11. Óptica geométrica

PREPARACIÓN DE LA UNIDAD (pág. 269)

- Se denomina espectro electromagnético a la clasificación de las ondas electromagnéticas según su longitud de onda o su frecuencia. Por ejemplo, las ondas electromagnéticas con longitudes de onda comprendidas entre unos centímetros y unos centenares de metros reciben el nombre de ondas radio. En cambio, las de longitud de onda muy corta, de unos 10^{-12} m (equivalente a una frecuencia de 10^{20} Hz), son los rayos gamma. Entre medio, se encuentran, en orden de longitud de onda creciente, los rayos X, las ondas UV, el espectro visible, el infrarrojo y las microondas.

  — El espectro visible corresponde a las ondas electromagnéticas con longitudes de onda comprendidas entre $3{,}8 \cdot 10^{-7}$ m (380 nm) y $7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m (760 nm). Sólo en este rango de longitudes de onda nuestro ojo es sensible a la radiación electromagnética.

  — La luz roja es la radiación del espectro visible con mayor longitud de onda (corresponde a los 700 nm), mientras que la luz violeta es la de longitud de onda más corta (400 nm). Como la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda, la luz roja es la de menor frecuencia y la violeta es la de frecuencia más elevada.

- Cuando afirmamos que la luz se propaga rectilíneamente queremos decir que la luz se propaga siguiendo trayectorias rectilíneas que llamamos rayos, que son perpendiculares en todo momento al frente de ondas.

  — El fenómeno de la reflexión comprueba la propagación rectilínea de la luz.

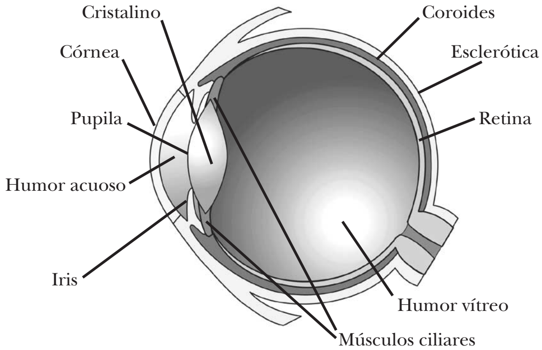
- Un medio es homogéneo si sus propiedades son las mismas en todos sus puntos. Un medio es isótropo si sus propiedades no dependen de la dirección considerada. La isotropía implica la homogeneidad, pero no al revés. Así, por ejemplo, un cristal perfecto es homogéneo, pero no es isótropo.

- Datos: $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}52$; $i = 30°$

  Aplicamos la ley de Snell para hallar el ángulo de refracción:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1}; \quad \text{sen } r = \frac{n_1}{n_2} \text{sen } i$$

$$\text{sen } r = \frac{1}{1{,}52} \text{sen } 30° = 0{,}33; \quad r = 19° \, 12'$$

- 

Esclerótica. Es la cubierta externa del globo ocular y es la responsable de su consistencia.

Córnea. Constituye la parte anterior de la esclerótica. Es transparente, con índice de refracción n = 1,376, y permite la entrada de la luz. En ella tiene lugar la mayor parte de la refracción de la luz.

Coroides. Es la membrana intermedia del globo ocular.

Retina. Es una membrana que tapiza la parte interna del fondo del ojo y actúa como una pantalla sobre la que se proyecta la imagen de los objetos que vemos. Consta de varias capas de células, entre las que destacan las células sensibles a la luz, los conos (sensibles a los colores) y los bastones (más sensibles que los conos a la luz, pero incapaces de distinguir colores). Estas células no son más que terminaciones del nervio óptico, que transmite al cerebro la información recibida por el ojo.

Iris. Es un diafragma musculoso que regula la cantidad de luz que penetra en nuestros ojos. Es capaz de modificar el diámetro de su orificio central, la **pupila,** de 2 mm a 8 mm.

Cristalino. Éste es un cuerpo blando en forma de lente biconvexa deformable, capaz de modificar su distancia focal y enfocar objetos a distintas distancias, formando la imagen sobre la retina. Su índice de refracción varía de una zona a otra entre 1,4 y 1,37.

Humor acuoso. Fluido transparente que llena el espacio entre la córnea y el cristalino, con n = 1,336.

Humor vítreo. Líquido viscoso que llena la cavidad interior del globo ocular. Su índice de refracción es n = 1,337. Se encuentra a una presión ligeramente superior a la atmosférica, con la finalidad de mantener la retina adosada a la coroides. Si su presión disminuye, se produce un desprendimiento de retina.

Nervio óptico. Es el responsable de transmitir los impulsos nerviosos generados por las terminaciones de la retina al cerebro.

1. DEFINICIÓN DE ÓPTICA GEOMÉTRICA (pág. 271)

1. Los fenómenos de difracción, interferencia y polarización de la luz no son objeto de la óptica geométrica porque no pueden explicarse a partir de la propagación rectilínea de los rayos de luz.

2. La imagen del Sol que obtenemos a través de una lupa es una imagen real, ya que se forma sobre el papel, en la intersección de los rayos convergentes procedentes de la lupa.

3. Un espejo no es un dioptrio. Dioptrio es aquella superficie que separa dos medios (transparentes) de distinto índice de refracción y en la cual la luz se refracta. Sin embargo, un espejo es toda aquella superficie capaz de reflejar los rayos luminosos.

4. Deducimos los signos a partir del convenio establecido en la página 271 del libro del alumno:

   a) $s_1 < 0; s_2 > 0; r > 0$

   b) $\alpha < 0; \beta > 0; \gamma > 0$

   c) $i_1 > 0; i_2 > 0$

2. SISTEMAS ÓPTICOS SIMPLES (págs. 274, 275 y 278)

5. Sabemos que $f_2 = r\,\dfrac{n_2}{n_2 - n_1}$ y $f_1 = -r\,\dfrac{n_1}{n_2 - n_1}$.

   Entonces:

$$f_1 + f_2 = -r\,\frac{n_1}{n_2 - n_1} + r\,\frac{n_2}{n_2 - n_1} = r\,\frac{n_2 - n_1}{n_2 - n_1} = r$$

6. Datos: $r = 10$ cm $= 0{,}1$ m; $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}5$;
   $y_1 = 4$ mm $= 0{,}004$ m; $s_1 = -30$ cm $= -0{,}3$ m

   Hallamos la posición de la imagen, s_2, a partir de la ecuación fundamental:

$$\frac{n_2}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{r}; \quad \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2 - n_1}{r}$$

$$s_2 = \frac{n_2}{\dfrac{n_1}{s_1} + \dfrac{n_2 - n_1}{r}}$$

$$s_2 = \frac{1{,}5}{\dfrac{1}{-0{,}3\text{ m}} + \dfrac{1{,}5 - 1}{0{,}1\text{ m}}} = 0{,}9\text{ m} = 90\text{ cm}$$

   Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2}; \quad y_2 = y_1\,\frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2}$$

$$y_2 = 0{,}004\text{ m} \cdot \frac{0{,}9\text{ m} \cdot 1}{-0{,}3\text{ m} \cdot 1{,}5} = -0{,}008\text{ m} = -8\text{ mm}$$

   Observamos que la imagen es mayor que el objeto. El signo menos indica que la imagen aparece invertida y, como $s_2 > 0$, se forma por intersección de los rayos refractados convergentes y es real.

7. Datos: $r = 5$ cm $= 0{,}05$ m; $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}5$;
   $y_1 = 1$ mm $= 0{,}001$ m; $s_1 = -20$ cm $= -0{,}2$ m

   a) Calculamos las distancias focales imagen f_2 y objeto f_1:

$$f_2 = r\,\frac{n_2}{n_2 - n_1} = 0{,}05\text{ m} \cdot \frac{1{,}5}{1{,}5 - 1} = 0{,}15\text{ m} = 15\text{ cm}$$

$$f_1 = -r\,\frac{n_1}{n_2 - n_1} = -0{,}05\text{ m} \cdot \frac{1}{1{,}5 - 1} = -0{,}1\text{ m} = -10\text{ cm}$$

   b) Hallamos la posición de la imagen, s_2, a partir de la ecuación de Gauss:

$$\frac{f_2}{s_2} + \frac{f_1}{s_1} = 1; \quad \frac{f_2}{s_2} = 1 - \frac{f_1}{s_1}; \quad s_2 = \frac{f_2}{1 - \dfrac{f_1}{s_1}}$$

$$s_2 = \frac{0{,}15\text{ m}}{1 - \dfrac{-0{,}1\text{ m}}{-0{,}2\text{ m}}} = 0{,}3\text{ m} = 30\text{ cm}$$

   Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2}; \quad y_2 = y_1\,\frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2}$$

$$y_2 = 0{,}001\text{ m} \cdot \frac{0{,}3\text{ m} \cdot 1}{-0{,}2\text{ m} \cdot 1{,}5} = -0{,}001\text{ m} = -1\text{ mm}$$

   Observamos que la imagen es del mismo tamaño que el objeto. El signo menos indica que la imagen aparece invertida y, como $s_2 > 0$, se forma por intersección de los rayos refractados convergentes y es real.

