

## Tema 9: La luz y las Ondas Electromagnéticas

- 9.0 Introducción histórica: modelos corpuscular y ondulatorio.
- 9.1 Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.
- 9.2 Fenómenos Luminosos.
- 9.3 Óptica geométrica. Formación de imágenes en lentes y espejos.
- 9.4 Ejercicios Resueltos.
- 9.5 Ejercicios Propuestos
- 9.6 Para saber más.

### 9.0.- Introducción histórica

A lo largo de la Historia las ideas sobre la naturaleza de la luz y de las distintas radiaciones han ido cambiando.

- 🍏 En la antigüedad (Grecia), apenas se describen los fenómenos, dando explicaciones a veces místicas, nada científicas.
- 🍏 Los árabes (Al-Hazen, sobre el s. XI), describen los fenómenos de reflexión y refracción, pero poco más.
- 🍏 En la primera mitad del s. XVII se describen las leyes experimentales (refracción, por Snell, en 1621). **Descartes** publica su Dióptrica en 1637.

Hay que esperar hasta finales del S. XVII para encontrar teorías científicas sobre la naturaleza de la luz. **Huygens**, en 1690, y **Newton**, en 1704, exponen teorías contrapuestas:

- 🍏 **Huygens: Teoría ondulatoria:** La luz se propaga como una onda mecánica longitudinal.
  - Necesita un medio ideal, el éter.
  - Propagación rectilínea debido a que la frecuencia de la luz es muy alta.
  - Los colores se deben a diferentes frecuencias.
  - La luz debe experimentar fenómenos de interferencia y difracción, característicos de las ondas.
  - Su velocidad será menor en medios más densos.

#### Inconvenientes:

- ✚ Al ser una onda mecánica, necesita de un medio material para poder propagarse por el espacio entre el Sol y la Tierra. Este medio teórico, ideal, que nadie había observado, se le llamó éter y debía de tener extrañas propiedades: mucho más rígido que el vidrio y, sin embargo, no oponer ninguna resistencia al movimiento de los planetas.
- ✚ Hasta esa fecha no se habían observado interferencias o difracción en la luz.

- 🍏 **Newton: Teoría corpuscular:** La luz está formada por partículas materiales

- Partículas de masa pequeña y velocidad muy grande.
- Propagación rectilínea debido a la gran velocidad de las partículas.
- Los colores se deben a partículas de distinta masa.
- No debe producir interferencia ni difracción.
- Su velocidad será mayor en medios más densos.

#### Inconvenientes:

- ✚ No deja clara la refracción.
- ✚ No explica cómo pueden cruzarse rayos de luz sin que choquen las partículas.

Por razones de prestigio científico, prevaleció la teoría de Newton, dejando olvidada la de **Huygens**. Hasta que **Young**, en 1801, observó interferencias en la luz; **Fresnel**, en 1815, observa la difracción (y

demuestra que las ondas son transversales); y **Foucault**, en 1855, comprobó que la velocidad de la luz en el agua es menor que en el aire. Se rescató entonces la teoría ondulatoria como válida.

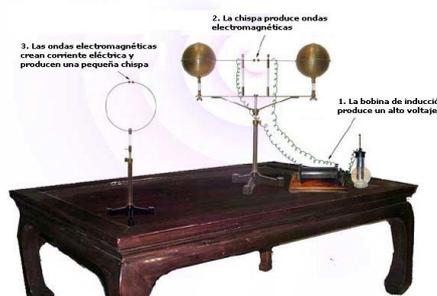
## 9.1.- Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético

En 1865, el físico escocés **James C. Maxwell** publica su Teoría Electromagnética, en la que unificaba la electricidad y el magnetismo. Como consecuencia de dicha teoría, llegó a la conclusión de que los campos eléctrico  $\vec{E}$  y magnético  $\vec{B}$  podían propagarse como ondas en el espacio y predijo así la existencia de ondas electromagnéticas.

La velocidad de dichas ondas electromagnéticas,  $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$ , daba como resultado un valor que coincidía con el medido por Foucault para la luz.

**Hertz**, en 1887, comprobó experimentalmente la predicción de **Maxwell**, generando ondas electromagnéticas (o.e.m.) usando el fenómeno de inducción electromagnética.

Empleando un generador de chispas, consigue que, a cierta distancia, salte una chispa en un circuito receptor. La chispa de alta frecuencia originada es, básicamente, una corriente variable. Esta corriente crea un campo magnético variable en las inmediaciones de la chispa. Por inducción, se crea un campo eléctrico variable que vuelve a generar un campo magnético variable... y así sucesivamente. La energía que se suministra a las cargas en el receptor se ha transmitido a una cierta distancia. Tenemos, en resumen, una perturbación que se propaga por el espacio como una onda.



Posteriormente, Hertz comprueba que las o.e.m. obedecen las leyes de reflexión y refracción, del mismo modo que la luz. Se llega a la conclusión de que la luz es una **onda electromagnética**.

### 9.1.1.- Características de las Ondas Electromagnéticas

Las o.e.m. son transversales y consisten en la propagación, sin necesidad de soporte material alguno, de un campo eléctrico y de un campo magnético perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación,  $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$ .

🍏 Sus principales características son:

- ✚ Son **originadas** por **cargas eléctricas aceleradas**.
- ✚ Consisten en la **variación periódica** del **estado electromagnético del espacio**. Un campo eléctrico variable produce un campo magnético variable, éste a su vez origina un campo eléctrico y así sucesivamente, ambos se propagan por el espacio.
- ✚ **No necesitan soporte material** para propagarse.
- ✚ En ellas los vectores de los **campos eléctrico y magnético**,  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ , **varían sinusoidalmente** con el tiempo y la posición, por lo que les son aplicables las **ecuaciones** dadas para las **ondas armónicas**.

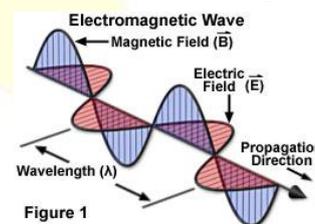


Figure 1

$$E = E_o \cdot \text{sen} 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = E_o \cdot \text{sen}(\omega t - kx) \quad B = B_o \cdot \text{sen} 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = B_o \cdot \text{sen}(\omega t - kx)$$

Donde  $E_o$  y  $B_o$  son sus valores máximos o amplitudes

- ✚ Los **módulos de los vectores**  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  en una posición y en un tiempo determinados, cumplen:

$$\frac{E}{B} = c ; \text{ donde } c \text{ es la velocidad de la onda.}$$

- La velocidad de las ondas electromagnéticas depende del medio de propagación. Su valor en el vacío viene dado por la expresión:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad \text{donde} \quad \begin{cases} \epsilon_0 (\text{constante dieléctrica del vacío}) = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \\ \mu_0 (\text{permitividad magnética del vacío}) = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \end{cases}$$

Si se sustituyen en la expresión dada, se comprueba que  $c = 3 \cdot 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

- Las ondas electromagnéticas también cumplen las relaciones entre velocidad, longitud de onda y frecuencia.

$$\lambda = c \cdot T \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

**Ejemplo 9.1.-** Una onda electromagnética plana sinusoidal se desplaza en el vacío en el sentido positivo del eje Ox, siendo su frecuencia  $2 \cdot 10^8 \text{Hz}$  y el valor máximo del campo eléctrico  $E_0 = 500 \text{N/C}$ . Calcular:

- La longitud de onda y el periodo
- El valor máximo del campo magnético correspondiente.
- Las ecuaciones del campo magnético y eléctrico

a) La longitud de onda la calculamos con:  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot 10^8 \text{Hz}} = 1,5 \text{m}$  y el periodo:  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2 \cdot 10^8 \text{Hz}} = 5 \cdot 10^{-9} \text{s}$

b) La amplitud del campo magnético será:  $B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{500 \text{N} \cdot \text{C}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{T}$

- c) Las ecuaciones para una onda que se propaga en el sentido positivo del eje OX son:

$$E = E_0 \cdot \text{sen}(\omega t - kx) \quad B = B_0 \cdot \text{sen}(\omega t - kx)$$

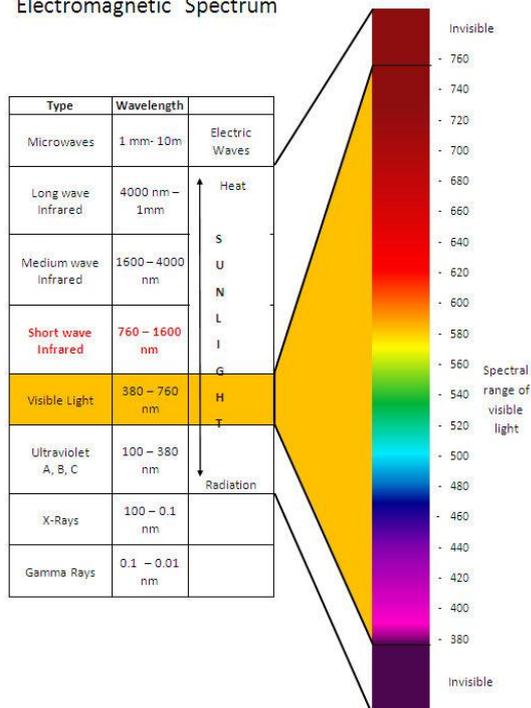
Como  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 1,26 \cdot 10^9 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  y  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4,2 \text{m}^{-1}$  tenemos que:

$$E = 500 \cdot \text{sen}(1,26 \cdot 10^9 t - 4,2x) \quad B = 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot \text{sen}(1,26 \cdot 10^9 t - 4,2x) \quad (\text{SI})$$

### 9.1.2.- Espectro Electromagnético

Llamamos **espectro electromagnético** a la secuencia de todas las ondas electromagnéticas conocidas, ordenadas según su longitud de onda.

Electromagnetic Spectrum



Esta clasificación es totalmente subjetiva. La división entre un tipo de o.e.m. y otro es artificial, basada en los efectos que se aprecian o los posibles usos que tienen para el ser humano.

Luz Visible		
(Hz) · 10 <sup>14</sup>	Color	λ (nm)
7,7 – 6,6	Violeta	380 – 460
6,6 – 6,1	Azul	460 – 490
6,1 – 5,2	Verde	490 – 580
5,2 – 5,0	Amarillo	580 – 600
5,0 – 4,8	Anaranjado	600 – 620
4,8 – 3,8	Rojo	620 – 780

**Radioondas:** Son ondas electromagnéticas producidas por circuitos eléctricos. Su longitud de onda está comprendida entre 10 km y 10 cm. Se emplean en radiodifusión y telecomunicaciones.

