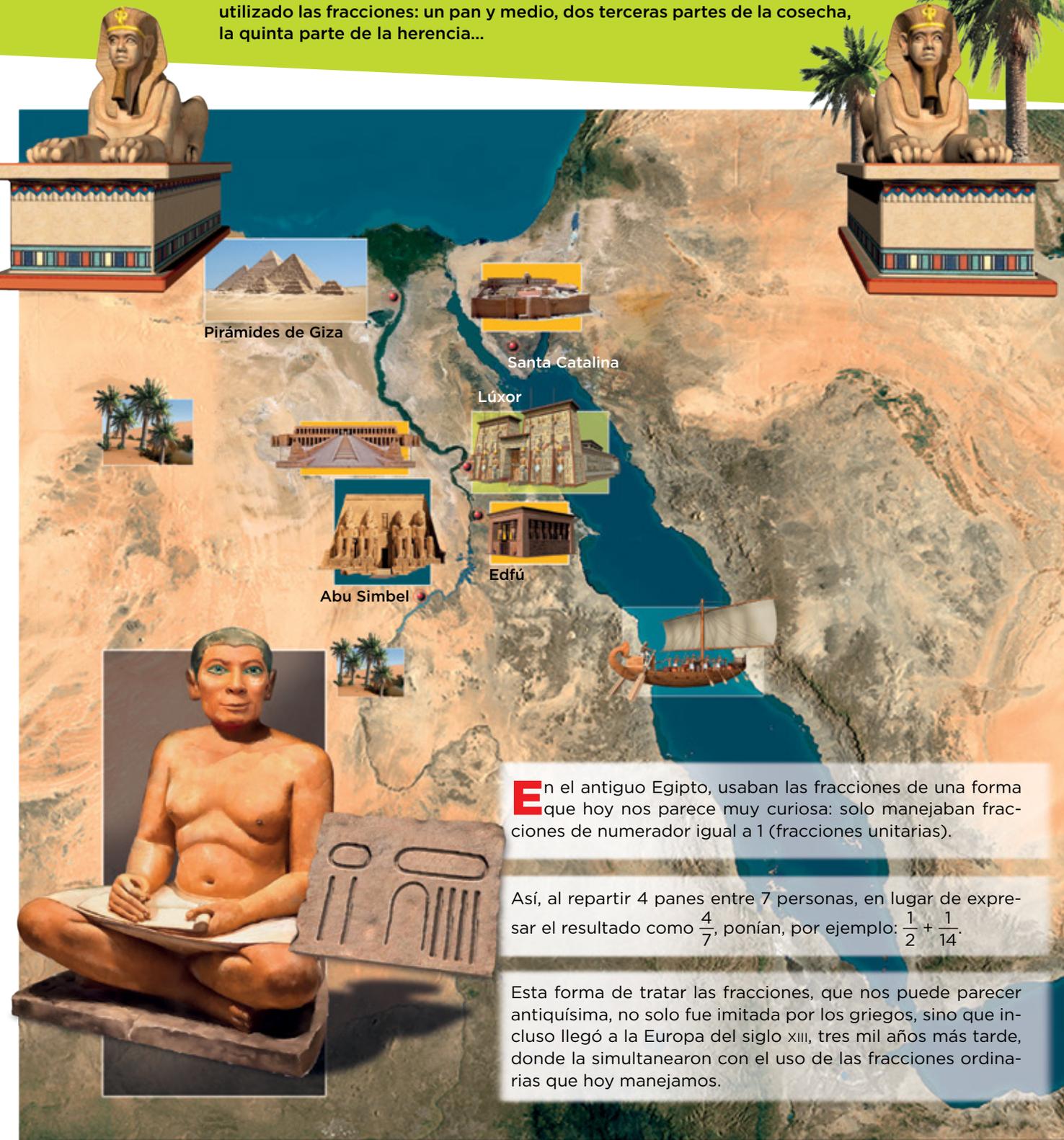


# 7

## Las fracciones

Desde épocas remotas, para expresar partes de la unidad dividida, se han utilizado las fracciones: un pan y medio, dos terceras partes de la cosecha, la quinta parte de la herencia...



**E**n el antiguo Egipto, usaban las fracciones de una forma que hoy nos parece muy curiosa: solo manejaban fracciones de numerador igual a 1 (fracciones unitarias).