8. Datos: $r = -5$ cm $= -0{,}05$ m; $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}5$;
   $y_1 = 1$ mm $= 0{,}001$ m; $s_1 = -20$ cm $= -0{,}2$ m

   Si el dioptrio es cóncavo, el problema es análogo al anterior pero con el radio del dioptrio negativo.

   a) Calculamos las distancias focales imagen f_2 y objeto f_1:

$$f_2 = r\,\frac{n_2}{n_2 - n_1} = -0{,}05\text{ m} \cdot \frac{1{,}5}{1{,}5 - 1} = -0{,}15\text{ m} = -15\text{ cm}$$

$$f_1 = -r\,\frac{n_1}{n_2 - n_1} = -(-\,0{,}05\text{ m}) \cdot \frac{1}{1{,}5 - 1} = 0{,}1\text{ m} = 10\text{ cm}$$

   b) Hallamos la posición de la imagen, s_2, a partir de la ecuación de Gauss:

$$\frac{f_2}{s_2} + \frac{f_1}{s_1} = 1; \quad \frac{f_2}{s_2} = 1 - \frac{f_1}{s_1}; \quad s_2 = \frac{f_2}{1 - \dfrac{f_1}{s_1}}$$

$$s_2 = \frac{-0{,}15\text{ m}}{1 - \dfrac{-0{,}1\text{ m}}{-0{,}2\text{ m}}} = -0{,}1\text{ m}$$

Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2\, n_1}{s_1\, n_2}; \quad y_2 = y_1 \frac{s_2\, n_1}{s_1\, n_2}$$

$$y_2 = 0{,}001\ \text{m} \cdot \frac{-0{,}1\ \text{m} \cdot 1}{-0{,}2\ \text{m} \cdot 1{,}5} = 0{,}00033\ \text{m}$$

$$y_2 = 0{,}33\ \text{mm}$$

Observamos que la imagen es menor que el objeto y del mismo signo, por lo tanto, se encuentra derecha. Además, como $s_2 < 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos refractados y es virtual.

9. Datos: $f_1 = -10$ cm = $-0{,}1$ m; $f_2 = 30$ cm = $0{,}3$ m; $s_1 = -5$ cm = $-0{,}05$ m; $n_1 = 1$

a) Calculamos el radio de curvatura del dioptrio a partir de la fórmula para la distancia focal imagen y teniendo en cuenta que $\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}$:

$$f_2 = r\, \frac{n_2}{n_2 - n_1}; \quad r = \frac{f_2}{n_2}(n_2 - n_1) = f_2 \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$$

$$r = f_2 \left(1 + \frac{f_1}{f_2}\right) = f_1 + f_2$$

$$r = -0{,}1\ \text{m} + 0{,}3\ \text{m} = 0{,}2\ \text{m} = 20\ \text{cm}$$

Como el radio de curvatura del dioptrio es positivo, se trata de un dioptrio convexo.

b) Determinamos la posición de la imagen de un objeto situado en $s_1 = -5$ cm = $-0{,}05$ m:

$$\frac{f_2}{s_2} + \frac{f_1}{s_1} = 1; \quad \frac{f_2}{s_2} = 1 - \frac{f_1}{s_1}$$

$$s_2 = \frac{f_2}{1 - \frac{f_1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{0{,}3\ \text{m}}{1 - \frac{-0{,}1\ \text{m}}{-0{,}05\ \text{m}}} = -0{,}3\ \text{m} = -30\ \text{cm}$$

c) Hallamos el índice de refracción del segundo medio a partir de la relación entre las distancias focales, y el valor del índice de refracción del aire ($n_1 = 1$):

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}; n_2 = -n_1 \frac{f_2}{f_1}; n_2 = -1 \cdot \frac{0{,}3\ \text{m}}{-0{,}1\ \text{m}} = 3$$

10. Si observamos un pez en el agua, como el índice de refracción del aire es menor que el del agua, la imagen virtual que vemos está más cerca de la superficie que el verdadero pez.

11. Datos: $s_1 = 1{,}2$ m; $n_1 = 1{,}33$; $n_2 = 1$

Calculamos la profundidad aparente del objeto:

$$s_2 = \frac{n_2}{n_1} s_1; \quad s_2 = \frac{1}{1{,}33} \cdot 1{,}2\ \text{m} = 0{,}90\ \text{m}$$

12. Datos: $s_2 = 1{,}30$ m; $n_1 = 1{,}33$; $n_2 = 1$

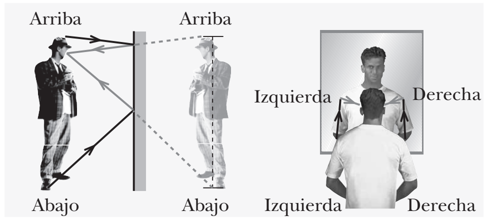
Calculamos la profundidad real del fondo del estanque a partir de la profundidad aparente:

$$s_2 = \frac{n_2}{n_1} s_1; \quad s_1 = \frac{n_1}{n_2} s_2$$

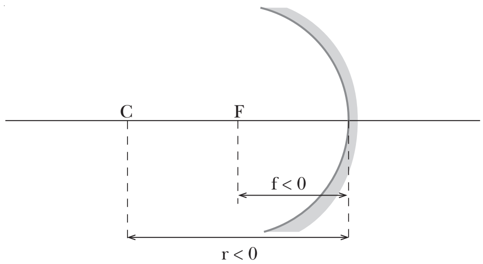
$$s_1 = \frac{1{,}33}{1} \cdot 1{,}30\ \text{m} = 1{,}73\ \text{m}$$

13. Si queremos ver nuestra imagen ampliada y derecha en un espejo, debemos emplear un espejo cóncavo y situarnos entre el foco y el espejo. Si nos situamos entre el centro de curvatura y el foco, veremos nuestra imagen aumentada pero invertida.

14. En la figura podemos observar cómo se forman las imágenes en un espejo :



15. Datos: $f = -10$ cm = $-0{,}1$ m (espejo cóncavo)



a) Si el objeto se sitúa en $s_1 = -25$ cm = $-0{,}25$ m, la imagen se situará en:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-0{,}1\ \text{m}} - \frac{1}{-0{,}25\ \text{m}}} = -0{,}167\ \text{m} = -16{,}7\ \text{cm}$$

Calculamos el aumento lateral:

$$A_L = -\frac{s_2}{s_1} = -\frac{-16{,}7\ \text{cm}}{-25\ \text{cm}} = -0{,}67$$

El signo negativo del aumento lateral significa que la imagen aparece invertida. Además, como su valor absoluto es menor que la unidad, la imagen es menor que el objeto. Al ser $s_2 < 0$, la imagen se forma por intersección de los rayos reflejados en el espejo y es real.

b) Si el objeto se sitúa en $s_1 = -10$ cm = $-0{,}10$ m, la imagen se situará en:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-0{,}1\text{ m}} - \frac{1}{-0{,}10\text{ m}}} = \infty$$

Es decir, no se observa ninguna imagen. En general, siempre que el objeto se sitúe sobre el foco, no se forma imagen.

c) Si el objeto se sitúa en s_1 = –5 cm = –0,05 m, la imagen se situará en:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-0{,}1\text{ m}} - \frac{1}{-0{,}05\text{ m}}} = 0{,}10\text{ m} = 10\text{ cm}$$

Calculamos el aumento lateral:

$$A_L = -\frac{s_2}{s_1} = -\frac{10\text{ cm}}{-5\text{ cm}} = 2$$

El signo positivo del aumento lateral significa que la imagen aparece derecha. Además, como su valor absoluto es mayor que la unidad, la imagen es mayor que el objeto. Al ser $s_2 > 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados y es virtual.

