

## 15.1. EL DESCUBRIMIENTO DE LA RADIOACTIVIDAD

1. **Hace algunas décadas, a las emisiones radiactivas se las denominaba rayos  $\alpha$ , rayos  $\beta$  y rayos  $\gamma$ . ¿Es correcta esta denominación? ¿Por qué?**

La denominación no es adecuada. Normalmente, se denominan “rayos” las emisiones electromagnéticas, en especial, la emisión en las frecuencias del espectro visible.

En este caso, las emisiones  $\alpha$  y  $\beta$  son emisiones de partículas o conjuntos de partículas atómicas conocidas: núcleos del isótopo 4 del helio (una partícula), en el caso de la partícula  $\alpha$ , y un electrón, en el caso de la emisión  $\beta^-$ , o un positrón, si se trata de una emisión  $\beta^+$ .

Por el contrario, los rayos gamma sí hacen referencia a una emisión que tiene esas características, ya que la radiación gamma forma parte del espectro electromagnético, estando situada en la zona más energética (de mayor frecuencia) de este.

2. **¿Qué conclusión podemos obtener con respecto a la relación que existe entre la masa y la carga de las partículas alfa y de las partículas beta?**

Las partículas  $\alpha$  y  $\beta$  se curvan debido a la acción del campo eléctrico que se aplica. Como se aprecia en la figura del libro del alumno, el vector intensidad de campo eléctrico es perpendicular a la dirección en que se desplazan las partículas.

Las partículas  $\beta$  se curvan más que las partículas  $\alpha$ , porque la relación  $m/q$  es menor en las partículas  $\beta$  que en las  $\alpha$ .

3. **Busca información acerca de los primeros detectores utilizados para “visualizar” la trayectoria de la radiación emitida por una muestra radiactiva.**

Se pretende con esta actividad que el alumno amplíe sus conocimientos, si el profesor lo estima procedente, buscando información en internet, enciclopedias, etc., sobre la cámara de niebla, la cámara de burbujas, los primeros detectores geiger, etc.

4. **Indica la composición nuclear de los siguientes núcleos de elementos químicos:**



La composición nuclear es la que se incluye en la siguiente tabla:

Núcleo	Protones	Neutrones	Electrones
${}^{12}_6\text{C}$	6	6	6
${}^{14}_6\text{C}$	6	8	6
${}^{14}_7\text{N}$	7	7	7
${}^{16}_8\text{O}$	8	8	8
${}^{40}_{20}\text{Ca}$	20	20	20

## 15.2. EL NÚCLEO ATÓMICO

1. **Calcula la equivalencia que existe entre la unidad de masa atómica (u) y la unidad internacional de masa (kg).**

La uma (u) se define como la doceava parte de la masa de un átomo del isótopo 12 del carbono:

$$1 \text{ u} = \frac{m_{12\text{C}}}{12}$$

Como la masa de un mol de átomos de carbono-12 es de 12 g, y en él hay  $N_A$  átomos de isótopo, la masa de un átomo de isótopo es:

$$m_{12\text{C}} = \frac{12 \text{ g}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos}} = 1,99 \cdot 10^{-23} \text{ g/átomo} = 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg/átomo}$$

Por tanto, la equivalencia entre la unidad de masa atómica y el kilogramo es:

$$1 \text{ u} = \frac{m_{12\text{C}}}{12} = \frac{1,99 \cdot 10^{-26}}{12} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

2. **Calcula la masa atómica promedio del cadmio ( $Z = 48$ ), del que se conocen ocho isótopos estables, de números másicos 106, 108, 110, 111, 112, 113, 114 y 116, si sus abundancias isotópicas respectivas son: 1,215%, 0,875%, 12,39%, 12,75%, 24,07%, 12,26%, 28,86% y 7,58%.**

**Compara el resultado obtenido con el valor que figura en la tabla periódica.**

Para hallar la masa atómica promedio, calculamos la media ponderada para el conjunto de isótopos:

$$\begin{aligned} A_{\text{media}} &= \sum_{i=1}^8 A_i \cdot X_i \\ A_{\text{media}} &= 106 \cdot 0,01215 + 108 \cdot 0,00875 + 110 \cdot 0,1239 + \\ &\quad + 111 \cdot 0,1275 + 112 \cdot 0,2407 + 113 \cdot 0,1226 + \\ &\quad + 114 \cdot 0,2886 + 116 \cdot 0,0758 = 112,5198 \text{ u} \end{aligned}$$

3. **Busca información acerca de los dos isótopos conocidos del hidrógeno, denominados deuterio y tritio, respectivamente.**

En estado natural, los elementos químicos que podemos encontrar en la naturaleza son una mezcla de varios isótopos, que se encuentran en determinadas proporciones. En una muestra de hidrógeno están presentes tres isótopos. El protio (formado por un protón) es el más abundante. En una proporción mucho menor está el deuterio (formado por un protón y un neutrón) y, con una mínima presencia, se encuentra el tritio (compuesto por un protón y dos neutrones).

4. **El boro, cuya masa atómica es 10,811 u, es una mezcla de dos isótopos cuyos números másicos son 10 y 11 u, respectivamente. Calcula la abundancia isotópica de cada uno de ellos en la naturaleza.**

La masa atómica promedio del boro es:

$$A_{\text{media}} = \sum_{i=1}^2 A_i \cdot X_i = 10,811 \text{ u}$$

Es decir:

$$A_{\text{media}} = 10 \cdot x + 11 \cdot y = 10,811 \text{ u}$$

En la expresión anterior,  $x$  es la abundancia isotópica del isótopo de número másico 10, e  $y$  la que corresponde al isótopo de número másico 11. La relación entre ambos es:

$$x + y = 1 \rightarrow y = 1 - x$$

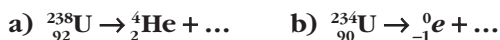
Por tanto:

$$10,811 = 10 \cdot x + 11 \cdot (1 - x) \rightarrow x = 0,189 \rightarrow 18,9\%; y = 1 - x = 1 - 0,189 = 0,811 \rightarrow 81,1\%$$

En consecuencia, la abundancia isotópica que corresponde a los isótopos del boro de número másico 10 y 11 es de 18,9% y 81,1%, respectivamente.

### 15.3. PROCESOS RADIATIVOS. LEYES DE SODDY Y FAJANS

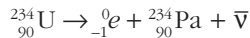
1. Aplica las leyes de Soddy-Fajans a las siguientes transformaciones radiactivas e identifica, con la tabla periódica, el elemento producido:



a) La reacción nuclear se corresponde con una desintegración  $\alpha$ :



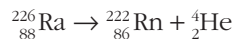
b) En este caso tenemos una desintegración  $\beta^-$ :



2. Completa las siguientes ecuaciones de transmutación:



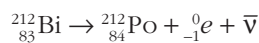
a) La reacción nuclear se corresponde con una desintegración  $\alpha$ :



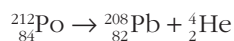
b) En este caso tenemos una desintegración  $\beta^-$ :



c) Tenemos, de nuevo, una desintegración  $\beta^-$ :



d) La reacción nuclear se corresponde con una desintegración  $\alpha$ :



## 15.4. ESTABILIDAD NUCLEAR

### 1. Idea un modelo para representar la interacción de neutrones y protones en un núcleo atómico, mediante el intercambio de mesones.

Esta actividad puede ser planteada por el profesor o profesora, si lo estima procedente, para analizar, con carácter previo al estudio de este epígrafe, la idea que tienen los alumnos y alumnas sobre la estabilidad del núcleo.

### 2. El modelo de Yukawa, según el cual la fuerza nuclear fuerte se explica como un intercambio de mesones entre las partículas que forman el núcleo atómico, no supone inestabilidad de este. ¿Puedes explicarlo?

La mediación de un mesón entre, por ejemplo, un protón y un neutrón, supone una transformación de protón en neutrón, o viceversa: cuando un protón emite un mesón positivo, pierde su carga y se convierte en un neutrón; del mismo modo, si un neutrón capta un mesón positivo, se convierte en protón. Por su parte, cuando un neutrón emite un mesón negativo, se transforma en protón, y si un protón capta dicho mesón, se convierte en neutrón. Estas transformaciones no producen inestabilidad, ya que el número total de protones y neutrones en el núcleo no se modifica. Precisamente, este intercambio es la causa de la elevada estabilidad nuclear.

### 3. Compara las características de las cuatro interacciones que existen en la naturaleza: gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil.

Gravitatoria	Macrocosmos	Atractiva	La más débil	Entre partículas con masa
Nuclear débil	Microcosmos ( $10^{-15}$ m)	Atractiva o repulsiva	Débil	Responsable de la radiactividad natural
Electromagnética	Macrocosmos	Atractiva o repulsiva	Fuerte	Entre partículas con masa
Nuclear fuerte	Microcosmos ( $10^{-15}$ m)	Atractiva o repulsiva	La más fuerte	Entre quarks

## 15.5. DEFECTO DE MASA Y ENERGÍA DE ENLACE

### 1. Teniendo en cuenta las masas que corresponden a protón, neutrón y electrón, que se recogen en la tabla de la página anterior, calcula:

- El defecto de masa que se produce al formarse un átomo de helio a partir de las partículas que lo constituyen. (Masa atómica del helio = 4,003 u).
- La energía que se libera al formarse un átomo de helio.

a) Un átomo de helio está formado por dos protones y dos neutrones. Por tanto:

$$\Delta m = m_{\text{nucleones}} - m_{\text{helio}} = 2 \cdot 1,007276 + 2 \cdot 1,008665 - 4,003 = 0,028882 \text{ u}$$

b) La energía equivalente al defecto de masa calculado coincide con la energía que se desprende al formarse un núcleo a partir de protones y neutrones en estado libre o, lo que es lo mismo, coincide con la energía que hay que suministrar para desintegrar el núcleo en sus componentes. De acuerdo con la relación de Einstein, y teniendo en cuenta que  $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , la energía que se libera al formarse un átomo de helio es:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0,028882 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 4,31 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 26,97 \text{ MeV}$$

NOTA: en el cálculo no se ha tenido en cuenta la contribución de los electrones.

