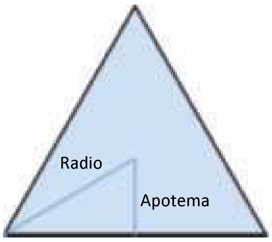
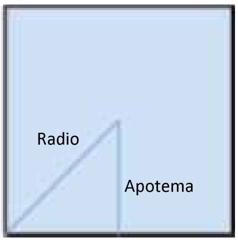
Áreas y volúmenes. Semejanza

6

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 112





El polígono regular de 3 lados se llama triángulo equilátero y el polígono regular de 4 lados se llama cuadrado.

2. Página 112

$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=20,\, c=21} a^2 = 20^2 + 21^2 = 841 \rightarrow a = 29$ cm

3. Página 112

a) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=73,\, b=55,\, c=48} 73^2 = 5329 = 55^2 + 48^2 \rightarrow$ Sí que son los lados de un triángulo rectángulo.

b) $a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=16,\, b=8,\, c=10} 16^2 = 256 \neq 164 = 8^2 + 10^2 \rightarrow$ No son los lados de un triángulo rectángulo.

VIDA COTIDIANA

EL TETRABRIK. Página 113

$V = 5 \cdot 4 \cdot 12 = 240 \text{ cm}^3 \xrightarrow{1 \text{ litro } = 1 \text{ dm}^3 = 0{,}001 \text{ cm}^3} V = 0{,}24$ ℓ de zumo.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 124

Sí. Tienen todos sus lados iguales, por lo tanto, sus lados son proporcionales, y todos sus ángulos también son iguales.

ACTIVIDADES

1. Página 114

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema: $a = \sqrt{6{,}53^2 - 2{,}5^2} = 6$ cm

Perímetro: $P = 8 \cdot 5 = 40$ cm

Área: $A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{40 \cdot 6}{2} = 120$ cm^2

2. Página 114

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema: $a=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}=1{,}73$ cm.

Perímetro: $P=2\cdot 6=12$ cm.

Área: $A=\frac{P\cdot a}{2}=\frac{12\cdot 1{,}73}{2}=10{,}38$ cm².

b) Perímetro: $P=3\cdot 7=21$ cm.

Área: $A=\frac{P\cdot a}{2}=\frac{21\cdot 3{,}11}{2}=32{,}655$ cm².

3. Página 114

La apotema de un polígono regular es el radio de la circunferencia inscrita en él.

4. Página 115

a) La figura está formada por:

Dos trapecios: $B=4$ cm, $b=2$ cm, $h=6-4=2$ cm $\rightarrow A_{\text{Trapecio}}=\frac{B+b}{2}\cdot h=\frac{4+2}{2}\cdot 2=6$ cm²

Un cuadrado: $l=4$ cm $\rightarrow A_{\text{Cuadrado}}=l^2=4^2=16$ cm²

$A_{\text{total}}=2A_{\text{trapecio}}+A_{\text{cuadrado}}=2\cdot 6+16=28$ cm²

b) La figura está formada por:

Cuatro triángulos: $b=2$ cm, calculamos la altura con el teorema de Pitágoras: $h=\sqrt{1{,}41^2-1^2}=1$ cm

$A_{\text{triángulo}}=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{2\cdot 1}{2}=1$ cm²

Un cuadrado: calculamos el lado del cuadrado con el teorema de Pitágoras: $2l^2=2^2\rightarrow l=1{,}41$ cm

$A_{\text{cuadrado}}=l^2=1{,}41^2=2$ cm²

$A_{\text{total}}=4A_{\text{triángulo}}+A_{\text{cuadrado}}=4\cdot 1+2=6$ cm²

c) La figura está formada por:

El triángulo 1: $b=2$ cm, calculamos la altura con el teorema de Pitágoras: $h=\sqrt{2{,}24^2-1^2}=2$ cm

$A_{\text{triángulo 1}}=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{2\cdot 2}{2}=2$ cm²

El triángulo 2: $b=3$ cm, $h=4$ cm $-$ 2 cm $=2$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 2}}=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{3\cdot 2}{2}=3$ cm²

Un rectángulo: $b=3$ cm, $h=2$ cm $\rightarrow A_{\text{rectángulo}}=b\cdot h=3\cdot 2=6$ cm²