**Microondas.** Son producidas por vibraciones de moléculas. Su longitud de onda está comprendida entre 10 cm y 10<sup>-4</sup> m. Se emplean en radioastronomía, comunicaciones (radar, maser).

**Rayos infrarrojos.** Son producidas en los cuerpos calientes y son debidas a oscilaciones de átomos. Su longitud de onda oscila entre 10<sup>-4</sup> m y 7500 Å (1Å=10<sup>-10</sup> m). Se emplean en la industria y en medicina (termoterapia).

**Luz visible:** Son producidas por oscilaciones de los electrones más externos del átomo. Su longitud de onda va de 7500 Å a 4000 Å . Son percibidas por nuestra retina. Se emplean en la visión, láser, etc.

**Rayos ultravioleta:** Son producidas por oscilaciones de los electrones más internos. Su longitud de onda está comprendida entre 4000 Å y 30 Å . Se emplean en medicina, por su poder ionizante. Son los responsables de las quemaduras por el sol y de la aparición del cáncer de piel. El Sol es un poderoso emisor de rayos ultravioleta.

**Rayos X:** Son producidos por oscilaciones de los electrones próximos al núcleo. Su longitud de onda es del orden de 30 Å - 0,4 Å . Se utilizan en la industria, en medicina (radiografías y radioterapia). Son peligrosos para los tejidos debido a su poder energético.

**Rayos gamma (γ):** Son producidos por oscilaciones nucleares, en los fenómenos radiactivos y en reacciones nucleares. Tienen una longitud de onda del orden de 10<sup>-5</sup> Å. Tienen un gran poder de penetración, lo que hace que sean nocivos para los seres vivos.

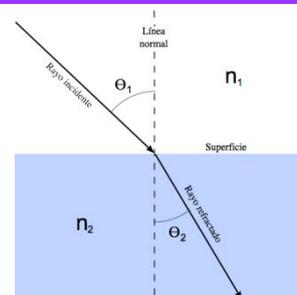
## 9.2.- Fenómenos Luminosos

Debido a la naturaleza ondulatoria de la luz, ésta presenta aquellos fenómenos que han sido estudiados para ondas en general.

### 9.2.1.- Refracción

Refracción es el cambio de dirección que experimentan los rayos luminosos al pasar oblicuamente de un medio a otro en el que se propagan con diferente velocidad.

- **Rayo incidente** es la dirección en que se propaga el rayo en el primer medio y **rayo refractado** es la nueva dirección que adquiere al penetrar en el otro medio.
- **Angulo de incidencia** (i) es el ángulo que forma el rayo incidente con la normal a la superficie de separación de ambos medios, y **ángulo de refracción** (r) es el ángulo que forma el rayo refractado con la normal.



En la refracción de ondas se cumple la **ley de Snell**: La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de las velocidades con que se propaga la onda en ambos medios.

$$\frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}(r)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{Cte.}$$

Donde n es el **índice de refracción** del medio que se corresponde con el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de propagación de la luz en ese medio.  $n = \frac{c}{v}$ .

En el vacío, el índice de refracción es n=1 y, aproximadamente, también en el aire. En otros medios materiales, n es mayor que la unidad, ya que, c es siempre mayor que v.

Si consideramos dos medios transparentes e isotrópicos distintos a los que llamaremos 1 y 2, si dividimos sus índices de refracción, obtenemos:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Y si sustituimos en la fórmula del índice de refracción los valores de las velocidades por sus expresiones en función de la longitud de onda, vemos que al ser la frecuencia independiente del medio material, al variar la velocidad, también ha de variar la longitud de onda.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_o \cdot \nu}{\lambda \cdot \nu} = \frac{\lambda_o}{\lambda} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \lambda_o : \text{longitud de onda de una radiación luminosa en el vacío} \\ \lambda : \text{longitud de onda en el medio} \end{cases}$$

### 🍏 A considerar:

- ✚ La **velocidad de la luz** es **mayor** en el **vacío** que en los medios materiales
- ✚ En el **vacío**, la **velocidad** de las radiaciones luminosas no dependen de la longitud de estas, sino que es **constante**. Sin embargo en los medios materiales sí depende de ella.
- ✚ La **frecuencia** de las radiaciones luminosas es igual en el vacío que en los medios materiales, es decir que cuando una luz cambia de medio, su frecuencia **se mantiene constante**, pero no ocurre lo mismo con la longitud de onda que sí cambia de un medio a otro.

### 9.2.2.- Reflexión

Reflexión es el fenómeno que tiene lugar cuando un rayo luminoso que avanza por un medio homogéneo choca contra un obstáculo que las hace retroceder cambiando de dirección y sentido.



Se llama **ángulo de incidencia (i)** al ángulo que forma la dirección en que llega la onda con la normal a la superficie reflectora, y **ángulo de reflexión (r)** al que forma la normal con la dirección que sigue la perturbación después del choque.

#### Leyes de la reflexión:

- El rayo incidente, el reflejado, el refractado y la normal a la superficie de separación de los dos medios están en el mismo plano.
- El rayo incidente y el reflejado forman con la normal ángulos iguales
- Los senos de los ángulos de incidencia y refracción son iguales  $\text{sen } \alpha = \text{sen } \beta$

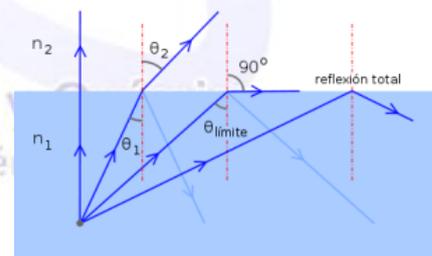
🍏 **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción  $n_2$  menor que el índice de refracción  $n_1$  en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite,  $\alpha_L$ . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El **ángulo límite** también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = \text{Arcsen} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción de los medios con  $n_2 > n_1$ . Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es  $90^\circ$ .



### 9.2.3.- Dispersión de la Luz

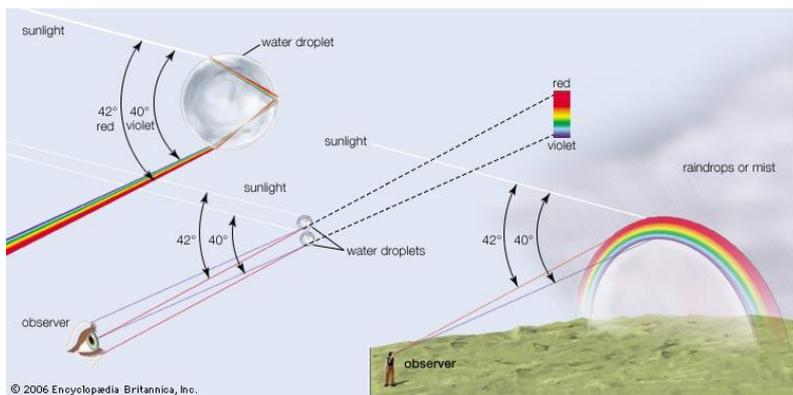
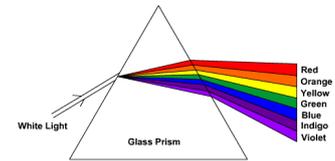
Hemos tenido en cuenta hasta ahora que la velocidad de propagación de una radiación luminosa dependía exclusivamente del medio, no de la frecuencia. Esto es algo que no ocurre en los llamados medios dispersivos. Así, en un medio como el vidrio, o la atmósfera, o el agua, la  $v$  depende de la frecuencia.

Esto trae como consecuencia que:

- Los diferentes colores (diferente  $\nu$ ) se propagan a velocidad diferente.
- La longitud de onda cambia.
- Cada color tiene su propio índice de refracción ( $n$ ), por lo que los ángulos de refracción serán diferentes.

Es decir, los rayos de luz de distintos colores se separan (se dispersan) al pasar por el vidrio, o por el agua. La luz roja ( $> \lambda$ ) es la que menos se desvía mientras que la luz azul-violeta es la que más lo hace.

La dispersión de la luz blanca, formada por una mezcla de distintas longitudes de onda, se pone de manifiesto al hacer pasar un haz de luz a través de un prisma óptico, de forma que las distintas radiaciones que componen la luz blanca se refractan con diferentes ángulos y emergen separadas formando lo que denominamos espectro de la luz blanca.



**Formación del arcoíris:** se produce mientras llueve o justo después de una lluvia, cuando hay gran cantidad de minúsculas gotas de agua suspendidas en la atmósfera. Cada gota de agua hace de prisma cuando incide la luz blanca del sol sobre ella, dispersándola y separando los rayos de diferentes colores formando el arcoíris en el lado opuesto al sol.

Otros fenómenos luminosos serían: la interferencia y la difracción, de las cuales ya hemos hablado en el tema de ondas, y la polarización.

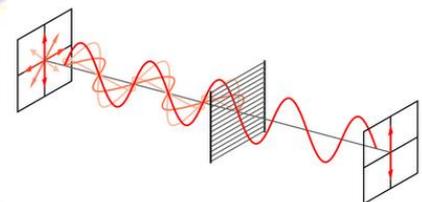
### 9.2.4.- Polarización de la luz

Decimos que un haz luminoso está polarizado linealmente si las oscilaciones del campo eléctrico tienen lugar siempre en la misma dirección.

El plano de propagación de una onda electromagnética polarizada linealmente es el determinado por la dirección de propagación y la dirección del vector  $\vec{E}$ .

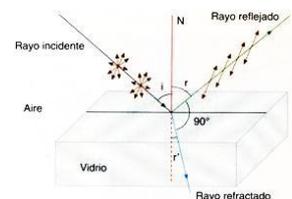
La luz natural no está polarizada, ya que está formada por un gran número de trenes de ondas diferentes en los que el campo eléctrico oscila en un plano distinto.

Para lograr luz polarizada linealmente, se deben eliminar todas las vibraciones del campo eléctrico excepto las que tienen lugar en una dirección determinada.



Una forma sencilla de polarización es lo que se llama **polarización por reflexión**, en la que una luz natural incide sobre una superficie pulimentada de vidrio y la luz reflejada sale total o parcialmente polarizada, dependiendo del ángulo de incidencia.

Decimos que la polarización es total, cuando la tangente del ángulo de incidencia es igual al índice de refracción del medio en que tienen lugar la refracción (**Ley de Brewsted**).



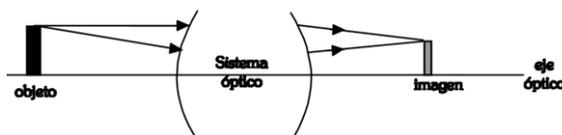
$$n = \frac{\text{sen} \alpha_i}{\text{sen} \alpha_{\text{refractado}}} = \frac{\text{sen} \alpha_i}{\text{sen}(90 - \alpha_{\text{reflejado}})} = \frac{\text{sen} \alpha_i}{\cos \alpha_{\text{reflejado}}} = \frac{\text{sen} \alpha_i}{\cos \alpha_i} = \text{tg} \alpha_i$$

## 9.3.- Óptica Geométrica

Óptica geométrica es la parte de la física que trata, a partir de representaciones geométricas, de los cambios de dirección que experimentan los rayos luminosos en los distintos fenómenos de reflexión y refracción.

