UNIDAD 3: Fenómenos ondulatorios mecánicos

CUESTIONES INICIALES-PÁG. 73

1. Seguro que alguna vez has escuchado el fenómeno del eco, ¿serías capaz de explicar cómo se produce?
Las ondas sonoras que se forman al hablar si encuentran una superficie adecuada, y a la distancia conveniente, en la que se reflejan, vuelven por el mismo camino, lo que permite que nos escuchemos a nosotros mismos con un cierto retraso.

2. ¿Por qué se escucha la voz de unas personas situadas al otro lado de una esquina, aunque no las veamos?
La longitud de onda del sonido está comprendida entre unos cm y varios m, por lo que puede bordear obstáculos tales como las esquinas de los edificios. Sin embargo la longitud de onda de la luz es del orden del 6 A 10^{-7} m y por tanto no puede bordear esos obstáculos.

3. Si observamos pasar los automóviles, cuando estamos parados en el arcén de una carretera, percibimos distinto sonido cuando se acercan que al alejarse. ¿A qué crees que es debido?
La sensación sonora que nos transmite el oído depende de la frecuencia con la que fluctúa el aire que está en contacto con el tímpano. Esta frecuencia percibida depende del movimiento relativo entre el foco y el observador.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 98

1. Un sonido se propaga por el aire con una longitud de onda de 2 m y una velocidad de 340 m/s. ¿Cuál será la longitud de onda cuando se propague por el agua con una velocidad de 1 500 m/s?
Cuando la onda pasa de un medio a otro su frecuencia permanece constante.

$$\nu_{aire} = \nu_{agua};\ \frac{v_{aire}}{\lambda_{aire}} = \frac{v_{agua}}{\lambda_{agua}};\ \frac{340\,m/s}{2\,m} = \frac{1500\,m/s}{\lambda_{agua}} \Rightarrow \lambda_{agua} = 8{,}8\,m$$

2. Una onda de frecuencia 4 Hz se propaga por un medio con velocidad v_1 = 2 m/s e incide sobre la frontera con otro medio diferente con ángulo de incidencia i = 30º. En el segundo medio la velocidad de propagación de la onda es v_2 = 2,5 m/s. Calcula el ángulo de refracción y la longitud de onda en este segundo medio.
Aplicando la ley de Snell, se tiene que el ángulo de refracción es:

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{v_1}{v_2};\ \frac{\operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{sen} r} = \frac{2\,m/s}{2{,}5\,m/s} \Rightarrow r = 39^\circ$$

Cuando la onda pasa de un medio a otro permanece constante su frecuencia.

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{\nu} = \frac{2{,}5\,m/s}{4\,Hz} = 0{,}625\,m$$

3. Una perturbación de 2 cm de longitud de onda, que se desplaza por el agua con una velocidad de 0,5 m/s, accede a un medio más profundo con un ángulo de incidencia de 30º respecto de la norma a la superficie de separación de los dos medios. Si la longitud de de onda de dicha perturbación en el segundo medio es de 2,4 cm, calcula la velocidad de propagación en el segundo medio y la dirección de propagación.
Cuando la onda pasa de un medio a otro su frecuencia permanece constante.

$$\nu_1 = \nu_2;\ \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2};\ \frac{0{,}5\,m/s}{2\,cm} = \frac{v_2}{2{,}4\,cm} \Rightarrow v_2 = 0{,}6\,m/s$$

Aplicando la ley de Snell, se tiene que el ángulo de refracción es:

$$\frac{\text{sen}i}{\text{sen}r}=\frac{v_1}{v_2};\ \frac{\text{sen}30^{\circ}}{\text{sen}r}=\frac{0{,}5\,m/s}{0{,}6\,m/s}\Rightarrow r=36{,}87^{\circ}$$

4. Una onda sonora tiene por elución y = 1,2 · cos [2 · π · (170 · t - 0,5 · x)] Pa. Si encuentra en su camino un automóvil, ¿sufrirá el fenómeno de la difracción?

Para deducirlo hay que comparar las dimensiones del automóvil con la longitud de onda de las ondas.

$k = 2\cdot\pi\cdot 0{,}5\ m^{-1} = \frac{2\cdot\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2\ m$

Como ambas magnitudes son del mismo orden si que se manifiesta el fenómeno de la difracción.