**2. El oxígeno-16 tiene una masa atómica de 15,995 u. Calcula la energía que se desprende cuando se forma un átomo de oxígeno a partir de las partículas que lo constituyen.**

Un átomo de oxígeno-16 está formado por 8 protones y 8 neutrones. El defecto de masa que corresponde a la formación de un átomo de oxígeno-16 es:

$$\Delta m = m_{\text{nucleones}} - m_{\text{oxígeno-16}} = 8 \cdot 1,007276 + 8 \cdot 1,008665 - 15,995 = 0,132528 \text{ u}$$

$$\Delta m = 0,132528 \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 2,1999 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$

La energía que se desprende, de acuerdo con la relación de Einstein es:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 2,1999 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,98 \cdot 10^{-11} \text{ J} = 123,75 \text{ MeV}$$

**3. Las masas que corresponden a los isótopos  $^{12}\text{C}$  y  $^{13}\text{C}$  son, respectivamente, 12,000 y 13,003 u. Determina cuál de los dos es más estable; es decir, a cuál de los dos le corresponde mayor energía de enlace por nucleón.**

El defecto de masa que corresponde a la formación de un núcleo de isótopo  $^{12}\text{C}$ , formado por 6 protones y 6 neutrones, es:

$$\begin{aligned} \Delta m_{^{12}\text{C}} &= m_{\text{nucleones}_{^{12}\text{C}}} - m_{^{12}\text{C}} = 6 \cdot 1,007276 + 6 \cdot 1,008665 - 12,000 = \\ &= 0,095646 \text{ u} = 1,5877 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \end{aligned}$$

Y la energía de enlace por nucleón que le corresponde:

$$E_{n_{^{12}\text{C}}} = \frac{\Delta m_{^{12}\text{C}} \cdot c^2}{A} = \frac{1,5877 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{12} = 1,191 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 7,44 \cdot 10^6 \text{ MeV}$$

El defecto de masa que corresponde a la formación de un núcleo de  $^{13}\text{C}$ , formado por 6 protones y 7 neutrones, es:

$$\begin{aligned} \Delta m_{^{13}\text{C}} &= m_{\text{nucleones}_{^{13}\text{C}}} - m_{^{13}\text{C}} = 6 \cdot 1,007276 + 7 \cdot 1,008665 - 13,003 = 0,101311 \text{ u} = \\ &= 1,6818 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \end{aligned}$$

Y la energía de enlace por nucleón que le corresponde:

$$E_{n_{^{13}\text{C}}} = \frac{\Delta m_{^{13}\text{C}} \cdot c^2}{A} = \frac{1,6818 \cdot 10^{-28} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{13} = 1,1643 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 7,28 \cdot 10^6 \text{ MeV}$$

Como  $E_{n_{^{12}\text{C}}} > E_{n_{^{13}\text{C}}}$ , el isótopo  $^{12}\text{C}$  es más estable que el isótopo  $^{13}\text{C}$ .

#### 4. Justifica el hecho de que los elementos de número másico elevado tengan menor estabilidad que los de número másico medio (próximo a 56 u).

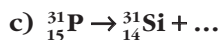
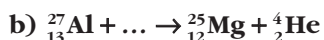
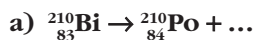
La disminución progresiva de la estabilidad nuclear al aumentar el número másico se puede interpretar teniendo en cuenta el pequeño radio de acción de las fuerzas nucleares, lo que supone que, en los núcleos pesados, cada nucleón solo puede estar unido a los más próximos, de manera que no es posible tener una “unión global” de todos los nucleones, sino una especie de “unión en cadena”.

Hay que tener en cuenta, además, que al aumentar el número atómico aumentan las fuerzas de repulsión entre protones, por lo que los núcleos también resultan menos estables y son necesarios muchos más neutrones para contrarrestar estas fuerzas. Ello explica que los núcleos más pesados, como el  $^{238}\text{U}$ , tiendan a dividirse, dada su menor estabilidad, liberando energía en el proceso. Dicho proceso se denomina **fisión nuclear**.

Del mismo modo, los núcleos más ligeros, que también son menos estables, liberarán energía al unirse entre ellos, en un proceso que se denomina **fusión nuclear**.

## 15.6. CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

### 1. Completa los procesos nucleares que se indican. Añade el correspondiente neutrino o antineutrino en los casos en que sea necesario para que se cumplan las leyes de conservación de la energía, momento lineal y momento angular:



a) Al aplicar las leyes de conservación de la masa y de la carga al siguiente proceso:



resulta para el número másico:

$$210 + A = 210 \rightarrow A = 0$$

y para el número atómico:

$$83 = 84 + Z \rightarrow Z = -1$$

El par  $(Z, A) = (-1, 0)$  corresponde a un electrón. Se trata, por tanto, de una desintegración tipo  $\beta^-$ :



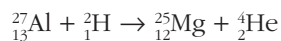
b) Al aplicar las leyes de conservación de la masa y de la carga, obtenemos para el número másico:

$$27 + A = 25 + 4 \rightarrow A = 2$$

y para el número atómico:

$$13 + Z = 12 + 2 \rightarrow Z = 1$$

El par  $(Z, A) = (1, 2)$  corresponde a un átomo de deuterio, que es un isótopo del hidrógeno ( ${}^2\text{H}$ ). Por tanto:



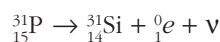
- c) Al aplicar las leyes de conservación de la masa y de la carga, obtenemos ahora para el número másico:

$$31 + A = 31 \rightarrow A = 0$$

y para el número atómico:

$$15 = 14 + Z \rightarrow Z = +1$$

El par  $(Z, A) = (+1, 0)$  corresponde a un positrón. Se trata, por tanto, de una desintegración tipo  $\beta^+$ , de forma que:



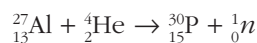
- d) Al aplicar las leyes de conservación de la masa y de la carga, resulta para el número másico:

$$27 + 4 = 30 + A \rightarrow A = 1$$

y para el número atómico:

$$13 + 2 = 15 + Z \rightarrow Z = 0$$

El par  $(Z, A) = (0, 1)$  corresponde a un neutrón. Por tanto:



## 2. ¿Por qué se tardó tanto tiempo en descubrir el neutrino?

Los neutrinos son partículas elementales sin carga eléctrica y con una masa, según los últimos indicios, muy pequeña, que interactúan con el resto de partículas mediante la fuerza nuclear débil y la todavía más débil fuerza gravitatoria. Debido a ello, son capaces de atravesar la materia con más facilidad de la que un fotón que atraviesa el aire. Estas características hacen del neutrino la partícula más difícil de detectar.

De hecho, desde que Pauli predijo su existencia, en 1930, hasta que Clyde Cowan y Fred Reines consiguieron detectar, en 1956, los neutrinos emitidos desde un reactor nuclear, pasaron más de 25 años. Fred Reines recibió por ello el Nobel de física.

## 15.7. CARACTERÍSTICAS DE LOS PROCESOS RADIATIVOS

1. El período de semidesintegración del uranio-234 es  $2,48 \cdot 10^5$  años. Calcula:

a) Su vida media.

b) La proporción en que se ha reducido la actividad de una muestra de  ${}^{234}\text{U}$  al cabo de ese tiempo.

- a) La vida media que corresponde al uranio-234 es:

$$\tau = \frac{T}{\ln 2} = \frac{2,48 \cdot 10^5}{0,693} = 3,58 \cdot 10^5 \text{ años}$$

b) De acuerdo con la ley de la desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Donde:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = 2,79 \cdot 10^{-6} \text{ años}^{-1}$$

Se obtiene:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow N = N_0 \cdot \frac{x}{100} \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow x = 100 \cdot e^{-\lambda t} = 100 \cdot e^{-2,79 \cdot 10^{-6} \cdot 2,48 \cdot 10^5} = 50\%$$

**2. El período de semidesintegración de un elemento radiactivo, que se desintegra emitiendo partículas alfa, es de 28 años.**

**a) Calcula el tiempo que tiene que transcurrir para que la cantidad de dicho elemento se reduzca al 75% de la que había inicialmente en una muestra.**

**b) En cierto instante tenemos una muestra de 0,1 mg de átomos radiactivos. ¿Qué cantidad de átomos de helio se formará por unidad de tiempo en ese instante?**

**Datos: Constante de Avogadro =  $6,022 \cdot 10^{23}$**

**Masa atómica del elemento = 238 u**

a) De acuerdo con la ley de la desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Donde:

$$N = 0,75 \cdot N_0$$

$$t = 28 \text{ años}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{28} = 0,02476 \text{ años}^{-1}$$

Se obtiene el tiempo,  $t$ :

$$t = \frac{\ln \frac{N}{N_0}}{\lambda} = \frac{\ln \frac{0,75 \cdot N_0}{N_0}}{-0,02476} = 11,62 \text{ años}$$

b) El enunciado del problema pregunta el número de átomos que se desintegran por unidad de tiempo, esto es, la actividad de la muestra:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N$$

La cantidad de sustancia de muestra que tenemos es:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{238} = 4,2 \cdot 10^{-7} \text{ mol de uranio-238}$$



El número de átomos de uranio-238,  $N$ , es:

$$N = 4,2 \cdot 10^{-7} \text{ mol} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos/mol} = 253 \cdot 10^{17} \text{ átomos de uranio}$$

Por tanto, la actividad de la muestra es:

$$A = \lambda \cdot N = 0,02476 \cdot 2,53 \cdot 10^{17} = 6,26 \cdot 10^{15} \text{ átomos de uranio por año}$$

- 3. Se ha medido la actividad de una muestra de madera recogida en una cueva con restos prehistóricos, observándose que se desintegran 320 átomos de  $^{14}\text{C}$  por hora, cuando en una muestra de madera actual que tiene la misma masa y la misma naturaleza, la actividad es de 1145 desintegraciones por hora. Admitiendo que el número de desintegraciones por unidad de tiempo es proporcional al número de átomos de  $^{14}\text{C}$  presentes en la muestra, ¿en qué fecha se cortó la madera que se está analizando?**

Si admitimos que el número de desintegraciones por unidad de tiempo (actividad de la muestra) es proporcional al número de átomos de  $^{14}\text{C}$  presentes en la muestra, podemos escribir la ecuación de desintegración en función de la actividad de la muestra; es decir:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

siendo:

$A$  = actividad (desintegraciones/segundo) de la muestra en la actualidad.

$A_0$  = actividad inicial (desintegraciones/segundo) de la muestra.

$\lambda$  = constante de desintegración.

$t$  = tiempo.

