

9

Cinemática (II): algunos tipos de movimientos

PRESENTACIÓN

En esta parte de la cinemática se estudian diferentes tipos de movimientos. El análisis cualitativo de un movimiento permite clasificarlo y utilizar las estrategias necesarias para determinarlo cuantitativamente.

Además, después del estudio de los diferentes movimientos, rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado, circular uniforme, el alumno toma conciencia de las magnitudes necesarias para la descripción del movimiento (posición, velocidad y aceleración) y del carácter determinista de la física clásica en claro contraste con las teorías científicas que llegaron a principios del siglo xx.

OBJETIVOS

- Relacionar los contenidos estudiados a lo largo del tema con el movimiento de objetos en el mundo real.
- Diferenciar las magnitudes que permanecen constantes y las que varían en un determinado movimiento.
- Saber elegir un sistema de referencia adecuado para describir y analizar el movimiento de los cuerpos.
- Expresar con números algunas de las características del movimiento de los cuerpos.
- Saber predecir la posición o la velocidad de un cuerpo a partir de su estado de movimiento.
- Aprender a deducir expresiones matemáticas sencillas que ayuden a describir el movimiento de los cuerpos.
- Utilizar vectores para describir con precisión el movimiento de uno o varios cuerpos.
- Conocer las características básicas de algunos tipos de movimientos especialmente interesantes: movimiento uniforme, movimiento uniformemente acelerado, movimiento circular uniforme, tiro horizontal, tiro parabólico, etc.
- Relacionar los contenidos del tema con el exceso de velocidad en los automóviles.

CONTENIDOS

Conceptos

- El movimiento rectilíneo uniforme (MRU).
- El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).
- Movimientos bajo aceleración constante.
- Ecuaciones del movimiento parabólico. El tiro oblicuo.
- Movimiento relativo.
- El movimiento circular.

Procedimientos, destrezas y habilidades

- Interpretar gráficas.
- Resolver problemas.
- Cambiar de unidades con soltura.

Actitudes

- Aprecio de la utilidad de aplicar los contenidos de la unidad en los movimientos que observamos cotidianamente.
- Interés por comprender las implicaciones de una elevada velocidad a la hora de conducir.

movimientos

EDUCACIÓN EN VALORES

1. Educación vial

El estudio de las leyes del movimiento permite elaborar cálculos sobre las distancias y los tiempos de aceleración y frenado de los diferentes móviles. En la conducción esta información es muy importante porque establece las distancias de seguridad con otros vehículos, y los tiempos de frenado en caso de emergencia.

2. Educación vial

Los contenidos de cinemática deben emplearse siempre que sea posible para comprender la importancia de la magnitud velocidad.

Aunque conceptos como la distancia de frenado serán tratados más claramente en las unidades de dinámica (y se hablará de la distancia de seguridad y de la influencia del suelo mojado en esta distancia de seguridad), esta unidad debe aprovecharse también para hablar de la importancia de respetar los límites de velocidad en carretera. No solamente en autopistas o autovías, sino también en población. Sería interesante en este sentido hacer un repaso por los límites de velocidad en distintas vías, sobre todo teniendo en cuenta la edad de los alumnos: algunos (pocos) ya tendrán carné de conducir, otros lo obtendrán en los próximos años, etc.

3. Educación para el consumidor

Se asocia el movimiento al desplazamiento de los móviles; sin embargo, el concepto de velocidad y aceleración se puede aplicar a diferentes sectores como la economía: la aceleración o deceleración de la economía de una región, el aumento lineal de IPC... Comprender los conceptos de la cinemática, velocidad y aceleración ayuda a interpretar correctamente el comportamiento creciente o decreciente, acelerado o decelerado del mercado, y ayudar a asumir a un consumo responsable.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Diferenciar velocidad y aceleración.
2. Interpretar gráficas correspondientes a los movimientos uniforme y uniformemente acelerado.
3. Resolver problemas numéricos utilizando las expresiones matemáticas apropiadas.
4. Conocer las variables de las que dependerá el resultado de un problema.
5. Interpretar esquemas en los que aparecen objetos en movimiento con vectores indicando la dirección y sentido de la velocidad y aceleración.
6. Asociar cada tipo de movimiento con las expresiones matemáticas necesarias para resolver problemas.
7. Asociar cada tipo de movimiento con las magnitudes que se mantienen constantes en él.

Cinemática (II): algunos tipos de

1. La velocidad de un barco es de 40 nudos. Sabiendo que un nudo corresponde a una velocidad de 1 milla náutica/h y que una milla náutica equivale a 1,852 km, calcula la velocidad del barco en m/s.

$$40 \text{ nudos} = \frac{40 \text{ millas}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1852 \cancel{\text{ km}}}{1 \text{ milla}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \cancel{\text{ km}}} = 20,6 \text{ m/s}$$

2. La ecuación de movimiento de un ciclista durante una contrarreloj es la siguiente: $r(t) = 45 \cdot t$.

(El espacio se expresa en km, y el tiempo, en horas.)

- a) ¿Cuál es la velocidad del ciclista? Expresa el resultado en km/h y en m/s.
b) ¿Cuánto tiempo emplea en recorrer 55 km?

$$s(t) = 45 t \quad ; \quad s = v \cdot t \text{ (ecuación del movimiento)}$$

$$\text{a) } \frac{45 \cancel{\text{ km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \cancel{\text{ km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 12,5 \text{ m/s}$$

Para pasar de km/h a m/s se divide por 3,6.

- b) De la ecuación del movimiento se despeja t .

$$s = v \cdot t \rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{55 \text{ km}}{45 \text{ km/h}} = 1,22 \text{ h}$$

3. La conductora de un camión que circula a una velocidad de 90 km/h observa un obstáculo en la calzada y justo en ese momento pisa el freno, lo que proporciona al vehículo una aceleración constante de $-1,5 \text{ m/s}^2$. Calcula la distancia desde el camión hasta el obstáculo si el camión se detiene justo a su lado al cabo de 10 s.

Es un movimiento rectilíneo uniformemente decelerado.

$$v_0 = \frac{90 \cancel{\text{ km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \cancel{\text{ km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow s = 25 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 \cdot 10^2 \text{ s}^2 = 175 \text{ m}$$

4. Se empuja un cuerpo sobre una superficie horizontal hasta que alcanza una velocidad de 5 m/s, tras lo cual se deja libre. A partir de este momento, la única fuerza que actúa sobre él es la fuerza de rozamiento, que lo frena con una aceleración de $0,5 \text{ m/s}^2$. Calcula el espacio que recorre hasta pararse y la velocidad después de recorrer 8 m, contando desde que el cuerpo se dejó de impulsar.

