

1.- Un rayo luminoso se propaga por un medio con una velocidad de 10^8 m/s e incide formando un ángulo de 30° sobre la superficie de separación entre dos medios. Si sale refractado con un ángulo de 45° , determina:

- Índice de refracción del medio incidente.
- Índice de refracción del medio refractado.
- Velocidad de propagación de la luz en el segundo medio.
- ¿Qué es el ángulo límite?. Calcula el ángulo límite entre ambos medios.

a) El índice de refracción de un medio es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío (c) y la velocidad de la luz en dicho medio, por tanto:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{10^8 \text{ m s}^{-1}} = 3$$

Por tanto el índice de refracción del medio incidente es 3.

b) Para calcular el índice de refracción en el medio refractado utilizamos la ley de Snell que dice *La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de las velocidades con que se propaga la onda en ambos medios.*

$$\frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}(r)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{Cte.}$$

Que escrita de otra forma:

$$n_i \cdot \text{sen} \alpha_i = n_r \cdot \text{sen} \alpha_r$$

Como todos los datos son conocidos excepto el índice de refracción del segundo medio, solo tenemos que despejar:

$$n_r = \frac{n_i \cdot \text{sen} \alpha_i}{\text{sen} \alpha_r} = \frac{3 \cdot \text{sen} 30}{\text{sen} 45} = \frac{1,5}{0,5} = 2,12$$

c) Conocido el índice de refracción del segundo medio, podemos conocer la velocidad de propagación de la onda en dicho medio sin más que despejar de la ecuación vista con anterioridad:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{2,121} = 1,414 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

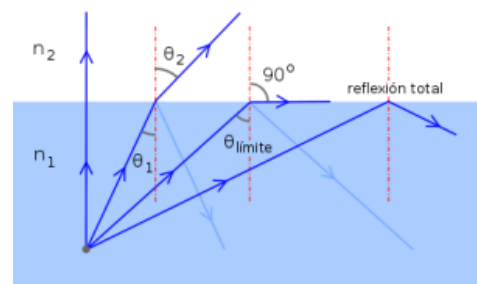
d) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El **ángulo límite** también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = \text{Arcsen} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios con $n_2 > n_1$. Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es 90° .



El ángulo límite entre estos dos medios es: $\alpha_L = \text{Arcsen}\left(\frac{2,12}{3}\right) = 44,96^\circ$

2.- Sea una onda cuya ecuación es: $Y=0,2 \cos(20t + 10x)$ (Sistema internacional) Calcular:

- ¿Hacia dónde se propaga?
- Calcula su frecuencia.
- Calcula su velocidad de propagación.
- ¿Cuál es el estado de vibración de la partícula situada en la posición $x=5$ m cuando $t=2$ segundos?

a) La ecuación de una onda armónica es su forma cosenoidal es: $y = A \cdot \cos(\omega t - k \cdot x)$ donde el signo menos indica que la propagación de la onda es de izquierda a derecha. Como en nuestro caso, el signo es positivo, esto quiere decir que la onda que nos dan se propaga de derecha a izquierda.

b) Comparando nuestra ecuación de onda con la ecuación de onda general, tenemos que la pulsación ω es igual a 20 rad/s. Como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi} = 3,18 \text{ Hz}$$

c) Para calcular la velocidad de propagación de una onda, necesitamos conocer su longitud de onda, como:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} = 0,628 \text{ m}$$

Una vez conocida la longitud de onda, para calcular la velocidad de propagación, basta con sustituir en:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 0,628 \text{ m} \cdot 3,18 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ m s}^{-1}$$

d) Para calcular el estado de vibración de una partícula situada a 5 m a los dos segundos, basta con sustituir todo esto en la ecuación del movimiento:

$$y(x, t) = 0,2 \cos(20t + 10x)$$

$$y(5, 2) = 0,2 \cos(20 \cdot 2 + 10 \cdot 5) = 0,2 \cos(90 \text{ rad}) = -0,09 \text{ m}$$

Así que la partícula se encuentra a 9 cm por debajo de la posición de equilibrio.

- 1.- Una onda de ecuación $Y=2 \text{ Sen}(20\pi t + 10x)$ (Sistema internacional) se propaga en un medio elástico.
- ¿Hacia dónde se propaga?
 - Calcula su longitud de onda.
 - Calcula su velocidad de propagación.
 - ¿Cuál es el estado de vibración de la partícula situada en la posición $x=1 \text{ m}$ cuando $t=3$ segundos?

a) La ecuación de una onda armónica en su forma sinusoidal es: $y = A \cdot \text{sen}(\omega t - k \cdot x)$ donde el signo menos indica que la propagación de la onda es de izquierda a derecha. Como en nuestro caso, el signo es positivo, esto quiere decir que la onda que nos dan se propaga de derecha a izquierda.