### 9.3.1.- Conceptos Básicos

- **Sistema óptico (S.O.):** Conjunto de superficies, planas o esféricas, que separan medios transparentes, homogéneos e isotropos de distinto índice de refracción que son atravesados por rayos luminosos.



El sistema óptico puede ser simple o compuesto.

Consta de:

- ✚ **Eje óptico:** Es el eje de simetría del sistema óptico.
- ✚ **Centro de curvatura (C):** centro de la superficie en el caso de que sea esférica.
- ✚ **Radio de curvatura (R):** Radio de la superficie esférica.
- ✚ **Vértice o centro óptico (O):** Punto de intersección del sistema óptico con el eje óptico.
- ✚ **Objeto (A):** Punto o conjunto de puntos de los que queremos calcular imagen a través del S.O.
- ✚ **Imagen (A'):** Punto o conjunto de puntos que son imagen de un objeto. Puede ser:
  - **Imagen real (A'):** es el punto de convergencia de todos los rayos procedentes de un punto A, tras atravesar el dioptrio (con distancia imagen positiva)
  - **Imagen virtual (A'):** es el punto de convergencia formado por las prolongaciones de los rayos que traspasan el sistema óptico (con distancia imagen negativa), cuando estos se refractan divergentes y no se juntan en ningún punto.
  - **Imagen derecha:** imagen cuyo aumento lateral es positivo. Está en el mismo lado del eje que el objeto
  - **Imagen invertida:** imagen cuyo aumento lateral es negativo. Está en el lado opuesto del eje.
- ✚ **Foco Objeto (F):** Punto situado en el eje óptico cuya imagen está en el infinito.
- ✚ **Foco Imagen (F'):** Punto situado en el eje óptico cuyo objeto está en el infinito.
- ✚ **Aumento lateral (A<sub>l</sub>):** Relación entre el tamaño de la imagen y el tamaño del objeto.

Para construir la imagen basta con trazar dos de los rayos siguientes a partir del punto objeto A.

- ✓ **El rayo paralelo:** incide paralelamente al eje óptico y una vez refractado, pasa por el foco imagen.
- ✓ **El rayo Focal:** Pasa por el foco objeto F y después de la refracción, emerge paralelamente al eje óptico.
- ✓ **El rayo radial:** pasa por el centro de curvatura C y no experimenta desviación alguna, puesto que es paralelo a la normal del dioptrio.
- ✓ **El rayo del centro óptico:** pasa por el vértice y no sufre alguna desviación.

### 9.3.2.- Criterio de signos

1. Las letras que hacen referencia a la imagen de un objeto son las mismas utilizadas para representar el objeto, pero con una ' '.
2. Los puntos se representan en mayúsculas y las distancias en minúscula, salvo el radio R.
3. La luz siempre proviene de la izquierda y viaja hacia la derecha.
4. Las distancias son positivas cuando están a la derecha de O ó por encima del eje óptico.
5. El O es el origen de coordenadas; son negativas si está a la izquierda de O ó por debajo del eje óptico.

6. Los ángulos que los rayos forman con el eje óptico son positivos si, al abatirlos con el eje por el camino más corto, se gira al contrario que las agujas del reloj. Con los ángulos de incidencia, refracción y reflexión (que se cortan con el dioptrio, y no con el eje) ocurre al contrario: serán positivos cuando se gira en el sentido de las agujas del reloj, al abatirlos sobre su normal.

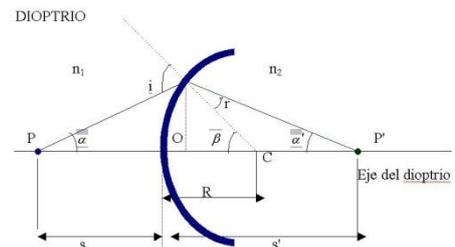
### 9.3.3.- Sistemas Ópticos Simples

Llamamos dioptrio al conjunto formado por dos medios con índice de refracción distintos, separados por una superficie.

Según esto, decimos que un S.O. es simple si está constituido por un solo dioptrio.

#### 9.3.3.1.-Dióptrio Esférico

Un **dioptrio esférico** es una superficie esférica que separa dos medios de diferente índice de refracción. Decimos que es convexo si su radio de curvatura es positivo y en caso contrario, es cóncavo.



Elementos esenciales	Fórmula general	Focos y distancias focales		Aumento lateral
		Objeto	Imagen	
Centro de curvatura C Radio de curvatura R Polo, vértice o centro óptico O Eje principal o eje óptico	$\frac{n_1}{s_1} - \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$	$f = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$	$f' = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 \cdot s'}{n_2 \cdot s}$

$$f = -R \cdot \frac{n}{n' - n} \quad f' = R \cdot \frac{n'}{n' - n} \quad \frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'} \quad f + f' = R \quad \frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

#### Construcción de la imagen:

Todo rayo que incida paralelo al eje principal, se refracta pasando por F'. Todo rayo que pasa por F se refracta paralelo al eje horizontal. El rayo que pasa por C, no se refracta, porque es normal a la superficie.

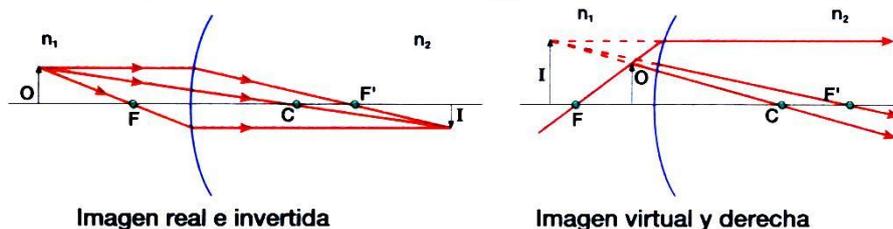


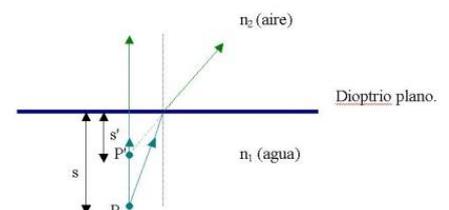
Imagen real e invertida

Imagen virtual y derecha

I.E.E.S. Juan Ramón Jiménez

#### 9.3.3.2.- Dioptrio Plano

Un **dioptrio plano** es toda superficie plana que separa dos medios transparentes de distinto índice de refracción. Es un caso particular del dioptrio esférico, en que el radio de curvatura es  $\infty$ .



Elementos esenciales	Fórmula general	Focos y distancias focales		Aumento lateral
		Objeto	Imagen	
Polo, vértice o centro óptico O Eje principal o eje óptico	$\frac{n_1}{s_1} - \frac{n_2}{s_2} = 0$	$f = \infty$	$f' = \infty$	$A_L = \frac{y'}{y} = 1$

**Ejemplo 9.2.-** Un pescador situado en su barca se encuentra a 2,1 m de altura por encima de la superficie del agua, mientras que un pez nada a 0,5 m debajo de la superficie. El índice de refracción del agua es 4/3.

- ¿A qué distancia ve el pescador el pez?
- ¿Y el pez al pescador?

a) Según los datos del problema:  $s=0,5$  m;  $n_1=4/3$  y  $n_2=1$ .

La profundidad aparente a la que se encuentra el pez la calculamos con la ecuación del dioptrio plano:  $\frac{n_1}{s_1} - \frac{n_2}{s_2} = 0$

De la que despejamos  $s'$ :  $s' = \frac{n_2}{n_1} \cdot s = \frac{1}{4/3} \cdot 0,5 \text{ m} = 0,375 \text{ m}$

Por tanto la distancia a la que el pescador ve el pez es de  $2,1 + 0,375 = 2,475$  m

b) En este caso:  $s=2,1$  m;  $n_1=1$  y  $n_2=4/3$ , por tanto utilizando otra vez la ecuación del dioptrio plano tenemos que:

$$s' = \frac{n_2}{n_1} \cdot s = \frac{4/3}{1} \cdot 2,1 \text{ m} = 2,8 \text{ m}$$

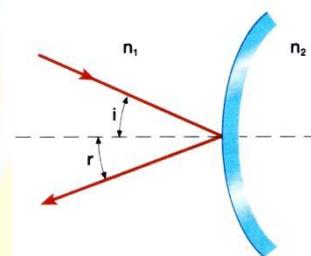
Por tanto la distancia a la que el pez ve el pescador es de  $0,5 + 2,8 = 3,3$  m

### 9.3.3.3.- Espejo esférico

Llamamos **espejo** a toda superficie lisa y pulimentada capaz de reflejar los rayos luminosos. Puede ser plano o esférico.

En los espejos el índice de refracción es el mismo, aunque lo tomamos con signo opuesto ya que el rayo viaja en sentido contrario, por tanto:  $n = -n'$  y la ley de Snell sería de la forma:

$$n \cdot \text{sen } i = -n \text{sen } r \Rightarrow i = -r$$



Los **espejos esféricos** se clasifican según el signo de su radio de curvatura en cóncavos  $R < 0$  y convexos  $R > 0$ , y la superficie reflectante es la cara interna del espejo o la externa respectivamente.

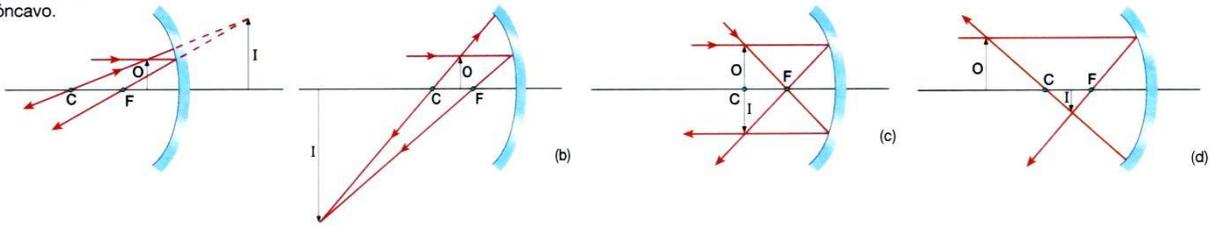
Elementos esenciales	Fórmula general	Focos y distancias focales		Aumento lateral
		Objeto	Imagen	
Centro de curvatura C Radio de curvatura R Polo, vértice o centro óptico O Eje principal o eje óptico	$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$	$f = \frac{R}{2}$	$f' = \frac{R}{2}$	$A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$

### Construcción de la imagen:

#### Cóncavos:

- El objeto está entre el foco y el espejo: imagen virtual, derecha y de mayor tamaño.
- El objeto está entre C y F: imagen real, invertida y de mayor tamaño.
- El objeto se encuentra en C: imagen real, invertida y de igual tamaño.
- El objeto está a una distancia del espejo mayor que R: imagen real, invertida y de menor tamaño.