Es un movimiento rectilíneo uniformemente decelerado. $v = v_0 - at$

Si $v = 0 \rightarrow v_0 - at = 0 \rightarrow v_0 = at$. Por tanto:

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{5 \text{ m/s}}{0,5 \text{ m/s}^2} = 10 \text{ s tarda en pararse}$$

movimientos

El espacio recorrido hasta pararse es:

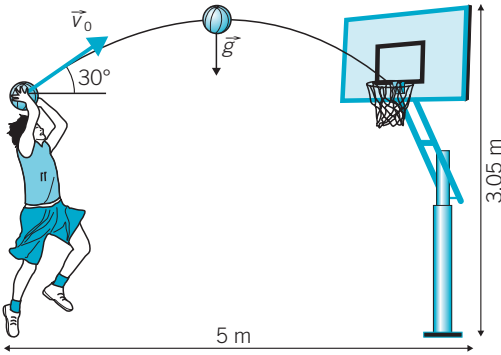
$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 5 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 10^2 \text{ s}^2 = 25 \text{ m}$$

La velocidad después de recorrer 8 m se puede calcular con la ecuación:

$$v_0^2 - v^2 = 2as \rightarrow v^2 = v_0^2 - 2as = \\ = 25 \text{ (m/s)}^2 - 2 \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ m} = 17 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v = 4,12 \text{ m/s}$$

5. Si un jugador de baloncesto lanza un tiro libre con un ángulo de 30° respecto a la horizontal desde una altura de 2,20 m sobre el suelo, ¿con qué velocidad ha de lanzar la pelota sabiendo que la distancia horizontal del punto de tiro al aro es de 5 m y que este está a 3,05 m de altura?

Es un movimiento parabólico con aceleración constante.



$$\begin{cases} \vec{a} = (0, -g) \\ \vec{r} = (0, h) \\ \vec{v}_0 = (v_0 \cdot \cos \alpha, v_0 \cdot \sin \alpha) \end{cases}$$

La ecuación del movimiento de la pelota es:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \vec{r} = (0, h) + (v_0 \cdot \cos \alpha, v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + \frac{1}{2} (0, -g) t^2$$

Cuyas componentes son:

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha t ; \quad y = h + v_0 \cdot \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

Se despeja t de la primera, $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$, y al sustituir en la segunda se obtiene la ecuación de la trayectoria:

$$y = h + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \rightarrow \\ \rightarrow y = h + x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} x^2$$

Se sustituye y por 3,05 m, h por 2,2 m, x por 5 m y se despeja v_0 :

$$3,05 \text{ m} = 2,2 \text{ m} + 0,57 \cdot 5 \text{ m} - \frac{9,8 \text{ m/s}^2}{2 \cdot 0,75 \cdot v_0^2} \cdot 25 \text{ m}^2 \rightarrow \\ \rightarrow v_0^2 = \frac{163,33}{2} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 81,66 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_0 = 9,04 \text{ m/s}$$

6. a) ¿Qué debe hacer un jugador de baloncesto para estar el máximo tiempo posible en el aire? ¿Correr muy deprisa antes de saltar?
- b) Si un determinado jugador puede estar 0,6 s en el aire y sube unos 60 cm, ¿cuál es su velocidad de salto?

a) El tiempo que está en el aire depende solo de la velocidad vertical en el momento del salto, y es independiente de la velocidad horizontal (velocidad a la que corre). Lo que debe hacer es impulsarse lo máximo posible hacia arriba.

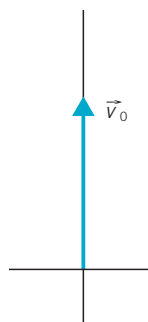
b) Ecuación de movimiento del jugador: $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$.

Haciendo $y = 0$ y sustituyendo t por 0,6 s (tiempo que tarda en subir y bajar) se calcula v_0 .

$$0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow \left(v_0 - \frac{1}{2} g \cdot t \right) \cdot t = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_0 - \frac{1}{2} g t = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow v_0 = \frac{1}{2} g t = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,6 \text{ s} = 2,94 \text{ m/s}$$



7. Queremos clavar un dardo en una diana cuyo centro está por encima de nuestra mano al lanzar.

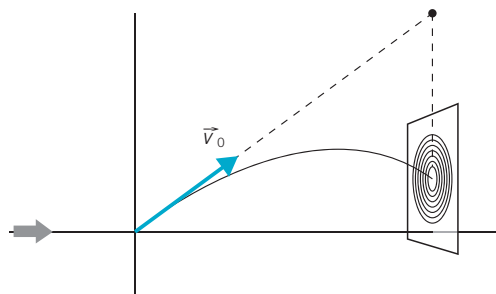
a) ¿Debemos apuntar directamente al blanco?

b) ¿Más arriba? ¿Más abajo? ¿Por qué?

a) No, porque el dardo, según recorre distancias horizontales, también recorre distancias verticales, y chocará debajo del punto al que se apunta.

b) Hay que apuntar más arriba, de forma que impacte en un punto inferior al que se apunta.

Todo ello se puede comprobar a partir de las ecuaciones del movimiento y la figura.



$$\begin{cases} x = v_{0x} \cdot t \\ y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

movimientos

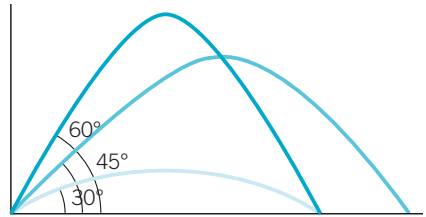
8. Se puede comprobar que $2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$. Reescribe la fórmula para el alcance teniendo esto en cuenta y comprueba que el ángulo de lanzamiento para el que el alcance es máximo es de 45° . Representa gráficamente (usando una hoja de cálculo, por ejemplo) varias trayectorias con la misma velocidad inicial y diferente ángulo de lanzamiento y compáralas.

A partir de la ecuación del alcance:

$$x = \frac{2v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot (2 \sin \alpha / \cos \alpha)}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Si $\alpha = 45^\circ$, $\sin 2\alpha =$
 $= \sin 90^\circ = 1$

y $x = \frac{v_0^2}{g}$ que es el máximo
 valor de x .



9. Contesta:

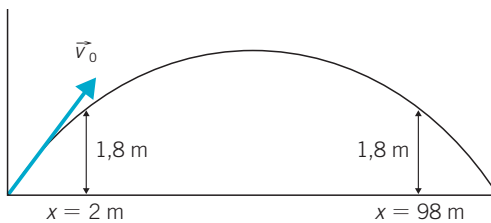
- a) ¿Con qué velocidad hay que lanzar un balón de fútbol para que, si lo golpeamos sin efecto y con un ángulo de 45° respecto a la horizontal llegue al otro extremo de un campo de 100 m de largo?
- b) Cuando el balón va por el aire, ¿a qué distancia del punto de lanzamiento estaría el balón a 1,80 m por encima del suelo?

a) A partir de la ecuación del alcance con $\alpha = 45^\circ$:

$$x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 90^\circ}{g} = \frac{v_0^2}{g}$$

$$v_0^2 = gx = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m} = 980 \text{ m}^2/\text{s}^2 \rightarrow v_0 = 31,3 \text{ m/s}$$

b)



Hay dos puntos a 1,80 m del suelo. Ecuaciones del movimiento del balón:

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha t$$

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

Sustituyendo y por 1,8 m y v_0 por 31,3 m/s, se despeja t .

$$1,8 \text{ m} = 31,3 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Cinemática (II): algunos tipos de

Al resolver la ecuación resulta:

$$t_1 = 0,09 \text{ s} \quad \text{y} \quad t_2 = 4,43 \text{ s}$$

Y los valores correspondientes de x son:

$$x_1 = 31,3 \text{ m/s} \cdot \cos 45^\circ \cdot 0,09 \text{ s} = 2 \text{ m}$$

$$x_2 = 31,3 \text{ m/s} \cdot \cos 45^\circ \cdot 4,43 \text{ s} = 98 \text{ m}$$

La suma de x_1 y x_2 da 100 m, como debe ser. Ambos puntos se encuentran a 2 m del origen y del final de la trayectoria.