Así, al repartir 4 panes entre 7 personas, en lugar de expresar el resultado como  $\frac{4}{7}$ , ponían, por ejemplo:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{14}$ .

Esta forma de tratar las fracciones, que nos puede parecer antiquísima, no solo fue imitada por los griegos, sino que incluso llegó a la Europa del siglo XIII, tres mil años más tarde, donde la simultanearon con el uso de las fracciones ordinarias que hoy manejamos.

Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

© Grupo Anaya, S. A. Material fotocopiable autorizado.

**Recuerda**

$\frac{5}{9}$  → NUMERADOR  
 $9$  → DENOMINADOR

El numerador indica las partes que se toman. El denominador, las partes en que se divide la unidad.

**En la web** 

Averigua si has entendido el concepto de fracción.



Practica con el concepto de fracción.

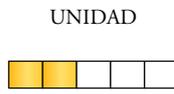
**En la web** 

Practica con las fracciones como operadores.

Una fracción se puede contemplar como una parte de la unidad, como un operador o como una división. Veamos cada uno de esos conceptos con mayor detalle.

**Las fracciones expresan partes de la unidad**

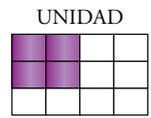
Un todo se toma como unidad y se divide en porciones iguales. Una fracción indica una determinada cantidad de esas porciones.



$\frac{2}{5}$  → Dos quintos

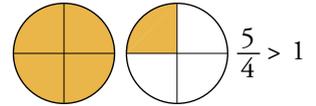
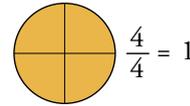
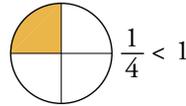


$\frac{1}{6}$  → Un sexto

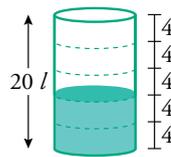


$\frac{4}{12}$  → Cuatro doceavos

Una fracción puede representar una cantidad menor, igual o mayor que una unidad. Observa:

**Las fracciones son operadores**

Una fracción es un número que opera a una cantidad y la transforma. Por ejemplo, si el bidón tiene una capacidad de 20 litros:



En el bidón hay  $\frac{2}{5}$  de 20 litros.  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{5} \text{ de } 20 = 20 : 5 = 4 \\ \frac{2}{5} \text{ de } 20 = 4 \cdot 2 = 8 \end{array} \right.$

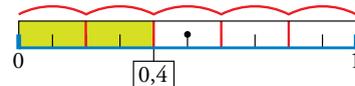
$\frac{2}{5}$  de 20 litros =  $(20 : 5) \cdot 2 = 8$  litros

Para calcular la **fracción de un número**, se divide el número entre el denominador, y el resultado se multiplica por el numerador.

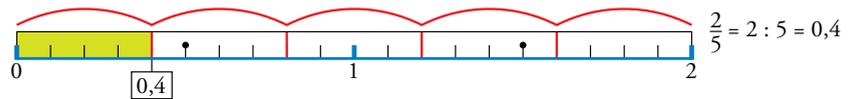
**Las fracciones son divisiones indicadas**

Observa:

- $\frac{2}{5}$  → La unidad se divide en 5 partes y se toman 2.

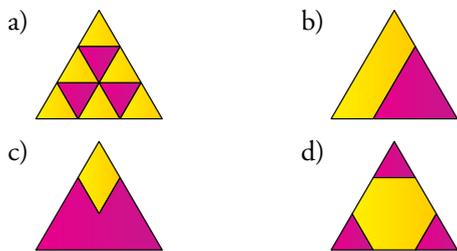


- $2 : 5$  → Dividimos dos unidades entre 5.



Una fracción equivale al cociente entre el numerador y el denominador.

1. Escribe la fracción que ocupa la parte amarilla en cada figura:



2. Representa las fracciones siguientes:

- a)  $\frac{3}{5}$       b)  $\frac{1}{3}$       c)  $\frac{3}{4}$       d)  $\frac{5}{8}$

3. Indica, para cada fracción, si es menor, igual o mayor que la unidad:

- a)  $\frac{2}{7}$     b)  $\frac{3}{2}$     c)  $\frac{6}{6}$     d)  $\frac{8}{5}$     e)  $\frac{3}{3}$     f)  $\frac{5}{6}$

4.  ¿Verdadero o falso?