En primer lugar hemos de hallar la constante radiactiva,  $\lambda$ . Para ello hemos de tener en cuenta que la vida media del carbono-14 es de 5736 años. Por tanto:

$$\lambda = \frac{1}{5736} = 1,743 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

Una vez conocida la constante radiactiva, podemos hallar el tiempo,  $t$ , que ha transcurrido desde que se inició la desintegración. Al sustituir y despejar de la expresión que permite calcular la actividad, resulta:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda \cdot t \rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{-\lambda}$$
$$t = \frac{\ln\left(\frac{320}{1145}\right)}{-1,743 \cdot 10^{-4}} = 7314 \text{ años}$$

De acuerdo con el resultado que obtenemos, podemos afirmar que la madera se cortó hace 7314 años.

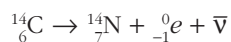
## 15.8. FAMILIAS RADIATIVAS

1. El  $^{14}\text{C}$  es un isótopo del carbono que se desintegra emitiendo una partícula beta. Su vida media es de 5736 años, y se forma, como hemos indicado, en las capas altas de la atmósfera debido al choque de los neutrones que forman parte de los rayos cósmicos con átomos de  $^{14}\text{N}$ .

a) Escribe la ecuación que corresponde al proceso que tiene lugar.

b) Explica por qué se puede utilizar el  $^{14}\text{C}$  como secuenciador temporal.

a) La desintegración  $\beta^-$  del isótopo  $^{14}\text{C}$  resulta:



b) El carbono-14 permite establecer la antigüedad de restos orgánicos que se han depositado en forma de sedimentos. Ello es posible porque los seres vivos renuevan periódicamente el carbono que forma parte de sus estructuras y, por tanto, mantienen siempre constante la cantidad de carbono-14 que hay en sus tejidos. Sin embargo, al morir, sus restos permanecen inalterados y la cantidad de carbono-14 disminuye, de acuerdo con la ley de desintegración radiactiva. Por tanto, estudiando la actividad de una muestra antigua y comparándola con la actividad de una muestra similar de tejido orgánico actual, podemos averiguar cuánto tiempo ha transcurrido desde que la muestra que estudiamos dejó de ser materia viva.

Como la vida media del  $^{14}\text{C}$  es de 5736 años, esta forma de datación sirve para averiguar la antigüedad de restos orgánicos que vivieron hace miles e, incluso, decenas de miles de años.

2. Escribe las reacciones nucleares que corresponden a los procesos de desintegración con ramificación de los isótopos siguientes:

a) De la serie del uranio-radio:



b) De la serie del uranio-actinio:

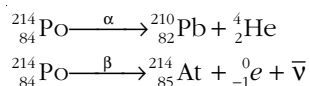


c) De la serie del torio:

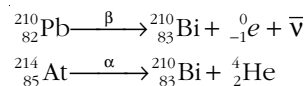


a) Serie del uranio-radio:

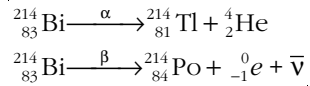
Al ser desintegraciones ramificadas, los isótopos pueden desintegrarse emitiendo una partícula  $\alpha$  o una partícula  $\beta$ . De este modo, para el  $^{214}_{84}\text{Po}$  resulta:



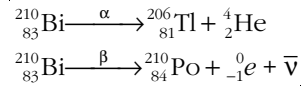
Como a la desintegración  $\alpha$  sigue una desintegración  $\beta$ , y viceversa, ambos procesos van a parar, finalmente, a un mismo isótopo:



Para el  ${}_{83}^{214}\text{Bi}$ :

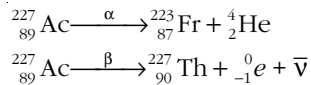


Y para el  ${}_{83}^{210}\text{Bi}$ :

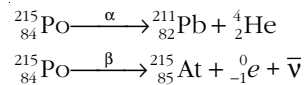


### b) Serie del uranio-actinio:

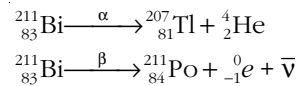
Para el radionúclido  ${}_{89}^{227}\text{Ac}$  tenemos:



Del mismo modo, para el  ${}_{84}^{215}\text{Po}$ :

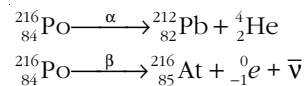


Y para el  ${}_{83}^{211}\text{Bi}$  resulta:

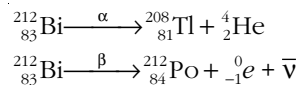


### c) Serie del torio:

En la serie del torio, los dos isótopos que admiten desintegración  $\alpha$  o  $\beta$  son el Polonio-216:



y el Bismuto-212:



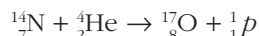
## 15.9. REACCIONES NUCLEARES

1. Bombardeamos núcleos de  ${}^{14}\text{N}$  con partículas alfa, esperando que se produzca la reacción nuclear:



Calcula la energía que, como mínimo, deben tener las partículas alfa.

La reacción nuclear que tiene lugar es:



El equivalente energético del defecto de masa que corresponde al proceso es la energía que hemos de aportar a las partículas cuando inciden sobre el blanco de  ${}^{14}\text{N}$ .

La masa de los productos es:

$$m_p = m({}^{17}_8\text{O}) + m({}^1_1\text{p}) = 16,99913 + 1,0073 = 18,00643 \text{ u}$$

siendo la masa de los reactivos:

$$m_r = m({}^{14}_7\text{N}) + m({}^4_2\text{He}) = 14,00307 + 4,032 = 18,03507 \text{ u}$$

El defecto de masa resulta, por tanto:

$$\Delta m = m_p - m_r = 18,03507 - 18,00643 = 0,02864 \text{ u}$$

y, teniendo en cuenta que 1 u equivale a 931 MeV, la energía que debemos suministrar es:

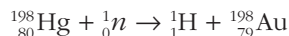
$$E = 0,02864 \cdot 931 = 26,7 \text{ MeV}$$

**2. Los neutrones son más eficaces, en general, que las partículas cargadas para producir reacciones nucleares. ¿Puedes explicar el motivo?**

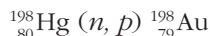
Los neutrones lentos son las partículas más eficaces, en general, para producir transmutaciones nucleares. Ello es debido a que no tienen carga positiva y, por tanto, pueden aproximarse al núcleo sin ser repelidos por este. Una partícula con carga, como un protón o un electrón, necesita tener una energía muy alta para poder provocar reacciones nucleares.

**3. Identifica los productos obtenidos al bombardear  ${}^{198}_{80}\text{Hg}$  con neutrones, si uno de ellos es un protón.**

En una ecuación nuclear la suma de los números atómicos (subíndices) y de los números másicos (superíndices) debe ser la misma a ambos lados de la ecuación. De acuerdo con ello, la reacción nuclear que describe el enunciado de la actividad se representa de acuerdo con la siguiente ecuación:



En forma condensada, la ecuación anterior puede representarse como sigue:



## 15.10. EL MODELO ESTÁNDAR DE PARTÍCULAS

**1. Elabora un cuadro resumen con todas las partículas fundamentales que, de acuerdo con el modelo estándar, conforman el mundo microscópico.**

Las partículas materiales que conforman el mundo microscópico son:

	Nombre	Símbolo	Carga eléctrica
Leptones	Electrón	$e^-$	-1
	Muón	$\mu^-$	-1
	Tauón	$\tau^-$	-1
	Neutrino del electrón	$\nu_{e^-}$	0
	Neutrino del muón	$\nu_{\mu^-}$	0
	Neutrino del tauón	$\nu_{\tau}$	0
Quarks	up	u	+2/3
	down	d	-1/3
	charm	c	+2/3
	strange	s	-1/3
	top	t	+2/3
	bottom	b	-1/3

Y las partículas mediadoras en las interacciones:

Interacción	Partícula portadora
Gravitatoria	Gravitón (no detectado experimentalmente hasta la fecha)
Electromagnética	Fotón
Interacción débil	Bosones $W^+$ , $W^-$ , Z
Interacción fuerte	Gluones (son ocho)

- 2. Los estados ligados de quarks se denominan hadrones. Los hadrones se dividen en mesones, formados por pares quark-antiquark, y bariones, formados por tres quarks.**

**¿Qué tipo de hadrones son el protón y el neutrón? Busca información acerca de otros tipos de hadrones.**

El protón y el neutrón son bariones (nombre que procede de la palabra griega que significa "pesado").

Otro barión es el antiprotón ( $p^-$ ) formado por la unión de los antiquarks  $u^-d^-d^-$ . Su carga eléctrica es -1 y su espín 1/2.

Otros bariones son:

- L (lambda)  $\rightarrow$  uds (carga 0 y espín 1/2).
- O (omega)  $\rightarrow$  sss (carga -1 y espín 3/2).
- S (sigma)  $\rightarrow$  uuc (carga +2 y espín 1/2).

**3. Además de las partículas fundamentales indicadas, existen las correspondientes antipartículas. Haz un cuadro resumen con las antipartículas de las partículas materiales. ¿Qué antipartículas dan lugar a un antiprotón y un antineutrón, respectivamente?**

A modo de ejemplo, las antipartículas más comunes son:

- $e^+$ : positrón, de carga eléctrica +1.
- $u^-$ : antipartícula del quark up, de carga eléctrica  $-2/3$ .
- $d^-$ : antipartícula del quark down, de carga eléctrica  $+1/3$ .

Un antiprotón está formado por el trío de quarks:  $u^-u^-d^-$ .

Un antineutrón está formado por el trío de quarks:  $u^-d^-d^-$ .

La masa de la anterior relación de antipartículas es igual a la de las partículas respectivas ( $e^-$ ,  $u$ ,  $d$ ,  $p^+$  y  $n^0$ ).

## ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

### CUESTIONES

**1. Un núcleo radiactivo, ¿qué clase de partículas emite? Indica su naturaleza.**

Un núcleo radiactivo emite partículas radiactivas  $\alpha$  y  $\beta$ , y radiación  $\gamma$ . Las partículas  $\alpha$  son núcleos de helio (formado por dos protones y dos neutrones), de carga positiva (doble que la del electrón) y de número másico 4.

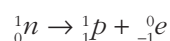
Las partículas  $\beta^-$  son electrones, y las  $\beta^+$ , positrones.

Los rayos  $\gamma$  son ondas electromagnéticas de muy alta frecuencia, mayor que la de los rayos X, que cuando interactúan con la materia lo hacen como fotones de muy alta energía.

