, C3V, +1R, +2R, +3V}

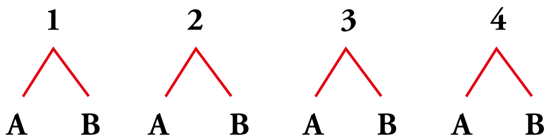
b) $P[\text{ROJA}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) $P[\text{CARA y ROJA}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

23 **En mi maleta tengo 4 camisetas y 2 pantalones:**

Tengo que salir de madrugada y no quiero dar la luz para no despertar a los que duermen en la habitación, por lo que cojo a oscuras, al azar, una camiseta y un pantalón.

a) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?



¿Cuál es la probabilidad de cada caso?

b) Describe el suceso «Sacar camiseta negra y pantalón azul»? ¿Cuál es su probabilidad?

c) ¿Y la del suceso «Sacar camiseta de manga corta y pantalón verde»? ¿Cuál es su probabilidad?

a) El espacio muestral tiene 8 elementos distintos.

La probabilidad de cada uno es de $\frac{1}{8}$.

b) El suceso sería 1B.

$P[\text{CAMISETA NEGRA Y PANTALÓN AZUL}] = \frac{1}{8}$

c) $P[\text{CAMISETA MANGA CORTA Y PANTALÓN VERDE}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Página 303

24 Los estudiantes de una clase se distribuyen así:

	CHICAS	CHICOS
CON GAFAS	3	6
SIN GAFAS	12	1

Escogemos uno al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea chica.

b) Tenga gafas.

c) Sea chica con gafas.

d) Sabiendo que es chico, tenga gafas.

En la clase hay un total de 22 estudiantes.

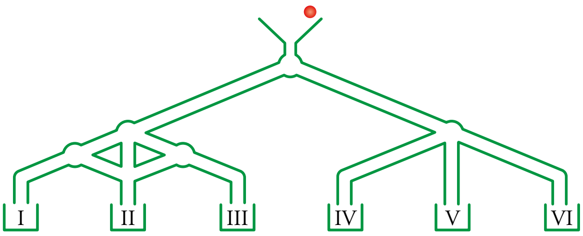
a) $P[\text{CHICA}] = \dfrac{15}{22}$

b) $P[\text{GAFAS}] = \dfrac{9}{22}$

c) $P[\text{CHICA CON GAFAS}] = \dfrac{3}{22}$

d) Sabiendo que es chico, $P[\text{CON GAFAS}] = \dfrac{6}{7}$.

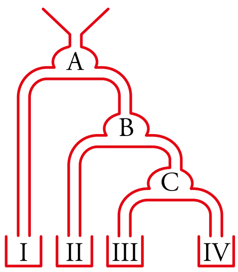
25 ***Calcular la probabilidad de que la bolita caiga en cada recipiente.***



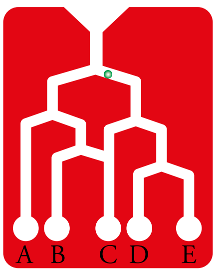
Problema resuelto.

26 Calcula, en cada caso, la probabilidad de que la bolita caiga en los distintos recintos:

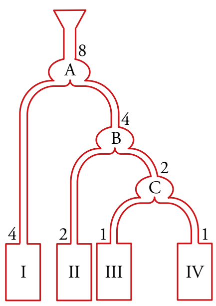
a)



b)



a) y b) Si tirásemos 8 bolas y se repartieran equitativamente:

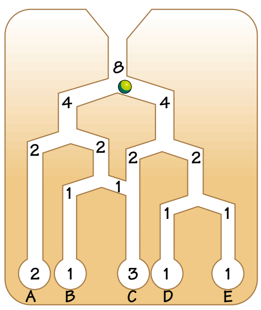


$P[\text{I}] = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$

$P[\text{II}] = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

$P[\text{III}] = \dfrac{1}{8}$

$P[\text{IV}] = \dfrac{1}{8}$



$P[\text{A}] = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

$P[\text{B}] = \dfrac{1}{8}$

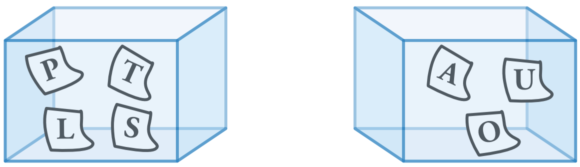
$P[\text{C}] = \dfrac{3}{8}$

$P[\text{D}] = \dfrac{1}{8}$

$P[\text{E}] = \dfrac{1}{8}$

27 **El profesor de Lengua ha diseñado una experiencia que consiste en formar sílabas tomando al azar una papeleta de la urna 1 y otra de la urna 2.**

URNA 1 URNA 2



Cada alumno o alumna tendrá que escribir una palabra que empiece con dicha sílaba.

a) Escribe el espacio muestral.