- a) Una fracción es un número.
- b) Una fracción nunca expresa un número exacto de unidades.
- c) Si el denominador es mayor que el numerador, la fracción es mayor que uno.
- d) Entre dos fracciones con el mismo numerador, es mayor la que tenga menor denominador.

5. Reflexiona y contesta.

- a) ¿Qué fracción del año es un trimestre?
- b) ¿Qué fracción del día son dos horas?
- c) ¿Qué fracción de hora son diez minutos?
- d) ¿Qué fracción de minuto son 15 segundos?

6. Las siete décimas partes de los clientes de una tienda de discos tienen menos de 25 años. ¿Qué fracción de los clientes tienen 25 años o más?

7. Calcula mentalmente.

- a)  $\frac{1}{4}$  de 8      b)  $\frac{1}{3}$  de 12      c)  $\frac{1}{5}$  de 20  
 $\frac{3}{4}$  de 8       $\frac{2}{3}$  de 12       $\frac{3}{5}$  de 20  
 d)  $\frac{1}{6}$  de 18    e)  $\frac{1}{7}$  de 14      f)  $\frac{1}{8}$  de 40  
 $\frac{5}{6}$  de 18       $\frac{2}{7}$  de 14       $\frac{5}{8}$  de 40

8. Calcula.

- a)  $\frac{2}{5}$  de 15      b)  $\frac{3}{4}$  de 12      c)  $\frac{3}{7}$  de 21  
 d)  $\frac{2}{3}$  de 30      e)  $\frac{4}{5}$  de 30      f)  $\frac{3}{8}$  de 24  
 g)  $\frac{3}{4}$  de 48      h)  $\frac{2}{3}$  de 72      i)  $\frac{3}{5}$  de 85

9. Opera.

- a)  $\frac{1}{4}$  de 384      b)  $\frac{3}{5}$  de 715      c)  $\frac{5}{7}$  de 483

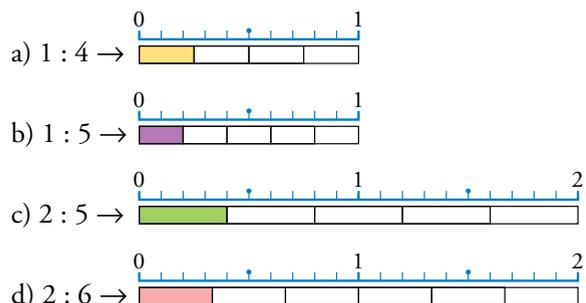
10. En mi clase, entre chicos y chicas, somos 27. Las chicas representan los  $\frac{4}{9}$  del total. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en clase?

11. En un campamento internacional de verano hay 280 campistas, de los que  $\frac{3}{7}$  son españoles. ¿Cuántos españoles hay en el campamento?

12. El pollo está hoy en el mercado a 5 € el kilo. ¿Cuánto cuesta un pollo de un kilo y tres cuartos?

13. Según una encuesta, de cada 100 personas con empleo, solo cuatro trabajan en domingo, y del resto, las dos terceras partes tampoco trabajan en sábado. ¿Qué fracción de las personas empleadas no trabaja ni sábados ni domingos?

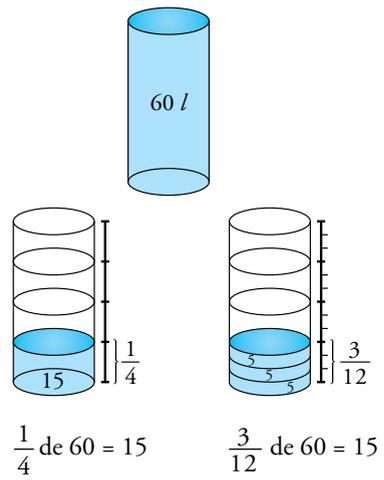
14. Expresa cada división con una fracción que represente el mismo valor:



15.  Representa, reflexiona y di si estos enunciados son verdaderos o falsos:

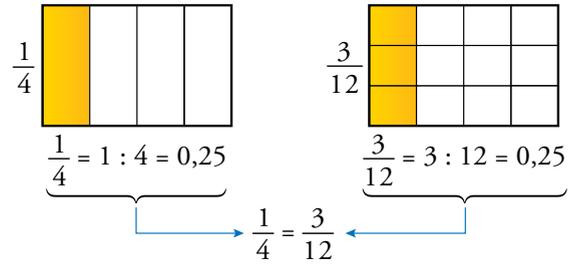
- a) La mitad de cinco es tanto como cinco mitades.
- b) La tercera parte de dos vale lo mismo que los dos tercios.
- c) La quinta parte de tres es lo mismo que tres quintos de uno.