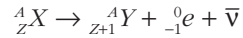
**2. ¿Es equivalente la electrización por frotamiento de un cuerpo a la emisión de partículas  $\beta$ ? ¿Por qué? Justifica la respuesta.**

No son equivalentes. En la electrización por frotamiento, los átomos intercambian electrones que se encuentran en la corteza. Un cuerpo con carga negativa es aquel que tiene electrones en exceso, mientras que un cuerpo con carga positiva tiene un déficit de electrones en la corteza.

Sin embargo, el electrón que se emite en la desintegración  $\beta$  no es un electrón de la corteza, sino que es emitido por el mismo núcleo. El proceso que tiene lugar es como si un neutrón se transformase en un protón, expulsando en el proceso un electrón:



En la electrización por frotamiento, el número atómico del elemento no varía, porque el núcleo no participa en el proceso; mientras que en la desintegración  $\beta$ , el número atómico varía:



- 3. La radiación que emite una fuente radiactiva se reduce a la tercera parte cuando se coloca una hoja de papel frente a la fuente y se reduce prácticamente a cero cuando se coloca una lámina de aluminio de 1 cm de espesor entre la fuente y el detector. Justifica de qué tipo de emisión se trata.**

Seguramente se trata de partículas  $\beta$ .

La masa de una partícula  $\alpha$  es elevada y, al ser una partícula cargada, interacciona electrostáticamente con el medio, siendo su poder de penetración muy pequeño.

Una partícula  $\alpha$  solo es capaz de atravesar algunos centímetros de aire y no es capaz de atravesar una simple hoja de papel.

Por el contrario, la radiación gamma es altamente penetrante y no es detenida por una lámina de aluminio de un centímetro de espesor.

Teniendo esto en cuenta, parece lógico que la fuente radiactiva emita partículas  $\beta$ , más penetrantes que las partículas  $\alpha$  y mucho menos que la radiación gamma.

- 4. ¿Cuál de los tipos de radiación que se indican es incapaz de ionizar el aire?**

- a) Radiación infrarroja.
- b) Partículas beta.
- c) Radiación gamma.
- d) Radiación X.

El aire se ioniza si la radiación o las partículas cargadas que pasan a través de él tienen energía suficiente para arrancar algún electrón a las moléculas que forman el aire.

Por tanto, cuanto menos energética sea una radiación o una partícula cargada, más difícil es que pueda ionizar el aire. De acuerdo con ello, la radiación de menor frecuencia, y, en consecuencia, la menos energética entre las que figuran, es la radiación infrarroja, que es incapaz de ionizar el aire. La respuesta correcta es **a**).

- 5. ¿Por qué la masa de un núcleo estable es menor que la suma de las masas de los nucleones que lo forman? ¿Tiene algún nombre esta diferencia?**

Experimentalmente se ha comprobado que la masa total de los nucleones en estado libre es mayor que la masa del núcleo al que dan lugar. A esa diferencia se la denomina defecto de masa.

La energía equivalente a este defecto de masa coincide con la energía que se desprende al formarse un núcleo a partir de protones y neutrones en estado libre o, lo que es lo mismo, coincide con la energía que hay que suministrar para desintegrar el núcleo en sus componentes.

**6. Explica brevemente qué es la energía de enlace en un núcleo atómico. Relaciona este concepto con la producción de energía mediante procesos de fisión o fusión nuclear.**

En un núcleo atómico cualquiera, la energía de enlace por nucleón es la relación que existe entre la energía que, de acuerdo con la expresión  $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$ , corresponde a la pérdida de masa,  $\Delta m$ , que se produce al formarse dicho núcleo y el número de nucleones,  $A$ , que lo forman:

$$E_n = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A}$$

Cuanto mayor es la energía de enlace por nucleón, mayor es la estabilidad nuclear, ya que esa energía es la que hay que suministrar a cada nucleón para separarlo del núcleo. También es la energía que se desprende por cada nucleón que se agrupa para formar el núcleo.

Las reacciones de fusión nuclear consisten en la unión de núcleos pequeños para dar otros más pesados que ellos (como la fusión del hidrógeno para dar helio). La energía desprendida en la fusión es la diferencia entre la energía de enlace de los núcleos que se forman y la energía de enlace de los núcleos iniciales que se funden.

Por su parte, las reacciones de fisión nuclear consisten en la ruptura de núcleos grandes para dar otros núcleos más pequeños. La energía desprendida en la fisión es la diferencia entre la energía de enlace de los núcleos que se forman y la energía del núcleo que se fisiona.

**7. Las expresiones:**

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N \quad ; \quad N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

**permiten calcular el número de átomos que quedan en una muestra radiactiva que inicialmente contenía  $N$  átomos. ¿Cuál de las respuestas que siguen describe el significado de la constante  $\lambda$ ?**

- a)  $\lambda \cdot dt$  proporciona la fracción de átomos que pueden desintegrarse en un intervalo de tiempo  $dt$ .
- b)  $\lambda$  es la vida media de la muestra.
- c)  $\lambda$  es la probabilidad de que un átomo pueda desintegrarse transcurrido un segundo.
- d)  $\lambda$  es el tiempo que debe transcurrir para que  $N$  sea igual a  $N_0/e$ .

La primera de las ecuaciones:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N$$

podemos escribirla en la forma:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt$$



siendo  $dN/N$  una fracción diferencial de átomos. Por tanto, el término  $-\lambda \cdot dt$  representa la fracción de átomos que se desintegran en un diferencial de tiempo. La respuesta correcta es **a**).

**8. El  $^{226}_{88}\text{Ra}$  es radiactivo y se encuentra en cantidades importantes en un mineral formado por otro elemento químico radiactivo cuya vida media es mucho mayor que la del isótopo del radio que estamos considerando. Explica a qué es debida esta presencia.**

Si el  $^{226}_{88}\text{Ra}$ , que tiene una vida media relativamente corta, se hubiese formado con la Tierra en sus orígenes, debería haberse desintegrado por completo en los miles de millones de años que han transcurrido desde entonces, lo que haría imposible el que detectásemos cantidades apreciables de este isótopo radiactivo.

La única explicación razonable que existe de que esto sea posible es que el  $^{226}_{88}\text{Ra}$  se esté formando continuamente, a partir de la desintegración de otro elemento químico.

**9. ¿Qué es un antiprotón? ¿Qué propiedades físicas tiene en relación con el protón? ¿Conoces alguna otra antipartícula?**

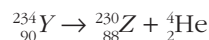
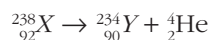
Los neutrones y los protones están compuestos por unas partículas denominadas quarks. Cada partícula tiene su propia antipartícula. La que corresponde al protón es el antiprotón, cuya carga es igual a la del protón, pero de signo negativo, y cuya masa es igual a la de este.

Otras antipartículas son el positrón (antipartícula del electrón); su masa es la misma, pero sus cargas, del mismo valor, son de distinto signo; y el antineutrón, cuyo momento magnético es opuesto al del neutrón.

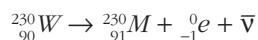
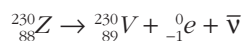
## EJERCICIOS

**10. Un núcleo de masa atómica  $A = 238$  y número atómico  $Z = 92$  emite sucesivamente dos partículas  $\alpha$  y tres partículas  $\beta$ . Determina el número atómico y el número másico de cada uno de los isótopos que resultará tras cada emisión radiactiva. ¿Cuál es el núcleo resultante?**

El número atómico del núcleo  $X$  es  $Z = 92$ , siendo su número másico,  $A = 238$ . Si emite dos partículas  $\alpha$  consecutivas, resulta:



y, al emitir el núcleo  $Z$  tres partículas  $\beta$ , obtenemos como núcleo final del proceso:



El número atómico del núcleo resultante, al que hemos llamado  $M$ , es  $Z = 91$ , siendo su número másico,  $A = 230$ .

11. Una muestra de plutonio desprende cierta cantidad de energía,  $E$ , al desintegrarse mediante un proceso de fisión nuclear. Si  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío, el decremento neto de masa que se produce durante el proceso es:

- a)  $E/c$
- b)  $E/(2 \cdot c)$
- c)  $E/(c^{1/2})$
- d)  $E/c^2$

La energía desprendida puede ser interpretada en términos de defecto de masa, de acuerdo con la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2 \rightarrow \Delta m = \frac{E}{c^2}$$

La respuesta correcta es **d**).

12. El radón,  ${}^{219}_{86}\text{Rn}$ , emite una partícula alfa acompañada, simultáneamente, de un rayo gamma.

¿Cuál es el número atómico y el número másico del núcleo resultante?

El rayo gamma se produce por la desexcitación del átomo que se forma y no conlleva variaciones en su número másico ni en su número atómico.

En cambio, cuando el  ${}^{219}_{86}\text{Rn}$  emite una partícula  $\alpha$ , se obtiene  ${}^{215}_{84}\text{Po}$ .



El número másico del núcleo resultante es  $A = 215$ , siendo el número atómico,  $Z = 84$ .

13. El talio decae, por emisión de partículas  $\beta$ , para dar un isótopo estable del plomo. Si la vida media del talio es 5 minutos, transcurridos quince minutos la fracción de plomo en una muestra, que inicialmente es de talio puro, es:

- a) 1/8
- b) 1/6
- c) 1/3
- d) 5/6
- e) 7/8
- f) 3/4

FE DE ERRATAS DEL LIBRO DEL ALUMNO: Entre las opciones de respuesta del enunciado no aparece la que corresponde a la respuesta correcta, que es 19/20.

La vida media del talio es de 5 minutos. Por tanto, su constante radiactiva,  $\lambda$ , resulta:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ minutos}^{-1}$$

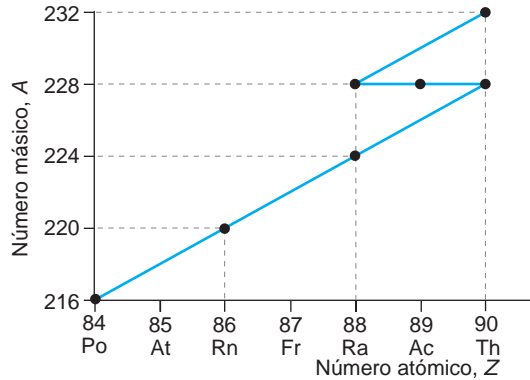
Cuando han pasado 15 minutos, la fracción de talio que queda en la muestra es:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-0,2 \cdot 15} \rightarrow \frac{N}{N_0} = 0,05 = \frac{1}{20}$$

En la muestra, el talio que se desintegra se convierte en plomo. Por tanto, la fracción de plomo que habrá será el total menos la fracción de talio que acabamos de calcular:

$$F_{Pb} = 1 - F_{Tl} = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

**14. La parte inicial de una serie radiactiva natural es la que se muestra en la figura.**

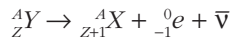


- a) ¿Con qué radionúclido comienza la serie?
- b) Indica en la serie los procesos que se corresponden con emisiones  $\beta$  y escribe la ecuación que corresponde a cada una de ellas. Haz lo mismo con las desintegraciones  $\alpha$ .
- c) Indica los isótopos que hay en la serie.

a) El radionúclido que comienza la serie es  ${}_{90}^{232}\text{Th}$ .