- 10. Nos tiran una pelota desde un balcón a 10 m de altura con una velocidad inicial de 15,1 km/h con un ángulo de 15° por debajo de la horizontal.**

a) ¿Dónde y cuándo llega al suelo?

b) ¿Y si lo lanzamos con un ángulo de 15° por encima de la horizontal?

a) $v_0 = 15,1 \text{ km/h} = 4,2 \text{ m/s}$

Ecuación del movimiento de la pelota según el eje Y:

$$y = -v_0 \cdot \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

Al sustituir y por -10 m se obtiene el tiempo en llegar al suelo:

$$-10 = -4,2 \cdot \sin 15^\circ t - \frac{1}{2} 9,8 \cdot t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4,9 t^2 + 1,087 t - 10 = 0 \rightarrow t_1 = 1,32 \text{ s}$$

Ecuación del movimiento de la pelota según el eje X:

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha t; \quad t = 1,32 \text{ s} \rightarrow x = 4,2 \text{ m/s} \cdot \cos 15^\circ \cdot 1,32 \text{ s} = 5,36 \text{ m}$$

b) La ecuación del movimiento según el eje Y es ahora:

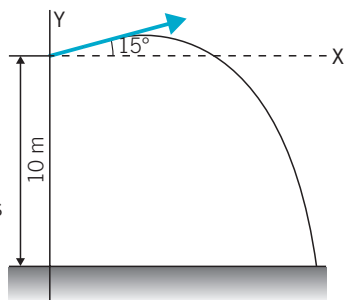
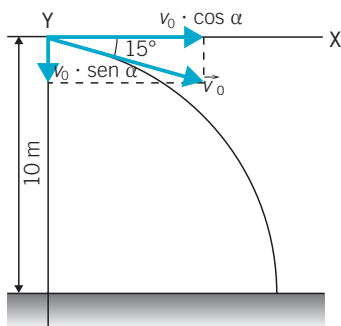
$$y = v_0 \cdot \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

Al sustituir y por -10 m se obtiene:

$$4,9 t^2 - 1,087 t - 10 = 0 \rightarrow t_1 = 1,54 \text{ s}$$

Y al sustituir en la ecuación del movimiento según x se obtiene:

$$x = 4,2 \text{ m/s} \cdot \cos 15^\circ \cdot 1,54 \text{ s} = 6,26 \text{ m}$$



- 11. Ahora vas a calcular el alcance máximo, el tiempo de caída, t_c , y la altura máxima de una manera diferente. Partiendo de las ecuaciones ya conocidas, calcula el tiempo $t_{1/2}$ en el que se alcanza la altura máxima aprovechando que para él se cumple $v_y = 0$. Eso te permite obtener la altura máxima y , gracias a la simetría del problema ya tienes la mitad de t_c y puedes calcular el alcance máximo.**

movimientos

Partiendo de las ecuaciones:

$$\begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \end{cases} ; \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ v_x = v_0 \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

para calcular el tiempo pedido se hace $v_y = 0$:

$$v_0 \cdot \sin \alpha - gt = 0 \rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Al sustituir en y se obtiene la altura máxima:

$$y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} - \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{\cancel{g}} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g}$$

El alcance máximo se obtiene al sustituir el doble del tiempo calculado antes en la ecuación de y :

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

12. Se deja caer una pelota desde la azotea de un edificio de 44 m de altura:

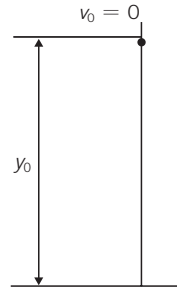
- Calcula el tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo.
- ¿Con qué velocidad (expresada en km/h) llega al suelo la pelota del apartado anterior?

a) La ecuación del movimiento tomando el origen de coordenadas en la superficie de la Tierra es:

$$y = y_0 - \frac{1}{2} gt^2 \quad (y_0 = 44 \text{ m})$$

Cuando la pelota llega al suelo $y = 0$.

$$0 = y_0 - \frac{1}{2} gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 44 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 3 \text{ s}$$



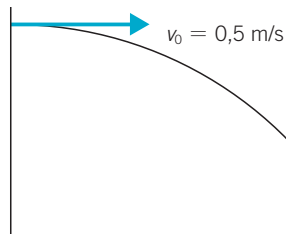
b) $v = -gt = -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = -29,4 \text{ m/s} = -105,84 \text{ km/h}$

13. Una bola que rueda sobre una mesa con una velocidad de 0,5 m/s cae al suelo al llegar al borde. Si la altura de la mesa es de 80 cm, calcula:

- El tiempo que tarda en caer.
- La distancia horizontal recorrida desde la vertical de la mesa hasta el punto en el que la bola choca con el suelo.

a) Las ecuaciones del movimiento de la bola son:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} gt^2 \end{cases}$$



Cinemática (II): algunos tipos de

Haciendo $y = -0,8$ m se calcula el tiempo que tarda en caer:

$$-0,8 = -\frac{1}{2} 9,8 t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 0,4 \text{ s}$$

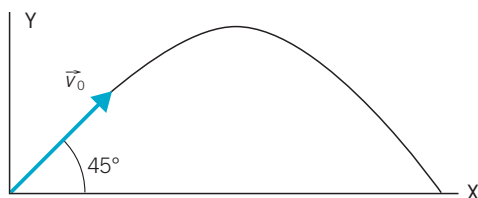
b) Y la distancia recorrida es:

$$x = v_0 t = 0,5 \text{ m/s} \cdot 0,4 \text{ s} = 0,2 \text{ m}$$

- 14. Un futbolista chuta hacia la portería con una velocidad inicial de 17 m/s y un ángulo de tiro con la horizontal de 45°, calcula:**

a) El alcance máximo.

b) El tiempo de vuelo.



a) Alcance $\rightarrow x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{(17 \text{ m/s})^2 \cdot \sin 90^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 29,5 \text{ m}$

b) T. de vuelo $\rightarrow t = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 17 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 2,45 \text{ s}$

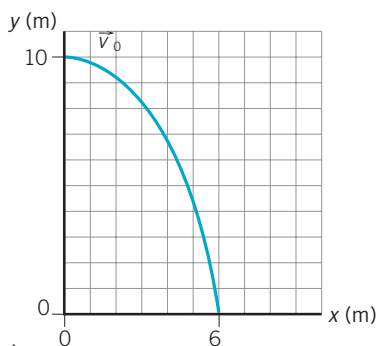
- 15. Nos tiran horizontalmente una pelota desde un balcón a 10 m de altura sobre el suelo y cae a 6 metros de la vertical de la terraza.**

a) ¿Cuánto tarda en llegar al suelo?

b) ¿Con qué velocidad se lanzó?

a) Ecuaciones del movimiento de la pelota:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \text{ (origen en el balcón)} \end{cases}$$



De la segunda, al sustituir y por -10 m se obtiene el tiempo que tarda en llegar al suelo:

$$t = \sqrt{\frac{-2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 1,43 \text{ s}$$

b) De la primera: $v_0 = \frac{x}{t} = \frac{6 \text{ m}}{1,43 \text{ s}} = 4,20 \text{ m/s}$

movimientos

16. Determina si las siguientes frases son verdaderas o falsas:

- La velocidad angular se mide en rad/s.
- La velocidad lineal de un punto de la circunferencia se puede medir con el ángulo recorrido por unidad de tiempo.
- Todos los radios de una rueda de bicicleta tienen la misma velocidad angular.

a) Verdadero. $\omega = \frac{\varphi}{t}$; φ en rad y t en s.

b) Falso. Se mide en m/s (velocidad lineal).

c) Verdadero. Todos giran el mismo ángulo en el mismo tiempo.