**Ejemplo**



**Fracciones diferentes con el mismo valor**

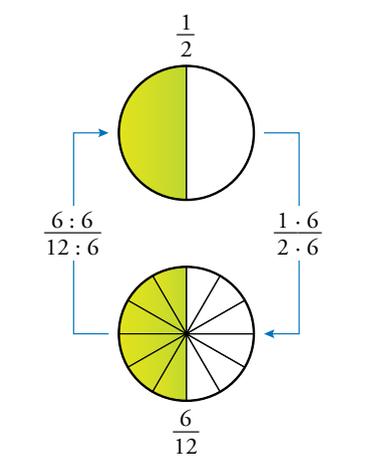
Observa que las fracciones  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{12}$  expresan el mismo valor, aunque sus términos sean diferentes:



Las fracciones  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{12}$  son equivalentes.

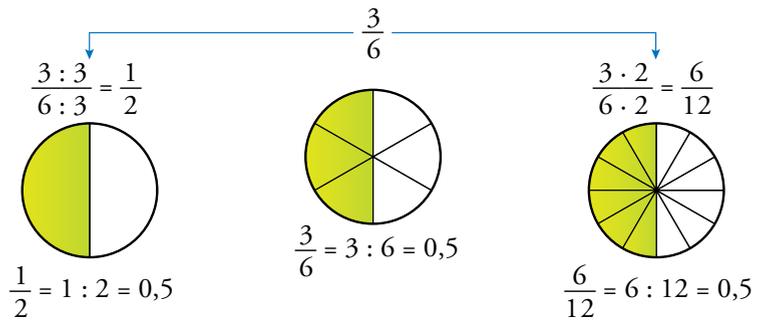
Decimos que dos **fracciones** son **equivalentes** cuando expresan la misma porción de unidad; es decir, cuando tienen el mismo valor numérico.

**Observa**



**Cómo obtener fracciones equivalentes**

Observa que al multiplicar o al dividir los dos términos de una fracción por el mismo número, la porción de unidad representada no varía.



Como ves, las tres fracciones que aparecen arriba, son equivalentes.  $\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$

**Propiedad fundamental de las fracciones**

Si se multiplican, o se dividen, los dos términos de una fracción por el mismo número, se obtiene otra fracción equivalente a la primitiva. Es decir, el valor de la fracción no varía.

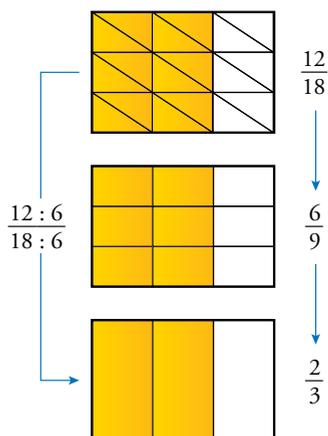
**Ejemplos**

- $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$
- $\frac{15}{20} = \frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$
- $\frac{2}{3}$  es equivalente a  $\frac{8}{12}$ .
- $\frac{15}{20}$  es equivalente a  $\frac{3}{4}$ .

Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....

**En la web**

Practica con las fracciones equivalentes.



**Simplificación de fracciones**

Simplificar una fracción es sustituirla por otra equivalente con los términos más sencillos. Esto se consigue **dividiendo** los dos términos por el mismo número.

**Ejemplo**

$$\frac{12}{18} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3} \leftarrow \text{Fracción irreducible}$$

Observa que hemos dividido dos veces, primero por 2 y después por 3, ambos divisores comunes de 12 y 18.

- Para simplificar una fracción, se dividen el numerador y el denominador por el mismo número.
- Una fracción que no se puede simplificar se dice que es **irreducible**.