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener la sílaba A?

c) ¿Y de obtener una sílaba que termine en A?

a) E = {PA, PO, PU, TA, TO, TU, SA, SO, SU, LA, LO, LU}

b) P[SÍLABA A] = 0

c) P[SÍLABA QUE TERMINA EN A] $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

28 **En un restaurante hay sopa, puré o ensalada de primero; carne, pescado o arroz de segundo; y, para finalizar, café o postre.**

a) ¿Cuántos menús distintos podemos elegir?

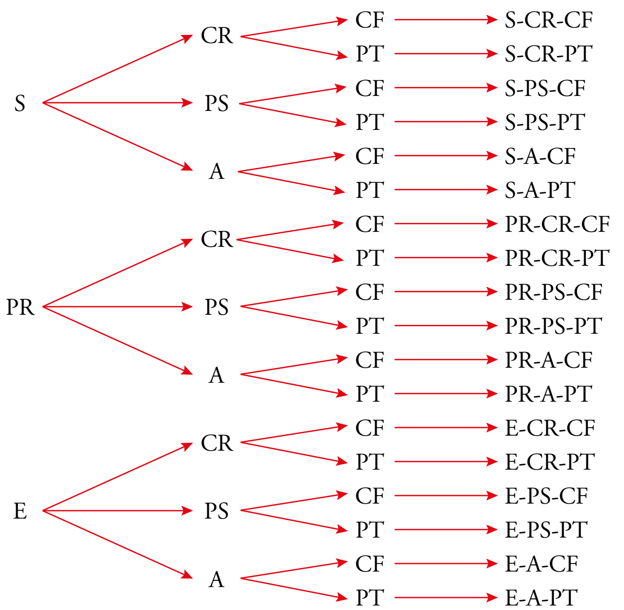
b) Si nos sirven un menú elegido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea ensalada y carne?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que lleve arroz?

a) Para contar los distintos tipos de menú que podemos elegir, podemos ayudarnos de un diagrama de árbol.

S → Sopa	PR → Puré	E → Ensalada	CR → Carne
PS → Pescado	A → Arroz	CF → Café	PT → Postre

1.er PLATO 2.º PLATO POSTRE RESULTADO



Podemos elegir 18 menús distintos.

b) P[ENSALADA Y CARNE] $= \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

c) P[PLATO LLEVE ARROZ] $= \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

29 **La tabla recoge las ventas de una agencia inmobiliaria durante el mes pasado.**

	MENOS DE 100 000 €	ENTRE 100 000 Y 300 000 €	MÁS DE 300 000 €
CASAS	1	2	5
PISOS	3	10	3

Según esos datos, ¿cuál es la probabilidad de que la próxima venta supere los trescientos mil euros? ¿Y de que sea un piso de menos de trescientos mil?

La próxima venta tiene una probabilidad de $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ de superar los 300 000 €.

La próxima venta tiene una probabilidad de $\frac{13}{24}$ de ser un piso que cueste menos de 300 000 €.

30 **De los 30 estudiantes que somos en clase, hay 18 chicas, de las cuales 12 han aprobado todo. Si en total ha habido 10 personas con alguna asignatura suspensa y elegimos al azar a alguien de clase, halla la probabilidad de que:**

a) Sea chico y haya aprobado todo.

b) Habiendo suspendido alguna, sea chica.

Hacemos una tabla, para ayudarnos con los resultados.

	CHICAS	CHICOS	TOTAL
APROB. TODO	12	8	20
NO APROB. TODO	6	4	10
TOTAL	18	12	30

a) $P[\text{CHICO Y APROBAR TODO}] = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

b) Sabiendo que ha suspendido alguna, $P[\text{CHICA}] = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

31 **El juego del dominó consta de 28 fichas. Si elegimos una al azar, indica la probabilidad de que:**

a) Tenga un 3.

b) No sea doble.

c) Sus puntos sumen 7.

d) Enlace con el 6-4. ¡Atención! Para este caso hemos de escoger una de las otras 27 fichas.

a) $P[\text{TENGA UN } 3] = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{NO SEA DOBLE}] = \frac{21}{28}$

c) $P[\text{SUS PUNTOS SUMEN } 7] = \frac{3}{28}$

d) $P[\text{ENLACE CON EL } 6\text{-}4] = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

LEE E INFÓRMATE

El azar no tiene memoria

Paloma ha observado que en los últimos 27 lanzamientos de un dado no ha salido ningún 5, y piensa: ahora es mucho más probable que en la próxima tirada salga 5. ¿Tendrá razón?