16. Datos: f = –50 cm = –0,5 m (espejo cóncavo); s_1 = –25 cm = –0,25 m; y_1 = 1 cm = 0,01 m

a) Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-0{,}5\text{ m}} - \frac{1}{-0{,}25\text{ m}}}$$

$$s_2 = 0{,}50\text{ m} = 50\text{ cm}$$

Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{s_2}{s_1}; \quad y_2 = -y_1\,\frac{s_2}{s_1}$$

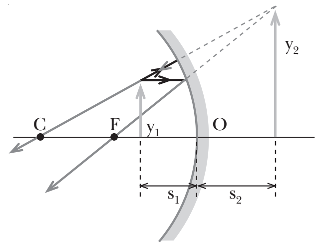
$$y_2 = -0{,}01\text{ m} \cdot \frac{0{,}50\text{ m}}{-0{,}25\text{ m}} = 0{,}02\text{ m} = 2\text{ cm}$$

b) Observamos que la imagen es mayor que el objeto y del mismo signo, por lo tanto, se encuentra derecha. Además, como $s_2 > 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados y es virtual.

c) Calculamos el radio de curvatura del espejo:

$$f = \frac{r}{2}; r = 2f; r = 2 \cdot (-50\text{ cm}) = -100\text{ cm}$$

d)



e) Si el espejo es convexo, f = 50 cm = 0,5 m. Entonces:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{0{,}5\text{ m}} - \frac{1}{-0{,}25\text{ m}}}$$

$$s_2 = 0{,}167\text{ m} = 16{,}7\text{ cm}$$

Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

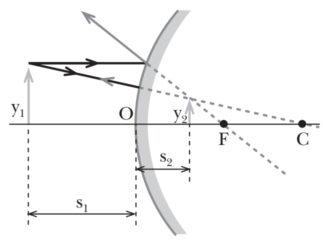
$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{s_2}{s_1}; \quad y_2 = -y_1\,\frac{s_2}{s_1}$$

$$y_2 = -0{,}01\text{ m} \cdot \frac{0{,}167\text{ m}}{-0{,}25\text{ m}} = 0{,}007\text{ m} = 0{,}7\text{ cm}$$

Observamos que la imagen es menor que el objeto y del mismo signo, por lo tanto, se encuentra derecha. Además, como $s_2 > 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados y es virtual. Esto siempre es así para un espejo convexo.

Calculamos el radio de curvatura del espejo:

$$f = \frac{r}{2}; \quad r = 2f; \quad r = 2 \cdot 50\text{ cm} = 100\text{ cm}$$



17. Datos: A_L = –2; s_2 = –150 cm = –1,5 m (imagen real)

a) Determinamos la posición del objeto a partir de la posición de la imagen y el aumento lateral:

$$A_L = -\frac{s_2}{s_1}$$

$$s_1 = -\frac{s_2}{A_L}; s_1 = -\frac{-1{,}5\text{ m}}{-2} = -0{,}75\text{ m} = -75\text{ cm}$$

b) Calculamos el radio del espejo a partir de la ecuación fundamental de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{2}{r}; \quad r = \frac{2}{\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1}}$$

$$r = \frac{2}{\frac{1}{-1{,}5\ \text{m}} + \frac{1}{-0{,}75\ \text{m}}} = -1\ \text{m} = -100\ \text{cm}$$

3. SISTEMAS ÓPTICOS COMPUESTOS (págs. 282 y 285)

18. *a)* La imagen formada por una lente delgada es **derecha:**

— Para una lente convergente si el objeto se sitúa a una distancia de la lente menor que la distancia focal.

— Siempre para lentes divergentes.

La imagen formada por una lente delgada es **invertida:**

— Para lentes convergentes cuando el objeto se sitúa a una distancia de la lente mayor que la distancia focal.

b) La imagen formada por una lente delgada es **mayor** que el objeto:

— Para lentes convergentes cuando el objeto se sitúa a una distancia de la lente mayor que la distancia focal pero menor que el doble de ésta.

— Para una lente convergente si el objeto se sitúa a una distancia de la lente menor que la distancia focal.

19. La imagen en una lente divergente no puede ser nunca real, porque los rayos emergentes siempre divergen y, por tanto, la imagen se forma por la intersección de las prolongaciones de los rayos.

20. Calculamos la expresión de la distancia focal objeto a partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas con $s_1 = f_1$ y $s_2 = \infty$:

$$\frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{f_1} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_1} = -(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -\frac{1}{f_2}; \quad f_1 = -f_2$$

21. Datos: $n = 1{,}5$; $r_1 = 20$ cm; $r_2 = -20$ cm; $y_1 = 2{,}5$ cm; $s_1 = -10$ cm

a) Calculamos la distancia focal de la lente:

$$\frac{1}{f_2} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right); \quad f_2 = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$f_2 = \frac{1}{(1{,}5-1)\left(\frac{1}{20\ \text{cm}} - \frac{1}{-20\ \text{cm}}\right)} = 20\ \text{cm}$$

b) Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-10\ \text{cm}} + \frac{1}{20\ \text{cm}}} = -20\ \text{cm}$$

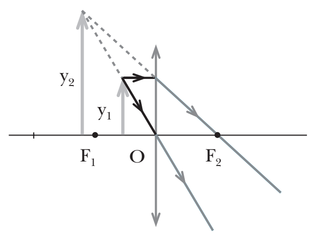
c) Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2}{s_1}; \quad y_2 = y_1\,\frac{s_2}{s_1}$$

$$y_2 = 2{,}5\ \text{cm} \cdot \frac{-20\ \text{cm}}{-10\ \text{cm}} = 5\ \text{cm}$$

d) La imagen es mayor que el objeto y del mismo signo, por lo tanto, se encuentra derecha. Además, como $s_2 < 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos emergentes y es virtual.

e)



22. Datos: $f_2 = 10$ cm (lente convergente)

a) $s_1 = -30$ cm

Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-30\ \text{cm}} + \frac{1}{10\ \text{cm}}} = 15\ \text{cm}$$

Determinamos el aumento lateral:

$$A_L = \frac{s_2}{s_1}; \quad A_L = \frac{15\ \text{cm}}{-30\ \text{cm}} = -0{,}5$$

El signo negativo del aumento lateral significa que la imagen aparece invertida. Además, como su valor absoluto es menor que la unidad, la imagen es menor que el objeto. Al ser $s_2 > 0$, la imagen se forma por intersección de los rayos emergentes y es real.

b) $s_1 = -10$ cm

Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-10\text{cm}} + \frac{1}{10\ \text{cm}}} = \infty$$

La imagen no se forma (se forma en el infinito), ya que el objeto está situado en el foco de la lente.

c) $s_1 = -5$ cm

Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-5\text{ cm}} + \frac{1}{10\text{ cm}}} = -10\text{ cm}$$

Determinamos el aumento lateral:

$$A_L = \frac{s_2}{s_1}; \quad A_L = \frac{-10\text{ cm}}{-5\text{ cm}} = 2$$

Como el aumento lateral es mayor que la unidad y positivo, la imagen será mayor que el objeto y derecha. Al ser $s_2 < 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos emergentes y es virtual.

23. Datos: $f_2 = -20$ cm (lente divergente); $y_1 = 2{,}0$ cm; $s_1 = -30$ cm

a) Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-30\text{ cm}} + \frac{1}{-20\text{ cm}}} = -12\text{ cm}$$

b) Determinamos el aumento lateral:

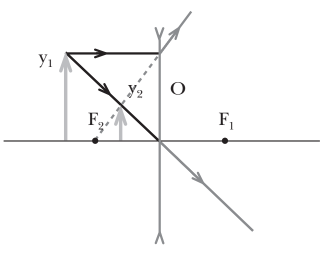
$$A_L = \frac{s_2}{s_1}; \quad A_L = \frac{-12\text{ cm}}{-30\text{ cm}} = 0{,}4$$

Calculamos el tamaño de la imagen:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1}; \quad y_2 = A_L\, y_1 = 0{,}4 \cdot 2{,}0\text{ cm} = 0{,}8\text{ cm}$$

c) Al ser $s_2 < 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos emergentes y es virtual, como siempre en lentes divergentes. Como el aumento lateral es menor que la unidad y positivo, la imagen será menor que el objeto y derecha.

d)



24. Datos: lente convergente, $P_M = 3{,}5$ dioptrías; lente divergente, $P_N = -4{,}8$ dioptrías

a) Calculamos la potencia total del sistema:

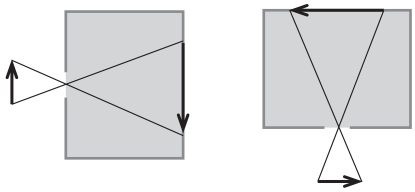
$$P = P_M + P_N = 3{,}5 - 4{,}8 = -1{,}3\text{ diop.}$$

b) Calculamos la distancia focal del sistema óptico:

$$P = \frac{1}{f_2}; \quad f_2 = \frac{1}{P} = \frac{1}{-1{,}3\text{ diop.}} = -0{,}77\text{ m}$$

25. Si observamos la imagen desde el exterior de la cámara oscura, por ejemplo a través de un vidrio deslustrado, veremos que tiene invertidas la derecha y la izquierda. El sistema tiene la misma simetría en el eje horizontal que en el vertical.