Un trapecio: $B=4$ cm, $b=2$ cm, calculamos la altura con el teorema de Pitágoras: $h=\sqrt{2{,}24^2-1^2}=2$ cm

$A_{\text{trapecio}}=\frac{B+b}{2}\cdot h=\frac{4+2}{2}\cdot 2=6$ cm²

$A_{\text{total}}=A_{\text{triángulo 1}}+A_{\text{triángulo 2}}+A_{\text{rectángulo}}+A_{\text{trapecio}}=2+3+6+6=17$ cm²

d) La figura está formada por:

El triángulo 1: $b = 2$ cm, calculamos la altura con el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{1{,}41^2 - 1^2} = 1$ cm

$A_{\text{triángulo 1}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{2 \cdot 1}{2} = 1$ cm^2

El triángulo 2: $b = 2$ cm, $h = 2$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 2}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{2 \cdot 2}{2} = 2$ cm^2

Un romboide: $b = 1$ cm, calculamos la altura con el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{1{,}41^2 - 1^2} = 1$ cm

$A_{\text{romboide}} = b \cdot h = 1 \cdot 1 = 1$ cm^2

$A_{\text{total}} = A_{\text{triángulo 1}} + A_{\text{triángulo 2}} + A_{\text{romboide}} = 1 + 2 + 1 = 4$ cm^2

5. Página 115

a) La figura está formada por:

Un triángulo: $b = 4$ cm, $h = 3$ cm $-$ 2 cm $= 1$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{4 \cdot 1}{2} = 2$ cm^2

Un rectángulo: $b = 4$ cm, $h = 2$ cm $\rightarrow A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 4 \cdot 2 = 8$ cm^2

$A_{\text{total}} = A_{\text{triángulo}} + A_{\text{rectángulo}} = 2 + 8 = 10$ cm^2

b) La figura está formada por:

Dos trapecios: $B = 4$ cm, $b = 2$ cm, $h = 1$ cm $\rightarrow A_{\text{trapecio}} = \dfrac{B + b}{2} \cdot h = \dfrac{4 + 2}{2} \cdot 1 = 3$ cm^2

Un rectángulo: $b = 2$ cm, $h = 1$ cm $\rightarrow A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 2 \cdot 1 = 2$ cm^2

$A_{\text{total}} = A_{\text{rectángulo}} + 2A_{\text{trapecio}} = 2 + 2 \cdot 3 = 8$ cm^2

c) Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Triángulo 1: $b = 2$ cm, $h = 1$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 1}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{2 \cdot 1}{2} = 1$ cm^2

Triángulo 2: $b = 2$ cm, $h = 0{,}5$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 2}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{2 \cdot 0{,}5}{2} = 0{,}5$ cm^2

Rectángulo: $b = 6$ cm, $h = 3$ cm $\rightarrow A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 6 \cdot 3 = 18$ cm^2

$A_{\text{total}} = A_{\text{rectángulo}} - 2A_{\text{triángulo 1}} - 2A_{\text{triángulo 2}} = 18 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0{,}5 = 15$ cm^2

d) Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Rombo 1: $D = 6 \cdot \dfrac{2}{3} = 4$ cm, $d = 3$ cm $\rightarrow A_{\text{rombo 1}} = \dfrac{D \cdot d}{2} = \dfrac{4 \cdot 3}{2} = 6$ cm^2

Rombo 2: $D = \dfrac{4}{2} = 2$ cm, $d = 1{,}5$ cm $\rightarrow A_{\text{rombo 2}} = \dfrac{D \cdot d}{2} = \dfrac{2 \cdot 1{,}5}{2} = 1{,}5$ cm^2

$A_{\text{total}} = 2A_{\text{rombo 1}} - A_{\text{rombo 2}} = 2 \cdot 6 - 1{,}5 = 10{,}5$ cm^2

6. Página 116

a) $A = \pi(R^2 - r^2) = \pi(2^2 - 1^2) = 3\pi = 9{,}42\ \text{cm}^2$

b) $A_{\text{sector}} = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360} = \dfrac{\pi \cdot 3^2 \cdot 83{,}6}{360} = 6{,}57\ \text{cm}$

Calculamos la altura del triángulo con el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}\ \text{cm}$

$A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{4 \cdot \sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5} = 4{,}47\ \text{cm}^2$ $\qquad A_{\text{total}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} = 6{,}57 - 4{,}47 = 2{,}1\ \text{cm}^2$