Observa, también, que la simplificación anterior se podía realizar de una sola vez, dividiendo el numerador y el denominador por 6, que es el máximo común divisor de 12 y 18:

$$\text{máx.c.d. (12, 18) = 6} \rightarrow \frac{12}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3} \leftarrow \text{Fracción irreducible}$$

**Piensa y practica**

**En la web** Practica calculando fracciones irreducibles.

1. Copia en tu cuaderno, completa y observa que se obtiene siempre el mismo resultado.

$$\frac{3}{2} = 3:2 = \square$$

$$\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{\square}{\square} = \square : \square = \square$$

$$\frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{\square}{\square} = \square : \square = \square$$

2. Copia en tu cuaderno y completa para obtener fracciones equivalentes.

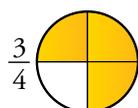
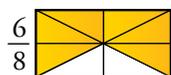
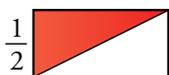
$$\text{a) } \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{b) } \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{5 \cdot 3} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{c) } \frac{18}{30} = \frac{18:2}{30:\square} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{d) } \frac{18}{30} = \frac{18:\square}{30:3} = \frac{\square}{\square}$$

3. Busca, entre las siguientes, tres pares de fracciones equivalentes:



4. Escribe, en cada caso, dos fracciones equivalentes:

a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{2}{3}$       c)  $\frac{15}{20}$       d)  $\frac{18}{24}$

5. Simplifica.

a)  $\frac{15}{20} \rightarrow$  dividiendo entre 5.

b)  $\frac{20}{30} \rightarrow$  dividiendo entre 2 y, después, entre 5.

6. Simplifica estas fracciones:

a)  $\frac{6}{8}$       b)  $\frac{3}{6}$       c)  $\frac{5}{10}$       d)  $\frac{9}{12}$

e)  $\frac{10}{18}$       f)  $\frac{21}{28}$       g)  $\frac{33}{22}$       h)  $\frac{13}{26}$

7. Simplifica, paso a paso.

a)  $\frac{12}{30}$       b)  $\frac{18}{27}$       c)  $\frac{16}{24}$       d)  $\frac{30}{75}$

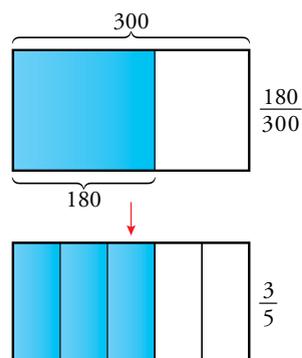
8. Simplifica, dividiendo el numerador y el denominador por el máximo común divisor de ambos.

a)  $\frac{9}{18}$       b)  $\frac{30}{40}$       c)  $\frac{30}{18}$       d)  $\frac{16}{80}$

9. Calcula, en cada caso, la fracción irreducible:

a)  $\frac{8}{20}$       b)  $\frac{36}{24}$       c)  $\frac{42}{70}$       d)  $\frac{90}{108}$

Estudia detenidamente los procesos seguidos en los problemas que vienen a continuación. Te servirán para resolver otros muchos problemas con fracciones.



#### ■ CÁLCULO DE LA FRACCIÓN

Alberto tiene 180 de los 300 cromos de la colección que empezó el trimestre pasado. ¿Qué parte de la colección ha reunido hasta ahora?

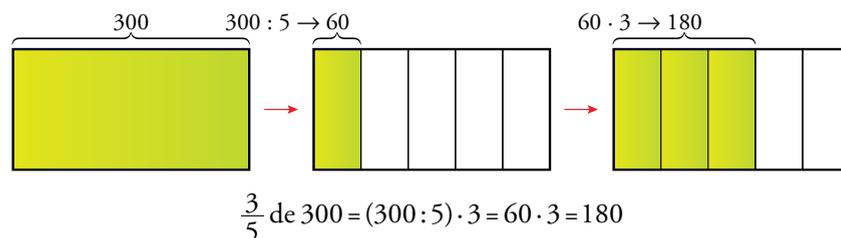
$$\left. \begin{array}{l} \text{TIENE} \rightarrow 180 \\ \text{TOTAL} \rightarrow 300 \end{array} \right\} \text{FRACCIÓN REUNIDA} \rightarrow \frac{180}{300}$$

Simplificamos, primero entre 10 y después entre 6:  $\frac{180}{300} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

Solución: Alberto ha reunido las tres quintas partes  $\left(\frac{3}{5}\right)$  de la colección.