5. Dos ondas sonoras coherentes tienen una frecuencia de 2 000 Hz y se propagan con una velocidad de 340 m/s. Calcula la diferencia de fase en un punto del medio de propagación situado a 10 m de una fuente y a 27 m de la otra. Justifica si la interferencia en ese punto es constructiva o destructiva.

La longitud de onda del sonido es: $\lambda=\frac{v}{\nu}=\frac{340\,m/s}{2000\,Hz}=0{,}17\,m$

Aplicando la relación entre la diferencia de fase y las respectivas distancias a los focos:

$$\Delta\varphi=k\cdot(r_1-r_2)=\frac{2\cdot\pi\,rad}{\lambda}(r_1-r_2)=\frac{2\cdot\pi}{0{,}17\,m}(27\,m-10\,m)=100\cdot2\cdot\pi\ rad$$

Las dos perturbaciones llegan en fase, por lo que la interferencia es constructiva.

6. Dos altavoces, considerados puntuales, reciben una señal del mismo amplificador y emiten ondas sonoras en fase. Si la velocidad del sonido es de 350 m/s, calcula la frecuencia más pequeña para que la interferencia en un punto que dista 2, 47 m de un altavoz y 2,12 m del otro sea constructiva. ¿Cuál será la frecuencia más pequeña para que la interferencia sea destructiva?

a) La interferencia de dos ondas coherentes es constructiva en todos los puntos del medio para los cuales la diferencia de distancias a los focos es un múltiplo de la longitud de onda.

$r_1 - r_2 = n\cdot\lambda$ con n = 0, 1, 2, 3, …..

Como los caminos son distintos, la frecuencia más pequeña es cuando n = 1, y como $v = \lambda\cdot\nu$, resulta que:

$r_1 - r_2 = \lambda = \frac{v}{\nu};\ 2{,}47\,m-2{,}12\,m=\frac{350\,m/s}{\nu} \Rightarrow \nu = 1000\ Hz$

b) La interferencia de dos ondas coherentes es destructiva en todos los puntos del medio para los cuales la diferencia de distancias a los focos es un múltiplo impar de la semilongitud de onda.

$r_1 - r_2 = (2\cdot n +1)\cdot\frac{\lambda}{2}$ con n = 0, 1, 2, 3, …..

La frecuencia más pequeña es cuando n = 0, y como $v = \lambda\cdot\nu$, resulta que:

$r_1 - r_2 = \frac{\lambda}{2}=\frac{v}{2\cdot\nu}$; $2{,}47\,m-2{,}12\,m=\frac{350\,m/s}{2\cdot\nu} \Rightarrow \nu = 500\ Hz$

7. Dos ondas sonoras de ecuación y = 1,2 · cos [2 · π · (170 · t - 0,5 · x)] Pa, proceden de dos focos coherentes e interfieren en un punto P que dista 20 m de un foco y 25 m del otro foco. Calcula la diferencia de fase de las dos ondas al llegar al punto considerado. Determina la amplitud de la perturbación total en citado punto en cualquier instante.

La diferencia de fase con la que llegan las ondas al punto considerado es:

$$\left.\begin{array}{l}\varphi_1 = 2\cdot\pi(170\cdot t - 0{,}5\cdot 20)\\ \varphi_2 = 2\cdot\pi(170\cdot t - 0{,}5\cdot 25)\end{array}\right\} \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\cdot\pi\cdot 0{,}5\cdot 5 = 5\cdot\pi\,\text{rad}$$

Las ondas llegan al punto considerado en oposición de fase.
En ese punto la interferencia de las dos ondas es destructiva y por tanto está permanentemente en reposo, por lo que su amplitud siempre es igual a cero.