7. Página 116

a) $P = 2\pi(R + r) = 2\pi(5 + 3) = 50{,}27\ \text{cm}$

$A = \pi(R^2 - r^2) = \pi(5^2 - 3^2) = 16\pi = 50{,}27\ \text{cm}^2$

b) $P = \dfrac{2\pi r \alpha}{360} + 2r = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 30}{360} + 2 \cdot 4 = 10{,}09\ \text{cm}$

$A = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360} = \dfrac{\pi \cdot 4^2 \cdot 30}{360} = 4{,}19\ \text{cm}^2$

8. Página 116

Como el ángulo es de 60º es un triángulo equilátero. Calculamos la altura mediante el teorema de Pitágoras:

$h = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33$ cm, $b = 5$ cm $\rightarrow A = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{5 \cdot 4{,}33}{2} = 10{,}825\ \text{cm}^2$

9. Página 117

a) Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Rectángulo: $b = 4$ cm, $h = 2$ cm $\rightarrow A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 4 \cdot 2 = 8\ \text{cm}^2$

Semicírculo: $r = 2$ cm, $\alpha = 180° \rightarrow A_{\text{semicírculo}} = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360} = \dfrac{\pi \cdot 2^2 \cdot 180}{360} = 6{,}28\ \text{cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{rectángulo}} - A_{\text{semicírculo}} = 8 - 6{,}28 = 1{,}72\ \text{cm}^2$

b) Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Semicírculo: $r = \dfrac{6}{2} = 3$ cm, $\alpha = 180° \rightarrow A_{\text{semicírculo}} = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360} = \dfrac{\pi \cdot 3^2 \cdot 180}{360} = 14{,}14\ \text{cm}^2$

Triángulo: $b = 6$ cm, calculamos la altura con el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2$ cm

$A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{6 \cdot 5{,}2}{2} = 15{,}6\ \text{cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{semicírculo}} + A_{\text{triángulo}} = 14{,}14 + 15{,}6 = 29{,}74\ \text{cm}^2$

10. Página 117

a) Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Cuadrado: $l = 6$ cm $\rightarrow A_{\text{cuadrado}} = l^2 = 6^2 = 36\ \text{cm}^2$

Corona circular: $R = 3$ cm, $r = 1{,}5$ cm $\rightarrow A_{corona} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(3^2 - 1{,}5^2) = 21{,}2\ \text{cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{cuadrado}} - A_{\text{corona}} = 36 - 21{,}2 = 14{,}8\ \text{cm}^2$

b) Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Cuadrado: $l = 8$ cm $\rightarrow A_{\text{cuadrado}} = l^2 = 8^2 = 64$ cm²

Semicírculos: $r = 2$ cm, $\alpha = 180° \rightarrow A_{\text{semicírculo}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 180}{360} = 6{,}28$ cm²

$A_{\text{total}} = A_{\text{cuadrado}} - 4A_{\text{semicírculo}} = 64 - 4 \cdot 6{,}28 = 38{,}88$ cm²

c) Tenemos que calcular el área de un segmento circular:

$\alpha = 90°,\ r = 1\ \text{cm} \rightarrow A_{\text{Segmento}} = A_{\text{Sector}} - A_{\text{Triángulo}} = \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot 90}{360} - \frac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}2854$ cm²

$A_{\text{Total}} = 8 \cdot A_{\text{Segmento}} = 8 \cdot 0{,}2854 = 2{,}28$ cm²

d) Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Semicírculo: $r = 2$ cm, $\alpha = 180° \rightarrow A_{\text{semicírculo}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 180}{360} = 6{,}28$ cm²

Segmento circular: $A_{\text{Segmento}} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 90}{360} - \frac{2 \cdot 2}{2} = 1{,}14$ cm²

$A_{\text{total}} = 3(A_{\text{semicírculo}} - 4A_{\text{segmento}}) = 3(6{,}28 - 4 \cdot 1{,}14) = 5{,}16$ cm²

11. Página 118

$A_{\text{lateral}} = \frac{P \cdot A}{2} \xrightarrow{P = 4 \cdot 6 = 24} A_{\text{lateral}} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120$ cm²

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la base: $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46$ cm

$A_{\text{base}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{24 \cdot 3{,}46}{2} = 41{,}52$ cm²

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 120 + 41{,}52 = 161{,}52$ cm²