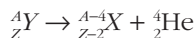
En las desintegraciones  $\alpha$ , el número másico disminuye en dos unidades, y en las desintegraciones  $\beta$  no se altera. En conjunto, la serie radiactiva siempre hace que descienda el número másico. Por tanto, el radionúclido con el que comienza la serie es siempre aquel cuyo número másico es mayor.

b) En una desintegración  $\beta^-$ , el proceso que tiene lugar es:



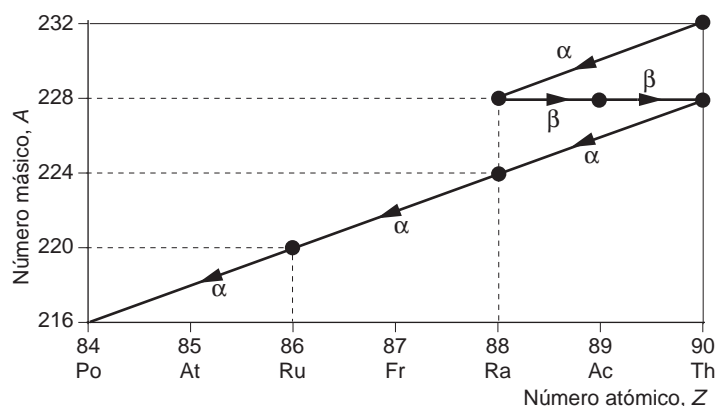
Como se aprecia en el diagrama, esto equivale a desplazarse hacia la derecha por una de las líneas horizontales, en las que el número másico no cambia.

En cambio, para una desintegración  $\alpha$ , el proceso que se produce es:



En el diagrama, ello equivale a moverse dos posiciones a la izquierda (disminuye el número atómico) y cuatro posiciones hacia abajo (disminuye el número másico). El movimiento resultante, por tanto, es una diagonal descendente.

De acuerdo con lo expuesto, las reacciones  $\alpha$  y  $\beta$  son las que se indican en el diagrama adjunto.



c) En la serie aparecen dos isótopos del torio:



y dos isótopos del radio:



**15. Se tienen dos isótopos del mismo elemento químico. Cada uno de ellos presenta un defecto de masa diferente.**

**¿Cuál de los isótopos es más estable? Razona tu respuesta.**

Supongamos que el isótopo 1, de número másico  $A_1$ , tiene un defecto de masa  $\Delta m_1$ , y que el isótopo 2, de número másico  $A_2$ , tiene un defecto de masa  $\Delta m_2$ , siendo:

$$\Delta m_1 > \Delta m_2$$

Vamos a calcular la energía de enlace por nucleón de cada isótopo. Cuanto mayor sea esa energía, mayor será la estabilidad nuclear, ya que esa energía es la que hay que suministrar a cada nucleón para separarlo del núcleo.

De este modo:

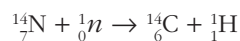
$$E_{n-1} = \frac{\Delta m_1 \cdot c^2}{A_1} \quad ; \quad E_{n-2} = \frac{\Delta m_2 \cdot c^2}{A_2}$$

No podemos determinar cuál de las dos energías de enlace por nucleón es mayor, ya que, si bien  $\Delta m_1 > \Delta m_2$ , no sabemos el número másico de ninguno de los dos isótopos.

**16. Algunos átomos de  ${}^{14}_7\text{N}$  atmosférico chocan contra un neutrón y se transforman en  ${}^{14}_6\text{C}$ , que, por emisión beta, se convierte de nuevo en nitrógeno. Completa las correspondientes reacciones nucleares.**

**Los restos orgánicos recientes contienen mayor proporción del isótopo indicado del carbono que los restos orgánicos más antiguos. ¿A qué crees que se debe este hecho y qué aplicación tiene?**

Las reacciones nucleares que se producen son las siguientes:





Los átomos de carbono-14 se combinan con el oxígeno del mismo modo que los átomos de carbono-12, para formar moléculas de dióxido de carbono,  $\text{CO}_2$ , y parte del carbono del cuerpo de un organismo vivo es carbono-14 radiactivo. Como los seres vivos intercambian continuamente  $\text{CO}_2$  con la atmósfera, la relación entre los dos isótopos de carbono en el organismo vivo es prácticamente constante e igual a la que existe en la atmósfera.

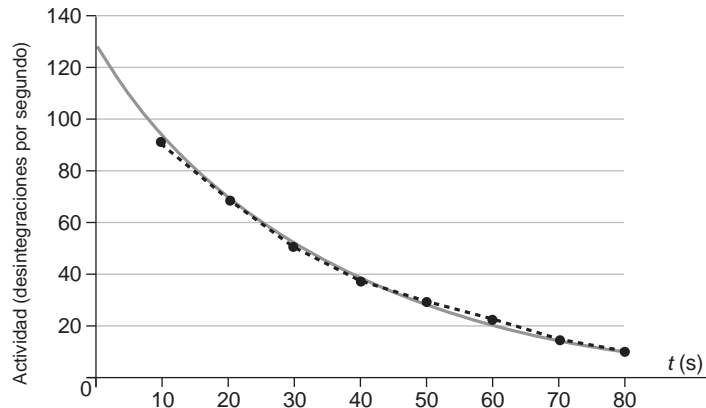
Cuando el organismo muere ya no puede absorber carbono-14, y como este se desintegra según la ecuación [1], la cantidad que contiene de este isótopo disminuye con el tiempo. Basta medir el número de desintegraciones que se producen por gramo de carbono para determinar la fecha en que murió un organismo determinado.

- 17. Con ayuda de un contador Geiger medimos la actividad de una sustancia radiactiva de período de vida corto. Al hacerlo, obtenemos los siguientes resultados:**

Tiempo (s)	10	20	30	40	50	60	70	80
Desint/s	91	67	51	38	29	22	15	10

**Confecciona la gráfica en la que se indique cómo varía el número de desintegraciones por unidad de tiempo. A partir de esa gráfica, estima la vida media de la sustancia radiactiva que se investiga.**

Al representar los datos de la tabla, obtenemos el siguiente resultado:



Los datos representados, resultado de la experiencia, son los puntos negros. La curva exponencial que ajusta los datos de la experiencia es la de color gris. De acuerdo con la tendencia de la curva ajustada, la actividad inicial de la muestra es de 128 desintegraciones por segundo, aproximadamente.

El período de semidesintegración es el tiempo que transcurre desde el instante inicial hasta que la actividad se reduce a la mitad, esto es, 64 desintegraciones por segundo, lo que ocurre en el instante  $t = 21$  s.

Por tanto, la vida media es:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\ln 2 / T} = \frac{T}{\ln 2} = \frac{21}{\ln 2} = 30,3 \text{ s}$$

18. La vida media del  $^{238}\text{U}$  es  $4,5 \cdot 10^9$  años:

- Calcula la constante de desintegración de este radionúclido.
  - Calcula su vida media.
  - Si tenemos una muestra con  $2 \cdot 10^{20}$  átomos de  $^{238}\text{U}$ , ¿cuánto tiempo ha de transcurrir para que la muestra, inicialmente pura, se reduzca hasta  $1,5 \cdot 10^{20}$  átomos?
- a) De acuerdo con la ecuación de desintegración radiactiva, la constante radiactiva resulta:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{1}{\tau}$$

Sustituyendo el valor de la vida media,  $\tau$ :

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{4,5 \cdot 10^9} = 2,22 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

- La vida media es un dato proporcionado por el enunciado del ejercicio.
- Para hallar el tiempo, hemos de despejar dicha magnitud de la ecuación que permite calcular la desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t \rightarrow t = \frac{\ln \frac{N}{N_0}}{-\lambda}$$

Si sustituimos ahora los datos del enunciado, resulta:

$$t = \frac{\ln \frac{N}{N_0}}{-\lambda} = \frac{\ln \left( \frac{1,5 \cdot 10^{20}}{2 \cdot 10^{20}} \right)}{-2,22 \cdot 10^{-10}} = 1,295 \cdot 10^9 \text{ años}$$

19. El período de semidesintegración del  $^{222}_{86}\text{Rn}$  es 3,824 días. Por la chimenea de una central se emite, en cierto instante, una corriente de gases que contiene 3,02 g de este gas:

- Calcula la cantidad de radón que quedará transcurrido un mes.
  - Este isótopo se desintegra por emisión  $\alpha$ . Escribe la ecuación correspondiente al proceso.
- a) Podemos suponer que la masa de radón es proporcional al número de átomos de la muestra.

Por tanto, podemos escribir la ecuación de desintegración en la forma:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

donde  $m_0$  y  $m$  son la masa inicial y actual, respectivamente.

Podemos calcular la constante de desintegración a partir del período de semidesintegración:

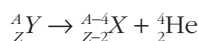
$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{3,824} = 0,181 \text{ días}^{-1}$$

Para resolver correctamente el ejercicio, debemos expresar todos los tiempos en la misma unidad. Por tanto, si hemos expresado en días<sup>-1</sup> la constante radiactiva, el tiempo,  $t$ , debemos expresarlo en días.

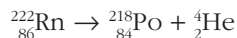
En nuestro caso, 1 mes = 30 días. De este modo:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} = 3,02 \cdot e^{-0,181 \cdot 30} = 0,0131 \text{ gramos}$$

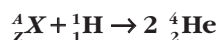
b) La ecuación que muestra el proceso de desintegración es:



Esta expresión, en nuestro caso, se convierte en:



## 20. Sabiendo que en la siguiente reacción nuclear:



se liberan 11,47 MeV de energía:

a) Escribe el isótopo  ${}^A_Z X$  que falta en la reacción.

b) Calcula la masa atómica de dicho isótopo.