8. De una onda estacionaria con los extremos fijos se sabe que los antinodos están separados por una distancia de 1,5 m. Calcula la longitud de onda de las ondas sinusoidales que interfieren para dar lugar a dicha onda estacionaria.
La distancia entre dos antinodos o vientres es igual a la mitad de la longitud de onda.

$$1{,}5\,\text{m} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 3\,\text{m}$$

9. Por una cuerda tensa se transmiten simultáneamente dos ondas transversales cuyas ecuaciones utilizando el sistema internacional son: y_1 = 0,04 · sen (10 · x – 600 t), y_2 = 0,04 · sen (10 · x + 600 · t). Escribe la expresión de la onda estacionaria formada y calcula la distancia entre dos nodos.
a) Aplicando el principio de superposición:
$y = y_1 + y_2 = 0{,}04 \cdot \text{sen}\,(10\cdot x - 600\,t) + 0{,}04\cdot \text{sen}\,(10\cdot x + 600\cdot t)$
Aplicando la relación: sen a + sen b = 2 sen $\frac{a+b}{2}$ · cos $\frac{a-b}{2}$ y como: cos a = cos (-a), resulta que:
$y = 0{,}08\cdot \text{sen}\,(10\cdot x)\cdot \cos\,(600\cdot t)$

b) La distancia entre dos nodos es igual a mitad de la longitud de onda.
k = 10 m^{-1}; $\lambda = \frac{2\cdot\pi}{k} = \frac{2\cdot\pi}{10\,\text{m}^{-1}} = \frac{\pi}{5}\text{m} \Rightarrow \Delta x_{nodos} = \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi/5\,\text{m}}{2} = 0{,}314\,\text{m}$

10. La ecuación $y_{x,t}$ = 0,02 · sen (4 · π · x) · cos (6 · π · t), donde x e y están expresados en m y t en s, representa a la función de onda de una onda estacionaria en una cuerda. Determina el máximo desplazamiento y la máxima velocidad de los puntos de la cuerda situados en las posiciones: x_1 = 1,10 m; x_2 = 0,25 m y x_3 = 0,5 m.
El desplazamiento y la velocidad de vibración de los puntos de la cuerda dependen de su posición.
a) x_1 = 1,10 m
Sustituyendo esta posición en la ecuación general:
$y_{x=1{,}10\text{m}\,;\,t} = 0{,}02\cdot \text{sen}\,(4\cdot\pi\cdot 1{,}10)\cdot\cos\,(6\cdot\pi\cdot t)\,\text{m} = 0{,}019\cdot\cos\,(6\cdot\pi\cdot t)\,\text{m} \Rightarrow y_{máximo} = 0{,}019\,\text{m}$
Y su velocidad es :
$v_{x=1{,}10\,\text{m}\,;\,t} = \frac{dy}{dt} = -\,0{,}019\cdot 6\cdot\pi\cdot \text{sen}\,(6\cdot\pi\cdot t)\,\text{m/s} = -\,0{,}036\cdot\text{sen}\,(6\cdot\pi\cdot t)\,\text{m/s} \Rightarrow v_{máxima} = 0{,}36\,\text{m/s}$
b) x_2 = 0,25 m
Sustituyendo esta posición en la ecuación general:
$y_{x=0{,}25\,\text{m}\,;\,t} = 0{,}02\cdot\text{sen}\,(4\cdot\pi\cdot 0{,}25)\cdot\cos\,(6\cdot\pi\cdot t)\,\text{m} = 0\,\text{m/s}$
Este punto es un nodo y por ello está permanentemente en reposo.
c) x_2 = 0,50 m
Sustituyendo esta posición en la ecuación general:
$y_{x=0{,}25\,\text{m}\,;\,t} = 0{,}02\cdot\text{sen}\,(4\cdot\pi\cdot 0{,}50)\cdot\cos\,(6\cdot\pi\cdot t)\,\text{m} = 0\,\text{m/s}$
También es un nodo y por ello está permanentemente en reposo.

11. Una onda estacionaria responde a la ecuación: y = 8 · sen (3 · x) · cos (2 · t), con x e y en cm y t en s. Calcula el desplazamiento máximo de la partícula situada en la posición x = 2,3 cm y determina las posiciones de los nodos y de los vientres o antinodos.