- **Pues bien, si el dado es perfecto, existe la misma probabilidad de obtener cualquiera de las caras, sin importar para nada lo que haya ocurrido antes. ¡El azar no tiene memoria!**
- **Si el dado es imperfecto, entonces habrá que pensar que es muy poco probable que salga 5, puesto que así lo sugiere la experiencia.**

De modo que Paloma no tiene razón en ninguno de los casos.

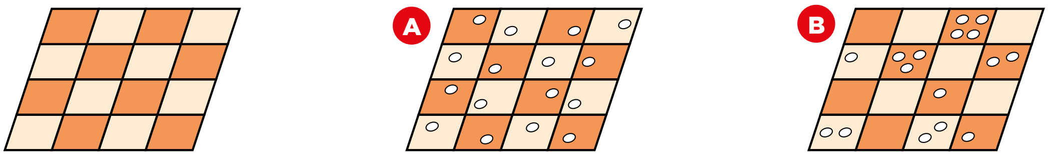
Es interesante reflexionar sobre este problema, ya que una gran cantidad de personas, y no solo los estudiantes de estas edades, creen que si con un dado llevamos muchas tiradas sin que salga un cierto número cada vez es más probable que se consiga esta puntuación, pues ya toca. Este error, conocido como la falacia del jugador, es una de las muchas creencias erróneas que hay sobre el comportamiento del azar.

INVESTIGA

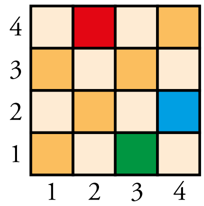
Experiencia de simulación. Imitar una granizada con un dado

La plaza de un pequeño pueblo está embaldosada como se ve en el dibujo.

Empieza a granizar; después de caer los 16 primeros granizos sobre las baldosas, ¿cuál de los siguientes resultados te parece que podría reflejar mejor lo que pasaría?



Para ayudarnos a reflexionar, vamos a simular la experiencia con ayuda de un dado, señalando los resultados en un tablero como el de la derecha. Como los granizos caen sobre la cuadrícula aleatoriamente, podemos imitar la granizada así:

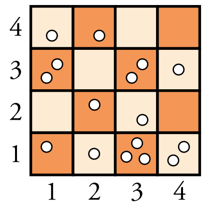


- **Representamos cada casilla mediante un par de números:**

  Roja: 2 - 4 Azul: 4 - 2 Verde: 3 - 1

- **Imitamos la caída de cada granizo lanzando un dado dos veces. Una tirada será válida si se obtiene un resultado entre 1 y 4. Si se obtiene 5 o 6, se vuelve a tirar. Así con 32 tiradas válidas obtenemos las 16 casillas donde aleatoriamente caen los granizos. Por ejemplo:**

1 - 4	1 - 3	3 - 1	2 - 2
1 - 3	3 - 2	4 - 1	3 - 1
4 - 3	2 - 1	3 - 3	4 - 1
2 - 4	1 - 1	3 - 3	3 - 1



Realiza una experiencia similar y observa los resultados de tus compañeros y compañeras. Llegarás a la conclusión de que la opción B es más razonable que la A.

Una gran cantidad de estudiantes tiene preconcepciones falsas sobre el comportamiento de la probabilidad. Una preconcepción falsa es atribuirles distribuciones sumamente regulares a las cosas que ocurren probabilísticamente.

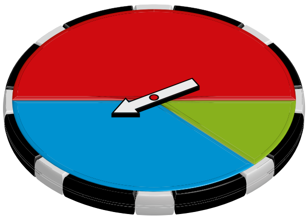
En el caso de este problema se tiene la creencia de que los granizos que caen aleatoriamente se repartirán regularmente sobre las 16 baldosas. Con la experiencia que se propone, se pretende que el alumnado contemple cómo se comporta la probabilidad en la realidad.

Si el número de granizos fuera mucho mayor, la ley de los grandes números nos asegura que las proporciones sí se aproximarían mucho entre sí. De todas formas, a este nivel solo se pretende una aproximación por el método lúdico de esta realidad.

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Regularidad... pero menos

Una profesora deja a cada uno de sus estudiantes una ruleta como la del dibujo y les pide, para casa, que hagan girar la flecha 360 veces y que anoten los resultados.



Estos son los deberes entregados por tres estudiantes. Dos han hecho trampa. ¿Quiénes crees que son? Explica por qué.