12. Página 118

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la pirámide: $a = \sqrt{7^2 + 1{,}5^2} = 7{,}16$ cm

$A_{\text{lateral}} = \frac{P \cdot A}{2} \xrightarrow{P = 3 \cdot 4 = 12} A_{\text{lateral}} = \frac{12 \cdot 7{,}16}{2} = 42{,}96$ cm²

$A_{\text{base}} = l^2 = 3^2 = 9$ cm²

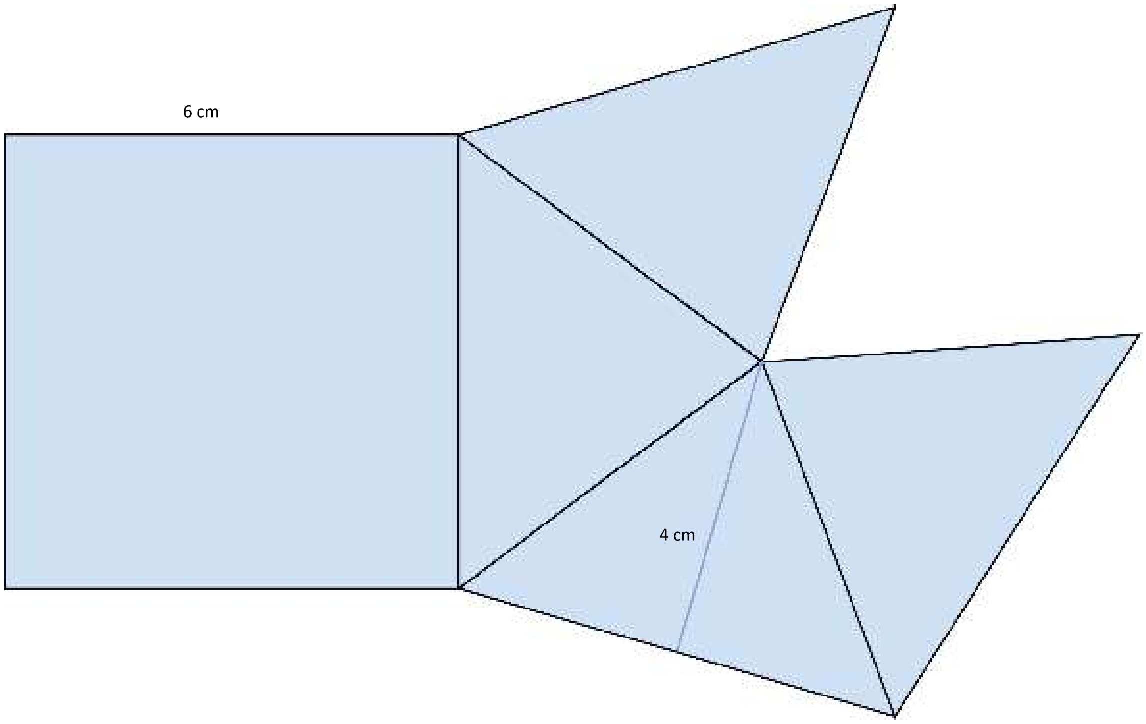
$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 42{,}96 + 9 = 51{,}96$ cm²

b) $A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P = 2 \cdot 5 = 10} A_{\text{lateral}} = 10 \cdot 6 = 60$ cm²

$A_{\text{base}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{10 \cdot 1{,}38}{2} = 6{,}9$ cm²

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 60 + 2 \cdot 6{,}9 = 73{,}8$ cm²

13. Página 118



$$A_{\text{lateral}} = \frac{P \cdot A}{2} \xrightarrow{P=4\cdot 6=24} A_{\text{lateral}} = \frac{24 \cdot 4}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{base}} = l^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 48 + 36 = 84 \text{ cm}^2$$

14. Página 119

a) Pirámide 1:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la pirámide: $a = \sqrt{7^2 + 1{,}5^2} = 7{,}16$ cm.

$$A_{\text{lateral}} = \frac{P \cdot A}{2} \xrightarrow{P=4\cdot 3=12} A_{\text{lateral}} = \frac{12 \cdot 7{,}16}{2} = 42{,}96 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{base}} = l^2 = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{pirámide 1}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 42{,}96 + 9 = 51{,}96 \text{ cm}^2$$