La ecuación de la elongación del punto considerado es:

$y_{x\,=\,2,3\ cm} = 8 \cdot \text{sen}\,(3 \cdot 2,3) \cdot \cos\,(2 \cdot t) = 4,6 \cdot \cos\,(2 \cdot t)\ \text{cm} \Rightarrow y_{x=2,3\ cm\ ;\ máximo} = 4,6\ \text{cm}$

Los nodos son los puntos del medio que están permanentemente en reposo, por lo que:

$y = 0;\ \text{sen}\,(3 \cdot x) = 0;\ 3 \cdot x = n \cdot \pi\ \text{cm} \Rightarrow x_{nodos} = n \cdot \frac{\pi}{3}\text{cm}$ con n = 0, 1, 2, 3, ….

Los vientres o antinodos son los puntos en los que el desplazamiento es máximo.

$y = \text{máximo};\ \text{sen}\,(3 \cdot x) = \pm 1;\ 3 \cdot x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi = (2 \cdot n + 1) \cdot \frac{\pi}{2}\text{cm} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_{vientres} = (2 \cdot n + 1) \cdot \frac{\pi}{6}\text{cm}$ con n = 0, 1, 2, 3, ….

12. La ecuación y = 0,10 · cos (0,5 · π · x) · sen (50 · π · t) representa la función de onda de una onda estacionaria que se propaga por una cuerda en unidades del SI. Calcula la amplitud y la velocidad de propagación de las ondas cuya superposición da lugar a la onda anterior. Determina la distancia entre dos vientres consecutivos.

a) Comparando la ecuación general de una onda estacionaria: y = 2 · A · cos (k · x) · sen (ω · t), se tiene:

$2 \cdot A = 0,10\ \text{m} \Rightarrow A = 0,05\ \text{m}$

$k = 0,5 \cdot \pi\ \text{m}^{-1};\ \lambda = \frac{2 \cdot \pi}{k} = \frac{2 \cdot \pi}{0,5 \cdot \pi\,\text{m}^{-1}} = 4\,\text{m};\ \omega = 50 \cdot \pi\ \text{rad/s};\ \nu = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{50 \cdot \pi\,\text{rad/s}}{2 \cdot \pi} = 25\text{Hz}$

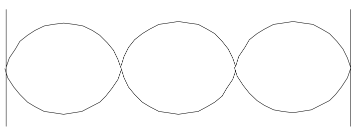
$v = \lambda \cdot \nu = 4\ \text{m} \cdot 25\ \text{Hz} = 100\ \text{m/s}$

b) La distancia entre dos vientres es igual a la mitad de la longitud de onda.

$\Delta x_{vientres} = \frac{\lambda}{2} = \frac{4\text{m}}{2} = 2\text{m}$

13. Una onda se propaga con una velocidad de 660 m/s por una cuerda colocada en una guitarra. Si al agitar la cuerda se forma una onda estacionaria de 4 nodos y el sonido emitido tiene una frecuencia de 990 Hz. Determina la longitud de la cuerda.

Si la onda forma cuatro nodos entonces la longitud de la cuerda contiene tres veces a media longitud de onda.



$$\left.\begin{aligned} L &= 3\frac{\lambda}{2} \\ \lambda &= \frac{v}{\nu} \end{aligned}\right\} L = 3\frac{\frac{v}{\nu}}{2} = \frac{3 \cdot 660\text{m/s}}{2 \cdot 990\text{Hz}} = 1\text{m}$$

14. La ecuación: y = 0,02 · sen ((10 · π/3) · x) · cos (40 · π · t), unidades del SI, describe a una onda estacionaria que se propaga por una cuerda. Determina las magnitudes características: amplitud, longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación de las ondas que dan lugar a la onda estacionaria. Sitúa las posiciones de los nodos y calcula la distancia entre un nodo y un vientre consecutivos. Determina la expresión general de la velocidad de vibración de cualquier punto en cualquier instante y en particular la velocidad máxima con la que vibra el punto situado a 1,35 m del origen.

a) Comparando la ecuación general de una onda estacionaria: y = 2 · A · sen (k · x) · cos (ω · t), se tiene:
2 · A = 0,02 m $\Rightarrow$ A = 0,01 m

k = 10 · π/3 m^{-1}; $\lambda = \frac{2\cdot\pi}{k} = \frac{2\cdot\pi}{\frac{10\cdot\pi}{3}m^{-1}} = 0{,}6\,m$; ω = 40 · π rad/s; $\nu = \frac{\omega}{2\cdot\pi} = \frac{40\cdot\pi rad/s}{2\cdot\pi} = 20 Hz$

v = λ · ν = 0,6 m · 20 Hz = 12 m/s

b) Los nodos están permanentemente en reposo y = 0, es decir cuando: sen ((10 · π/3) · x) = 0.