#### ■ FRACCIÓN DE UN NÚMERO: PROBLEMA DIRECTO

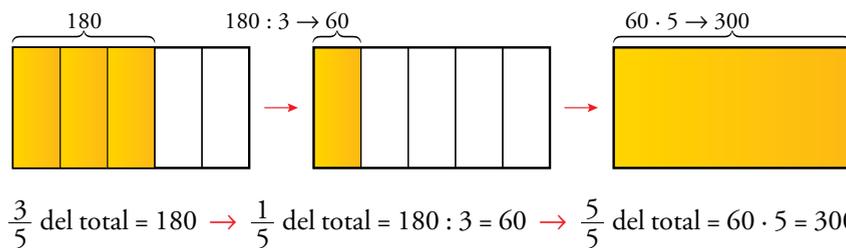
Alberto empezó el trimestre pasado una colección de 300 cromos y ya ha reunido las tres quintas partes. ¿Cuántos cromos tiene?



Solución: Alberto tiene 180 cromos.

#### ■ FRACCIÓN DE UN NÚMERO: PROBLEMA INVERSO

Alberto ha reunido 180 cromos de la colección que empezó a hacer el trimestre pasado, y eso supone las tres quintas partes del total. ¿Cuántos cromos forman la colección completa?



Solución: La colección tiene, en total, 300 cromos.

#### En la web

Resuelve problemas usando fracciones.

#### En la práctica

$$\frac{3}{5} \text{ de } x = 180$$

↓

$$x = (180 : 3) \cdot 5$$

Se divide entre el numerador y se multiplica por el denominador.

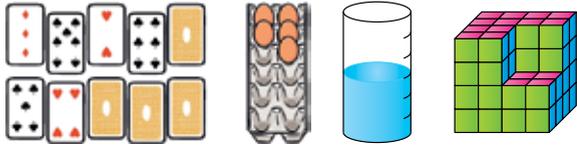
#### Piensa y practica

- De un pinar destinado a la producción de madera, con una población estimada de 3 400 árboles, se van a talar las tres cuartas partes. ¿Cuántos árboles se van a talar?
- Se van a talar 2 550 árboles en un pinar destinado a la producción de madera, lo que supone las tres cuartas partes del total. ¿Cuántos árboles hay en total?

# Ejercicios y problemas

## Significado de las fracciones

1. Observa y representa con una fracción.



- La parte de las cartas que están del revés.
- La parte de la huevera que se ha usado ya.
- La parte ocupada del depósito.
- La parte que le falta al cubo.

2. La tabla siguiente muestra datos de mi clase:

|        | APRUEBAN TODO | NO APRUEBAN TODO |
|--------|---------------|------------------|
| CHICOS | 8             | 5                |
| CHICAS | 11            | 5                |

- ¿Qué fracción de la clase ocupan las chicas?
- ¿Qué fracción de la clase aprueba todo?
- ¿Qué fracción de la clase abarca a los chicos que aprueban todo?
- ¿Qué fracción de las chicas no aprueban todo?
- ¿Qué grupo, en conjunto, obtiene mejores resultados, el de los chicos o el de las chicas?

## La fracción de un número

3. Calcula mentalmente.

- $\frac{2}{3}$  de 9
- $\frac{4}{5}$  de 20
- $\frac{3}{4}$  de 80
- $\frac{2}{7}$  de 14
- $\frac{5}{6}$  de 60
- $\frac{5}{8}$  de 400

4. Calcula.

- $\frac{2}{3}$  de 192
- $\frac{4}{5}$  de 375
- $\frac{3}{7}$  de 749
- $\frac{3}{4}$  de 332
- $\frac{5}{8}$  de 1096
- $\frac{4}{9}$  de 153

5. Copia, calcula mentalmente y completa.

- Los  $\frac{3}{4}$  de ... valen 15.
- Los  $\frac{2}{3}$  de ... valen 40.
- Los  $\frac{4}{5}$  de ... valen 20.
- Los  $\frac{3}{5}$  de ... valen 9.

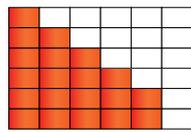
## Fracciones equivalentes

6. Escribe tres fracciones equivalentes a  $\frac{7}{21}$  que tengan por denominador 3, 6 y 30, respectivamente.

7. Obtén la fracción irreducible.

- $\frac{2}{4}$
- $\frac{10}{14}$
- $\frac{5}{15}$
- $\frac{18}{22}$
- $\frac{5}{25}$
- $\frac{6}{27}$
- $\frac{21}{28}$
- $\frac{22}{33}$
- $\frac{30}{45}$
- $\frac{20}{60}$
- $\frac{56}{80}$
- $\frac{165}{330}$

8. ¿Qué fracciones expresan la parte coloreada?