Imágenes producidas por un espejo cóncavo.



En el caso de que el objeto estuviera en el foco, no formaría imagen porque los rayos saldrían paralelos.

**Convexos:**

a) En todos los casos la imagen es virtual, derecha y de menor tamaño.

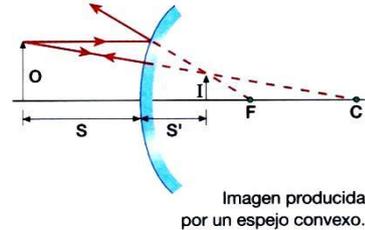


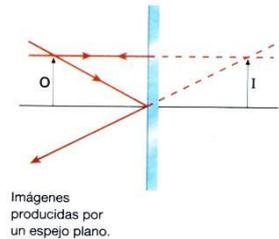
Imagen producida por un espejo convexo.

**9.3.3.4.- Espejo plano**

Un espejo plano puede considerarse como el caso particular de un espejo esférico de radio infinito.

La imagen producida es virtual, derecha y del mismo tamaño.

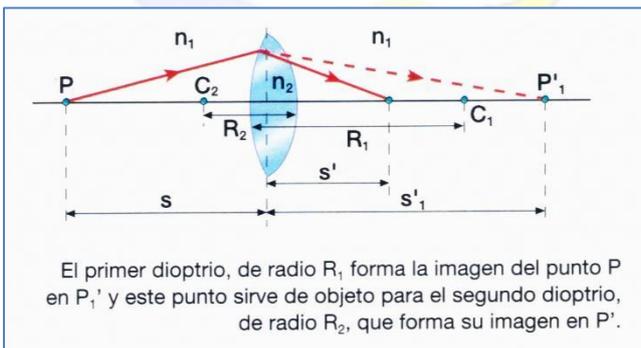
$$n' = -n \quad s' = -s \quad y' = y$$



Imágenes producidas por un espejo plano.

Elementos esenciales	Fórmula general	Focos y distancias focales		Aumento lateral
		Objeto	Imagen	
Polo, vértice o centro óptico O Eje principal o eje óptico	$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = 0$	$f = \infty$	$f' = \infty$	$A_L = \frac{y'}{y} = 1$

**9.3.4.- Sistemas Ópticos Compuestos**



El primer dioptrio, de radio  $R_1$ , forma la imagen del punto P en  $P_1'$  y este punto sirve de objeto para el segundo dioptrio, de radio  $R_2$ , que forma su imagen en  $P'$ .

Se llaman así porque son **sistemas ópticos compuestos** por más de un dioptrio. Si todos los centros ópticos de los dioptrios están sobre una misma línea se dice que el **sistema óptico es centrado**.

Los más utilizados son las lentes.

Una lente es un sistema óptico centrado formado por dos dioptrios, uno de los cuales, al menos, es esférico, y en el que los dos medios refringentes

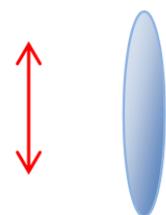
poseen el mismo índice de refracción.

Para cualquier lente delgada se cumple:

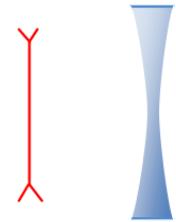
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (1 - n) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Distinguiremos entre dos tipos de lentes, las convergentes y las divergentes.

🍏 **Lente convergente** es un tipo de lente que es más gruesa por su parte central que en los extremos. Según su forma pueden ser biconvexas, planoconvexas o meniscoconvexas. Esquemáticamente se representan por una línea acabada en puntas de flecha.



🍏 **Lente Divergente** es un tipo de lente que es más gruesa en sus extremos que en la parte central. Según su forma pueden ser bicóncavas, planocóncavas o meniscodivergentes. Esquemáticamente se representan por una línea recta acabada en puntas de flecha invertidas.



Llamamos **potencia de una lente** a la inversa de su distancia focal, se mide en Dioptrías (D)  $1D=1m^{-1}$

$$P = \frac{1}{f'}$$

Elementos esenciales	Fórmula general	Focos y distancias focales		Aumento lateral
		Objeto	Imagen	
Polo, vértice o centro óptico O Eje principal o eje óptico	$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$	$f = -f'$		$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

### FORMACIÓN DE IMÁGENES POR LENTES CONVERGENTES

Si el objeto está situado a una distancia de la lente mayor que el doble de la distancia focal, se obtiene una imagen real, invertida y de menor tamaño.

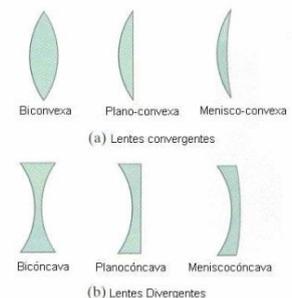
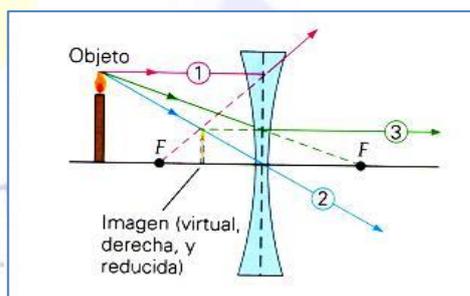
Si el objeto está situado a una distancia igual al doble de la distancia focal, la imagen es real, invertida, del mismo tamaño y situada a una distancia doble de la focal.

Si el objeto está en el interior de la distancia focal, la imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

Si el objeto está situado entre el foco y el doble de la distancia focal, la imagen es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.

Si el objeto está situado en el foco, no se forma imagen, pues los rayos se refractan paralelamente y no se cortan.

### FORMACIÓN DE IMAGEN POR LENTE DIVERGENTE



**En general en un sistema óptico compuesto ocurre:**

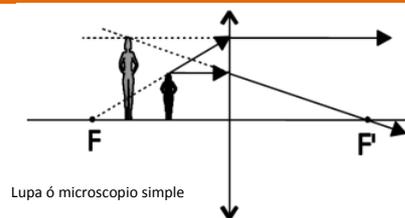
- Si las lentes están acopladas, una en contacto con la otra, la potencia del sistema es la suma algebraica de las potencias de cada lente.
- Si las lentes están separadas, la imagen formada por la primera actúa como objeto de la segunda, y así sucesivamente.
- El aumento lateral total es el cociente entre el tamaño de la imagen final y el del objeto, que también es igual al producto de los aumentos producidos por cada lente.

### 9.3.6.- Instrumentos Ópticos

Las lentes y los espejos se utilizan en la construcción de los instrumentos ópticos. Algunos son muy conocidos y de uso común: la cámara fotográfica, la lupa o los prismáticos. Otros como el microscopio o el telescopio, tienen un indudable interés científico.

#### 9.3.6.1.- Lupa

Consiste en una lente convergente que permite ver los objetos a un tamaño mayor que su tamaño natural. Para ello, el objeto se coloca entre la lente y el foco de forma que la imagen será virtual, derecha y mayor.



Lupa ó microscopio simple

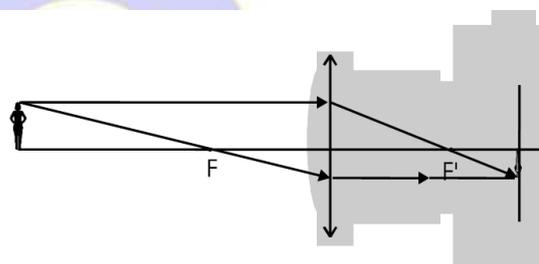
Si el objeto se coloca en el foco, la imagen se forma en el infinito y así el ojo está relajado.

$$\text{Aumento lateral: } A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

#### 9.3.6.2.- Cámara fotográfica



Consiste en una cámara oscura con una lente convergente móvil (Objetivo) que se mueve hasta que la imagen se forme justo en la película (enfoque). El objeto está más alejado de la lente que el foco F, y por ello la imagen es real, invertida y menor que el objeto.



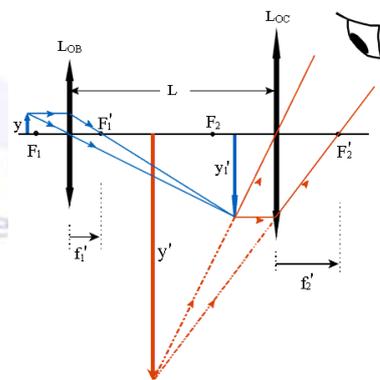
#### 9.3.6.3.- Microscopio Compuesto

Sistema óptico formado por dos lentes, objetivo y ocular, ambas convergentes, que producen una imagen virtual, invertida y mayor que el objeto.

Para observar la imagen sin fatigar el ojo, los rayos procedentes del ocular deben salir paralelos, para lo que la imagen producida por el objeto debe formarse en el foco anterior del ocular, y esto se consigue variando la longitud del tubo.

$$\text{Aumento lateral: } A_L = -0,25 \cdot \delta \cdot P_1 \cdot P_2$$

Donde  $\delta$  es la distancia entre  $F_1'$  y  $F_2$  y  $P_1$  y  $P_2$  son las potencias respectivas de objetivo y ocular.



#### 9.3.6.4.-Anteojos y telescopios

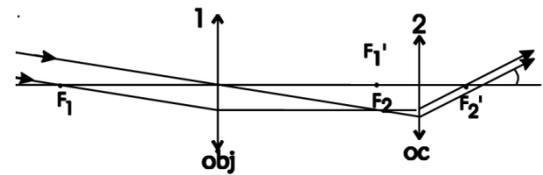
Son sistemas compuestos por el **objetivo** que puede ser una lente (telescopio refractor) o un espejo (telescopio reflector) y por el **Ocular** que siempre es una lente.

Están fabricados para aumentar el ángulo de rayos que provienen de distancias muy lejanas (casi desde el  $\infty$ ).

#### 9.3.6.4.1.- Anteojo astronómico

El objetivo y el ocular son dos lentes convergentes.

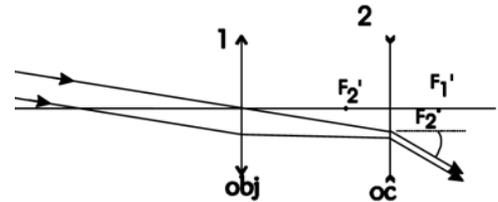
La imagen producida es virtual (en el  $\infty$ ), invertida y mayor que el objeto.