17. Un disco de 40 cm de radio gira a 33 rpm. Calcula:

- La velocidad angular en rad/s.
- La velocidad angular en rad/s en un punto situado a 20 cm del centro.
- El número de vueltas por minuto.

$$a) \omega = 33 \cancel{\text{rpm}} \cdot \frac{1}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{r}}} = 1,1\pi \text{ rad/s}$$

b) La misma (ω no varía con R). Es v la que varía con R ($v = \omega R$).

$$c) \varphi = \omega t = 1,1 \text{ rad/s} \cdot 60 \text{ s} = 66\pi \text{ rad}$$

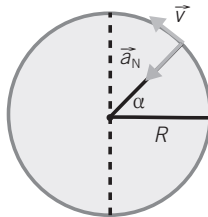
El número de vueltas es:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{66\pi}{2\pi} = 33 \text{ vueltas (como decía el enunciado)}$$

18. En el siguiente esquema reconoce:

- La aceleración normal.
- La velocidad lineal.
- El ángulo recorrido y el radio.

Respuesta gráfica.



19. **Calcula la velocidad lineal del borde de una rueda de 75 cm de diámetro si gira a 1000 rpm.**

$$1000 \text{ rpm} = \frac{1000 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad/s} = 33,3\pi \text{ rad/s} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \omega R = 33,3\pi \text{ rad/s} \cdot 0,75 \text{ m} = 78,54 \text{ m/s}$$

20. **Dos niños van montados en dos caballitos que giran solidarios con la plataforma de un tióvivo con $\omega = 4 \text{ rpm}$. Si la distancia de los caballos al eje de giro es de 2 y 3 m, calcula:**



- La velocidad angular en rad/s.
- El número de vueltas que dan los niños en cinco minutos.
- El espacio recorrido por cada uno de ellos en ese tiempo.
- ¿Qué niño se mueve con mayor aceleración total?

a) $\omega = 4 \text{ rpm} = \frac{4 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad/s} = 0,13\pi \text{ rad/s}$

b) Si dan 4 vueltas en 1 minuto, en 5 minutos darían 20 vueltas.

c) $s_1 = \varphi \cdot R_1 = 2\pi \cdot 20 \cdot 2 \text{ m} = 251,2 \text{ m}$

$s_2 = \varphi \cdot R_2 = 2\pi \cdot 20 \cdot 3 \text{ m} = 376,8 \text{ m}$

d) Ambos tienen solo aceleración normal: $a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$.

Como ambos tienen la misma ω , tendrá mayor aceleración el que se encuentra más lejos, o sea, el caballo situado a 3 m.

21. **Una rueda que gira a 300 rpm es frenada y se detiene completamente a los 10 s. Calcula:**

- La aceleración angular.
- La velocidad a los 3 s después de comenzar el frenado.
- El número de vueltas que da hasta que frena.

$$\frac{300 \cancel{\text{rev}}}{1 \cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} = 10\pi \text{ rad/s}$$

a) $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10\pi \text{ rad/s}}{10 \text{ s}} = \pi \text{ rad/s}^2$

b) $\omega = \omega_0 - \alpha \cdot t = 10\pi \text{ rad/s} - \pi \text{ rad/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = 7\pi \text{ rad/s}$

c) $\omega = 0 \rightarrow 0 = \omega_0 - \alpha \cdot t \rightarrow t = \frac{\omega_0}{\alpha} = \frac{10\pi \text{ rad/s}}{\pi \text{ rad/s}^2} = 10 \text{ s}$

$$\theta = \omega_0 \cdot t - \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 = 10\pi \cdot 10 - \frac{1}{2} \pi \cdot 10^2 = 50\pi \text{ rad} = 25 \text{ vueltas}$$

movimientos

22. Se deja caer una rueda de 30 cm de radio por un plano inclinado, de forma que su velocidad angular aumenta a un ritmo constante. Si la rueda parte del reposo y llega al final del plano al cabo de 5 s con una velocidad angular de π rad/s, calcula:
- La aceleración angular.
 - La velocidad angular a los 3 s.
 - La aceleración tangencial y normal al final del plano.

a) Es un movimiento circular y uniformemente acelerado.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\pi \text{ rad/s}}{5 \text{ s}} = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}^2$$

b) $\omega = \alpha t = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = 0,6\pi \text{ rad/s}$

c) $a_N = \omega^2 \cdot R = (0,6)^2 \pi^2 (\text{rad/s})^2 \cdot 0,3 \text{ m} = 1,07 \text{ m/s}^2$

$$a_T = \alpha \cdot R = \frac{\pi}{5} (\text{rad/s}^2) \cdot 0,3 \text{ m} = 0,18 \text{ m/s}^2$$

23. Demuestra las relaciones:

a) $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$

b) $\omega_0^2 + \omega^2 = 2\alpha\theta$

Movimiento con ω creciente:

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \end{cases}$$

Se despeja t en la primera y se sustituye en la segunda.

$$t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \rightarrow \varphi = \omega_0 \cdot \left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} \alpha \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\alpha^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \varphi = \frac{\omega \cdot \omega_0 - \omega_0^2}{\alpha} + \frac{\omega^2 + \omega_0^2 - 2\omega\omega_0}{2\alpha} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\alpha} \rightarrow$$

$$\rightarrow \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\varphi$$

De la misma manera, partiendo de:

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 - \alpha t \\ \varphi = \omega_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2 \end{cases}$$

Para movimiento con ω decreciente se obtiene:

$$\omega_0^2 - \omega^2 = 2\alpha\varphi$$

24. Una pelota que se suelta desde una cierta altura tarda 10 segundos en caer al suelo.

a) ¿Durante cuál de esos 10 segundos se produce un mayor incremento de la velocidad?

b) ¿Y del espacio recorrido?

a) $\Delta v = a \cdot \Delta t$. La aceleración es $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

La variación de la velocidad para cada $\Delta t = 1 \text{ s}$ es $\Delta v = 9,8 \text{ m/s}$, es decir, siempre la misma.

La velocidad va aumentando cada segundo en $9,8 \text{ m/s}$.

b) La velocidad cada segundo es mayor y el espacio recorrido en ese segundo también lo es. El mayor incremento en el espacio recorrido ocurre en el último segundo. Todo ello se puede deducir de la expresión:

$$s = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} g \cdot (\Delta t)^2$$

donde v_0 es la velocidad al comienzo de cada intervalo de tiempo, al final del segmento anterior al que se va a calcular s , y $\Delta t = 1 \text{ s}$.