sen ((10 · π/3) · x) = 0; (10 · π/3) · x = n · π $\Rightarrow$ $x = n\cdot\frac{3}{10}m$ con n = 0, 1, 2, ….

c) La distancia entre un nodo y un vientre es igual a la cuarta parte de la longitud de onda.

$$\Delta x_{nodo-vientre} = \frac{\lambda}{4} = \frac{0{,}6m}{4} = 0{,}15m$$

d) La expresión de la velocidad de vibración de las partículas es:

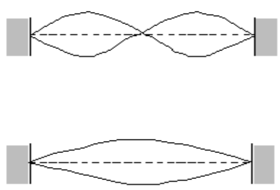
$$v_{x,\ t} = \frac{dy}{dt} = -0{,}8\cdot\pi\cdot sen\left(\frac{10\cdot\pi}{3}x\right)\cdot sen\,(40\cdot\pi\cdot t)\,m/s$$

La velocidad con la que vibra el punto considerado es:

$$v_{x=1{,}35\,m,\ t} = -0{,}8\cdot\pi\cdot sen\left(\frac{10\cdot\pi}{3}1{,}35m\right)\cdot sen\,(40\cdot\pi\cdot t) m/s = -0{,}8\cdot\pi\cdot 1\cdot sen\,(40\cdot\pi\cdot t)\ m/s$$

Su valor máximo: $v_{máximo}$ = 0,8 · π m/s, lógico ya que es un vientre.

15. Una cuerda tensa, fija por sus dos extremos, tiene una longitud *L* = 1,2 m. Cuando esta cuerda se excita transversalmente a una frecuencia de 80 Hz, se forma una onda estacionaria con dos vientres. Calcula la longitud de onda y la velocidad de propagación de las ondas en esta cuerda. ¿Para qué frecuencia inferior a la dada se formará otra onda estacionaria en la cuerda? Representa esta onda.



a) La onda estacionaria que se propaga por una cuerda fija por los extremos tiene nodos en esos extremos. Como la cuerda presenta dos vientres, el número de nodos es igual a tres y la longitud de la cuerda es igual a la longitud de onda de la onda estacionaria formada.

L = λ = 1,2 m

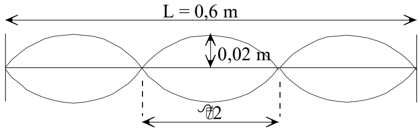
La velocidad de propagación es: v = λ · ν = 1,2 m · 80 Hz = 96 m/s

b) La onda de menor frecuencia es la que tiene dos nodos en los extremos y solamente un vientre. En este caso la longitud de la cuerda es igual a la mitad de la longitud de onda.

L = λ/2; 1,2 m = λ/2 $\Rightarrow$ λ = 2,4 m

Y la frecuencia es: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{96m/s}{2{,}4m} = 40Hz$

16. Una cuerda de 60 cm de longitud tiene sus dos extremos fijos y oscila en un modo con dos nodos internos y una frecuencia de 200 Hz. El punto central de la cuerda oscila con una amplitud de 2 cm. Calcula la velocidad de propagación de las ondas en la cuerda. ¿Cuál es la máxima velocidad del punto central de la cuerda. Determina la amplitud de oscilación de un punto de la cuerda situado a 5 cm de uno de sus extremos.