Pirámide 2:

$$A_{\text{lateral}} = \frac{P \cdot A}{2} \xrightarrow{P=4\cdot 5=20} A_{\text{lateral}} = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{base}} = l^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{pirámide 2}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 80 + 25 = 105 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_{\text{pirámide 1}} + A_{\text{pirámide 2}} = 42{,}96 + 105 = 147{,}96 \text{ cm}^2$$

b) Pirámide:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la pirámide: $a=\sqrt{4^2+2^2}=4{,}47$ cm.

$$A_{\text{lateral}}=\frac{P\cdot A}{2}\xrightarrow{P=4\cdot 4=16}A_{\text{lateral}}=\frac{16\cdot 4{,}47}{2}=35{,}76\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{base}}=l^2=4^2=16\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{pirámide}}=A_{\text{lateral}}+A_{\text{base}}=35{,}76+16=51{,}76\ \text{cm}^2$$

Prisma:

$$A_{\text{lateral}}=P\cdot h\xrightarrow{P=3\cdot 6=18}A_{\text{lateral}}=18\cdot 4=72\ \text{cm}^2$$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la base: $a=\sqrt{3^2-1{,}5^2}=2{,}6$ cm.

$$A_{\text{base}}=\frac{P\cdot a}{2}=\frac{18\cdot 2{,}6}{2}=23{,}4\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{prisma}}=A_{\text{lateral}}+2A_{\text{base}}=72+2\cdot 23{,}4=118{,}8\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{total}}=A_{\text{pirámide}}+A_{\text{prisma}}=51{,}76+118{,}8=170{,}56\ \text{cm}^2$$

15. Página 119

a) Pirámide:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la pirámide: $a=\sqrt{5^2-4^2}=3$ cm.

$$A_{\text{lateral 1}}=\frac{P\cdot A}{2}\xrightarrow{P=4\cdot 8=32}A_{\text{lateral 1}}=\frac{32\cdot 3}{2}=48\ \text{cm}^2$$

Cubo:

$$A_{\text{lateral 2}}=P\cdot h\xrightarrow{P=4\cdot 8=32}A_{\text{lateral 2}}=32\cdot 8=256\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{base}}=l^2=8^2=64\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{total}}=A_{\text{lateral 1}}+A_{\text{lateral 2}}+A_{\text{base}}=48+256+64=368\ \text{cm}^2$$

b) Pirámide:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la pirámide: $a=\sqrt{2^2+1^2}=2{,}24$ cm.

$$A_{\text{lateral}}=\frac{P\cdot A}{2}\xrightarrow{P=4\cdot 2=8}A_{\text{lateral}}=\frac{8\cdot 2{,}24}{2}=8{,}96\ \text{cm}^2$$

Cubo, solo hay que sumar 4 caras:

$$A_{\text{cubo}}=4\cdot 2^2=16\ \text{cm}^2$$

Prisma:

$$A_{\text{lateral}}=P\cdot h\xrightarrow{P=4\cdot 2+2\cdot 2=12}A_{\text{lateral}}=12\cdot 1=12\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{base}}=b\cdot h=4\cdot 2=8\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{cara superior}}=2\cdot 2=4\ \text{cm}^2$$

Sumamos las áreas anteriores para calcular el área total:

$$A_{\text{total}}=A_{\text{pirámide}}+A_{\text{cubo}}+A_{\text{prisma}}=8{,}96+16+(12+8+4)=48{,}96\ \text{cm}^2$$

16. Página 120

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g=\sqrt{4^2+3^2}=5$ cm

$A=\pi r(g+r)=3\pi(3+5)=75{,}4$ cm²

b) $A=4\pi r^2=4\pi\cdot 4^2=201{,}06$ cm²

c) $A=2\pi rh=2\pi\cdot 2\cdot(2-1)=12{,}57$ cm²

d) $A_{huso}=\dfrac{4\pi r^2\alpha}{360}=\dfrac{4\pi\cdot 5^2\cdot 35}{360}=30{,}54$ cm²