Datos:  $m({}^1\text{H}) = 1,0078 \text{ u}$

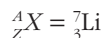
$m({}^4\text{He}) = 4,0026 \text{ u}$

1 u equivale a 931 MeV.

a) Si tenemos en cuenta que en los procesos nucleares se conserva el número de nucleones y la carga eléctrica total, podemos escribir lo siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} A + 1 = 8 \\ Z + 1 = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} A = 7 \\ Z = 3 \end{array}$$

Por tanto, el isótopo  ${}^A_Z X$  que falta en la reacción es:



b) El defecto de masa que corresponde al proceso nuclear que describe el enunciado es:

$$\Delta m = 2 \cdot m_{\text{He}} - m_{\text{H}} - m_{\text{isótopo}}$$

Si tenemos en cuenta que el defecto de masa que corresponde a 11,47 MeV de energía es:

$$\Delta m = 11,47 \text{ MeV} \cdot \frac{1 \text{ u}}{931 \text{ MeV}} = 0,0123 \text{ u}$$

Podemos calcular la masa atómica del isótopo:

$$m_{\text{isótopo}} = 2 \cdot m_{\text{He}} - m_{\text{H}} - \Delta m = 2 \cdot 4,0026 - 1,0078 - 0,0123 = 6,9851 \text{ u}$$

## PROBLEMAS

- 21** **Calcula la energía de enlace y la energía de enlace por nucleón para los isótopos:**



Si sobre los tres isótopos incide un neutrón, ¿en cuál de los tres casos sería más fácil que se produjese una emisión radiactiva? ¿Por qué?

Datos:  $m({}^{25}\text{Mg}) = 24,9858 \text{ u}$

$$m({}^{16}\text{O}) = 15,9949 \text{ u}$$

$$m({}^{56}\text{Fe}) = 55,9349 \text{ u}$$

$$m(p) = 1,0073 \text{ u}$$

$$m(n) = 1,0087 \text{ u}$$

**1 u equivale a 931 MeV.**

Calculemos, en primer lugar, el defecto de masa, en valor absoluto, para cada uno de los isótopos:

$${}^{25}_{12}\text{Mg} \rightarrow \Delta m_{\text{Mg}} = 12 \cdot 1,0073 + (25 - 12) \cdot 1,0087 - 24,9858 = 0,2149 \text{ u}$$

$${}^{16}_8\text{O} \rightarrow \Delta m_{\text{O}} = 8 \cdot 1,0073 + (16 - 8) \cdot 1,0087 - 15,9949 = 0,1331 \text{ u}$$

$${}^{56}_{26}\text{Fe} \rightarrow \Delta m_{\text{Fe}} = 26 \cdot 1,0073 + (56 - 26) \cdot 1,0087 - 55,9349 = 0,5159 \text{ u}$$

Para calcular la energía de enlace, utilizamos la conversión de masa a energía, teniendo en cuenta la relación  $1 \text{ u} = 931 \text{ MeV}$ . De este modo:

$$E({}^{25}_{12}\text{Mg}) = 0,2149 \text{ u} \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} = 200,07 \text{ MeV}$$

$$E({}^{16}_8\text{O}) = 0,1331 \text{ u} \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} = 123,92 \text{ MeV}$$

$$E({}^{56}_{26}\text{Fe}) = 0,5159 \text{ u} \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} = 480,30 \text{ MeV}$$

Para calcular la energía de enlace por nucleón, dividimos la energía de enlace entre el número de nucleones. De este modo:

$$E_{\text{nucleón}}({}^{25}_{12}\text{Mg}) = \frac{200,08}{25} = 8,003 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{nucleón}}({}^{16}_8\text{O}) = \frac{105,30}{16} = 7,745 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{nucleón}}({}^{56}_{26}\text{Fe}) = \frac{480,30}{56} = 8,577 \text{ MeV}$$

La energía de enlace por nucleón es una medida de la estabilidad nuclear, ya que es la energía que hay que suministrar a cada nucleón para separarlo del núcleo. Por



tanto, la emisión radiactiva más probable cabe esperarla en el núcleo  $^{16}_8\text{O}$ , que es el núclido que menor energía de enlace por nucleón posee.

## 22. Calcula:

a) La energía media de enlace por nucleón de un átomo de  $^{40}_{20}\text{Ca}$ , expresada en MeV.

b) La energía necesaria (en joule) para disociar completamente un gramo del isótopo indicado en sus partículas constituyentes.

Datos:  $m(^{40}_{20}\text{Ca}) = 39,97545 \text{ u}$

$$m(p) = 1,0073 \text{ u}$$

$$m(n) = 1,0087 \text{ u}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos} \cdot \text{mol}^{-1}$$

1 u equivale a 931 MeV.

a) La energía media de enlace por nucleón corresponde al equivalente energético del defecto de masa que se produce en la formación del núcleo a partir de sus constituyentes dividido entre el número de nucleones.

El defecto de masa en la formación del  $^{40}_{20}\text{Ca}$  es:

$$\Delta m = 20 \cdot m(p) + 20 \cdot m(n) - m(^{40}_{20}\text{Ca})$$

$$\Delta m = 20 \cdot 1,0073 + 20 \cdot 1,0087 - 39,97545 = 0,34455 \text{ u}$$

La energía equivalente a este defecto de masa, es decir, la energía de enlace del núcleo, es:

$$\Delta E = \Delta m \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} \rightarrow \Delta E = 0,34455 \cdot \frac{931}{1} = 320,776 \text{ MeV}$$

La energía media de enlace por nucleón se obtiene dividiendo la energía de enlace entre el número de nucleones:

$$E_n = \frac{\Delta E}{A} = \frac{320,776}{40} = 8,02 \text{ MeV/nucleón}$$

b) La energía necesaria para disociar un núcleo en sus partículas constituyentes es la misma energía que se desprende al formarse el átomo a partir de estas.

En este caso, debemos calcular cuántos átomos hay en un gramo de sustancia. Para ello, calculamos, en primer lugar, la cantidad de sustancia, expresada en mol, a que equivale 1 g de  $^{40}_{20}\text{Ca}$ :

$$n = \frac{m}{M(^{40}_{20}\text{Ca})} \rightarrow n = \frac{1}{39,97545} = 25,015 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

Multiplicando por el número de Avogadro obtenemos el número de átomos:

$$N = n \cdot N_A \rightarrow N = 25,015 \cdot 10^{-3} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 1,506 \cdot 10^{22} \text{ átomos}$$

Por tanto, la energía necesaria para disociar estos átomos es:

$$E = N \cdot \Delta E = 1,506 \cdot 10^{22} \cdot 320,776 = 4,83 \cdot 10^{24} \text{ MeV}$$

Expresada en joule, esta energía es:

$$E = 4,83 \cdot 10^{30} \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 7,73 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado; la numeración con que en él aparece es 28.

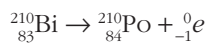
**23. El bismuto-210 ( $Z=83$ ) emite una partícula  $\beta^-$  y se transforma en polonio, el cual emite una partícula  $\alpha$  y se transforma en un isótopo del plomo.**

**a) Escribe las correspondientes reacciones de desintegración.**

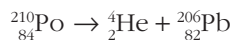
**b) Si el período de semidesintegración del bismuto-210 es de 5 días y se tiene, inicialmente, 1 mol de átomos de bismuto, ¿cuántos núcleos de bismuto se han desintegrado en 10 días?**

**Dato:**  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

a) La ecuación que corresponde a la reacción de desintegración  $\beta^-$  es:



Y la que corresponde a la emisión de una partícula  $\alpha$ :



b) A partir de la relación entre el período de semidesintegración y la constante radiactiva obtenemos el valor de esta última:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5} = 0,1386 \text{ días}^{-1}$$

Teniendo en cuenta que es un mol de átomos de bismuto hay  $N_A$  átomos y aplicando la ley de la desintegración radiactiva, obtenemos los átomos que quedan sin desintegrarse al cabo de 10 días.

$$N = 6,022 \cdot 10^{23} \cdot e^{-0,1386 \text{ días}^{-1} \cdot 10 \text{ días}} = 1,506 \cdot 10^{23} \text{ átomos de Bi}$$

Por tanto, el número de átomos que se han desintegrado es:

$$N_0 - N = 6,022 \cdot 10^{23} - 1,506 \cdot 10^{23} = 4,517 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

**24** El  ${}^{234}\text{U}$  tiene un período de semidesintegración de  $2,5 \cdot 10^5$  años. Si tenemos una muestra que contiene un mol de átomos de ese elemento:

**a) ¿Cuántos átomos quedarán transcurridos 1 000 años?**

**b) ¿Cuál es la actividad de la muestra en el instante inicial, expresada en desintegraciones/minuto?**

**c) ¿Es significativo el período de 1 000 años que estamos considerando?**

a) El número de átomos de una muestra es proporcional a la cantidad de sustancia. Por tanto, podemos escribir la ecuación de desintegración en la forma:

$$n = n_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

donde  $n_0$  y  $n$  son la cantidad de sustancia (en mol) inicial y actual, respectivamente.

Podemos calcular la constante de desintegración a partir del período de semidesintegración:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{\ln 2}{2,5 \cdot 10^5} = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ años}^{-1}$$

Cuando hayan pasado 1 000 años, la cantidad de sustancia será:

$$n = n_0 \cdot e^{-\lambda t} = 1 \cdot e^{-2,77 \cdot 10^{-6} \cdot 1000} = 0,9972 \text{ mol}$$

- b) La actividad de una muestra radiactiva es el producto de su constante de desintegración por el número de núcleos radiactivos,  $N$ , presentes en la muestra,  $A = \lambda \cdot N$ .

En el instante inicial hay un mol de núcleos radiactivos en la muestra. El número de núcleos presentes es el número de Avogadro,  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ .

Por tanto, la actividad de la muestra es:

$$A = \lambda \cdot N_0 = 6,023 \cdot 10^{23} \cdot 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ años}^{-1}$$

$$A = 1,67 \cdot 10^{18} \text{ desintegraciones} \cdot \text{año}^{-1}$$

Expresando la actividad en las unidades que nos indican, resulta:

$$A = 1,67 \cdot 10^{18} \frac{\text{desintegraciones}}{\text{año}}$$

$$A = 1,67 \cdot 10^{18} \frac{\text{desintegraciones}}{\text{año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 60 \text{ minutos}}$$

$$A = 3,177 \cdot 10^{12} \text{ desintegraciones} \cdot \text{minuto}^{-1}$$

- c) El período que estamos considerando no es significativo.