Sin embargo, si observamos desde el interior de la cámara oscura, como podría ser la habitación de paredes oscuras que utilizaban los astrónomos árabes para ver imágenes proyectadas, la imagen no tiene invertidas la derecha y la izquierda, al contrario que nuestra imagen en un espejo.



26. Datos: f = 0,1 m

Calculamos el aumento angular:

$$A_A = \frac{0{,}25\text{ m}}{f} = \frac{0{,}25\text{ m}}{0{,}1\text{ m}} = 2{,}5$$

27. Datos f = 10 cm; y = 2 mm = 0,2 cm; $s_2 = -25$ cm

La lupa no es más que una lente convergente. Por tanto, su distancia focal imagen es $f_2 = f = 10$ cm.

a) Determinamos la distancia s_1 a la que debemos situar el objeto:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_1} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{f_2}$$

$$s_1 = \frac{1}{\frac{1}{s_2} - \frac{1}{f_2}}; \quad s_1 = \frac{1}{\frac{1}{-25\text{ cm}} - \frac{1}{10\text{ cm}}} = -7{,}14\text{ cm}$$

b) Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2}{s_1}; \quad y_2 = y_1\,\frac{s_2}{s_1}$$

$$y_2 = 0{,}2\text{ cm} \cdot \frac{-25\text{ cm}}{-7{,}14\text{ cm}} = 0{,}7\text{ cm} = 7\text{ mm}$$

28. Datos: $P_{ob} = 100$ dioptrías; $P_{oc} = 50$ dioptrías; $O_1O_2 = 24$ cm

a) Calculamos las distancias focales del objetivo y del ocular:

$$f_{oc} = P_{oc}^{-1} = (50\text{ dioptrías})^{-1} = 0{,}02\text{ m} = 2\text{ cm}$$
$$f_{ob} = P_{ob}^{-1} = (100\text{ dioptrías})^{-1} = 0{,}01\text{ m} = 1\text{ cm}$$

b) Hallamos el intervalo óptico:

$$\delta = 24\text{ cm} - (1\text{ cm} + 2\text{ cm}) = 21\text{ cm}$$

c) Calculamos el aumento total del microscopio:

$$A = -0{,}25\delta \cdot P_{ob} \cdot P_{oc}$$
$$A = -0{,}25\text{ m} \cdot 0{,}21\text{ m} \cdot 100\text{ m}^{-1} \cdot 50\text{ m}^{-1} = -262{,}5$$

29. Datos: $f_{ob} = 1{,}6$ cm $= 0{,}016$ m; $f_{oc} = 1{,}8$ cm $= 0{,}018$ m; $O_1O_2 = 19$ cm $= 0{,}19$ m

a) Calculamos la potencia del objetivo y del ocular:

$$P_{oc} = f_{oc}^{-1} = (0{,}018\ \text{m})^{-1} = 55{,}6\ \text{dioptrías}$$

$$P_{ob} = f_{ob}^{-1} = (0{,}016\ \text{m})^{-1} = 62{,}5\ \text{dioptrías}$$

b) Calculamos el intervalo óptico:

$$\delta = 19\ \text{cm} - (1{,}6\ \text{cm} + 1{,}8\ \text{cm}) = 15{,}6\ \text{cm}$$

c) Calculamos el aumento total del microscopio:

$$A = -0{,}25\delta \cdot P_{ob} \cdot P_{oc}$$

$$A = -0{,}25\ \text{m} \cdot 0{,}156\ \text{m} \cdot 62{,}5\ \text{m}^{-1} \cdot 55{,}6\ \text{m}^{-1} = -135{,}5$$

30. Respuesta sugerida:

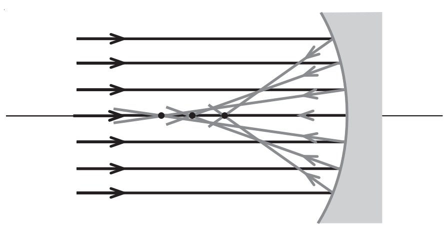
Las películas fotográficas están formadas por un material plástico de soporte y una capa de un componente sensible a la luz. Según la cantidad de luz recibida, lo que se denomina *exposición,* se produce un cambio en la estructura electroquímica del material sensible, formando la *imagen latente.* El proceso de revelado hace que las partes de la película con más exposición queden más oscuras y las menos expuestas queden más transparentes. Después de un fijado mediante un tratamiento químico, necesario para detener la sensibilidad de la película a la luz, se obtiene el negativo fotográfico.

Después del revelado y la obtención del negativo, es necesario invertir las relaciones claro-oscuro, ya que la parte más oscura del negativo corresponde a la región que ha recibido más luz. Para ello, se proyecta la imagen del negativo sobre un papel sensible, que una vez revelado da la imagen final.

4. DEFECTOS DE LAS IMÁGENES (pág. 286)

31. Un espejo no puede dar lugar a aberración cromática porque la luz en un espejo se refleja, pero no se refracta. La aberración cromática se debe a que el índice de refracción es diferente para las distintas longitudes de onda de la luz.

32.



FÍSICA Y SOCIEDAD (pág. 287)

a) Algunos alumnos no ven con claridad lo que se escribe sobre la pizarra del aula porque tienen miopía. En este caso, el punto remoto está más cercano que la pizarra y el cristalino no es capaz de enfocar la imagen de la pizarra sobre la retina. Puede corregirse mediante el uso de lentes divergentes.

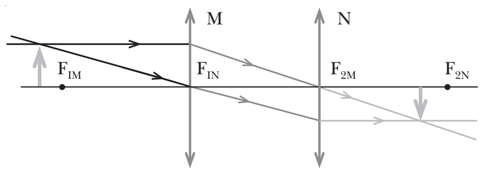
b) Las personas de edad avanzada llevan lentes para leer porque sufren presbicia o vista cansada. Este defecto del ojo es debido a que el cristalino ha perdido flexibilidad y no es capaz de enfocar objetos cercanos, de forma que su punto próximo se ha alejado más de lo normal (25 cm).

c) La presbicia se llama vista cansada porque consiste en la pérdida de facultades del cristalino debido a la avanzada edad de la persona.

d) Decimos que el miope es corto de vista porque su ojo sólo es capaz de enfocar correctamente sobre la retina los objetos cercanos.

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS Y PROBLEMAS (pág. 289)

33.



La imagen final es real, invertida y menor que el objeto.

34. Datos: $f_{2M} = 10$ cm; $f_{2N} = 20$ cm; $O_1O_2 = 20$ cm; $s_{1M} = -15$ cm

a) Calculamos dónde se forma la imagen debido a la primera lente:

$$\frac{1}{f_{2M}} = \frac{1}{s_{2M}} - \frac{1}{s_{1M}}; \quad \frac{1}{s_{2M}} = \frac{1}{s_{1M}} + \frac{1}{f_{2M}}$$

$$s_{2M} = \frac{1}{\dfrac{1}{s_{1M}} + \dfrac{1}{f_{2M}}}; \quad s_{2M} = \frac{1}{\dfrac{1}{-15\ \text{cm}} + \dfrac{1}{10\ \text{cm}}} = 30\ \text{cm}$$

Hallamos la posición de la imagen final teniendo en cuenta que la imagen producida por la primera lente es el objeto para la segunda lente:

$$s_{1N} = s_{2M} - 20\ \text{cm} = 30\ \text{cm} - 20\ \text{cm} = 10\ \text{cm}$$

$$\frac{1}{f_{2N}} = \frac{1}{s_{2N}} - \frac{1}{s_{1N}}; \quad \frac{1}{s_{2N}} = \frac{1}{s_{1N}} + \frac{1}{f_{2N}}$$

$$s_{2N} = \frac{1}{\dfrac{1}{s_{1N}} + \dfrac{1}{f_{2N}}}; \quad s_{2N} = \frac{1}{\dfrac{1}{10\ \text{cm}} + \dfrac{1}{20\ \text{cm}}} = 6{,}7\ \text{cm}$$

b) El aumento lateral del sistema será el producto del aumento lateral de cada lente:

$$A_L = A_{LM}\, A_{LN} = \frac{s_{2M}}{s_{1M}} \frac{s_{2N}}{s_{1N}}$$

$$A_L = \frac{30\ \text{cm}}{-15\ \text{cm}} \cdot \frac{6{,}7\ \text{cm}}{10\ \text{cm}} = -1{,}3$$

c) Como el aumento del sistema es negativo y mayor que la unidad en valor absoluto, la imagen final será invertida y mayor que el objeto. Además, como $s_{2N} > 0$, la imagen se forma por intersección de los rayos emergentes y es real.