25. Se dejan caer dos bolas de acero de masas 5 kg y 20 kg.

a) ¿Cuál de ellas llegará antes al suelo?

b) ¿Cuál llegará con una mayor velocidad?

a) Ambas llegan a la vez. La aceleración es igual para las dos e igual a g . El tiempo que tardan en llegar al suelo es:

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$$

Como se ve en la ecuación anterior el tiempo no depende de la masa.

b) Ambos llegan con la misma velocidad: $v = gt$, independientemente de su masa.

26. Contesta:

a) ¿Qué tipo de movimientos se dan cuando la velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido?

b) ¿Y si es distinto? Pon ejemplos.



Se trata de un movimiento rectilíneo donde la velocidad crece con el tiempo.

Ejemplo: un coche que se mueve por una carretera recta acelerando o un cuerpo que se deja caer desde cierta altura.

movimientos



Se trata de un movimiento rectilíneo como antes, pero de velocidad decreciente.

Ejemplo: lanzamiento vertical y hacia arriba de un cuerpo.

27. ¿Qué es lo más peligroso en un choque: la velocidad o la aceleración?

La velocidad. Un coche puede estar prácticamente parado y tener aceleración (al arrancar, por ejemplo). En este caso, el choque no sería muy peligroso.

28. Contesta:

a) ¿Puede tener un automóvil su velocidad dirigida hacia el norte y sin embargo la aceleración estar dirigida hacia el sur?

b) ¿Y hacia el este?

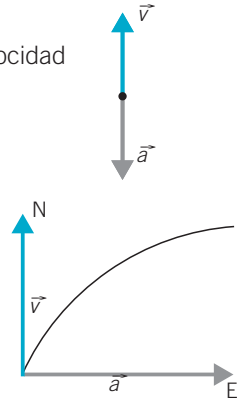
c) ¿Cómo serían estos movimientos?

a) Sí, sería un movimiento hacia el norte con velocidad decreciente.

El movimiento sería rectilíneo.

b) Sí. Su movimiento seguiría una trayectoria parabólica, como se indica en el dibujo.

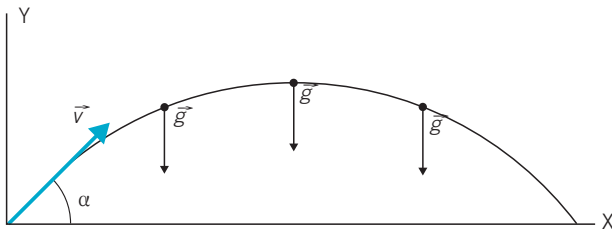
La dirección de la aceleración respecto a la velocidad puede ser cualquiera.



c) El primero es rectilíneo, y el segundo, parabólico.

29. ¿Qué dirección tiene la aceleración de un cuerpo que es lanzado con determinada velocidad formando un ángulo α con la superficie de la Tierra? Haz un esquema que aclare la respuesta.

La aceleración siempre apunta hacia la superficie de la Tierra (perpendicular a la misma y dirigida hacia el centro).



Cinemática (II): algunos tipos de

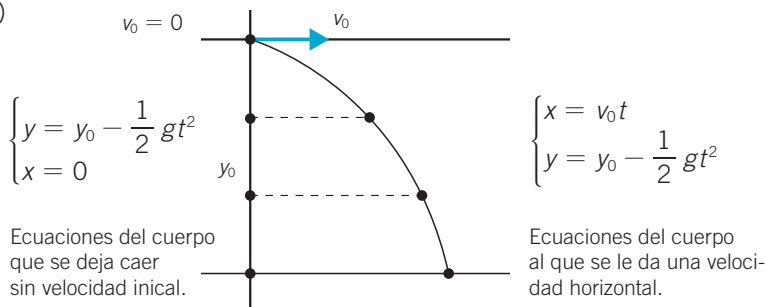
30. Se deja caer un cuerpo desde una altura h a la vez que se lanza otro objeto desde el mismo punto con velocidad horizontal v_0 .

a) ¿Cuál de los dos llega antes a la superficie de la Tierra?

b) Haz un esquema.

a) Llegan a la vez. El movimiento horizontal no afecta al vertical.

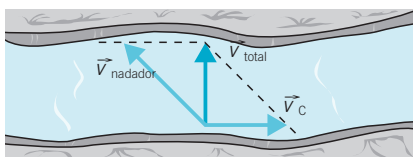
b)



En lo que respecta al movimiento vertical, la ecuación de movimiento es la misma para ambos: $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$.

31. Si queremos cruzar transversalmente un río a nado, ¿qué debemos hacer?

Nadar en una dirección de forma que la suma de la velocidad de la corriente y la del nadador sea perpendicular a la corriente.



32. La lanzadera espacial *Endeavour* dio 142 vueltas a la Tierra en 8 días y 22 horas a una altura media de 463 km. Sabiendo que el radio medio de la Tierra es de 6 370 km.

a) Haz un esquema con las velocidades orbitales de la nave (lineal y angular), así como la aceleración normal, a_n , en la órbita.

b) ¿Por qué el valor de a_n se parece tanto al valor de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, g ?



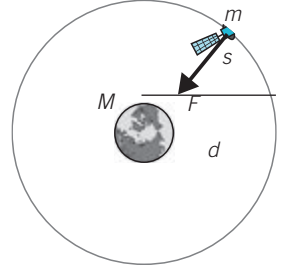
Ayuda: ¿Hay «gravedad» en órbita? ¿A qué fuerza se debe esa aceleración de la nave?

movimientos

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \omega &= \frac{\varphi}{t} = \frac{142 \cdot 2\pi \text{ rad}}{(8 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 + 22 \cdot 60 \cdot 60) \text{ s}} = \frac{284\pi \text{ rad}}{770\,400 \text{ s}} = \\
 &= 3,68 \cdot 10^{-4} \pi \text{ rad/s} \\
 v &= \omega \cdot R = 3,68 \cdot 10^{-4} \pi \text{ rad/s} \cdot (463\,000 \text{ m} + 6\,370\,000 \text{ m}) = \\
 &= 7899,67 \text{ m/s} \\
 a_N &= \omega^2 \cdot R = (3,68 \cdot 10^{-4} \pi \text{ rad/s})^2 \cdot (463\,000 \text{ m} + 6\,370\,000 \text{ m}) = \\
 &= 9,13 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

- b) Para un satélite en órbita se cumple que $F = m \cdot a_N$, donde F es la fuerza gravitatoria.

$$\begin{aligned}
 G \frac{M m'}{d^2} &= m' \frac{v^2}{d} \rightarrow \\
 \rightarrow g &= G \frac{M}{d^2} = \frac{v^2}{d} = a_N
 \end{aligned}$$



La intensidad del campo gravitatorio g a una distancia d del centro de la Tierra es igual a la aceleración normal del satélite.