17. Página 120

a) $A=2\pi r(h+r)=2\cdot 5\cdot\pi\cdot(2+5)=219{,}91$ cm²

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g=\sqrt{4^2+2^2}=4{,}47$ cm

$A=\pi r(g+r)=2\pi(4{,}47+2)=40{,}65$ cm²

c) $A=4\pi r^2=4\pi 1^2=12{,}57$ cm²

d) $A=\dfrac{4\pi r^2\alpha}{360}=\dfrac{4\pi 2^2\cdot 30}{360}=4{,}19$ cm²

18. Página 120

Un casquete esférico cuya altura es igual al radio representa media esfera, por tanto, su área será la mitad de la de la esfera completa: $A=2\pi rh\xrightarrow{h=r}A=2\pi r^2=A=\dfrac{4\pi r^2}{2}=2\pi r^2$

19. Página 121

a) Esfera:

$A_{esfera}=4\pi r^2=4\pi 1^2=12{,}57$ cm²

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la altura del casquete esférico que tenemos que descontar al área de la esfera:

$(r_{esfera}-h)^2+r_{cilindro}^2=r_{esfera}^2\rightarrow h=1-\sqrt{1^2-0{,}5^2}=0{,}134$ cm

$A_{casquete}=2\pi rh=2\pi 1\cdot 0{,}134=0{,}84$ cm²

Cilindro:

$A_{lateral}=2\pi rh=2\cdot 0{,}5\cdot\pi\cdot 3=9{,}42$ cm²

$A_{base}=\pi r^2=\pi\cdot 0{,}5^2=0{,}79$ cm²

$A_{total}=A_{esfera}-A_{casquete}+A_{lateral}+A_{base}=12{,}57-0{,}84+9{,}42+0{,}79=21{,}94$ cm²

b) Semiesfera:

$A_{semiesfera}=2\pi r^2=2\cdot\pi\cdot 3^2=56{,}55$ cm²

Cono:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono:

$g=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{7^2+3^2}=7{,}62$ cm

$A_{lateral}=\pi rg=\pi\cdot 3\cdot 7{,}62=71{,}82$ cm²

$A_{total}=A_{semiesfera}+A_{lateral}=56{,}55+71{,}82=128{,}37$ cm²

20. Página 121

Semiesfera:

$A_{\text{semiesfera}} = 2\pi r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 3^2 = 56{,}55 \text{ cm}^2$

$A_{\text{corona}} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(3^2 - 2^2) = 15{,}71 \text{ cm}^2$

Cilindro:

$A_{\text{lateral}} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 5 = 62{,}83 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = \pi r^2 = \pi 2^2 = 12{,}57 \text{ cm}^2$

$A_{total} = A_{\text{semiesfera}} + A_{\text{corona}} + A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 56{,}55 + 15{,}71 + 62{,}83 + 12{,}57 = 147{,}66 \text{ cm}^2$

21. Página 121

$A_{\text{corona}} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(20^2 - 7^2) = 1\,102{,}7 \text{ cm}^2$

Cilindro 1:

$A_{\text{lateral 1}} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10 = 1256{,}64 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base 1}} = \pi r^2 = \pi 20^2 = 1256{,}64 \text{ cm}^2$

Cilindro 2:

$A_{\text{lateral 2}} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 30 = 1319{,}47 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base 2}} = \pi r^2 = \pi 7^2 = 153{,}94 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{corona}} + A_{\text{lateral 1}} + A_{\text{base 1}} + A_{\text{lateral 2}} + A_{\text{base 2}} = 1102{,}7 + 1256{,}64 + 1256{,}64 + 1319{,}47 + 153{,}94 = 5089{,}39 \text{ cm}^2$

22. Página 122

a) $V = \pi r^2 \cdot h = \pi 2^2 \cdot 7 = 87{,}96 \text{ cm}^3$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33 \text{ cm}$.

$$A_{\text{base}} = \frac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P = 5 \cdot 6 = 30} A_{\text{base}} = \frac{30 \cdot 4{,}33}{2} = 64{,}95 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 64{,}95 \cdot 10 = 216{,}5 \text{ cm}^3$$

c) $A_{\text{base}} = l^2 = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$

$V = A_{\text{base}} \cdot h = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^3$

23. Página 122

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener altura: $h = \sqrt{12^2 - 5^2} = 10{,}91 \text{ mm}$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 10{,}91 = 285{,}62 \text{ mm}^3$$

24. Página 122

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 113{,}1 \text{ cm}^3$$

El volumen de la semiesfera de igual radio será la mitad del de la esfera, es decir:

$$V = \frac{113{,}1}{2} = 56{,}55 \text{ cm}^3$$

25. Página 123

Cubo:

$V_{cubo} = l^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$

Prisma:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura de la base: $h_{base} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3{,}46 \text{ cm}$

$V_{prisma} = A_{base} \cdot h = \left(\frac{b \cdot h_{base}}{2}\right) \cdot h = \left(\frac{4 \cdot 3{,}46}{2}\right) \cdot 5 = 34{,}6 \text{ cm}^3$

$V_{total} = V_{cubo} + V_{prisma} = 125 + 34{,}6 = 159{,}6 \text{ cm}^3$

26. Página 123

Cilindro:

$V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 6 = 117{,}81 \text{ cm}^3$

Cono:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura: $h = \sqrt{3{,}91^2 - 2{,}5^2} = 3 \text{ cm}$

$V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi 2{,}5^2 \cdot 3 = 19{,}63 \text{ cm}^3$

$V_{total} = V_{cilindro} + V_{cono} = 117{,}81 + 19{,}63 = 137{,}44 \text{ cm}^3$

27. Página 123

Cilindro:

$V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 9 = 706{,}86 \text{ cm}^3$

Semiesfera:

$V_{semiesfera} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{2}{3}\pi 5^3 = 261{,}8 \text{ cm}^3$

$V_{total} = V_{cilindro} + V_{semiesfera} = 706{,}86 + 261{,}8 = 968{,}66 \text{ cm}^3$

28. Página 123

Prisma:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la base: $a = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1{,}73 \text{ cm}$

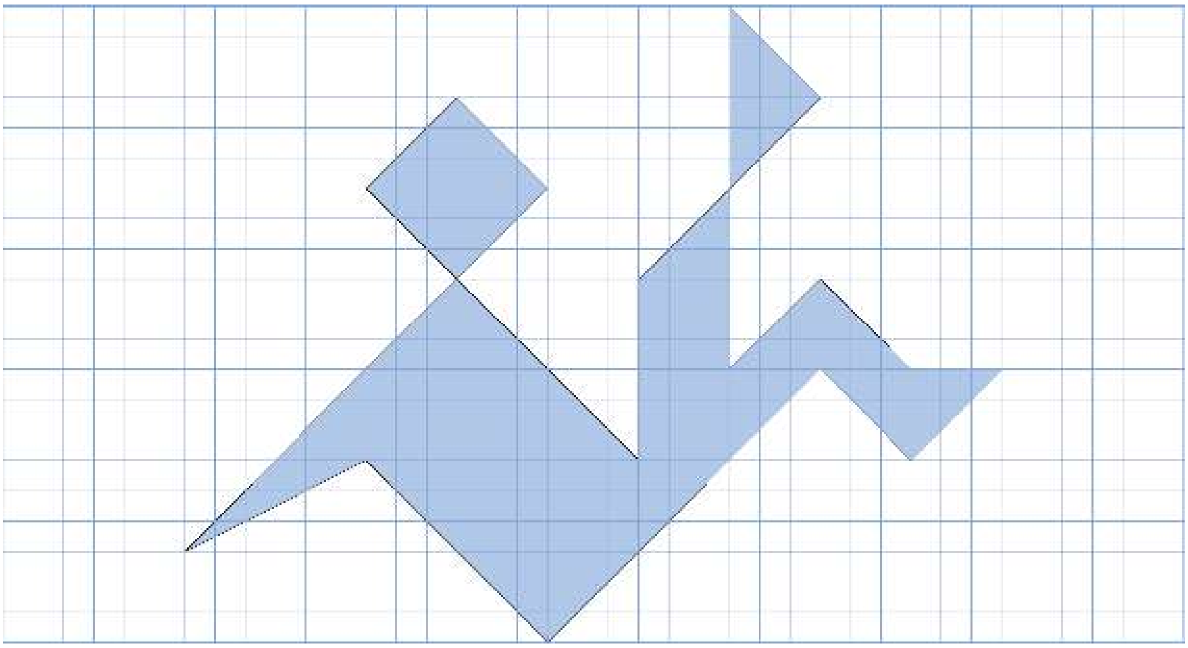
$V_{prisma} = A_{base} \cdot h = \left(\frac{P \cdot a}{2}\right) \cdot h \xrightarrow{P=2 \cdot 6=12} V_{prisma} = \left(\frac{12 \cdot 1{,}73}{2}\right) \cdot 6 = 62{,}28 \text{ cm}^3.$