Hemos de tener en cuenta que, para que se reduzca a la mitad el número de átomos presentes en la muestra, han de pasar  $2,5 \cdot 10^5$  años, que es un intervalo de tiempo 250 veces superior a los 1 000 años que estamos considerando.

**25. En una excavación arqueológica se ha encontrado una estatua de madera cuyo contenido en  $^{14}\text{C}$  es el 58% del que poseen las maderas actuales de la zona. Sabiendo que el período de semidesintegración del  $^{14}\text{C}$  es de 5 570 años, determina la antigüedad de la estatua encontrada.**

Podemos obtener el tiempo transcurrido teniendo en cuenta que el número de radionúclidos en la muestra es el 58% del que posee la madera recién cortada:

$$N = 0,58 \cdot N_0$$

Sustituyendo en la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow 0,58 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow 0,58 = e^{-\lambda \cdot t}$$

Antes de despejar el tiempo en la expresión anterior necesitamos conocer el valor de la constante radiactiva de este isótopo, que podemos obtener a partir del período de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{5570} = 1,244 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

Por tanto, la antigüedad de la estatua resulta:

$$0,58 = e^{-1,244 \cdot 10^{-4} \cdot t} \rightarrow \ln 0,58 = -1,244 \cdot 10^{-4} \cdot t \rightarrow t = \frac{\ln 0,58}{-1,244 \cdot 10^{-4}} = 4378,8 \text{ años}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado; la numeración con que en él aparece es 31.

26. El  ${}^{210}_{83}\text{Bi}$  se desintegra espontáneamente por emisión beta con un período de semidesintegración de 5 días. Inicialmente tenemos  $16 \cdot 10^{-3}$  kg de dicho isótopo. Calcula:

a) ¿Qué cantidad quedará al cabo de 15 días?

b) ¿Cuántos protones y neutrones tiene el núcleo que resulta después de dicha emisión?

a) Para obtener la cantidad de muestra radiactiva que quedará al cabo de 15 días, aplicamos la ley de la desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Como desconocemos la masa atómica del isótopo, expresaremos la ley anterior en función de la masa, teniendo en cuenta que:

$$N = \frac{m}{M({}^{210}_{83}\text{Bi})} \cdot N_A \quad ; \quad N_0 = \frac{m_0}{M({}^{210}_{83}\text{Bi})} \cdot N_A$$

Por tanto:

$$\frac{m}{M({}^{210}_{83}\text{Bi})} \cdot N_A = \frac{m_0}{M({}^{210}_{83}\text{Bi})} \cdot N_A \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

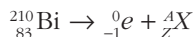
La constante de desintegración para este isótopo vale:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5} = 0,139 \text{ días}^{-1}$$

Por tanto, al cabo de 15 días quedará:

$$m = 16 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-0,139 \cdot 15} = 1,99 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

b) Puesto que el  ${}^{210}_{83}\text{Bi}$  se desintegra por emisión  $\beta$ , la reacción que tiene lugar es:



donde  ${}^A_ZX$  es el núcleo que resulta de la desintegración. Teniendo en cuenta que tanto el número másico como el número atómico se conservan en la reacción:

$$210 = 0 + A \rightarrow A = 210$$

$$83 = -1 + Z \rightarrow Z = 84$$

El núcleo resultante tiene 84 protones y  $210 - 84 = 126$  neutrones. Corresponde, por tanto, al núclido  ${}^{210}_{84}\text{Po}$ .

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado; la numeración con que en él aparece es 32.

**27** El  ${}^{210}_{84}\text{Po}$  es un isótopo radiactivo del polonio que se desintegra siguiendo la ley radiactiva de desintegración. Si en el instante inicial hay  $N_0$  núcleos de este isótopo en la muestra, y el número de núcleos que existe, transcurrido un tiempo  $t$ , es  $N$ , calcula el período de semidesintegración y la fracción de núcleos sin desintegrar que quedan en los instantes  $t_1 = 2 \cdot T_{1/2}$  y  $t_2 = 3 \cdot T_{1/2}$ , sabiendo que la constante de desintegración es  $0,005 \text{ días}^{-1}$ .

El período de semidesintegración de un isótopo radiactivo es el tiempo que dicho isótopo tarda en reducir a la mitad el número de átomos existentes inicialmente en una muestra.

De acuerdo con la definición:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T} \rightarrow T = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{-\lambda} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Sustituyendo el valor de la constante de desintegración, obtenemos el período de semidesintegración:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,005} = 138,63 \text{ días}$$

Como  $T = \ln 2 \cdot \lambda^{-1}$ , la fracción de núcleos de  $^{210}_{84}\text{Po}$  que quedan, transcurrido un tiempo  $t = 2 \cdot T$  y un tiempo  $t = 3 \cdot T$ , resulta:

$$t = 2 \cdot T \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot 2T} = \frac{1}{4}$$

$$t = 3 \cdot T \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot 3T} = \frac{1}{8}$$

**28. El  $^{131}\text{I}$  es un isótopo radiactivo que se utiliza en medicina para el tratamiento del hipertiroidismo, ya que se concentra en la glándula tiroides. Su período de semidesintegración es 8 días.**

a) Explica cómo ha cambiado una muestra de 20 mg de  $^{131}\text{I}$  tras estar almacenada en un hospital durante 48 días.

b) ¿Cuál es la actividad de 1  $\mu\text{g}$  de  $^{131}\text{I}$ ?

**Dato:**  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

a) De acuerdo con la ley de la desintegración radiactiva, el número de núcleos radiactivos que quedan sin desintegrar en un instante dado se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Como las masas están en la misma relación que el número de núcleos, podemos escribir la siguiente expresión:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

El valor de la constante radiactiva,  $\lambda$ , es:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{8} = 8,66 \cdot 10^{-2} \text{ días}^{-1}$$

Por tanto, al cabo de 48 días quedará la siguiente masa de isótopo sin desintegrar:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 20 \cdot e^{-8,66 \cdot 10^{-2} \cdot 48} = 0,31 \text{ mg}$$

b) La actividad de una sustancia radiactiva es el número de núcleos que se desintegran por unidad de tiempo:

$$A = \lambda \cdot N$$

En la expresión anterior,  $N$  es el número de núcleos existentes en determinado instante. Teniendo en cuenta la masa de isótopo,  $1 \mu\text{g}$ , su masa atómica y el número de Avogadro, el valor de  $N$  es:

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{10^{-6}}{131} \cdot 6,022 \cdot 10^{22} = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ núcleos}$$

Por tanto, la actividad de la muestra es:

$$A = \lambda \cdot N = 8,66 \cdot 10^{-2} \cdot 4,6 \cdot 10^{15} = 3,98 \cdot 10^{14} \text{ núcleos/día} = 4,6 \cdot 10^9 \text{ núcleos/segundo}$$

**29. Un neutrón incide sobre un núcleo de deuterio, formándose un núcleo de tritio. El proceso va acompañado de la emisión de un fotón de radiación gamma.**

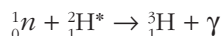
- Escribe la ecuación que corresponde al proceso de desintegración nuclear.
- Calcula la energía desprendida en el proceso, expresada en eV.
- ¿Cuántas reacciones de este tipo son necesarias para producir 1 J de energía?

Datos:  $m(^2\text{H}) = 2,014740 \text{ u}$

$m(^3\text{H}) = 3,017005 \text{ u}$

$m(n) = 1,008986 \text{ u}$

- La ecuación nuclear que corresponde al proceso es:



En el término de la izquierda hemos puesto el símbolo \*, que significa, como ya sabes, que el núcleo está excitado. Fruto de la desexcitación, se produce la emisión del fotón gamma.

- Para calcular la energía desprendida, no tendremos en cuenta el fotón gamma, que no forma parte del proceso, propiamente dicho, de formación del tritio.

Calculemos en primer lugar el defecto de masa:

$$\Delta m = m_p - m_r = 3,017005 - (1,008986 + 2,014740) = -0,006721 \text{ u}$$

El signo negativo indica que en el proceso de formación del tritio se desprende energía. El equivalente energético de la diferencia de masa que obtenemos en el proceso es:

$$E = \Delta m \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} = -0,006721 \cdot \frac{931 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} = -6,26 \text{ MeV} = -6,26 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

- Teniendo en cuenta que un electronvolt equivale a  $1,6 \cdot 10^{-19}$  joule, el número de reacciones necesarias lo obtendremos dividiendo un joule entre el equivalente en joules de  $6,26 \cdot 10^6 \text{ eV}$ , que es la energía desprendida en cada reacción.

Por tanto:

$$E_{\text{reacción}} = -6,26 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = -1,0016 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$n = \frac{E_{\text{total}}}{E_{\text{reacción}}} = \frac{1 \text{ J}}{1,0016 \cdot 10^{-12} \text{ J}} = 9,9884 \cdot 10^{11} \text{ reacciones}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado; la numeración con que en él aparece es 35.

**30. En cierto mineral de uranio, la relación que existe entre el número de átomos de  $^{238}\text{U}$  y el número de átomos de  $^{214}\text{Pb}$ , es 2,1.**

**Calcula la edad del mineral. Considera, para ello, que todo el plomo se obtiene al desintegrarse el uranio.**

En primer lugar hemos de hallar la fracción de uranio que queda en el mineral. Si consideramos que solo existe uranio y plomo, podemos escribir para la composición actual, en tanto por uno:

$$X_{\text{Pb}} + X_{\text{U}} = 1$$

siendo la relación entre ambos:

$$\frac{X_{\text{U}}}{X_{\text{Pb}}} = 2,1$$

Si despejamos de la segunda ecuación  $X_{\text{Pb}}$  y sustituimos en la primera, obtenemos la fracción de uranio,  $X_{\text{U}}$ , que contiene actualmente el mineral.

$$X_{\text{Pb}} = \frac{X_{\text{U}}}{2,1} \rightarrow \frac{X_{\text{U}}}{2,1} + X_{\text{U}} = 1 \rightarrow X_{\text{U}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2,1}\right) = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow X_{\text{U}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2,1}} = 0,677$$

Para calcular la edad del mineral, hemos de hallar el tiempo transcurrido desde que la fracción del uranio en el mineral era la unidad hasta ahora. Para ello utilizamos la expresión que conocemos para la desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t \rightarrow t = \frac{\ln \frac{N}{N_0}}{-\lambda}$$

En esta expresión, el cociente entre el número de átomos de uranio actuales y el número de átomos de uranio iniciales lo conocemos:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{X_{\text{U}}}{1} = 0,677$$

La vida media del  $^{238}\text{U}$  es  $4,5 \cdot 10^9$  años. Por tanto:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{4,5 \cdot 10^9} = 2,22 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}$$

Sustituyendo en la ecuación de desintegración, el tiempo transcurrido resulta:

$$t = \frac{\ln \frac{N}{N_0}}{-\lambda} = \frac{\ln(0,677)}{-2,22 \cdot 10^{-10}} = 1,755 \cdot 10^9 \text{ años}$$

**31** En la desintegración del  $^{226}_{88}\text{Ra}$  para formar radón, cada átomo emite una partícula alfa y también un rayo gamma de longitud de onda  $6,52 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ .

a) Escribe la reacción de desintegración.

b) Calcula la energía máxima de cada fotón de rayos gamma en MeV.

c) Calcula la pérdida de masa de la reacción anterior debida a la emisión gamma.