En la cuerda fija por los extremos se forma la onda estacionaria de la figura adjunta, de donde se deduce que la longitud de la cuerda contiene 3 similongitudes de onda por lo que:

$L = 3\ \dfrac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \dfrac{2}{3}L = \dfrac{2}{3}0{,}60\,m = 0{,}40\,m$

La velocidad de propagación de la onda por la cuerda es:

$v = \lambda \cdot \nu = 0{,}4\ m \cdot 200\ Hz = 80\ m/s$

La ecuación general de una onda estacionaria es:

$y = 2 \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \text{sen}(k \cdot x)$

Y la velocidad de vibración de un elemento de la cuerda es:

$v = \dfrac{dy}{dt} = -2 \cdot A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot \text{sen}(k \cdot x)$

Siendo su valor máximo: $v_{máximo} = -2 \cdot A \cdot \omega \cdot \text{sen}(k \cdot x) = -2 \cdot A \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \text{sen}\left(\dfrac{2 \cdot \pi}{\lambda}x\right)$

Como el punto central es un vientre de coordenada x = 0,3 m, resulta que:

$v_{x=0,3;\ máximo} = -2 \cdot 0{,}02\ m \cdot 2 \cdot \pi \cdot 200\ Hz \cdot \text{sen}\left(\dfrac{2 \cdot \pi}{0{,}4\,m}0{,}3\,m\right) = 50{,}27\ m/s$

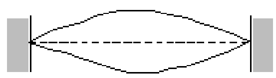
Aplicando la ecuación general de la onda estacionaria al punto considerado, resulta que:

$y = 2 \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \text{sen}(k \cdot x)$

La amplitud resultante de un punto de la cuerda es: $A_r = 2 \cdot A \cdot \text{sen}(k \cdot x)$

Y para el punto considerado: $A_{r(x = 5\ cm)} = 2 \cdot 0{,}02\ m \cdot \text{sen}\left(\dfrac{2 \cdot \pi}{0{,}4\,m}0{,}05\,m\right) = 2{,}8 \cdot 10^{-2}\ m$

17. Una cuerda de 3 m de longitud está sujeta por los extremos vibra con una frecuencia de 252 Hz. La siguiente frecuencia de vibración es de 336 Hz. Calcula la frecuencia fundamental de vibración.



En una cuerda fija por los extremos se cumple que su longitud es igual a un múltiplo de la mitad de la longitud de onda:

$L = n\dfrac{\lambda}{2};\ \lambda = \dfrac{2 \cdot L}{n}$ con n = 1, 2, 3, …..

Que se corresponden con las siguientes frecuencias de vibración.

$\nu = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{v}{\dfrac{2 \cdot L}{n}} = n \cdot \dfrac{v}{2 \cdot L}$ con n = 1, 2, 3, …..

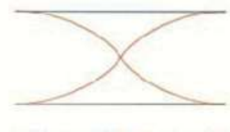
Si la frecuencia de 252 Hz es el armónico n, la de 336 Hz es la n + 1.

$$\left.\begin{array}{l} \nu_n = n \cdot \dfrac{v}{2 \cdot L} = 252\,Hz \\ \nu_{n+1} = (n+1) \cdot \dfrac{v}{2 \cdot L} = 336\,Hz \end{array}\right\} \dfrac{252\,Hz}{336\,Hz} = \dfrac{n}{n+1} \Rightarrow n = 3$$

Y su relación con la fundamental: $\nu_3 = 3 \cdot \nu_1$; $252\ Hz = 3 \cdot \nu_1 \Rightarrow \nu_1 = 84\ Hz$

18. Un tubo sonoro tiene una longitud de 0,68 m y se encuentra con sus extremos abiertos a la atmósfera. Calcula la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formen ondas estacionarias en su interior. Cuál es el valor de la longitud de onda? Representa la onda estacionaria dentro del tubo.

En un tubo sonoro se forman vientres en los extremos abiertos. La onda estacionara que se forma es tal que la longitud del tubo es igual a un múltiplo de la semilongitud de onda.



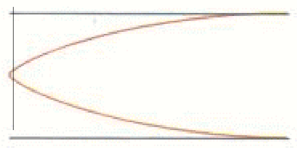
$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

Para la frecuencia fundamental n = 1, por tanto: $L = \frac{\lambda}{2}; 0{,}68\,m = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1{,}36\,m$

Y la frecuencia fundamental es: v = λ · ν; 340 m/s = 1,36 m · ν ⇒ ν = 250 Hz

19. La frecuencia fundamental de un tubo de órgano cerrado por un extremo es de 220 Hz. Calcula la longitud del tubo.

En un tubo sonoro se forma un vientre en el extremo abierto y un nodo en el cerrado. La onda estacionara que se forma es tal que la longitud del tubo es igual a un múltiplo impar de la cuarta parte de la longitud de onda.