Comparando nuestra ecuación de onda con la ecuación de onda general, tenemos que la pulsación ω es igual a $20\pi \text{ rad/s}$. Como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$$

b) Para calcular la velocidad de propagación de una onda, necesitamos conocer su longitud de onda, como:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} = 0,628 \text{ m}$$

c) Una vez conocida la longitud de onda, para calcular la velocidad de propagación, basta con sustituir en:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 0,628 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 6,28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2\pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

d) Para calcular el estado de vibración de una partícula situada a 1 m a los tres segundos, basta con sustituir todo esto en la ecuación del movimiento:

$$y(x,t) = 2 \text{ sen}(20\pi t + 10x)$$

$$y(1,3) = 2 \cdot \text{sen}(20\pi \cdot 3 + 10 \cdot 1) = 2 \cdot \text{sen}(198,5 \text{ rad}) = -1,1 \text{ m}$$

Así que la partícula se encuentra a $1,1 \text{ m}$ por debajo de la posición de equilibrio.

2.- Un rayo luminoso que se propaga por un medio con una velocidad de $9,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ incide formando un ángulo de 45° sobre una superficie si sale refractado con un ángulo de 30° , determina:

- Índice de refracción del medio incidente.
- Índice de refracción del medio refractado.
- Velocidad de propagación de la luz en el segundo medio.
- ¿Qué es el ángulo límite? Calcula el ángulo límite entre ambos medios.
- Si el 25% del rayo luminoso se refleja y no se refracta, ¿Cuál será el ángulo de reflexión?

a) El índice de refracción de un medio es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío (c) y la velocidad de la luz en dicho medio, por tanto:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{9,5 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 3,16$$

Por tanto el índice de refracción del medio incidente es 3,16.

b) Para calcular el índice de refracción en el medio refractado utilizamos la ley de Snell que dice *La razón entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es, para dos medios dados, constante e igual a la razón de las velocidades con que se propaga la onda en ambos medios.*

$$\frac{\text{sen}(i)}{\text{sen}(r)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{Cte.}$$

Que escrita de otra forma:

$$n_i \cdot \text{sen} \alpha_i = n_r \cdot \text{sen} \alpha_r$$

Como todos los datos son conocidos excepto el índice de refracción del segundo medio, solo tenemos que despejar:

$$n_r = \frac{n_i \cdot \text{sen} \alpha_i}{\text{sen} \alpha_r} = \frac{3,16 \cdot \text{sen} 45}{\text{sen} 30} = \frac{1,5}{0,5} = 4,47$$

c) Conocido el índice de refracción del segundo medio, podemos conocer la velocidad de propagación de la onda en dicho medio sin más que despejar de la ecuación vista con anterioridad:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{4,47} = 6,71 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

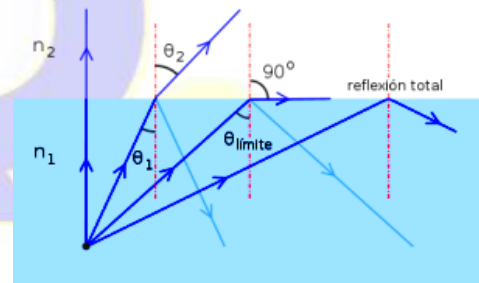
d) **Reflexión total** es el fenómeno que se produce cuando un rayo de luz, atravesando un medio de índice de refracción n_2 menor que el índice de refracción n_1 en el que éste se encuentra, se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios reflejándose completamente.

Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor límite, α_L . Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.

El **ángulo límite** también es el ángulo mínimo de incidencia a partir del cual se produce la reflexión total. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal de la separación de los medios. El ángulo límite viene dado por:

$$\alpha_L = \text{Arcsen} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los medios con $n_2 > n_1$. Vemos que esta ecuación es una simple aplicación de la ley de Snell donde el ángulo de refracción es 90° .



El ángulo límite entre estos dos medios es: $\alpha_L = \text{Arcsen} \left(\frac{3,16}{4,47} \right) = 44,98^\circ$

Ojo porque el ángulo límite solo se da cuando la luz cambia del medio 2 al medio uno, ya que para que ocurra la reflexión, en índice del primero ha de ser mayor que el del segundo.

e) Sabemos que en la reflexión, utilizando la ley de Snell $n_i \cdot \text{sen} \alpha_i = n_r \cdot \text{sen} \alpha_r$ y como el índice del medio no cambio, se tiene que los ángulos de incidencia y reflexión son iguales.

$$\text{sen} \alpha_i = \text{sen} \alpha_r \Rightarrow \alpha_i = \alpha_r$$

Por tanto este ángulo será de 45° .