Datos:  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

a) Cuando un núcleo radiactivo emite una partícula  $\alpha$ , se convierte en otro núcleo con dos unidades menos de número atómico,  $Z$ , y cuatro unidades menos de número másico,  $A$ :



Por tanto, en el caso del radio:



La radiación gamma es energía que emite el átomo en forma de radiación electromagnética.

b) La energía de un fotón se calcula de acuerdo con la expresión de Planck:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6,52 \cdot 10^{-12}} = 3,05 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Teniendo en cuenta que:

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

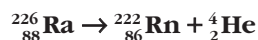
El valor de la energía máxima de cada fotón de rayos gamma, expresada en MeV, es:

$$E = \frac{3,05 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV}} = 0,19 \text{ MeV}$$

c) La pérdida de masa la podemos obtener a partir de la ecuación de Einstein:

$$E = m \cdot c^2 \rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{3,05 \cdot 10^{-14}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 3,38 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

**32. Aplicando el principio de conservación de la energía, calcula la energía cinética con que son emitidas las partículas alfa en el proceso de desintegración del  $^{226}_{88}\text{Ra}$  en  $^{222}_{86}\text{Rn}$ :**



Si la energía con que son realmente emitidas las partículas  $\alpha$  es del orden de  $4,80 \text{ MeV}$ , explica a qué puede deberse la diferencia.



**Masas atómicas:**  $m(^{226}\text{Ra}) = 226,025406 \text{ u}$

$m(^{222}\text{Rn}) = 222,017574 \text{ u}$

$m(^4\text{He}) = 4,002603 \text{ u}$

En primer lugar calculamos el defecto de masa que corresponde a la reacción nuclear:

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{\text{Ra}} - (m_{\text{Rn}} + m_{\text{He}}) = 226,025406 - (222,017574 + 4,002603) = \\ &= 0,005229 \text{ u} = 0,005229 \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 8,68 \cdot 10^{-30} \text{ kg}\end{aligned}$$

La energía desprendida en la reacción, de acuerdo con la relación de Einstein, es:

$$\begin{aligned}E &= \Delta m \cdot c^2 = 8,68 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 7,81 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 7,81 \cdot 10^{-13} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \\ &= 4,88 \cdot 10^6 \text{ eV} = 4,88 \text{ MeV}\end{aligned}$$

El resultado obtenido difiere de la energía con que realmente son emitidas las partículas  $\alpha$ . Ello puede ser debido a que, cuando se produce una desintegración  $\alpha$ , el nucleido resultante de la transmutación puede quedar en un estado fundamental o en alguno de sus estados excitados. Las partículas alfa más energéticas corresponden al caso en que el núcleo transmutado quede en un estado fundamental. Si el núcleo obtenido se queda en un estado excitado, este se desexcitará, casi inmediatamente (en un tiempo del orden de  $10^{-14}$  segundos); este proceso va acompañado, generalmente, de la emisión de un fotón gamma cuya energía será la diferencia entre las que corresponden a los niveles inicial y final de la transición.

Por tanto, la gran mayoría de emisiones alfa también emiten rayos gamma.

**33. Determina las intensidades de las fuerzas gravitatoria y eléctrica que ejercen dos protones separados 10 pm entre sí. ¿Son de repulsión o de atracción? ¿A qué es debido que la repulsión que ejercen entre sí los protones en un núcleo atómico no haga que explote?**

**Datos:**  $m(p) = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

La fuerza gravitatoria que ejercen los dos protones entre sí se obtiene a partir de la ley de gravitación universal:

$$\begin{aligned}F_g &= G \cdot \frac{m(p) \cdot m(p)}{r^2} \\ F_g &= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{(1,6726 \cdot 10^{-27})^2}{(10 \cdot 10^{-12})^2} = 1,87 \cdot 10^{-42} \text{ N}\end{aligned}$$

Por otra parte, la fuerza electrostática la proporciona la ley de Coulomb:

$$\begin{aligned}F_e &= K \cdot \frac{e \cdot e}{r^2} \\ F_g &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1,602 \cdot 10^{-19})^2}{(10 \cdot 10^{-12})^2} = 2,31 \cdot 10^{-6} \text{ N}\end{aligned}$$

La fuerza gravitatoria, de atracción, es despreciable frente a la fuerza eléctrica repulsiva que ejercen los dos protones entre sí. Sin embargo, los protones se mantienen

unidos en el núcleo atómico debido a la existencia de una tercera fuerza, muy intensa y atractiva, que supera a la fuerza eléctrica de repulsión. Esta fuerza es la fuerza nuclear fuerte, responsable de la elevada estabilidad del núcleo atómico.

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado; la numeración con que en él aparece es 39.

- 34. Calcula la masa de deuterio ( ${}^2_1\text{H}$ ) que requeriría cada día una hipotética central de fusión de 500 MW de potencia eléctrica en la que la energía se obtuviese del proceso  $2 {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He}$ , suponiendo un rendimiento del 30%.**

**Datos:**  $m({}^2\text{H}) = 2,01474 \text{ u}$

$m({}^4\text{He}) = 4,00387 \text{ u}$

$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos} \cdot \text{mol}^{-1}$

La energía que suministra la central corresponde al equivalente energético de la diferencia de masa entre los reactivos y los productos de la reacción nuclear que tiene lugar, según la ecuación de Einstein:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

En un día, la central proporciona una energía:

$$P = \frac{E}{t} \rightarrow E = P \cdot t$$

$$E = 500 \cdot 10^6 \cdot 86\,400 = 4,32 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

Pero, como indica el enunciado, esta energía representa tan solo el 30% de la energía puesta en juego en la reacción nuclear. Por tanto, la energía total desprendida en la reacción es:

$$E_{\text{total}} = \frac{E}{0,3} \rightarrow E_{\text{total}} = \frac{4,32 \cdot 10^{13}}{0,3} = 1,44 \cdot 10^{14} \text{ J}$$

La masa a que equivale esta energía es:

$$m = \frac{E_{\text{total}}}{c^2} \rightarrow m = \frac{1,44 \cdot 10^{14}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

Esta masa corresponde a la diferencia de masa que se obtiene a lo largo del día en el total de reacciones que tienen lugar. Su valor, expresado en u.m.a., es:

$$m = 1,6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1 \text{ u}}{1,66 \cdot 10^{-27}} = 9,64 \cdot 10^{23} \text{ u}$$

La diferencia de masa que se obtiene en cada reacción es:

$$\Delta m = 2 \cdot m({}^2\text{H}) - m({}^4\text{He})$$

$$\Delta m = 2 \cdot 2,01474 - 4,00387 = 0,02561 \text{ u}$$

El número de reacciones que se producen cada día es:

$$n = \frac{m}{\Delta m} \rightarrow n = \frac{9,64 \cdot 10^{23}}{0,02561} = 3,764 \cdot 10^{25} \text{ reacciones}$$

Como en cada reacción intervienen dos núcleos de deuterio, la masa de este necesaria cada día para que la central suministre una potencia de 500 MW es:

$$m = 2 \cdot n \cdot M({}^2\text{H}) \rightarrow m = 2 \cdot 3,764 \cdot 10^{25} \cdot 2,01474 = 1,517 \cdot 10^{26} \text{ u}$$

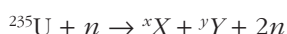
Expresada en kilogramos, esta masa es:

$$m = 1,517 \cdot 10^{26} \text{ u} \cdot \frac{1,66 \cdot 10^{-27}}{1 \text{ u}} = 0,2518 \text{ kg}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado, la numeración con que en él aparece es 40.

**35** Cuando un núcleo de  $^{235}\text{U}$  captura un neutrón, se parte (fisiona) en dos fragmentos, más dos o tres neutrones, y libera unos 210 MeV de energía. La energía de enlace por nucleón de los fragmentos de fisión es, en promedio, de 8,4 MeV. Haz un cálculo aproximado de la energía de enlace por nucleón del  $^{235}\text{U}$ , despreciando la contribución de los neutrones producidos.

La reacción nuclear a que se refiere el enunciado es la siguiente:



Si despreciamos la contribución de los neutrones producidos y la del neutrón capturado, la reacción se puede considerar como una reacción nuclear en la que los 235 nucleones del uranio se transforman en 235 nucleones repartidos en dos núcleos.

La energía que desprenderían los 235 nucleones cuando se formó el uranio es igual en la energía de enlace por nucleón multiplicada por el número de nucleones:

$$\Delta E_{\text{uranio}} = \left( \frac{\Delta E}{A} \right)_{\text{uranio}} \cdot 235$$

La energía que se desprendería, si esos 235 nucleones formasen dos núcleos de 8,4 MeV de energía de enlace por nucleón,  $\Delta E/A$ , sería:

$$\Delta E_{2 \text{ fragmentos}} = 235 \cdot \left( \frac{\Delta E}{A} \right)_{\text{fragmentos}} = 235 \cdot 8,4 \text{ MeV}$$

La energía de enlace desprendida si se forman los dos núcleos intermedios es mayor que la desprendida cuando se forma el uranio. Esa diferencia de energía es la energía liberada en la fisión, 210 MeV.

Si igualamos las energías anteriores:

$$235 \cdot 8,4 - 235 \cdot \left( \frac{\Delta E}{A} \right)_{\text{uranio}} = 210 \text{ MeV}$$

se obtiene la energía de enlace por nucleón del  $^{235}\text{U}$ :

$$\left( \frac{\Delta E}{A} \right)_{\text{uranio}} = \frac{235 \cdot 8,4 - 210}{235} = 7,5 \text{ MeV}$$