35. Datos: punto remoto = 15 cm

a) Una persona de vista miope debe usar lentes divergentes.

b) Para poder ver objetos lejanos, la lente debe acercarlos hasta el punto remoto del ojo miope. Por tanto, la imagen respecto a la lente de un objeto en el infinito debe formarse en $s_2 = -15$ cm.

Calculamos con estos datos la distancia focal necesaria:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-15 \text{ cm}} - \frac{1}{-\infty}; \quad f_2 = -15 \text{ cm}$$

c) Determinamos la potencia correspondiente:

$$P = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-0{,}15 \text{ m}} = -6{,}7 \text{ diop.}$$

36. Datos: punto próximo = 50 cm

a) Una persona con presbicia debe usar lentes convergentes.

b) Para poder leer a una distancia de 25 cm, la imagen de un objeto situado a 25 cm debe formarse a una distancia de 50 cm por delante de la lente, en el punto próximo del ojo présbita. Determinamos la potencia necesaria para ello:

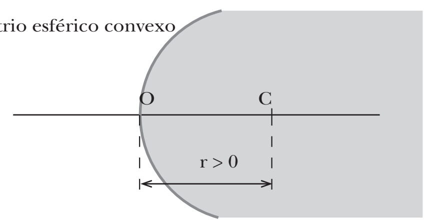
$$P = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}$$

$$P = \frac{1}{-0{,}50 \text{ m}} - \frac{1}{-0{,}25 \text{ m}} = 2 \text{ diop.}$$

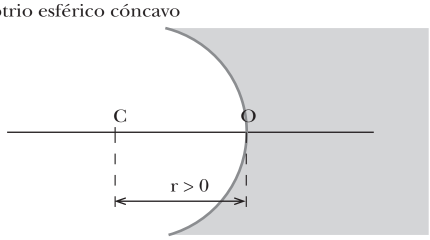
EJERCICIOS Y PROBLEMAS (págs. 290 y 291)

37. Según el convenio de signos establecido, las distancias en horizontal son positivas hacia la izquierda del polo del dioptrio, O, y negativas hacia la derecha. Por tanto, el radio de curvatura de un dioptrio esférico convexo es positivo, mientras que el dioptrio esférico cóncavo tiene radio de curvatura negativo.

Dioptrio esférico convexo



Dioptrio esférico cóncavo



38. La relación entre distancias focales, radio de curvatura e índices de refracción es:

$$f_2 = r\,\frac{n_2}{n_2 - n_1}; \quad f_1 = -r\,\frac{n_1}{n_2 - n_1}$$

Es decir, el signo de las distancias focales depende del signo del radio de curvatura (dioptrio cóncavo o convexo) y de la diferencia entre los dos índices de refracción, $n_2 - n_1$.

r	$n_2 - n_1$	f_1	f_2
+	+	–	+
+	–	+	–
–	+	+	–
–	–	–	+

39. Para tratar el dioptrio plano como un caso particular del dioptrio esférico, suponemos que el dioptrio plano es un dioptrio esférico con radio de curvatura infinito.

40. La aproximación aparente que experimentan los objetos sumergidos en el agua se debe a que la superficie de contacto del agua con el aire constituye un dioptrio plano en el que $n_1 > n_2$.

En un dioptrio plano, la posición de la imagen es $s_2 = \frac{n_2}{n_1} s_1$. Por tanto, si $n_1 > n_2$, la imagen se formará más cerca de la superficie que la posición del objeto. En el caso de un objeto sumergido en el agua, n_1 es el índice de refracción del agua, $n_1 = 1{,}33$, y es mayor que el del aire, $n_2 = 1$.

41. El rayo incidente y el rayo emergente de una lámina de caras planas y paralelas son paralelos.

42. *a)* La imagen será real sólo en espejos cóncavos cuando el objeto esté situado a mayor distancia que la distancia focal.

b) La imagen es invertida en los mismos casos en que es real.

43. Si empleamos un espejo convexo, la imagen nunca es mayor que el objeto, siempre es menor.

Si empleamos un espejo cóncavo, la imagen es mayor que el objeto si éste se sitúa entre el centro de curvatura y el foco o entre el foco y el espejo.

44. El tamaño de la imagen formada por una lente delgada convergente es igual al tamaño del objeto si éste se sitúa a una distancia de la lente igual al doble de la distancia focal de la lente. Si $s_1 = -2f_2$:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f_2}} = \frac{1}{\frac{1}{-2f_2} + \frac{1}{f_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2f_2}} = 2f_2$$

Entonces, el aumento lateral será:

$$A_L = \frac{s_2}{s_1} = \frac{2f_2}{-2f_2} = -1$$

Por tanto, la imagen será real, del mismo tamaño que el objeto e invertida.

45. Sí es posible distinguir por el tacto una lente convergente de otra lente divergente. Las lentes convergentes son más gruesas en su parte central que en los extremos, mientras que las lentes divergentes tienen los extremos más gruesos que su parte central.

46. *a)* **Cierto.** La imagen de una lente divergente es siempre virtual.

b) **Falso.** Lo que determina si una imagen es real o virtual es si ésta se forma por la intersección de los rayos luminosos o por la de sus prolongaciones. Un valor de $s_2 < 0$ en una lente indica que la imagen es virtual, sin embargo, en un espejo, indica que la imagen es real.

47. El objetivo de una cámara fotográfica no puede ser divergente, ya que la imagen que formaría sería virtual. El objetivo debe formar la imagen sobre la película, que se encuentra siempre detrás de la lente. Una lente divergente forma la imagen delante de ella, en el mismo lado de donde proceden los rayos del objeto (decimos que la imagen es virtual). Por tanto, nunca podría formar la imagen sobre la película fotográfica.

48. El aumento total de un microscopio compuesto es proporcional al intervalo óptico, distancia entre el foco posterior del objetivo y el foco anterior del ocular. Cuanto más largo sea el tubo, mayor será el intervalo óptico y, por tanto, mayor será el aumento.

49. La distancia focal de una lente con aberración cromática depende de la longitud de onda de la luz. Cuanto mayor es la longitud de onda, menor es la desviación y mayor la distancia focal. Por tanto, a la luz amarilla le corresponde una distancia focal mayor que a la luz azul, ya que su longitud de onda es mayor.

50. Un miope utiliza lentes divergentes porque su problema es que el punto lejano está a una distancia finita. Las lentes divergentes desvían los rayos procedentes de puntos lejanos de manera que la imagen que forma está más cerca que el objeto, y el ojo miope es capaz de enfocarla.

En cambio, el hipermétrope y el présbita son incapaces de enfocar objetos cercanos. La lente convergente, al formar la imagen más lejos que la posición del objeto, aleja la imagen y permite que el ojo la enfoque.

51. Datos: $r = 20$ cm; $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}33$; $y_1 = 10$ cm;

$s_1 = -100$ cm

a) Calculamos las distancias focales imagen f_2 y objeto f_1:

$$f_2 = r\,\frac{n_2}{n_2 - n_1};\quad f_2 = 20\text{ cm}\cdot\frac{1{,}33}{1{,}33-1} = 80{,}6\text{ cm}$$

$$f_2 = r\,\frac{n_2}{n_2 - n_1};\quad f_2 = 20\text{ cm}\cdot\frac{1{,}33}{1{,}33-1} = 80{,}6\text{ cm}$$

b) Hallamos la distancia a la que se forma la imagen, s_2, a partir de la ecuación de Gauss:

$$\frac{f_2}{s_2} + \frac{f_1}{s_1} = 1;\quad \frac{f_2}{s_2} = 1 - \frac{f_1}{s_1};\quad s_2 = \frac{f_2}{1 - \dfrac{f_1}{s_1}}$$

$$s_2 = \frac{80{,}6\text{ cm}}{1 - \dfrac{-60{,}6\text{ cm}}{-100\text{ cm}}} = 204{,}6\text{ cm}$$

c) Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral del sistema:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2};\quad y_2 = y_1\,\frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2}$$

$$y_2 = 10\text{ cm}\cdot\frac{204{,}6\text{ cm}\cdot 1}{-100\text{ cm}\cdot 1{,}33} = -15{,}4\text{ cm}$$

d) Observamos que la imagen es mayor que el objeto. El signo menos indica que la imagen aparece invertida y, como $s_2 > 0$, se forma por intersección de los rayos refractados convergentes y es real.