Como el satélite se encuentra cerca de la superficie de la Tierra (en comparación con el radio), el valor de la aceleración normal es parecido al valor de g en la superficie, es decir, $9,8 \text{ m/s}^2$:

$$g = G \frac{M}{(R_T + h)^2} \simeq G \frac{M}{R_T^2} ; R_T + h = d$$

33. Se lanza horizontalmente un proyectil con una cierta velocidad inicial.

- a) Demuestra lo que sucede con el alcance del proyectil si se dobla la velocidad de lanzamiento.

- b) ¿También se dobla el alcance?

- a) El tiempo de caída es independiente de la velocidad horizontal v_0 ; solo depende de la altura y_0 .

Ecuaciones del movimiento del proyectil:

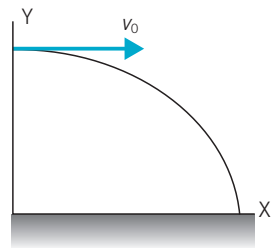
$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Haciendo $y = 0$ se obtiene el tiempo de caída:

$$t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$$

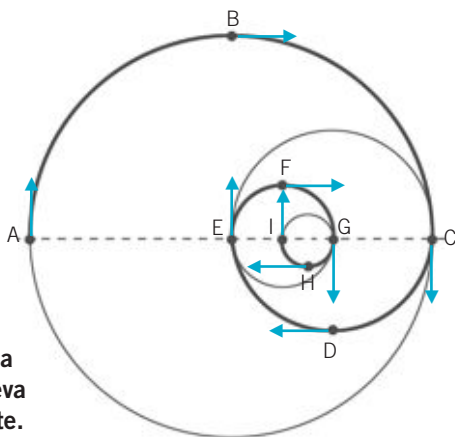
- b) Al duplicar la velocidad de lanzamiento se duplica el alcance.

$$x = \underbrace{v_0}_{\text{Vlanzamiento} \rightarrow v_0} \cdot \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \quad \text{Así: } x^* = \underbrace{2v_0}_{\text{Vlanzamiento} \rightarrow 2v_0} \cdot \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \quad \text{para } 2v_0; x^* = 2x.$$

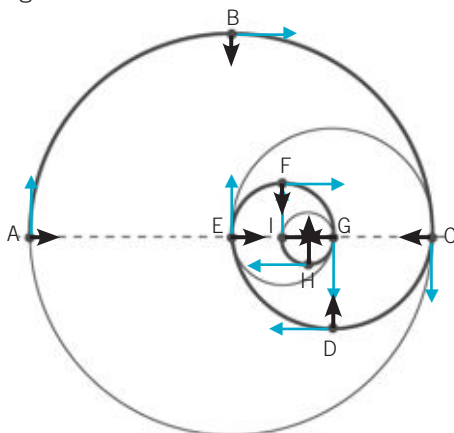


34. Un móvil se mueve con velocidad lineal constante siguiendo semicircunferencias, tal y como muestra el esquema.

- Dibuja los vectores \vec{v} y \vec{a} en los puntos indicados.
- ¿En qué punto será más elevada la velocidad angular?
- ¿Y la aceleración centrípeta?
- Dibuja un esquema similar para el caso de que el móvil se mueva con velocidad angular constante.



- a) \vec{v} ya está dibujado (vectores en azul). La aceleración normal en cada punto va dirigida hacia el centro de la circunferencia correspondiente.



- b) $\omega = \frac{v}{r}$. La velocidad angular es mayor para r pequeños.

La velocidad angular es mayor en G, H e I.

- c) $a_N = \frac{v^2}{r}$. Cuanto mayor es v y menor es r , mayor es a_N .

En este caso, $v = \text{cte.}$, por lo que a_N será mayor en las curvas de menor radio, es decir, en G, H e I.

- d) Si la velocidad angular es constante, la velocidad lineal disminuye cuando disminuye el radio: $v = \omega \cdot R$.

35. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- En un MUA la velocidad tiene siempre la misma dirección que la aceleración.
- En un MUA la representación gráfica de $\Delta \vec{r}$ frente a t siempre es una parábola, aunque el movimiento sea retardado.

movimientos

- c) En el punto más elevado de la trayectoria de un proyectil la velocidad total es nula.
- d) En el punto más elevado de la trayectoria de un proyectil la velocidad vertical es nula.
- e) El alcance de un proyectil solo depende de la velocidad inicial.
- f) El alcance de un proyectil depende del ángulo α de lanzamiento.
- a) Falso. \vec{v} y \vec{a} pueden tener cualquier dirección.
- b) Verdadero.
- c) Falso. Es nula la velocidad vertical.
- d) Verdadero.
- e) Falso. Depende de la velocidad inicial y del ángulo.
- f) Verdadero, aunque también depende de la velocidad inicial v_0 .

36. Un coche A parte del punto kilométrico cero de una carretera a las 10:40 h con una velocidad constante de 80 km/h. Media hora más tarde otro coche B parte a su encuentro desde el mismo punto con una velocidad de 100 km/h.

- a) Calcula el punto kilométrico de la carretera en que están situados ambos vehículos y el tiempo que transcurre hasta encontrarse.
- b) ¿Qué velocidad debería llevar el coche B para que se encuentren en el punto kilométrico 180?



- a) Cuando los coches se encuentran la posición de ambos es la misma.

$$s_A = v_A t; s_B = v_B \cdot (t - 0,5) \rightarrow 80 t = 100 \cdot (t - 0,5) \rightarrow 80 t = 100 t - 50 \rightarrow 20 t = 50 \rightarrow t = 2,5 \text{ h}$$

$$s_A = s_B = 80 \text{ km/h} \cdot 2,5 \text{ h} = 200 \text{ km}$$

- b) $s_B = v_B \cdot (t - 0,5); s_A = v_A t$

$$t = \frac{s_A}{v_A} = \frac{180 \text{ km}}{80 \text{ km/h}} = 2,25; v_B = \frac{s_B}{t - 0,5} = \frac{180 \text{ km}}{1,75 \text{ h}} = 102,8 \text{ km/h}$$

37. Un pescador quiere atravesar un río de 100 m de ancho para lo cual dispone de una lancha, con la que rema a 0,5 m/s.

- a) Si la velocidad de la corriente es de 3 m/s, ¿a qué distancia aguas abajo del punto de partida se encuentra el pescador cuando consigue atravesar el río?
- b) ¿Influiría la velocidad de la corriente en el tiempo que se tarda en atravesar el río?



Cinemática (II): algunos tipos de

a) El tiempo que tardará en atravesar el río será:

$$d = v_{\text{barca}} \cdot t \rightarrow 100 = 0,5 \cdot t \rightarrow$$

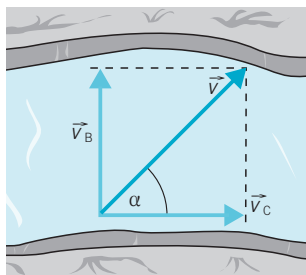
$$\rightarrow t = \frac{100}{0,5} = 200 \text{ s}$$

La distancia aguas abajo que se habrá desviado la barca será:

$$x = v_{\text{corriente}} \cdot t \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 3 \cdot 200 = 600 \text{ m}$$

b) No, la velocidad de la corriente influye en la distancia recorrida aguas abajo, no en el tiempo.