#### 9.3.6.4.2.- Anteojo de Galileo

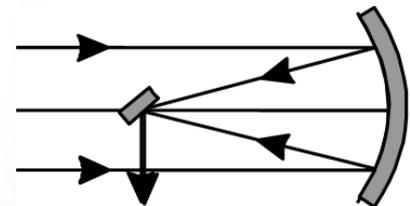
El objetivo es una lente convergente, mientras que el ocular es divergente.

La imagen producida es virtual (en el  $\infty$ ), derecha y mayor que el objeto.



#### 9.3.6.4.3.- Telescopio reflector

Sistema óptico en el que el objetivo es un espejo cóncavo, que utiliza espejos en lugar de lentes para enfocar la luz y formar imágenes. El reflector clásico formado por dos espejos y un ocular se conoce como **reflector Newtoniano**.

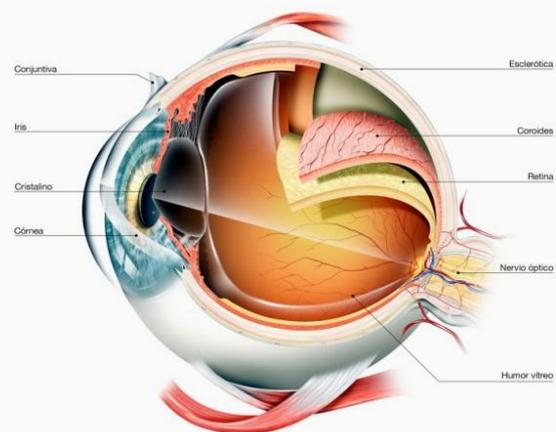


*De un modo u otro, la finalidad de todos estos instrumentos ópticos es ayudar a nuestro órgano de la vista, nuestro sistema óptico natural. Por ello es importante conocer cómo es y cómo funciona.*

#### 9.3.7.- El ojo Humano; Defectos de la visión.

El ojo funciona como un sistema compuesto de dos lentes convergentes (la córnea y el cristalino) y varios medios líquidos (el humor acuoso y el humor vítreo), que hacen converger los rayos de luz que entran por la pupila en una zona de la retina conocida como fovea o mancha amarilla. Allí, una serie de células especializadas (bastones, que captan el clarooscuro, y conos, que captan el color) envían la información al cerebro a través del nervio óptico.

El ojo consigue enfocar la imagen cambiando la forma del cristalino (abombándolo o estirándolo), modificando así su distancia focal.

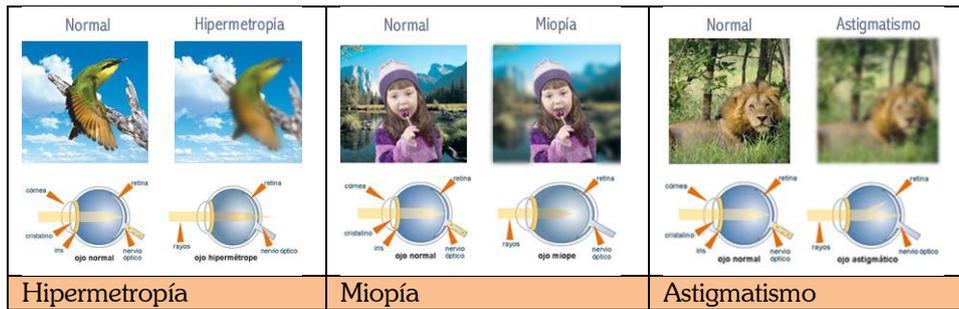


#### **🍏 Defectos de la visión:**

Un ojo normal (*ojo emétrope*) consigue enfocar correctamente (hace converger los rayos de luz para formar la imagen sobre la retina). Si por un defecto de la anatomía del ojo, éste enfoca los rayos de luz detrás o delante de la retina, la visión se vuelve borrosa.

- Si enfoca detrás de la retina, se habla de **hipermetropía**, y se corrige usando una lente convergente, como indica la figura de la página siguiente.
- Si enfoca por delante de la retina, se habla de **miopía**, y se corrige usando lentes divergentes.

El **astigmatismo** consiste en un defecto en la esfericidad del cristalino, lo que hace que el enfoque varíe según la dirección en la que llegan los rayos. De este modo los rayos convergen en puntos distintos, haciendo la imagen borrosa.



## 9.4.- Ejercicios resueltos

1.- El ángulo límite vidrio-agua es de  $60^\circ$ . Un rayo de luz, que se propaga por el vidrio, incide sobre la superficie de separación con un ángulo de  $45^\circ$  y se refracta dentro del agua.

- Explique qué es el ángulo límite y determine el índice de refracción del vidrio.
- Calcule el ángulo de refracción en el agua.

Datos:  $n_{\text{agua}} = 1,33$

a) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción  $n_2$  menor que el índice de refracción  $n_1$  en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite,  $\alpha_L$ . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El *ángulo límite* también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = \text{Arcsen} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción de los medios con  $n_2 > n_1$ . Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es  $90^\circ$ .

Si trabajamos en esta ecuación, tenemos que:  $\text{sen} \alpha_L = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$ , así que si despejamos  $n_1$  tenemos:

$$n_{\text{vidrio}} = \frac{n_{\text{agua}}}{\text{sen} \alpha_L} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{3\sqrt{3}} = 1,54$$

b) Para determinar el ángulo de refracción no tenemos más que aplicar la ley de Snell, que dice que *La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de los índices de refracción de ambos medios.*

$$n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen} \alpha_i = n_{\text{agua}} \cdot \text{sen} \alpha_r$$

Por tanto, despejando el ángulo de refracción tendremos:

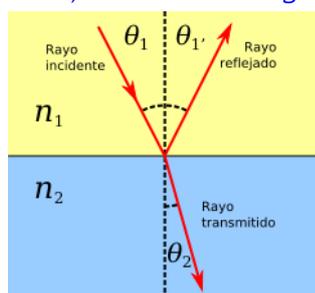
$$\text{sen}\alpha_r = \frac{n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen}\alpha_i}{n_{\text{agua}}} = \frac{1,54 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{1,33} = 0,819$$

Así que el ángulo de refracción en el agua será:

$$\alpha_r = \text{Arcsen}(0,819) = 54,94^\circ \cong 55^\circ$$

2.- Un rayo luminoso que se propaga en el aire incide sobre el agua de un estanque formando un ángulo de  $20^\circ$  con la normal que separa ambos medios.

- a) ¿Qué ángulo formarán entre sí los rayos reflejado y refractado?  
b) Variando el ángulo de incidencia, ¿podría producirse el fenómeno de reflexión total? Razone la respuesta.



Datos:  $n_{\text{aire}} = 1$  ;  $n_{\text{agua}} = 1,33$

a) Sabemos que cuando un rayo cambia de un medio a otro, una parte del rayo se refracta pasando al segundo medio y otra parte se refleja quedándose en el mismo medio y formando un ángulo con la normal igual que el ángulo de incidencia.

Para calcular el ángulo de refracción, se aplica la Ley de Snell, que dice que el producto del índice de refracción por el seno del ángulo de incidencia es constante para cualquier rayo de luz incidiendo sobre la superficie que separa de dos medios.

$$n_{\text{aire}} \text{sen}\theta_1 = n_{\text{agua}} \text{sen}\theta_2$$

Como el ángulo incidente es de  $20^\circ$ , calculamos el ángulo de refracción despejando de la ecuación anterior:

$$\text{sen}\theta_2 = \frac{n_{\text{aire}} \text{sen}\theta_1}{n_{\text{agua}}} = \frac{1 \cdot \text{sen}20}{1,33} = 0,257$$

De donde el ángulo de refracción es:

$$\theta_2 = \text{Arcsen}(0,257) = 14,9^\circ$$

Por tanto el ángulo entre ambos rayos será:  $180+20-14,9=185,1^\circ$  o también  $174,9^\circ$ . Como el ángulo es el menor de ambos, el ángulo que forman es  $174,9^\circ$ .

b) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción  $n_2$  menor que el índice de refracción  $n_1$  en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite,  $\theta_L$  (ángulo límite). Para ángulos mayores de éste ángulo límite, la luz deja de atravesar la superficie que separa ambos medios y es reflejada totalmente. La reflexión total solamente ocurre en rayos que viajando en un medio de alto índice refractivo van hacia medios de menor índice de refracción.

Para que se produzca el fenómeno de reflexión total, tiene que ocurrir que el ángulo de refracción ha de ser como mínimo  $90^\circ$ ,

$$n_{\text{aire}} \text{sen}\theta_1 = n_{\text{agua}} \text{sen}90 = n_{\text{agua}}$$

$$1 \cdot \text{sen}\theta_L = 1,33 \Rightarrow \text{sen}\theta_L = 1,33$$

Cosa que es imposible, puesto que sabemos que el seno de un ángulo está comprendido entre -1 y 1.

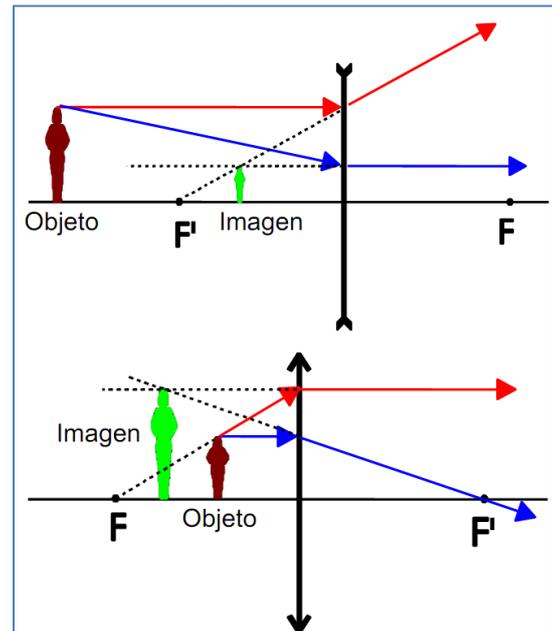
No se produce reflexión total porque el índice de refracción del primer medio es menor que el del segundo, justo lo contrario que debe ocurrir para que se produzca reflexión total.

3. a) Explique la formación de imágenes y sus características en una lente divergente.  
b) ¿Pueden formarse imágenes virtuales con lentes convergentes? Razone la respuesta.

a) Una lente divergente es un sistema óptico (normalmente de vidrio) que, mediante refracción, rayos que inciden paralelos al eje óptico, a la salida diverjan de un punto denominado foco. La posición de los focos objeto (F) e imagen (F') está indicada en el esquema.