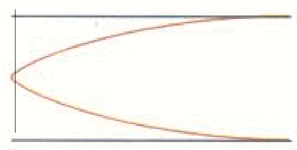
$$L = (2\cdot n + 1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4\cdot L}{2\cdot n + 1}$$

Y la frecuencia fundamental, n = 0, es: $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{4\cdot L}{2\cdot n+1}} = (2\cdot n + 1)\frac{v}{4\cdot L} \Rightarrow \nu_1 = \frac{v}{4\cdot L}$

Sustituyendo: $220\,Hz_1 = \frac{340\,m/s}{4\cdot L} \Rightarrow L = 0{,}39\,m$

20. Un tubo sonoro tiene una longitud de 68 cm y está cerrado por un extremo. Calcula la menor frecuencia de excitación sonora para la que se formen ondas estacionarias en su interior. Cuál es el valor de la longitud de onda? Representa la onda estacionaria dentro del tubo.

En un tubo sonoro se forma un vientre en el extremo abierto y un nodo en el cerrado. La onda estacionara que se forma es tal que la longitud del tubo es igual a un múltiplo impar de la cuarta parte de la longitud de onda.



$$L = (2\cdot n + 1)\frac{\lambda}{4}$$

Para la frecuencia fundamental n = 1, por tanto: $L = \frac{\lambda}{4}; 0{,}68\,m = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 2{,}72\,m$

Y la frecuencia fundamental es: v = λ · ν; 340 m/s = 2,72 m · ν ⇒ ν = 125 Hz

21. El silbato de un tren, que se desplaza con una velocidad de 108 km/h, emite con una frecuencia de 60 Hz. Calcula la frecuencia que percibirá un observador en reposo al acercarse y al alejarse el tren.

La velocidad del vehículo es: v = 108 km/h = 30 m/s.

a) El observador percibe un sonido de una frecuencia mayor cuando se acerca el tren. Aplicando la ecuación general del efecto Doppler, se tiene que la velocidad del observador es igual a cero y la del vehículo + 30 m/s.

$$\nu' = \nu\,\frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 60\ Hz\,\frac{340\ m/s + 0\ m/s}{340\ m/s - (+\ 30\ m/s)} = 65{,}8\ Hz$$

b) El observador percibe un sonido de una frecuencia menor cuando se aleja el tren. Aplicando la ecuación general del efecto Doppler, se tiene que la velocidad del observador es igual a cero y la del vehículo - 30 m/s.

$$\nu' = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 60\ \text{Hz}\ \frac{340\ \text{m/s} + 0\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} - (-\ 30\ \text{m/s})} = 55{,}1\ \text{Hz}$$

22. Una sirena de una fábrica emite con una frecuencia de 500 Hz. Calcula la frecuencia que percibirá un observador cuando se acerque a la sirena con una velocidad de 10 m/s y cuando se aleja de ella.

a) El observador percibe un sonido de una frecuencia mayor cuando se acerca a la sirena. Aplicando la ecuación general del efecto Doppler, se tiene que la velocidad del observador es igual + 10 m/s y la del foco 0 m/s.

$$\nu' = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 500\ \text{Hz}\ \frac{340\ \text{m/s} + (+10\ \text{m/s})}{340\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s})} = 514{,}7\ \text{Hz}$$

b) El observador percibe un sonido de una frecuencia menor cuando se aleja de la sirena. Aplicando la ecuación general del efecto Doppler, se tiene que la velocidad del observador es igual a – 10 m/s y la del foco 0 m/s.

$$\nu' = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 500\ \text{Hz}\ \frac{340\ \text{m/s} + (-10\ \text{m/s})}{340\ \text{m/s} - 00\ \text{m/s})} = 485{,}3\ \text{Hz}$$

23. Una ambulancia que lleva una velocidad de 40 m/s, y su sirena emite un sonido con una frecuencia de 400 Hz, se cruza con un automóvil que transita en sentido contrario con una velocidad de 25 m/s. ¿Qué frecuencia percibirá el conductor del automóvil cuando se aproximan los vehículos y cuando se alejan?