52. Datos: $r = -8$ cm (dioptrio cóncavo); $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}5$;

$y_1 = 4$ mm $= 0{,}4$ cm; $s_1 = -20$ cm

a) Hallamos la distancia a la que se forma la imagen, s_2, a partir de la ecuación fundamental:

$$\frac{n_2}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{r};\quad \frac{n_2}{s_2} = \frac{n_1}{s_1} + \frac{n_2 - n_1}{r}$$

$$s_2 = \frac{n_2}{\dfrac{n_1}{s_1} + \dfrac{n_2 - n_1}{r}}$$

$$s_2 = \frac{1{,}5}{\dfrac{1}{-20\text{ cm}} + \dfrac{1{,}5-1}{-8\text{ cm}}} = -13{,}3\text{ cm}$$

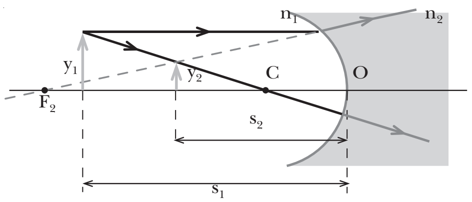
Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral del sistema:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2};\quad y_2 = y_1\,\frac{s_2\,n_1}{s_1\,n_2}$$

$$y_2 = 0{,}4\text{ cm}\cdot\frac{-13{,}3\text{ cm}\cdot 1}{-20\text{ cm}\cdot 1{,}5} = 0{,}18\text{ cm} = 1{,}8\text{ mm}$$

b) Para determinar gráficamente la posición de la imagen necesitamos calcular la distancia focal imagen del dioptrio:

$$f_2 = r\,\frac{n_2}{n_2 - n_1};\quad f_2 = -8\text{ cm}\,\frac{1{,}5}{1{,}5-1} = -24\text{ cm}$$



c) Como podemos observar en la figura, la imagen es virtual, menor que el objeto y derecha.

53. Datos: $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}33$; $s_1 = 250$ m

La superficie de separación del agua con el aire constituye un dioptrio plano, con $n_1 = 1$ y $n_2 = 1{,}33$. Por tanto:

$$s_2 = \frac{n_2}{n_1} s_1; \quad s_2 = \frac{1{,}33}{1} \cdot 250 \text{ m} = 332{,}5 \text{ m}$$

El buceador ve el avión a una altura de 332,5 m sobre el agua.

54. Datos: $d = 1{,}5$ m; $s_1 = 0{,}5$ m; $n_1 = 1{,}33$; $n_2 = 1$

Calculamos la profundidad aparente del pez respecto la superficie:

$$s_2 = \frac{n_2}{n_1} s_1; \quad s_2 = \frac{1}{1{,}33} \cdot 0{,}5 \text{ m} = 0{,}38 \text{ m}$$

Entonces, nosotros lo vemos a una distancia de:

$$s_2 + d = 0{,}38 \text{ m} + 1{,}5 \text{ m} = 1{,}88 \text{ m}$$

55. Datos: $r = -40$ cm (espejo cóncavo); $s_1 = -15$ cm

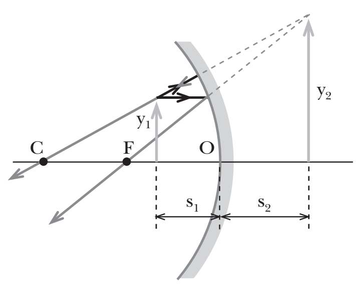
Calculamos la distancia focal del espejo:

$$f = \frac{r}{2}; \quad f = \frac{-40 \text{ cm}}{2} = -20 \text{ cm}$$

Hallamos la posición de nuestra imagen:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{-20 \text{ cm}} - \frac{1}{-15 \text{ cm}}} = 60 \text{ cm}$$



56. Datos: $y_1 = 3$ cm; $r = 10$ cm (espejo convexo); $s_1 = -10$ cm

Calculamos la distancia focal del espejo:

$$f = \frac{r}{2}; \quad f = \frac{10 \text{ cm}}{2} = 5 \text{ cm}$$

Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}$$

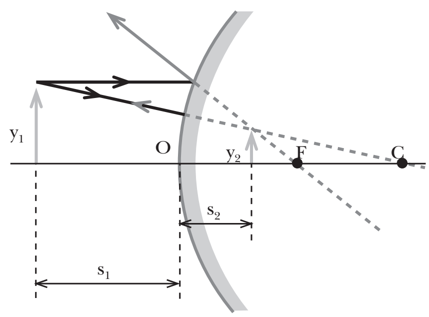
$$s_2 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{1}{5 \text{ cm}} - \frac{1}{-10 \text{ cm}}} = 3{,}33 \text{ cm}$$

Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{s_2}{s_1}; \quad y_2 = -y_1 \frac{s_2}{s_1}$$

$$y_2 = -3 \text{ cm} \cdot \frac{3{,}33 \text{ cm}}{-10 \text{ cm}} = 1 \text{ cm}$$

Observamos que la imagen es menor que el objeto y del mismo signo, por lo tanto, se encuentra derecha. Además, como $s_2 > 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados y es virtual.



57. Datos: espejo cóncavo, $r < 0$; $A_L = -3$; $s_2 = -10$ cm (imagen real)

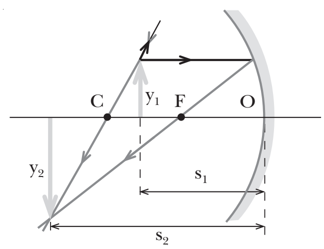
Determinamos la posición del objeto a partir del aumento lateral y la posición de la imagen:

$$A_L = -\frac{s_2}{s_1}; s_1 = -\frac{s_2}{A_L}; \quad s_1 = -\frac{-10 \text{ cm}}{-3} = -3{,}33 \text{ cm}$$

Hallamos ahora el radio de curvatura a partir de la ecuación fundamental de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{2}{r}$$

$$r = \frac{2}{\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1}}; \quad r = \frac{2}{\frac{1}{-10 \text{ cm}} + \frac{1}{-3{,}33 \text{ cm}}} = -5 \text{ cm}$$



58. Datos: $f_2 = 8$ cm (lente convergente)

a) $s_1 = -32$ cm

Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{s_2}-\frac{1}{s_1};\quad \frac{1}{s_2}=\frac{1}{s_1}+\frac{1}{f_2}$$

$$s_2=\frac{1}{\dfrac{1}{s_1}+\dfrac{1}{f_2}};\quad s_2=\frac{1}{\dfrac{1}{-32\text{ cm}}+\dfrac{1}{8\text{ cm}}}=10{,}7\text{ cm}$$

Determinamos el aumento lateral:

$$A_L=\frac{s_2}{s_1};\quad A_L=\frac{10{,}7\text{ cm}}{-32\text{ cm}}=-0{,}33$$

Por ser $s_2 > 0$, la imagen se forma por intersección de los rayos emergentes y es real. Como el aumento lateral es menor que la unidad en valor absoluto y negativo, la imagen será menor que el objeto e invertida.

b) $s_1 = -6$ cm

Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{s_2}-\frac{1}{s_1};\quad \frac{1}{s_2}=\frac{1}{s_1}+\frac{1}{f_2}$$

$$s_2=\frac{1}{\dfrac{1}{s_1}+\dfrac{1}{f_2}};\quad s_2=\frac{1}{\dfrac{1}{-6\text{ cm}}+\dfrac{1}{8\text{ cm}}}=-24\text{ cm}$$

Determinamos el aumento lateral:

$$A_L=\frac{s_2}{s_1};\quad A_L=\frac{-24\text{ cm}}{-6\text{ cm}}=4$$

Por ser $s_2 < 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos emergentes y es virtual. Como el aumento lateral es mayor que la unidad en valor absoluto y positivo, la imagen será mayor que el objeto y derecha.