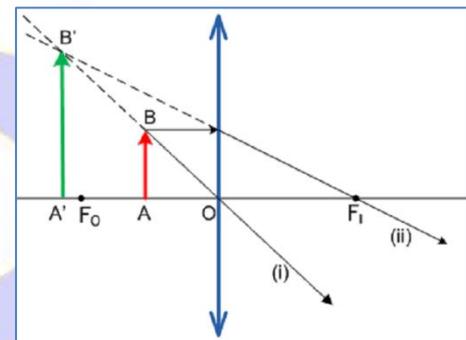
La imagen que produce una lente divergente es siempre virtual (los rayos no convergen en un punto, sino que parecen divergir de él), derecha y más pequeña que el objeto, como puede verse en el esquema de rayos.

b) Una lente convergente puede producir una imagen virtual si el objeto está situado entre el foco objeto y la lente. Es el caso de una lupa, que produce imágenes virtuales, derechas y de mayor tamaño que el objeto. En el siguiente esquema vemos cómo se forman las imágenes en este caso.



- 4.- ¿En qué posición debe colocarse un objeto delante de una lente esférica convergente para producir una imagen virtual? Obtenga gráficamente la imagen.

El objeto debe colocarse dentro de la distancia focal objeto de la lente, entre el foco objeto F y el centro O de la misma. El rayo (i) que pasa por el centro de la lente no sufre desviación al atravesarla; el rayo (ii), que incide paralelamente al eje de la lente, se refracta para pasar por el foco imagen, F'. Como puede verse, se trata de rayos divergentes, cuyas prolongaciones determinan la posición B' de la imagen del punto B, extremo del objeto. La imagen de AB resulta A'B', virtual, derecha y de mayor tamaño.



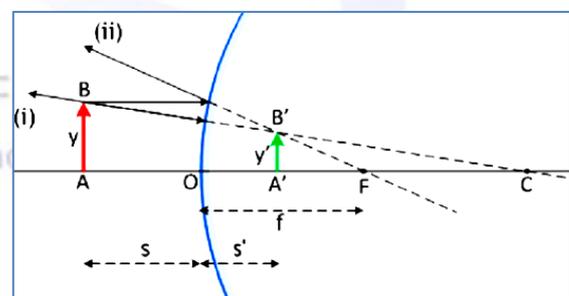
- 5.- ¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo? ¿y con una lente esférica divergente? Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.

En la figura recogemos la formación de la imagen en un espejo esférico convexo. Como puede verse, empleamos esencialmente dos rayos:

(i), que sale de B en dirección al centro de curvatura del espejo y se refleja sin desviarse. Su prolongación pasa por C.

(ii), que sale de B en dirección paralela al eje del espejo y se refleja de modo que su proyección pasa por el foco F.

La imagen del punto B es B', donde se cortan las prolongaciones de los rayos (i) y (ii). La imagen del objeto AB es siempre virtual, derecha y de menor tamaño. Además, como puede apreciarse

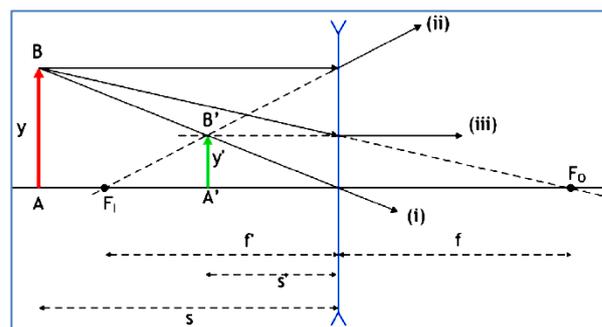


$$s < 0; \quad s' > 0; \quad f > 0; \quad r > 0; \quad \frac{y}{y'} > 0$$

En cuanto a una lente divergente, la situación se resuelve en la figura. Para ello, empleamos tres rayos: (i), que sale de B y pasa por el centro de la lente, O. No se desvía.

(ii), que sale de B y discurre paralelo al eje de la lente; se desvía para que su prolongación pase por el foco imagen, FI, situado a la izquierda de la lente ( $f' < 0$ ).

(iii), que sale de B y apunta en dirección al foco objeto FO, situado a la derecha de la lente ( $f = -f' > 0$ ). Al pasar por la lente, se desvía para orientarse paralelamente al eje de la lente.



Como puede verse, a la salida de la lente los tres rayos (i), (ii) y (iii) divergen, de forma que la imagen se construye con sus prolongaciones:

B' es la imagen de B. Así, la imagen del objeto AB es A'B', virtual, derecha y de menor tamaño. Si el objeto se aleja de la lente, la imagen se hace cada vez más pequeña. En la figura puede comprobarse que

$$s < 0; \quad s' < 0; \quad f' < 0; \quad f = -f' \quad (f > 0); \quad \frac{y}{y'} > 0$$

## 9.5.- Ejercicios propuestos

- Una onda electromagnética (o.e.m.) cuya frecuencia es de  $10^{14}$  Hz y cuyo campo eléctrico, de 2 V/m de amplitud, está polarizado en la dirección del eje OY, se propaga en el vacío, en el sentido negativo del eje OX.
  - Escribir la expresión del campo eléctrico de la onda electromagnética
  - Calcular la longitud de onda e indicar la dirección del campo magnético de la onda ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Solución:** a)  $\vec{E} = 2 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot 10^{14} t + 2 \cdot 10^6 x) \hat{j}$  V·m<sup>-1</sup> b)  $\lambda = 3 \cdot 10^{-6}$  m,  $\vec{B}$  polarizado en Z

- Una o.e.m. plana (polarizada) tiene un campo eléctrico de amplitud 3 V/m y una frecuencia de 1 MHz. Determinar la ecuación de onda que representa al campo eléctrico si la onda avanza en el eje Y y el campo está polarizado en el eje Z. Calcula asimismo la dirección del campo magnético.

**Solución:** a)  $\vec{E} = 3 \cdot \text{sen}(2\pi \cdot 10^6 t - 0,021 \cdot y) \hat{k}$  V·m<sup>-1</sup>  $\vec{B}$  polarizado en X

- Una antena emite una onda electromagnética de frecuencia 50 kHz. a) Calcule su longitud de onda. b) Determine la frecuencia de una onda sonora de la misma longitud de onda. ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/s ;  $v_{\text{sonido}} = 340$  m/s)

**Solución:** a)  $\lambda = 6000$  m b)  $\lambda_{\text{sonido}} = 0,0068$  m

- El espectro visible en el aire está comprendido entre las longitudes de onda 380 nm (violeta) y 780 nm (rojo).
  - Calcule las frecuencias de estas radiaciones extremas. ¿cuál de ellas se propaga a mayor velocidad?
  - Determine entre qué longitudes de onda está comprendido el espectro visible en el agua, cuyo índice de refracción es 4/3. ( $c = 3 \cdot 10^8$  m · s<sup>-1</sup>)

**Solución:** a)  $\nu_{\text{rojo}} = 3,85 \cdot 10^{14}$  Hz;  $\nu_{\text{violeta}} = 7,89 \cdot 10^{14}$  Hz ambas a igual velocidad, si no hay dispersión. b)  $\lambda_{\text{rojo}} = 584$  nm;  $\lambda_{\text{violeta}} = 285$  nm

- Una onda electromagnética tiene, en el vacío, una longitud de onda de  $5 \cdot 10^{-7}$  m.
  - Determine la frecuencia y el número de onda.
  - Si dicha onda entra en un determinado medio, su velocidad se reduce a  $3c/4$ . Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en dicho medio. ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Solución:**  $\nu = 6 \cdot 10^{14}$  Hz;  $k = 12,57 \cdot 10^6$  rad/m; b)  $n = 4/3$ ;  $\nu$  no varía;  $\lambda = 375$  nm

- Un rayo de luz de 500 nm de longitud de onda, propagándose por el aire, entra en un bloque de vidrio formando un ángulo de 30° con la normal. Sabiendo que el índice de refracción de ese vidrio es de 1,5, calcular:

- a) Ángulo que forma con la normal el rayo refractado.  
 b) Longitud de onda del rayo refractado  
 c) Ángulo límite del vidrio. Explicar qué significa dicho ángulo.  
 Considerar que en el aire la luz se propaga a igual velocidad que en el vacío. ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Solución:** a)  $\alpha_2 = 19,47^\circ$  ; b)  $\lambda = 333$  nm ; c)  $\alpha_L = 41,8^\circ$

7. Un rayo de luz amarilla de 580 nm en el aire, pasa a un cierto cristal en el que su longitud de onda pasa a ser de  $5 \cdot 10^{-7}$  m.

- a) Calcular razonadamente frecuencia y velocidad de propagación en cada medio.  
 b) Si el rayo refractado forma  $30^\circ$  con la normal a la frontera que separa a los dos medios, ¿Con qué ángulo incidió el rayo? Razonar, realizando un esquema de rayos.

**Solución:** a) En aire:  $\nu = 5,17 \cdot 10^{14}$  Hz,  $v = 3 \cdot 10^8$  m/s; En cristal:  $\nu = 5,17 \cdot 10^{14}$  Hz,  $v = 2,6 \cdot 10^8$  m/s b)  $\alpha_1 = 19,47^\circ$

8. Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio, de 30 cm de espesor, con un ángulo de incidencia de  $45^\circ$

- a) Explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determine el ángulo de refracción.  
 b) Determine el ángulo de emergencia (ángulo del rayo cuando sale después de atravesar la lámina). ¿Qué tiempo tarda la luz en atravesar la lámina de vidrio? ( $c = 3 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup> ;  $n_{\text{vidrio}} = 1,3$ )

**Solución:** a) no cambia, la frecuencia es la misma.  $\alpha_2 = 32,95^\circ$  b)  $\alpha_3 = 45^\circ$ ;  $t = 1,57$  ns

9. Tenemos una lupa de 10 cm de distancia focal. Colocamos un objeto de 1 cm a cierta distancia de la lupa. Razonar las características de la imagen y calcular su tamaño y posición si:

- a) El objeto está a 15 cm de la lupa.  
 b) El objeto está a 5 cm de la lupa.

**Solución:** a) imagen real e invertida.  $s' = 0,3$  m,  $y' = -0,02$  m; b) imagen virtual y derecha.  $s' = -0,1$  m,  $y' = 0,02$  m

10. a) Repetir el ejercicio anterior con una lente divergente de la misma distancia focal.

b) Repetir el ejercicio anterior con un espejo cóncavo esférico de 16 cm de radio.