	ADRIÁN
ROJO	124
AZUL	126
VERDE	110

	MANUELA
ROJO	193
AZUL	111
VERDE	56

	CARLA
ROJO	180
AZUL	120
VERDE	60

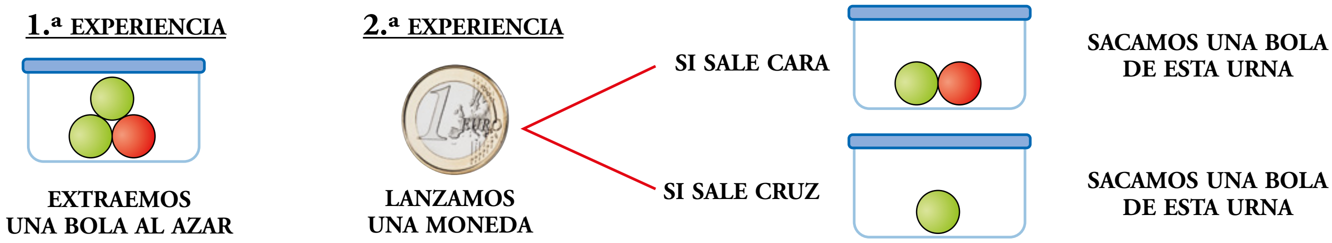
Observando las tres tablas, se puede deducir que Manuela es la única de los tres que no ha hecho trampas, debido a que sus frecuencias relativas se aproximan a sus probabilidades reales.

Si nos fijamos en la tabla de Carla, esta tiene unas frecuencias absolutas idénticas a los grados de cada sector, y eso es casi imposible que ocurra.

Y si miramos la de Adrián, esta tiene unas frecuencias como si los tres sectores fueran del mismo tamaño, es decir, que sus frecuencias relativas no corresponden a las probabilidades esperadas.

¿Dos experiencias parecidas?

¿En cuál de estas experiencias con dos bolas verdes y una roja es más difícil extraer bola roja?

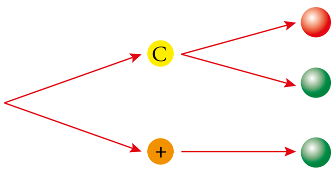


1.ª Experiencia

La probabilidad de sacar una bola roja en este caso es $\frac{1}{3}$.

2.ª Experiencia

Hacemos un diagrama de árbol.



Cada cuatro experiencias obtendremos, por término medio, 1 roja y 3 verdes. Entonces, la probabilidad de sacar bola roja es $\frac{1}{4}$.

Por tanto, podemos decir que es más difícil obtener la roja en la 2.ª experiencia.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Indica qué sucesos son aleatorios:**

a) Que tu equipo gane el siguiente partido.

b) Obtener un 3 al lanzar un dado.

c) Que no llueva el día que te vas de excursión al campo.

d) Que se haga de noche donde vives.

Los sucesos aleatorios son los correspondientes a los apartados b y c.

2 **Escribe el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias:**

a) Número de reyes que te tocan si te dan 5 cartas.

b) Número de veces que aciertas en el centro al tirar tres dardos a la diana.

c) Color de pelo de un compañero de clase elegido al azar.

a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

b) $E = \{0, 1, 2, 3\}$

c) Suponiendo que son colores naturales: E = {moreno, rubio, castaño, pelirrojo}

3 **He lanzado un dado defectuoso 1 000 veces y he obtenido 6 en 580 ocasiones. ¿Cuál puedes suponer que es la probabilidad de obtener un 6 en la siguiente tirada?**

Se puede suponer que la probabilidad de obtener un 6 en la siguiente tirada es $\frac{580}{1000} = \frac{29}{50}$.

4 **Calcula las siguientes probabilidades:**

a) Extraer un rey en una baraja de 40 cartas.

b) Sacar una copa en una baraja de 40 naipes.

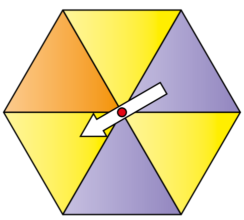
c) Obtener un número mayor que 2 al lanzar un dado.

a) $P[\text{REY}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) $P[\text{COPAS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

c) $P[\text{MAYOR QUE } 2] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

5 **Calcula la probabilidad de obtener cada uno de los colores que componen la ruleta al girar la flecha.**



$P[\text{AMARILLO}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P[\text{MORADO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P[\text{NARANJA}] = \frac{1}{6}$

6 **Tiramos un dado rojo y otro verde, y vemos los números obtenidos.**

a) Escribe el espacio muestral. NOTA: **Consideramos que 1-2 es distinto de 2-1.**

b) Calcula la probabilidad de cada caso.

c) ¿Cuál es la probabilidad del suceso «Sacar un 5 en alguno de los dados»? NOTA: **El 5-5 también vale.**

a) E = {1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6}

b) La probabilidad de cada uno de los casos es $\frac{1}{36}$.

c) P[EN ALGUNO DE LOS DADOS HA SALIDO UN 5] $= \frac{11}{36}$