59. Datos: lente planoconvexa, $r_1 = 12{,}5$ cm, $r_2 = \infty$; $s_1 = -50$ cm; $A_L = 1$

a) En una lente convergente, la imagen es de igual tamaño que el objeto si éste se sitúa a una distancia igual al doble de la distancia focal. Por tanto:

$$f_1=\frac{s_1}{2}=\frac{-50\text{ cm}}{2}=-25\text{ cm};\quad f_2=-f_1=25\text{ cm}$$

b) Determinamos la potencia de la lente:

$$P=\frac{1}{f_2};\quad P=\frac{1}{0{,}25\text{ m}}=+4\text{ diop.}$$

c) Hallamos el índice de refracción del vidrio de la lente a partir de la ecuación del fabricante de lentes:

$$\frac{1}{f_2}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{\infty}\right)=\frac{n-1}{r_1}$$

$$\frac{r_1}{f_2}=n-1;\quad n=1+\frac{r_1}{f_2};\quad n=1+\frac{12{,}5\text{ cm}}{25\text{ cm}}=1{,}5$$

60. Datos: $y_1 = 2$ cm; $P = 5$ dioptrías; $s_2 = 2$ m

a) Determinamos la posición del objeto, teniendo en cuenta que $P=\dfrac{1}{f_2}$:

$$P=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{s_2}-\frac{1}{s_1};\quad \frac{1}{s_1}=\frac{1}{s_2}-P$$

$$s_1=\frac{1}{\dfrac{1}{s_2}-P};\quad s_1=\frac{1}{\dfrac{1}{2\text{ m}}-5}=-0{,}222\text{ m}=-22{,}2\text{ cm}$$

b) Hallamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral del sistema:

$$A_L=\frac{y_2}{y_1}=\frac{s_2}{s_1};\quad y_2=y_1\,\frac{s_2}{s_1}$$

$$y_2=2\text{ cm}\cdot\frac{200\text{ cm}}{-22{,}2\text{ cm}}=-18\text{ cm}$$

61. Datos: f = 8 cm = 0,08 m

Hallamos el aumento de la lupa cuando el ojo está relajado, sin acomodación:

$$A_A=\frac{0{,}25\text{ m}}{f};\quad A_A=\frac{0{,}25\text{ m}}{0{,}08\text{ m}}=3{,}1$$

62. Datos: punto remoto = 2,5 m

a) Si la persona no ve claramente los objetos situados más allá de 2,5 m, sufre miopía.

b) Debe usar lentes de forma que los objetos situados en el infinito, $s_1 = -\infty$, tengan su imagen respecto a la lente en el punto remoto de la persona, $s_2 = -2{,}5$ m. Imponemos esta condición para hallar la distancia focal de las lentes que debe usar esta persona:

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{s_2}-\frac{1}{s_1}$$

$$f_2=\frac{1}{\dfrac{1}{s_2}-\dfrac{1}{s_1}};\quad f_2=\frac{1}{\dfrac{1}{-2{,}5\text{ m}}-\dfrac{1}{-\infty}}=-2{,}5\text{ m}$$

c) La distancia focal es negativa. Se trata, por tanto, de lentes divergentes.

d) Calculamos la potencia:

$$P=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{-2{,}5\text{ m}}=-0{,}4\text{ diop.}$$

63. Datos: punto próximo = 80 cm

a) Si una persona tiene su punto próximo a 80 cm, no puede enfocar objetos situados más cerca de sus ojos que esta distancia. Por tanto, no podrá leer a 25 cm.

b) Para leer a 25 cm necesita unas lentes convergentes. La imagen de un objeto situado a 25 cm debe formarse a una distancia de 80 cm delante de la lente, en el punto próximo del présbita. Determinamos la potencia necesaria para ello:

$$P=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{s_2}-\frac{1}{s_1}$$

$$P=\frac{1}{-0{,}80\text{ m}}-\frac{1}{-0{,}25\text{ m}}=+2{,}75\text{ diop.}$$

64. Datos: $f_2 = 0{,}4$ m; $n_{aire} = 1$; $n = 1{,}52$; $n_1 = 1{,}33$

Calculamos la longitud focal, f_2', de la lente en el agua a partir de la deducción de la ecuación fundamental de las lentes delgadas para este caso, en función de su distancia focal en el aire.

— La ecuación fundamental del dioptrio para el primero de los que componen la lente es:

$$\frac{n}{s'} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n - n_1}{r_1}$$

donde s' es la posición de la imagen respecto al primer dioptrio, s_1 la distancia objeto y r_1 el radio del dioptrio.

— La imagen respecto al primer dioptrio es objeto para el segundo. Por tanto, la ecuación fundamental del segundo dioptrio se escribe:

$$\frac{n_1}{s_2} - \frac{n}{s'} = \frac{n_1 - n}{r_2}$$

donde s_2 es distancia imagen, s' es la distancia objeto y r_2 el radio del dioptrio.

— Sumamos ambas ecuaciones:

$$\frac{n_1}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = (n - n_1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$n_1\left(\frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}\right) = (n - n_1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

— Para hallar f_2' imponemos que $s_2 = f_2$' cuando $s_1 = -\infty$:

$$n_1\left(\frac{1}{f_2'} - \frac{1}{-\infty}\right) = (n - n_1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{n - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{n - n_1}{n_1\,(n-1)}\,(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{n - n_1}{n_1\,(n-1)}\,\frac{1}{f_2}; \quad f_2' = \frac{n_1\,(n-1)}{n - n_1}\,f_2$$

$$f_2' = \frac{1{,}33 \cdot (1{,}52 - 1)}{1{,}52 - 1{,}33} \cdot 0{,}4\ \text{m} = 1{,}46\ \text{m}$$

65. Datos: lente biconvexa, $n = 1{,}5$; $r_1 = 0{,}1$ m; $r_2 = -0{,}2$ m

a) Hallamos la distancia focal de la lente:

$$\frac{1}{f_2} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right); \quad f_2 = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$f_2 = \frac{1}{(1{,}5 - 1)\left(\frac{1}{0{,}1\ \text{m}} - \frac{1}{-0{,}2\ \text{m}}\right)} = 0{,}133\ \text{m} = 13{,}3\ \text{cm}$$

b) Si damos la vuelta a la lente, los radios cambiarán de signo, ya que mantendremos el mismo convenio. Pero además, cambiarán de orden, de forma que ahora $r_1 = 0{,}2$ m y $r_2 = -0{,}1$ m. Entonces:

$$\frac{1}{f_2} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right); \quad f_2 = \frac{1}{(n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

$$f_2 = \frac{1}{(1{,}5 - 1)\left(\frac{1}{0{,}2\ \text{m}} - \frac{1}{-0{,}1\ \text{m}}\right)} = 0{,}133\ \text{m} = 13{,}3\ \text{cm}$$

66. Datos: punto próximo = 10 cm; punto remoto = 6 m

a) Para ver el infinito sin acomodación necesita una lente que lo acerque hasta el punto remoto del ojo:

$$s_1 = -\infty \text{ y } s_2 = -6\ \text{m}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-6\ \text{m}} - \frac{1}{-\infty} = \frac{1}{-6\ \text{m}}$$

$$f_2 = -6\ \text{m}$$

Necesita una lente divergente (focal negativa) con una distancia focal de 6 m.

b) Calculamos el desplazamiento de la imagen si el objeto se mueve desde el infinito hasta 6 m del ojo:

$$s_1 = -\infty \Rightarrow s_2 = -6\ \text{m}$$

$$s_1' = -6\ \text{m} \Rightarrow \frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_1'}; \quad \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{s_1'}$$

$$s_2' = \frac{1}{\frac{1}{f_2} + \frac{1}{s_1'}}; \quad s_2' = \frac{1}{\frac{1}{-6\ \text{m}} + \frac{1}{-6\ \text{m}}} = -3\ \text{m}$$

Por tanto, el desplazamiento de la imagen es desde los 6 m hasta los 3 m.

c) El punto próximo del ojo con la lente será aquella posición del objeto cuya imagen se forma sobre el punto próximo del ojo sin la lente; $s_2 = -10$ cm:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_1} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{f_2}; \quad s_1 = \frac{1}{\frac{1}{s_2} - \frac{1}{f_2}}$$

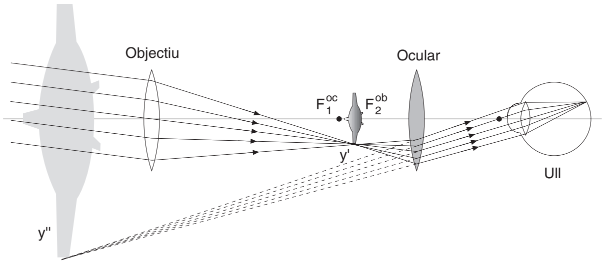
$$s_1 = \frac{1}{\frac{1}{-10\ \text{cm}} - \frac{1}{-600\ \text{cm}}} = -10{,}2\ \text{cm} = -0{,}102\ \text{m}$$

El punto próximo del ojo con la lente se encuentra a 0,102 m del ojo. Casi no experimenta variación.

67. Los telescopios son instrumentos ópticos que se utilizan para observar objetos muy distantes, fundamentalmente estrellas y otros cuerpos celestes.