**Solución:** a) 1) im. virtual, derecha.  $s' = -0,06$  m,  $y' = 0,004$  m, 2) im. virtual, derecha.  $s' = -0,033$  m,  $y' = 0,066$  m  
 b) 1) imag. real, invertida.  $s' = 0,17$  m,  $y' = -0,011$  m ; 2) im. virtual, derecha.  $s' = -0,13$  m,  $y' = 0,026$  m

## 9.6.- Para saber más

1.- Un recipiente completamente lleno de agua ( $n = 4/3$ ) tiene por fondo un espejo plano. Si lo miras perpendicularmente a la superficie del agua, a una distancia  $d = 20$  cm de ella, ves tu imagen reflejada en el espejo a una distancia  $D = 55$  cm de tu cara. Calcula:

- a) ¿A qué distancia te parecerá que está el espejo?  
 b) ¿Qué profundidad  $h$  tiene el depósito?

**Solución:** a) 27,5 cm; b) 10 cm

2.- El objetivo de una cámara fotográfica es una lente biconvexa de radios de curvatura iguales a 20 cm y de índice de refracción igual a 1,5. Se pretende realizar una fotografía de un objeto que pasa perpendicular al eje óptico de la lente a una velocidad de 90 km/h y 200 m de distancia. Determinar:

- a) La potencia del objetivo.  
 b) El tiempo máximo de exposición para obtener una fotografía nítida si para ello el desplazamiento de la imagen debe ser inferior a 0,1 mm.  
 c) La mínima distancia de un objeto a la que podemos realizar una foto correcta si la distancia máxima entre el objetivo y la película es de 22 cm.

**Solución:** a) 5 dióptrías; b)  $t = 4 \cdot 10^{-3}$  s; c) -2,20 m

3.- Un espejo de cuarto de baño para afeitarse es cóncavo de radio de curvatura 20 cm. Al mirarse en él a una distancia de 5 cm, ¿dónde se observa la imagen? ¿Cuál es el tamaño aparente de los rasgos faciales? Dibujar un esquema de los rayos que explique el fenómeno.

**Solución:** 10 cm;  $\beta' = 2$

4.- Mediante un espejo cóncavo de 2 m de radio se quiere proyectar en una pantalla una imagen de tamaño 5 veces superior al objeto. Determinar las posiciones del objeto y de la pantalla respecto del espejo.

**Solución:**  $s = -1,2$  m;  $s' = -6$  m

5.- Los dentistas usan para inspeccionar las piezas dentales una varilla metálica terminada en un espejito cóncavo de radio de curvatura 5,0 cm. Si se coloca a 2,0 cm de una posible caries de 1,0 mm:

- ¿de qué tamaño se verá ésta?
- ¿Y si usase una lente convergente delgada de 5,0 cm de focal?

**Solución:** a) 5,0 mm; b) 1,7 mm

6.- Un espejo esférico convexo que sirve como retrovisor de un coche parado, proporciona una imagen virtual de un vehículo que se aproxima con velocidad constante. El tamaño de la imagen es la décima parte del tamaño real del vehículo cuando éste se encuentra a 6 m del espejo.

- Determinar el radio de curvatura del espejo.
- Calcular la distancia a que se encuentra el vehículo, un segundo después, si la imagen observada en el espejo se ha duplicado.
- Calcular la velocidad del vehículo.

**Solución:** a) 4/3 m; b) -8/3 m; c) 10/3 m/s

7.- Una persona de 1,80 m de altura se encuentra de pie frente a un espejo plano vertical.

- ¿Cuál debe ser el mínimo tamaño del espejo para que la persona se pueda ver el cuerpo completo?
- ¿Depende el tamaño del espejo de la distancia de la persona al espejo?
- ¿A qué altura debe situarse el espejo anterior?

Considerar que los ojos están situados a 10 cm del extremo superior de la cabeza.

**Solución:** a) 0,90 m; b) No; c) a 0,85 cm del suelo

8.- Una persona está situada a 60 cm de un espejo plano y observa en el espejo la imagen de un pequeño objeto situado 20 cm delante de ella. ¿A qué distancia debe enfocar para ver la imagen del objeto?

**Solución:** 1m

9.- Una persona mira el fondo de un recipiente lleno de agua a una altura de 10 cm sobre la superficie de la misma. El fondo plano del recipiente es un espejo y su altura de agua es 20 cm. ¿A qué distancia ve su imagen en el espejo la persona?

**Solución:** 51,3 cm

10.- En algunas intersecciones de calles en las que no hay visibilidad directa, para observar el tráfico de la calle adyacente se colocan espejos convexos que proporcionan una imagen virtual, derecha y menor que el objeto. ¿Cuál debe ser la curvatura de un espejo para que un coche, a 10 m de distancia del espejo, origine una imagen 20 veces menor?.

**Solución:**  $R=1,05$  m

11.- Se sitúa un pequeño objeto de 1 mm de altura frente a una esfera de vidrio (índice de refracción 1,5) de 20 cm de radio a 40 cm del centro de la esfera y perpendicular el eje. Determinar las características de la imagen que producen los dos dioptrios esféricos.

**Solución:**  $s'' = 100$  cm;  $y'' = -1,5$  mm; imagen real e invertida

12.- Una lente delgada biconvexa de vidrio, cuyo índice de refracción es 1,5, tiene sus radios de curvatura iguales a 40 cm. Un objeto de 4 cm de altura se sitúa a 15 cm de la lente. Hallar:

- La distancia focal de la lente.
- La posición de la imagen.
- El tamaño de la imagen.

**Solución:** a) 40 cm; b) -24 cm; c) 6,4 cm

13.- Una lente plano-convexa de 15 cm de radio e índice de refracción 1,5 se pega con otra plano-cóncava de índice de refracción 1,7 dando en conjunto un sistema cuya potencia es de 1,25 dioptrías. Calcular el radio de curvatura de la lente plano-cóncava.

**Solución:** 0,34 cm

14.- Un objeto se sitúa a 50 cm del centro óptico de una lente convergente de 25 cm de distancia focal. Se coloca, a un metro de la lente, un espejo esférico convexo de 50 cm de radio formando un sistema centrado. Determinar: Posición y naturaleza de la imagen final. Aumento del sistema.

**Solución:** Imagen virtual a 1,67 m del objeto Aumento = -0,33

15.- Sea un sistema de dos lentes convergentes de 10 dioptrías cada una con el mismo eje óptico y cuya distancia entre las mismas es de 1 metro. ¿A qué distancia de la primera lente es preciso situar un punto luminoso sobre el eje óptico para que los rayos que emergen del sistema sean paralelos al eje principal?

**Solución:** A 2 m de la primera lente

16.- En un proyector de diapositivas se utiliza una lente convergente que permite obtener sobre una pantalla la imagen de un objeto de tamaño 10 veces mayor que el mismo. Si la pantalla está a 4 m de la lente ¿cuál debe ser la posición del objeto? ¿Cuál es la distancia focal de la lente?.

**Solución:**  $s = -0,4$  m;  $f = 0,36$  m

17.- Se pretende duplicar el tamaño de la imagen en el problema anterior sin modificar las posiciones del objeto y la pantalla. ¿Cuál debe ser la posición y potencia de la lente a utilizar para obtener la imagen deseada nítidamente en la pantalla?

**Solución:** Lente a 0,21 m del objeto; 5 dioptrías

18.- Una pantalla está situada a 40 cm de un objeto que se quiere proyectar en la misma. ¿En qué puntos entre el objeto y la pantalla se puede colocar una lente convergente de 7,5 cm de distancia focal para que la imagen se forme sobre la pantalla? ¿Cuál es el aumento lateral?.

**Solución:** A 10 y 30 cm del objeto; -3 y -1/3 respectivamente

19.- Una lente de 10 dioptrías está situada en el plano focal imagen de otra lente convergente de 15 cm de distancia focal formando un sistema centrado. Construir gráficamente la imagen de un objeto situado a 40 cm de la primera lente y determinar analíticamente la posición de la misma.

**Solución:** Sol: 2,7 cm

20.- Se pretende construir un microscopio con dos lentes, ocular y objetivo, de potencias 20 y 400 dioptrías respectivamente. Lo utiliza una persona normal, cuyo punto próximo está a 25 cm, mirando desde el foco del ocular y acomodando al máximo. En esta situación la distancia objetivo-ocular es 20 cm. Determinar:

- Distancia de la imagen del objetivo al ocular.
- Distancia del objetivo al objeto en observación.
- Aumento del microscopio.

**Solución:** a) 15,8 cm; b) 0,25 cm; c) 295

21.- ¿Qué tipo de lentes debe usar una persona con miopía sabiendo que tiene visión anómala para los objetos situados a más de 0,5 m de distancia de sus ojos?

**Solución:** De 2 dioptrías

22.- Un ojo posee su punto remoto a 30 cm, a) ¿qué defecto de convergencia tiene?, b) ¿Qué lente lo corregirá?.

**Solución:** a) miope; b) divergente de -3,33 dioptrías.

23.- Un ojo hipermetrope tiene su punto próximo a -30 cm. ¿Qué potencia debe tener la lente que corrija este defecto?

**Solución:** 0,667 dioptrías

24.- Se llama poder de acomodación de un ojo a la convergencia de una lente que, colocada ante el ojo, permitiera ver el llamado punto próximo sin necesidad de acomodación. Calcular el poder de acomodación de un ojo normal, que puede acomodar desde el infinito hasta 0,25 m del ojo.

**Solución:** 4 dioptrías

25.- Cierta ojo tiene su punto próximo a 20 cm. ¿Dónde se deberá colocar un objeto de 0,50 mm para verlo nítidamente con una lupa de 2,0 cm de focal? ¿De qué tamaño será el objeto?

**Solución:** -1,8 cm; 5,6 mm

26.- Tenemos dos lentes delgadas convergentes de 5,0 y 10,0 dioptrías respectivamente. Calcula la distancia a la que se deben colocar las lentes para que un haz de rayos que entra paralelo a la primera lente salga de la segunda con todos sus rayos paralelos entre sí.

Solución: 30 cm

27.- a) Describa brevemente el modelo corpuscular de la luz. ¿Puede explicar dicho modelo los fenómenos de interferencia luminosa? b) Dos rayos de luz inciden sobre un punto. ¿Pueden producir oscuridad? Explique razonadamente este hecho.

28.- a) Los rayos X, la luz visible y los rayos infrarrojos son radiaciones electromagnéticas. Ordénalas en orden creciente de sus frecuencias e indica algunas diferencias entre ellas. b) ¿Qué es una onda electromagnética?

29.- a) Explique en qué consiste la reflexión total. ¿En qué condiciones se produce? b) ¿Por qué la profundidad real de una piscina llena de agua es mayor que la profundidad aparente?

