Relación IV. Estudio de funciones

1.- Estudiar las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x-2}$

2.- De la función $f(x)=x+\dfrac{4}{(x-1)^2}$ se pide:

- **a)** Dominio de Definición y asíntotas.
- **b)** Máximos y mínimos relativos en intervalos de crecimiento y decrecimiento
- **c)** Representación Gráfica.

3.- Estudia y representa gráficamente la siguiente función: $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$

4.- Sea la función definida por $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$

- **a)** Estudiar las asíntotas, las zonas de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos relativos y las zonas de concavidad y convexidad.
- **b)** Teniendo en cuenta los resultados del apartado anterior, realiza un esbozo de la gráfica de f.

5.- Dada la función $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}$, se pide

- **a)** Dominio y asíntotas. Puntos de corte de la gráfica con las asíntotas, si las hay.
- **b)** Crecimiento y decrecimiento.
- **c)** Dibujar la gráfica a partir de los resultados anteriores.

6.- Dada la función $f(x)=x\ln x-1$, x>0, se pide:

a) Explicar de forma razonada por qué la ecuación $x\ln x-1=0$ tiene exactamente una raíz.
b) Representar gráficamente la curva de la función f.

7.- Dada la función $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}$

a) Determinar su dominio de definición.
b) Calcula sus asíntotas
c) Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y calcula sus máximos y mínimos.
d) Dibuja la gráfica de la función f.

8.- Sea $f: R\to R$ la función definida por $f(x)=x+e^{-x}$.

- **a)** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*, así como los extremos relativos o locales de *f*.
- **b)** Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de *f*.
- **c)** Determina las asíntotas de la gráfica de *f*.
- **d)** Esboza la gráfica de *f*.

9.- Sea f : $(0,+\infty)\to$ R la función definida por $f(x)=\dfrac{2\cdot\ln(x)}{x^2}$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

- **a)** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- **b)** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

10.- Sea g la función definida por $g(x)=\dfrac{mx^3}{(x-n)^2}$ *para* $x\neq n$

- **a)** Halla m y n sabiendo que la recta y = 2x − 4 es una asíntota de la gráfica de g.
- **b)** Determina si la gráfica de g es simétrica respecto al origen.

11.- Dada la función: $f(x)=\dfrac{1}{1+e^x}$. Estudiar: cortes con los ejes, crecimiento y decrecimiento y asíntotas. Representar la función.

12.- Dada la función $f(x)=\dfrac{1}{ae^x+1}$

- **a)** ¿Qué valores de *a* hacen que la función sea estrictamente creciente? Justifíquese la respuesta.
- **b)** Para *a* = 1, determinar las asíntotas de $f(x)$ y el intervalo en el que $f(x)>1/2$.

13.- Dada la función $f(x)=e^{x}(x^{2}-3x+3)$

- **a)** (1 punto) ¿Existe algún punto donde la gráfica de $f(x)$ corte al eje OX? Justifíquese la respuesta.
- **b)** (1 punto) Buscar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- **c)** (0´5 puntos) Determinar los máximos y mínimos de $f(x)$.

14.- Sea la función *f* definida por $f(x)=\frac{e^{-x}}{1-x}$ para $x\neq 1$

- **a)** Estudia las asíntotas de la gráfica de f.
- **b)** Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*.

15.- Sea la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=e^{x}(x-2)$

- **a)** Calcula las asíntotas de *f*.
- **b)** Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*.
- **c)** Determina, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de *f*.

16.- Dada la función $f(x)=\frac{x+1}{e^{x}}$,

- **a)** Da sus intervalos de monotonía y los extremos relativos.
- **b)** Da los intervalos de concavidad-convexidad y sus puntos de inflexión.
- **c)** Escribe la ecuación de la recta tangente en el punto donde se anula la derivada segunda de f.

17.- Sea la función definida por $f(x)=\frac{x^{4}+3}{x}$, *para* $x\neq 0$.

- **a)** Halla, si existen los puntos de corte con los ejes y las asíntotas de la gráfica de *f*.
- **b)** Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de *f*.
- **c)** Esboza la gráfica de *f*.

18.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=\frac{x^{2}-x+1}{x^{2}+x+1}$.

- **a)** Estudia si existen y calcula, cuando sea posible, las asíntotas de la gráfica de *f*.
- **b)** Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos y los valores que alcanza en ellos la función *f*.
- **c)** Esboza la gráfica de *f*.

19.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=Ln\left(x^{2}+1\right)$, siendo Ln la función logaritmo neperiano.

- **a)** Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función *f* (puntos donde se alcanzan y valor de la función).
- **b)** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de inflexión de abscisa negativa.

20.- Sea $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ la función dada por $f(x)=\frac{x(Lnx)^{2}}{(x-1)^{2}}$, siendo Ln la función logaritmo neperiano. Estudia la existencia de asíntota horizontal para la gráfica de esta función. En caso de que exista, hállala.

21.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=x^{3}+ax^{2}+bx+1$

- **a)** Determina a, b $\in R$ sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (2, 2) y tiene un punto de inflexión de abscisa $x=0$
- **b)** Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de *f* en el punto de inflexión

22.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $f(x)=(x-1)^{2}e^{-x}$.

- **a)** Halla las asíntotas de la gráfica de *f*
- **b)** Determina los valores de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- **c)** Esboza la gráfica de *f*