Existen dos tipos de telescopios: los telescopios de refracción y los telescopios de reflexión.

— El telescopio de refracción consta de dos lentes: el objetivo y el ocular. El objetivo debe ser una lente de gran tamaño para recoger la máxima cantidad de luz y de gran distancia focal. Los rayos paralelos procedentes de un objeto situado a distancia infinita se refractan en el objetivo produciendo una imagen real y' situada en el foco del objetivo F_2^{ob}, que está entre el ocular y su foco anterior F_1^{oc}. El ocular actúa como amplificador produciendo una imagen virtual y ampliada y".



— El telescopio de reflexión utiliza como objetivo un espejo cóncavo, generalmente parabólico, en lugar de una lente. Este tipo de telescopio es más utilizado que el de refracción porque es más fácil y económico fabricar grandes espejos que grandes lentes. Además, no presenta aberración esférica ni aberración cromática y, puesto que los rayos luminosos no tienen que atravesar ninguna lente, la absorción de radiación de longitudes de onda cortas es prácticamente nula. En cambio, su principal inconveniente es que la imagen resulta mal enfocada cuando el objeto no se encuentra en una dirección muy próxima al eje óptico, defecto llamado aberración de coma.

COMPRUEBA LO QUE HAS APRENDIDO (pág. 291)

1. Convenio de signos para el dioptrio esférico:

   a) Las distancias objeto e imagen son positivas a la derecha del polo del dioptrio y negativas a su izquierda.

   b) El radio de curvatura del dioptrio es positivo cuando el centro de curvatura se encuentra a la derecha del dioptrio y negativo en caso contrario.

   c) El ángulo que forma un rayo con el eje del dioptrio o eje óptico es positivo si para hacerlo coincidir con el eje por el camino más corto ha de girar en sentido antihorario. Es negativo en caso contrario.

2. Ecuación fundamental del dioptrio esférico:

$$\frac{n_2}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

r: radio del dioptrio esférico.

n_1: índice de refracción del medio situado a la izquierda.

n_2: índice de refracción del medio situado a la derecha.

s_1: distancia objeto, distancia del objeto al polo del dioptrio.

s_2: distancia imagen, distancia de la imagen desde el polo del dioptrio.

La ecuación del dioptrio plano se deduce suponiendo que $r = \infty$:

$$\frac{n_2}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n_2 - n_1}{r} = \frac{n_2 - n_1}{\infty} = 0; \quad \frac{n_2}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = 0$$

Para deducir la ecuación del espejo plano se impone $n_1 = n$ y $n_2 = -n$:

$$\frac{n_2}{s_2} - \frac{n_1}{s_1} = 0; \quad \frac{n}{s_2} = -\frac{n}{s_1}; s_2 = -s_1$$

3. Si un sistema óptico tiene aumento lateral negativo, la imagen final está invertida. Si el aumento es positivo, la imagen está derecha. Si dicho aumento es menor que la unidad en valor absoluto, la imagen es menor que el objeto.

4. Ecuación fundamental de las lentes:

$$\frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

r_1: radio de la primera superficie de la lente.

r_2: radio de la segunda superficie de la lente.

n: índice de refracción del medio situado entre las dos superficies.

s_1: distancia objeto, distancia del objeto al centro óptico de la lente.

s_2: distancia imagen, distancia de la imagen al centro óptico de la lente.

La ecuación del fabricante de lentes se deduce imponiendo que para el objeto situado en $s_1 = -\infty$ la imagen se forma en el foco imagen, $s_2 = f_2$:

$$\frac{1}{f_2} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right); \quad \frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}$$

5. Datos: $|r| = 20$ cm; $s_1 = -15$ cm; $y_1 = 0{,}8$ cm

   a) Espejo cóncavo, r = –20 cm. Hallamos la posición de la imagen:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{2}{r}; \quad \frac{1}{s_2} = \frac{2}{r} - \frac{1}{s_1}$$

$$s_2 = \frac{1}{\frac{2}{r} - \frac{1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{1}{\frac{2}{-20\text{ cm}} - \frac{1}{-15\text{ cm}}} = -30\text{ cm}$$

   Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

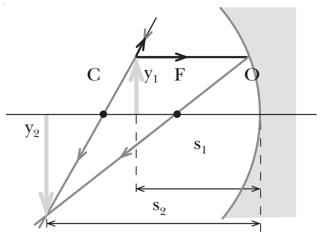
$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{s_2}{s_1}; \quad y_2 = -y_1\frac{s_2}{s_1}$$

$$y_2 = -0{,}8\text{ cm} \cdot \frac{-30\text{ cm}}{-15\text{ cm}} = -1{,}6\text{ cm}$$

   La imagen es mayor que el objeto. El signo menos indica que la imagen aparece invertida y, como $s_2 < 0$, se forma por intersección de los rayos reflejados convergentes y es real.

   Para dibujar el diagrama de rayos necesitamos calcular la distancia focal del espejo:

$$f = \frac{r}{2}; \quad f = \frac{-20\text{ cm}}{2} = -10\text{ cm}$$



b) Si el espejo es convexo, r = 20 cm. Entonces:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_1} = \frac{2}{r}$$

$$s_2 = \frac{1}{\dfrac{2}{r} - \dfrac{1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{1}{\dfrac{2}{20\text{ cm}} - \dfrac{1}{-15\text{ cm}}} = 6\text{ cm}$$

Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral:

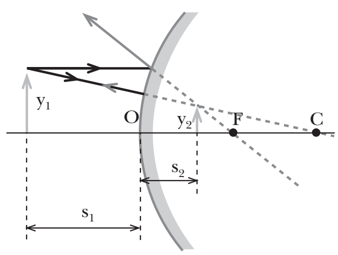
$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{s_2}{s_1}; \quad y_2 = -y_1\frac{s_2}{s_1}$$

$$y_2 = -0{,}8\text{ cm}\cdot\frac{6\text{ cm}}{-15\text{ cm}} = 0{,}32\text{ cm}$$

La imagen es menor que el objeto y del mismo signo, por lo tanto, se encuentra derecha. Además, como $s_2 > 0$, la imagen se forma por intersección de las prolongaciones de los rayos reflejados y es virtual. Esto siempre es así en el espejo convexo.

Para dibujar el diagrama de rayos necesitamos calcular la distancia focal del espejo:

$$f = \frac{r}{2}; \quad f = \frac{20\text{ cm}}{2} = 10\text{ cm}$$



6. Datos: y_1 = 2 cm; d = 3 m; y_2 = –0,5 m = –50 cm

   a) Para obtener una imagen real sobre la pantalla debemos utilizar una lente convergente. Como, además, queremos que la imagen sea mayor, es necesario situar el objeto entre el foco y una distancia igual al doble de la distancia focal. En este caso la imagen siempre está invertida. Por tanto, y_2 = –50 cm.

   La lente se situará entre la diapositiva y la pantalla. Por tanto, si situamos la lente a una distancia x de la pantalla, s_1 = x – d y s_2 = x. Entonces, si imponemos el aumento deseado:

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2}{s_1}; \quad \frac{-50\text{ cm}}{2\text{ cm}} = \frac{x}{x - 300\text{ cm}}$$

$$-25\cdot(x - 300\text{ cm}) = x$$

$$26x = 7\,500\text{ cm}; \quad x = \frac{7\,500\text{ cm}}{26} = 287{,}5\text{ cm}$$

   Por tanto, debemos situar la lente a 287,5 cm de la pantalla.

   b) Calculamos la potencia de la lente:

$$s_2 = x = 287{,}5\text{ cm} = 2{,}875\text{ m}$$

$$s_1 = x - d;\ s_1 = 2{,}875\text{ m} - 3\text{ m} = -0{,}115\text{ m}$$

$$P = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}$$

$$P = \frac{1}{2{,}875\text{ m}} - \frac{1}{-0{,}115\text{ m}} = +9\text{ diop.}$$

7. Datos: P = 10 dioptrías; s_1 = –2 m

   Los objetivos de las cámaras fotográficas deben ser lentes convergentes para que la imagen formada sea real. Por tanto, la potencia y la distancia focal son positivas.

   Determinamos la distancia a la que se forma la imagen:

$$P = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1}; \quad \frac{1}{s_2} = P + \frac{1}{s_1}$$

$$s_2 = \frac{1}{P + \dfrac{1}{s_1}}; \quad s_2 = \frac{1}{10\text{ m}^{-1} + \dfrac{1}{-2\text{ m}}} = 0{,}105\text{ m} = 10{,}5\text{ cm}$$

   Debemos situar la película a 10,5 cm del centro óptico del objetivo.