38. En el anuncio de un nuevo modelo de coche se dice que es capaz de pasar de cero a 100 km/h en 6 s.

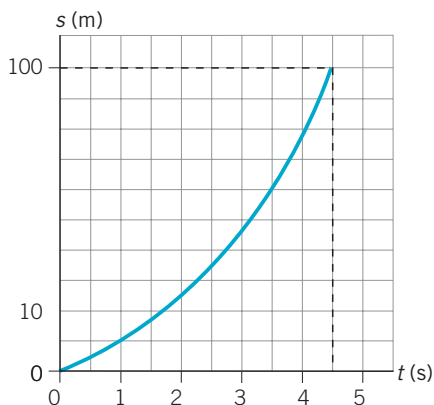
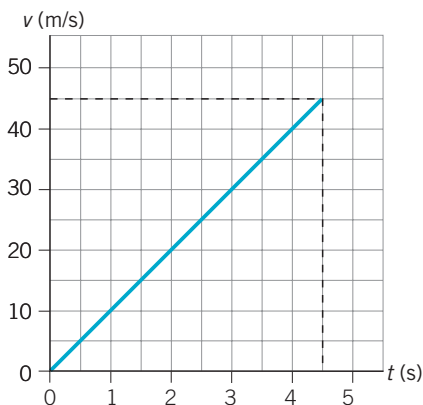
a) Calcula la aceleración media.

b) Calcula el espacio que recorre durante este tiempo.

$$\text{a) } 100 \text{ km/h} = \frac{100}{3,6} \text{ m/s} = 27,7 \text{ m/s} \rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27,7 \text{ m/s}}{6 \text{ s}} = 4,6 \text{ m/s}^2$$

$$\text{b) } s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} 4,6 \text{ m/s}^2 \cdot 6^2 \text{ s}^2 = 82,8 \text{ m}$$

39. Representa gráficamente la velocidad y la posición frente al tiempo para el caso de un cuerpo que cae bajo la acción de la gravedad desde una altura de 100 m.



$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} gt^2 \\ v = gt = 44,3 \text{ m} \end{cases} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{200 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} = 4,5 \text{ s}$$

movimientos

40. En un planeta un cuerpo lanzado hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s tarda 20 s en volver a su superficie. Calcula la aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta.

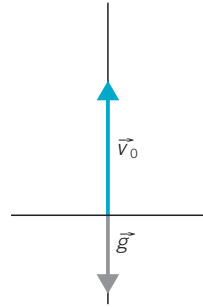
Ecuación que liga v y v_0 :

$$v = v_0 - g^* \cdot t$$

Cuando el cuerpo alcanza la máxima altura (a los 10 s de ser lanzado) $v = 0$:

$$0 = 20 \text{ m/s} - g^* \cdot 10 \text{ s} \rightarrow$$

$$\rightarrow g^* = \frac{20 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$



41. Un electrón que se mueve con una velocidad de $3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ frena debido a la existencia de otras cargas.

- Si la aceleración de frenado es de 10^6 cm/s^2 , ¿cuánto tiempo tardará el electrón en reducir la velocidad a la mitad?
- ¿Y desde esta nueva velocidad hasta parar?
- Compara los resultados obtenidos y explica por qué ambos tiempos son iguales.

a) $v = 3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$; $a = 10^6 \text{ cm/s}^2 = 10^4 \text{ m/s}^2$

$$v = v_0 - at \rightarrow \frac{v_0}{2} = v_0 - at \rightarrow t = \frac{v_0}{2a} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2} = 15 \text{ s}$$

b) $0 = v_0 - at \rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{1,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}}{10^4 \text{ m/s}^2} = 15 \text{ s}$

- c) El tiempo que se pide es el tiempo desde que la velocidad es la mitad hasta parar. Y este tiempo es igual al que tarde desde el inicio hasta que la velocidad es la mitad.

42. El cuerpo humano puede soportar una deceleración brusca de hasta 250 m/s^2 (aproximadamente veinticinco veces la aceleración de la gravedad) sin sufrir daño. Si un automóvil se desplaza a 90 km/h y sufre una colisión que lo detiene casi instantáneamente salta el *airbag* que se encuentra alojado en el volante.

Calcula la distancia mínima que recorre el cuerpo del conductor antes de pararse, suponiendo que la deceleración a la que va a estar sometido durante el choque es la máxima que soporta.

$$90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s.}$$

$$v^2 = 2as \rightarrow s = \frac{v^2}{2a} = \frac{25^2 (\text{m/s})^2}{2 \cdot 250 \text{ m/s}^2} = 1,25 \text{ m}$$

Cinemática (II): algunos tipos de

43. El tiempo transcurrido desde que se deja caer una piedra a un pozo hasta que se oye el sonido que produce al chocar con el agua es de 4 s. Con estos datos halla la profundidad del pozo. La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s.

$$\left. \begin{aligned} t_{\text{piedra en bajar}} &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ t_{\text{sonido en subir}} &= \frac{h}{v_s} \end{aligned} \right\} t_T = t_p + t_s$$

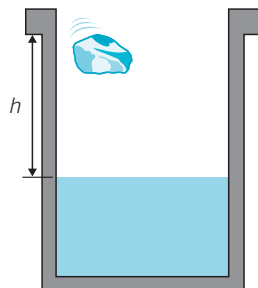
$$\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_s} = t_T \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{2h}{g}} = t_T - \frac{h}{v_s} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2h}{g} = t_T^2 + \frac{h^2}{v_s^2} - \frac{2ht_T}{v_s} \rightarrow$$

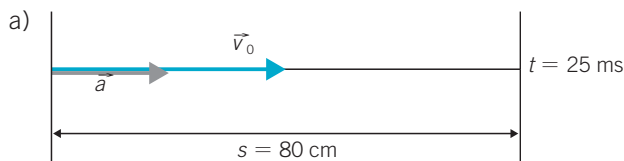
$$\rightarrow \frac{h^2}{v_s^2} - \left(\frac{2t_T}{v_s} + \frac{2}{g} \right) \cdot h + t_T^2 = 0 \rightarrow \frac{h^2}{340^2} - \left(\frac{8}{340} + \frac{2}{9,8} \right) \cdot h + 16 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 8,6505 \cdot 10^{-6} \cdot h^2 - 0,2276 h + 16 = 0 \rightarrow h = 70,5 \text{ m}$$



44. Un haz de iones positivos que posee una velocidad de $1,5 \cdot 10^4$ m/s entra en una región y acelera. Se precisa que en 25 ms los iones alcancen un cátodo situado a 80 cm.

- Dibuja un esquema del ejercicio.
- Calcula la aceleración constante que hay que comunicarle.
- Halla la velocidad con que llegan al cátodo.



- b) Ecuaciones del movimiento:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = \frac{2 \cdot (s - v_0 t)}{t^2} \rightarrow$$

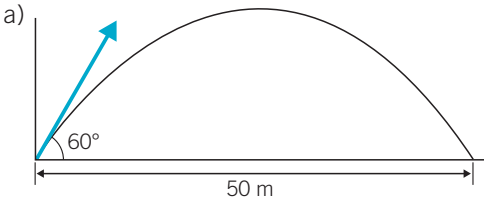
$$\rightarrow a = \frac{2 \cdot (0,8 \text{ m} - 1,5 \cdot 10^4 \text{ m/s} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ s})}{(2,5 \cdot 10^{-2})^2 \text{ s}^2} = -12 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$$

c) $v = v_0 + at = 1,5 \cdot 10^4 \text{ m/s} - 12 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ ms} = -1,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

movimientos

45. Un balón es lanzado con un ángulo de 60° por encima de la horizontal y recorre una longitud de 50 m en el campo de fútbol.