a) El observador percibe un sonido de una frecuencia mayor cuando se acercan los vehículos. Aplicando la ecuación general del efecto Doppler, se tiene que la velocidad del observador + 25 m/s y la de la ambulancia + 40 m/s.

$$\nu' = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 400\ \text{Hz}\ \frac{340\ \text{m/s} + 25\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} - (+\ 40\ \text{m/s})} = 487\ \text{Hz}$$

b) El observador percibe un sonido de una frecuencia menor cuando se alejan los vehículos. Aplicando la ecuación general del efecto Doppler, se tiene que la velocidad del observador - 25 m/s y la de la ambulancia - 40 m/s.

$$\nu' = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 400\ \text{Hz}\ \frac{340\ \text{m/s} + (-25\ \text{m/s})}{340\ \text{m/s} - (-\ 40\ \text{m/s})} = 332\ \text{Hz}$$

24. El conductor de un vehículo, que lleva una velocidad de 30 m/s, hace sonar el claxon que emite en una frecuencia de 300 Hz. Si frente al vehículo hay una montaña, calcula la frecuencia del eco que percibe el conductor.

En este ejemplo se presenta un efecto Doppler doble. En primer lugar un foco móvil, el vehículo, emite ondas sonoras hacia un receptor fijo, la montaña. A continuación la pared reflectora hace de emisor fijo, y el conductor de receptor en movimiento.

a) En el primer efecto Doppler, el foco, que tiene una velocidad de + 30 m/s, se acerca al observador, en reposo, por lo que la frecuencia que recibe la montaña es mayor que la emitida.

$$\nu_1 = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 300\ \text{Hz}\ \frac{340\ \text{m/s} + 0\text{m/s}}{340\ \text{m/s} - (+30\ \text{m/s})} = 329\ \text{Hz}$$

b) En el segundo efecto Doppler, el observador se acerca, con una velocidad de + 30 m/s, hacia un foco, en reposo, que emite ondas sonoras con una frecuencia de 329 Hz, por lo que vuelve a aumentar la frecuencia percibida..

$$\nu_2 = \nu_1 \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}} = 329\ \text{Hz}\ \frac{340\ \text{m/s} + (+30\ \text{m/s})}{340\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}} = 358\ \text{Hz}$$

25. Un observador situado en el andén de una estación percibe el sonido del silbato de un tren que se acerca con una frecuencia de 704 Hz y al alejarse aprecia que la frecuencia es de 619 Hz. Calcula la velocidad del tren y la frecuencia del silbato.

Aplicando la ecuación general del efecto Doppler, se tiene que la velocidad del observador es igual a cero y que la velocidad del tren cuando se acerca es + v_{foco} y cuando se aleja – v_{foco}.

Al acercarse: $\nu_{acercarse} = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}}$; $704\text{Hz} = \nu \frac{340\ \text{m/s} + 0\text{m/s}}{340\ \text{m/s} - (+v_{foco})}$

Al alejarse: $\nu_{alejarse} = \nu \frac{v + v_{observador}}{v - v_{foco}}$; $619\text{Hz} = \nu \frac{340\ \text{m/s} + 0\text{m/s}}{340\ \text{m/s} - (-v_{foco})}$

Dividiendo miembro a miembro: $\frac{704\text{Hz}}{619\text{Hz}} = \frac{\frac{340\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} - v_{foco}}}{\frac{340\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} + v_{foco})}}$; $\frac{704\text{Hz}}{619\text{Hz}} = \frac{340\text{m/s} + v_{foco}}{340\text{m/s} - v_{foco}}$

Despejando: v_{foco} = 21,8 m/s

Y sustituyendo, se tiene que la frecuencia del silbato es:

$$704\text{Hz} = \nu \frac{340\ \text{m/s} + 0\text{m/s}}{340\ \text{m/s} - (+21{,}8\text{m/s})} \Rightarrow \nu = 659\ \text{Hz}$$

26. Un observador está en reposo, justifica si el sonido que percibe al acercarse un vehículo es más grave o más agudo.

Cuando un foco sonoro se acerca a un observador en reposo, el foco intenta alcanzar a las ondas que emite y el observador recibe más ondas en la unidad de tiempo y percibe una frecuencia aparente mayor que la real de la fuente, tornándose el sonido más agudo.