- $\frac{10}{18}$
- $\frac{15}{30}$
- $\frac{20}{36}$
- $\frac{5}{9}$
- $\frac{12}{25}$
- $\frac{36}{20}$

9. ¿Qué parte del día ha transcurrido a las ocho en punto de la mañana? ¿Y a las ocho en punto de la tarde? Responde con fracciones irreducibles.

10. ¿Verdadero o falso?

- Tres hacen un tercio de docena.
- Setenta y cinco centésimas hacen tres cuartos de unidad.
- Tres décimas hacen seis veinteavos de unidad.
- Diez minutos hacen un quinto de hora.
- Doce segundos hacen un quinto de minuto.

11. Estas son las notas de los 25 estudiantes de una clase en un control de Ciencias Sociales:

6,25; 5; 8; 7,5; 5,25; 5; 1,75; 6,75; 4,5; 5,5; 5,5; 6; 6,25; 8,25; 3,75; 3,25; 9,75; 6,75; 6; 5; 7,75; 8,25; 10; 4,25; 6,25

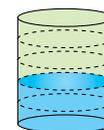
- ¿Qué fracción de la clase ha aprobado?
  - ¿Qué fracción ha suspendido?
- Responde con fracciones irreducibles.

### Resuelve problemas

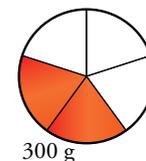
12. Laura tiene, amontonadas, 10 bolas rojas y 6 bolas verdes.
- ¿Cuántas bolas rojas habría que añadir al montón para que fueran los tres cuartos del conjunto?
  - ¿Cuántas habría que quitar para que fueran solo la cuarta parte?
13. Un cliente compra la cuarta parte de un queso que pesa dos kilos.
- ¿Qué fracción de queso queda?
  - ¿Cuánto pesa el trozo que queda?
14. Con un bidón de 20 litros, se llenan 30 botellas de agua. ¿Qué fracción de litro entra en cada botella?
15. Un kilo de fresas cuesta 2,80 €. ¿Cuánto pagarás por tres cuartos de kilo?
16. Las dos quintas partes de las 460 ovejas de un rebaño han tenido esta primavera un corderito. ¿Cuántos corderos ha dado el rebaño esta primavera?

17. En una parcela de 800 m<sup>2</sup>, se ha construido una casa que ocupa 2/5 del terreno y el resto se ha ajardinado. ¿Qué superficie ocupa la casa? ¿Y el jardín?
18. Un empleado, que gana 1 200 € al mes, ingresa tres veintavos del sueldo en una cuenta de ahorro. ¿Cuánto ahorra cada mes?
19. Julia compró un queso de 2 kilos y 800 gramos, pero ya ha consumido dos quintos. ¿Cuánto pesa el trozo que queda?

20. En este bidón hay 12 litros de agua. ¿Cuántos litros caben en total en el bidón?



21. He comprado 2/5 de una empanada que han pesado 300 gramos. ¿Cuánto pesaba la empanada completa?



22. Se han sembrado de alfalfa los 4/5 de la superficie de una finca, y aún quedan 600 metros cuadrados sin sembrar. ¿Cuál es la superficie total de la finca?

### Autoevaluación

1. ¿Qué fracción de hora son 12 minutos?
2. Representa en tu cuaderno, en gráficos como el que tienes a continuación o en otros que tú decidas, las fracciones 8/9 y 15/9.
- |  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
3. En un concurso oposición aprueban 15 candidatos y suspenden 35. ¿Qué fracción de los opositores ha aprobado?
4. Calcula.
- Tres cuartos de 240
  - $\frac{2}{5}$  de 80
  - $\frac{3}{3}$  de 35
  - Tres medios de 10

5. Escribe.
- Una fracción equivalente a  $\frac{6}{21}$  que tenga por denominador 14.
  - Una fracción equivalente a  $\frac{9}{15}$  que tenga por denominador 10.
6. Simplifica.
- $\frac{14}{28}$
  - $\frac{36}{48}$
  - $\frac{40}{60}$
7. Ana y Rosa han comprado un bolígrafo cada una. Ana ha gastado 4/5 de euro, y Rosa, 75 céntimos. ¿Cuál de los dos bolígrafos ha salido más caro?
8. En una de las estanterías de la biblioteca hay 300 libros. Las cinco sextas partes son novelas. ¿Cuántas novelas hay en la estantería?

Nombre y apellidos: ..... Fecha: .....