- Dibuja un esquema del ejercicio.
- Calcula la velocidad inicial.
- ¿Qué altura alcanzó?



$$b) x_{\text{mayor}} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen } 2\alpha}{g} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_0^2 = \frac{g \cdot x}{\text{sen } 2\alpha} = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 50 \text{ m}}{\text{sen } 120^\circ} \rightarrow v_0 = 23,8 \text{ m/s}$$

$$c) y_{\text{mayor}} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen } 2}{2g} = \frac{(23,8 \text{ m/s})^2 \cdot \text{sen}^2 120^\circ}{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 21,7 \text{ m}$$

46. ¿Qué aceleración actúa sobre un electrón en el «cañón de electrones» de un televisor que alcanza el 10 % de la velocidad de la luz en un espacio de 10 cm? Especifica claramente las suposiciones que has hecho para resolver este ejercicio.

10% de $c = 30\,000 \text{ km/s} = 8333,3 \text{ m/s}$. Por tanto:

$$v^2 = 2as \rightarrow a = \frac{v^2}{2s} = \frac{(8333,3)^2 (\text{m/s})^2}{2 \cdot 0,1 \text{ m}} = 3,5 \cdot 10^8 \text{ m/s}^2$$

Se supone que se cumplen las leyes de Newton hasta $v \approx 10\%$ de c .

47. Un niño que se encuentra en la calle ve caer una pelota verticalmente desde la terraza de una casa. Si el niño se encuentra a 4 m de la pared y la altura de la casa es 15 m, calcula a qué velocidad media debe correr para atraparla antes de que llegue al suelo. Dibuja un esquema de la situación.

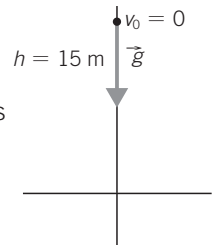
$$\text{Ecuación del movimiento de la pelota: } y = h - \frac{1}{2}gt^2$$

Haciendo $y = 0$ se calcula el tiempo que invierte el cuerpo en llegar al suelo:

$$0 = h - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{30}{9,8}} = 1,75 \text{ s}$$

La velocidad a la que debe correr el niño es:

$$v = \frac{4 \text{ m}}{1,75 \text{ s}} = 2,3 \text{ m/s}$$



48. Demuestra las expresiones a) y b) siguientes a partir de las ecuaciones de la velocidad y el espacio recorrido en un MRUA:

$$\bullet v = v_0 \pm at \qquad \bullet s = v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{a) } v^2 - v_0^2 = 2ay \qquad \text{b) } v_0^2 - v^2 = 2ay$$

Con el signo «+»: $v = v_0 + at$; $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$.

Se despeja + en la primera y se sustituye en la segunda:

$$t = \frac{v - v_0}{a} \rightarrow s = v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \cdot \frac{(v - v_0)^2}{a^2} \rightarrow v^2 - v_0^2 = 2as$$

Con el signo «-» se hace de la misma forma.

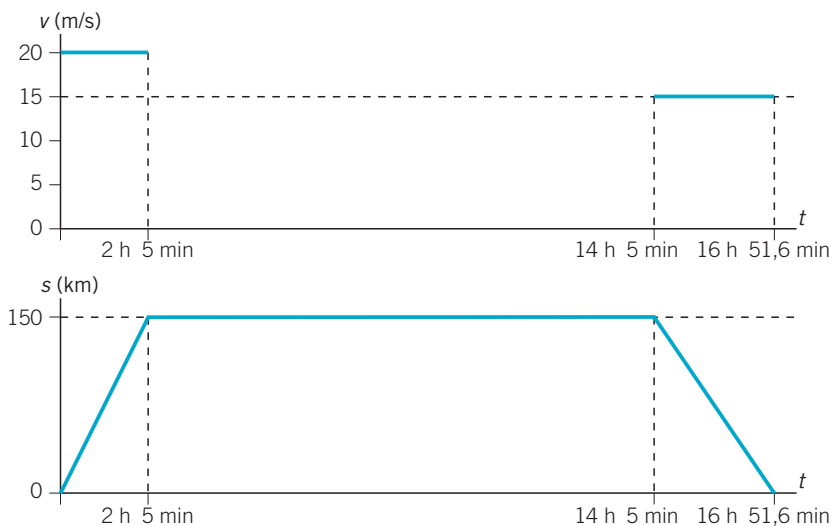
49. El barco del problema 1 de la página 209 ($v = 40$ nudos) sale a faenar desde el puerto de Vigo (Pontevedra) y se aleja 150 km de la costa. Allí permanece pescando durante 12 h y luego regresa al puerto con una velocidad constante de 30 nudos. Representa gráficamente la velocidad y la posición frente al tiempo durante todo el trayecto (ida y vuelta).

$$1 \text{ nudo} = 1852 \text{ milla/h} = \frac{1852}{3600} \text{ m/s} = 0,5 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 40 \text{ nudos} = 20 \text{ m/s}; \quad v_2 = 30 \text{ nudos} = 15 \text{ m/s.}$$

$$t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{150\,000 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 7500 \text{ s} = 125 \text{ min} = 2 \text{ h } 5 \text{ min}$$

$$t_2 = \frac{s}{v_2} = \frac{150\,000 \text{ m}}{15 \text{ m/s}} = 10\,000 \text{ s} = 166,6 \text{ min} = 2 \text{ h } 46 \text{ min}$$



movimientos

50. Escribe la ecuación de movimiento de un móvil que parte del punto (2, 3) km y, tras 2 horas moviéndose en línea recta, llega al punto (6, 9) km.

- a) ¿Cuál es el vector velocidad del móvil?
b) ¿Cuál es el módulo de la velocidad? Expresa el resultado en km/h.

$$a) \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$

$$\vec{r} = (6, 9) \text{ km}$$

$$\vec{r}_0 = (2, 3) \text{ km}$$

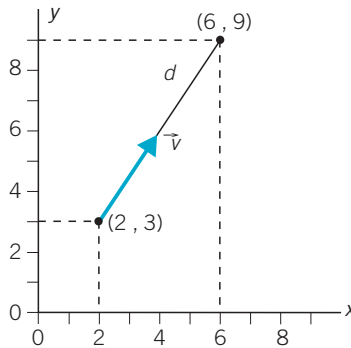
Por tanto:

$$\vec{v} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t} = \frac{(6, 9) - (2, 3)}{2} \text{ km/h} = \frac{(4, 6)}{2} \text{ km/h} = (2, 3) \text{ km/h}$$

Por eso la ecuación del movimiento es:

$$\vec{r} = (2, 3) + (2, 3) \cdot t \text{ (km)}$$

con el tiempo t en horas.



$$b) |\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = 3,6 \text{ km/h}$$



NOTAS