30.- a) Describa el fenómeno de reflexión total y determine el valor del ángulo límite para esos dos medios. b) Calcule la longitud de onda de la luz cuando se propaga por el vidrio y por el agua.  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

31.- a) Enuncie y explique, utilizando los esquemas adecuados, las leyes de la reflexión y refracción de la luz. b) Un rayo láser pasa de un medio a otro, de menor índice de refracción. Explique si el ángulo de refracción es mayor o menor que el de incidencia ¿Podría existir reflexión total?

32.- a) ¿Qué se entiende por refracción de la luz? Explique que es el ángulo límite y, utilizando un diagrama de rayos, indique cómo se determina. b) Una fibra óptica es un hilo transparente a lo largo del cual puede propagarse la luz, sin salir al exterior. Explique por qué la luz “no se escapa” a través de las paredes de la fibra.

33.- El espectro visible contiene frecuencias entre  $4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  y  $7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ . a) Determine las longitudes de onda correspondientes a dichas frecuencias en el vacío. b) ¿Se modifican estos valores de las frecuencias y de las longitudes de onda cuando la luz se propaga por el agua? En caso afirmativo, calcule los valores correspondientes. (Índice de refracción del agua respecto al aire:  $n = 1,3$ )  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ .

34.- Una onda electromagnética armónica de 20 MHz se propaga en el vacío, en el sentido positivo del eje OX. El campo eléctrico de dicha onda tiene la dirección del eje OZ y su amplitud es de  $3 \cdot 10^{-3} \text{ N C}^{-1}$   
a) Escriba la expresión del campo eléctrico  $\mathbf{E}(x, t)$ , sabiendo que en  $x=0$  su módulo es máximo cuando  $t = 0$ .  
b) Represente en una gráfica los campos  $\mathbf{E}(t)$  y  $\mathbf{B}(t)$  y la dirección de propagación de la onda.

35.- Un haz de luz monocromática de frecuencia  $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  se propaga por el aire.  
a) Explique qué características de la luz cambian al penetrar en una lámina de vidrio y calcule la longitud de onda.  
b) ¿Cuál debe ser el ángulo de incidencia en la lámina para que los rayos reflejado y refractado sean perpendiculares entre sí?  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ;  $n_{\text{vidrio}} = 1,2$

36.- Una antena emite una onda de radio de  $6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ . a) Explique las diferencias entre esa onda y una onda sonora de la misma longitud y determine la frecuencia de esta última  
b) la onda de radio penetra en un medio y su velocidad se reduce a 0,75 c. Determine su frecuencia y su longitud de onda  
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$   $v = 340 \text{ ms}^{-1}$

37.- Un haz de luz roja penetra en una lámina de vidrio de 30 cm de espesor con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$   
a) explique si cambia el color de la luz al penetrar en el vidrio y determine el ángulo de refracción.  
b) Determine el ángulo de emergencia (ángulo que forma el rayo que sale de la lámina con la normal) y nel tiempo que tarda la luz en atravesar la lámina de vidrio  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$   $n_v = 1,3$   $n_{\text{aire}} = 1$

38.- Un teléfono móvil opera con ondas electromagnéticas de frecuencia  $f = 9 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ . a) Determine la longitud de onda y el número de onda en el aire.

b) Si la onda entra en un medio en el que su velocidad de propagación se reduce a  $3c/4$ , razone qué valores tienen la frecuencia y la longitud de onda en ese medio y el índice de refracción del medio  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ;  $n_{\text{aire}} = 1$

39.- Un haz de luz láser cuya longitud de onda en el aire es  $550 \cdot 10^{-9} \text{ m}$  incide en un bloque de vidrio a) Describa con ayuda de un esquema los fenómenos ópticos que se producen.

b) Si el ángulo de incidencia es de  $40^\circ$  y el de refracción  $25^\circ$ , calcule el índice de refracción del vidrio y la longitud de onda de la luz láser en el interior del bloque.  $n_{\text{aire}} = 1$

40.- Sobre la superficie de un bloque de vidrio de índice de refracción 1,60 hay una capa de agua de índice 1,33. Una luz amarilla de sodio, cuya longitud de onda en el aire es  $589 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ , se propaga por el vidrio hacia el agua.

- Describa el fenómeno de reflexión total y determine el valor del ángulo límite para esos dos medios
- Calcule la longitud de onda de la luz cuando se propaga por el vidrio y por el agua.  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

41.- Un rayo de luz amarilla, de una lámpara de vapor de sodio, de longitud de onda en el vacío de  $5,9 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ .

- Determine la frecuencia, velocidad de propagación y longitud de onda de la luz en el interior de una fibra óptica de índice de refracción 1,5.
- ¿Cuál es el ángulo de incidencia mínimo para que un rayo que incide en la pared interna de la fibra no salga al exterior? ¿Cómo se denomina este ángulo?  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

42.- Un haz de luz que viaja por el aire incide sobre un bloque de vidrio. Los haces reflejado y refractado forman ángulos de  $30^\circ$  y  $20^\circ$ , respectivamente, con la normal a la superficie del bloque.

- Calcule la velocidad de la luz en el vidrio y el índice de refracción de dicho material.
- Explique qué es el ángulo límite y determine su valor para el caso descrito.  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

43.- Un pescador se encuentra a 3 m de altura por encima de la superficie del agua y un pez nada a 2 m de profundidad. a) ¿A qué distancia ve el pescador al pez? b) ¿A qué distancia ve el pez al pescador?  $n_{\text{agua}} = 4/3$   $n_{\text{aire}} = 1$

44.- Una lente convergente posee una distancia focal de 12 cm. Se coloca un objeto de 4 cm de altura, a una distancia de 20 cm delante de la lente. Indicar: A) construcción de la imagen que se forma ¿cómo es?. b) Posición y tamaño de la imagen que se obtiene.

45.- Mediante una lente delgada de focal  $f' = 10 \text{ cm}$  se quiere obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Calcula la posición donde debe colocarse el objeto si la imagen debe ser: a) Real e invertida b) Virtual y derecha c) Comprueba gráficamente tus resultados, en ambos casos, mediante trazados de rayos.

46. Tenemos una lente divergente de  $-4$  dioptrías y queremos que la imagen de un objeto de 2,5 cm colocado perpendicularmente al eje óptico tenga un tamaño de 0,5 cm. a) Dibuja la marcha de los rayos. ¿Cuál es la distancia focal de la lente? b) ¿a qué distancia se encuentra el objeto?

47.- La potencia de una lente es de 5 dioptrías. Si a 10 cm a su izquierda se coloca un objeto a 2 mm de altura, hallar la posición y el tamaño de la imagen.

48.- Uno de los defectos más comunes del ojo humano es la miopía. a) Explica en qué consiste este defecto. ¿Con qué tipo de lente puede corregirse? b) Un cierto ojo miope es incapaz de ver nítidamente objetos a más de 0,5 m de distancia (punto remoto). ¿Cuántas dioptrías tiene?

49.- Una lupa se emplea para poder observar con detalle objetos de pequeño tamaño.

- Explica el funcionamiento óptico de una lupa: ¿Qué tipo de lente es, convergente o divergente? ¿Dónde debe situarse el objeto a observar? La imagen que produce, ¿es real o virtual? ¿Derecha o invertida?
- Dibuja un trazado de rayos que explique gráficamente el proceso de formación de imagen de una lupa

50.- El ojo normal se asemeja a un sistema óptico formado por una lente convergente (el cristalino) de +15 mm de distancia focal. La imagen de un objeto lejano (en el infinito) se forma sobre la retina, que se considera como una pantalla perpendicular al eje óptico. Calcula:

- La distancia entre la retina y el cristalino.
- La altura de la imagen de un árbol de 16 m de altura, que está a 100 m del ojo.

51.- a) Explique qué es una imagen real y una imagen virtual y señale alguna diferencia observable entre ellas. b) ¿Puede formarse una imagen virtual con un espejo cóncavo? Razone la respuesta utilizando las construcciones gráficas que considere oportunas.

52.- a) Si queremos ver una imagen ampliada de un objeto, ¿qué tipo de espejo tenemos que utilizar? Explique, con ayuda de un esquema, las características de la imagen formada. b) La nieve refleja casi toda la luz que incide en su superficie. ¿Por qué no nos vemos reflejados en ella?

53.- Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre la pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Si la pantalla ha de estar colocada a 2 m del objeto, calcule: a) Las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando su construcción geométrica. b) El radio del espejo y la distancia focal

54.- Delante de un espejo cóncavo de 50 cm de distancia focal, y a 25 cm de él, se encuentra un objeto de 1 cm de altura dispuesto perpendicularmente al eje de espejo. Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

55.- Un espejo esférico forma una imagen virtual, derecha y de tamaño doble que el objeto cuando este está situado verticalmente sobre el eje óptico y a 10 cm del espejo. Calcular: a) la posición de la imagen b) el radio de curvatura del espejo.

56.- Queremos ver una imagen de nuestra cara para afeitarnos o maquillarnos. La imagen debe ser virtual derecha y ampliada 1,5 veces si colocamos la cara a 25 cm del espejo.

- ¿Qué tipo de espejo debemos utilizar? ¿Cuál es su distancia focal?
- Si queremos que la imagen se aumente 2 veces, con el mismo espejo, ¿dónde debemos poner la cara?

57.- La lente de una lupa de 5 D es biconvexa simétrica con radios de 20 cm.

- ¿A qué distancia de la lupa se enfocan los rayos solares?
- Calcula la velocidad de la luz en el interior de la lente.
- Miramos con la lupa a una pulga situada a 10 cm y a un mosquito situado a 15 cm (ambas distancias medidas desde la lupa). Determina las posiciones de las dos imágenes a través de la lupa e indica qué insecto es el que se ve más lejos. (PAU Murcia 2010)

58.- Un objeto de 1 cm de altura se sitúa entre el centro de curvatura y el foco de un espejo cóncavo. La imagen proyectada sobre una pantalla plana situada a 2 m del objeto es tres veces mayor que el objeto.

- Dibuja el trazado de rayos
- Calcula la distancia del objeto y de la imagen al espejo
- Calcula el radio del espejo y la distancia focal. (PAU Valencia 2010)

59.- Deseamos conseguir una imagen derecha de un objeto situado a 20 cm del vértice de un espejo. El tamaño de la imagen debe ser la quinta parte del tamaño del objeto. ¿Qué tipo de espejo debemos utilizar y qué radio de curvatura debe tener? Justifica brevemente tu respuesta. (Pau Valencia 2010)

60.- Una lente delgada convergente forma, de un objeto real de 2 cm de altura situado a 1 m de distancia de la lente, una imagen, también real, situada a 75 cm de distancia de dicha lente.

- Determina el tamaño de la imagen y la potencia de la lente.
- Comprueba los resultados mediante el trazado de rayos. (PAU Aragón 2010)