Semicilindro:

$V_{semicilindro} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{2} = \frac{\pi 1^2 \cdot 4}{2} = 6{,}28 \text{ cm}^3$

$V_{total} = V_{prisma} + V_{semicilindro} = 62{,}28 + 6{,}28 = 68{,}56 \text{ cm}^3$

29. Página 124



30. Página 124

Razón de semejanza $= \frac{3}{2} = 1,5$

31. Página 124

Si la razón de semejanza es 4, el lado de la figura semejante mide: $3 \cdot 4 = 12$ cm

32. Página 125

Razón de semejanza $= \frac{12}{4} = \frac{9}{3} = \frac{6}{2} = 3$

Área del poliedro 1:

$A_{\text{lateral}} = P_{\text{base}} \cdot h = (4 \cdot 2 + 3 \cdot 2) \cdot 2 = 28 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = b \cdot h = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$

$A_{\text{poliedro 1}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 28 + 2 \cdot 12 = 52 \text{ cm}^2$

$A_{\text{poliedro 2}} = 3^2 \cdot A_{\text{poliedro 1}} = 9 \cdot 52 = 468 \text{ cm}^2$

33. Página 125

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la apotema de la pirámide: $a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$

Área:

$A_{\text{lateral}} = \frac{P_{\text{base}} \cdot a}{2} \xrightarrow{P=6\cdot 4=24} A_{\text{lateral}} = \frac{24 \cdot 5}{2} = 60 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = l^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$

$A_{\text{pirámide 1}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 60 + 36 = 96 \text{ cm}^2$

Volumen:

$V_{\text{pirámide 1}} = \frac{1}{3} A_{\text{base}} \cdot h = \frac{1}{3} 36 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^3$

Pirámide semejante con razón de semejanza 0,5:

Área:

$A_{\text{pirámide 2}} = (0,5)^2 A_{\text{pirámide 1}} = 0,25 \cdot 96 = 24 \text{ cm}^2$

Volumen:

$V_{\text{pirámide 2}} = (0,5)^3 \cdot V_{\text{pirámide 1}} = 0,125 \cdot 48 = 6 \text{ cm}^3$

34. Página 125

$$V_2 = r^3 \cdot V_1 \rightarrow r^3 = \frac{V_2}{V_1} = \frac{343}{8} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{343}{8}} = \frac{7}{2} = 3,5$$

ACTIVIDADES FINALES

35. Página 126

a) $P = 3 \cdot 8 = 24 \text{ cm} \longrightarrow A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{24 \cdot 3,62}{2} = 43,44 \text{ cm}^2$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la longitud de los lados desconocidos del trapecio:

$l = \sqrt{5^2 + 1,5^2} = 5,22 \text{ cm}$

$P = 6 + 3 + 2 \cdot 5,22 = 19,44 \text{ cm}$ $\qquad A = \dfrac{B+b}{2} \cdot h = \dfrac{6+3}{2} \cdot 5 = 22,5 \text{ cm}^2$

36. Página 126

a) $P = 2 \cdot (2+3) = 10 \text{ cm}$ $\qquad A = b \cdot h = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la longitud del lado: $l = \sqrt{0,5^2 + 2^2} = 2,06 \text{ cm}$

$P = 4 \cdot l = 4 \cdot 2,06 = 8,24 \text{ cm}$ $\qquad A = \dfrac{D \cdot d}{2} = \dfrac{1 \cdot 4}{2} = 2 \text{ cm}^2$

c) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la longitud de los lados desconocidos del trapecio:

$l = \sqrt{5^2 + 1^2} = 5,1 \text{ mm}$ $\qquad P = 3 + 5 + 2 \cdot 5,1 = 18,2 \text{ mm}$

$A = \dfrac{B+b}{2} \cdot h = \dfrac{5+3}{2} \cdot 5 = 20 \text{ mm}^2$

d) $P = 2(4,2+2) = 12,4 \text{ dm}$ $\qquad A = b \cdot h = 2 \cdot 4 = 8 \text{ dm}^2$

37. Página 126

a) $P = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm} \longrightarrow A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{15 \cdot 2,06}{2} = 15,45 \text{ cm}^2$

b) $P = 4 \cdot 7 = 28 \text{ m} \longrightarrow A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{28 \cdot 4,15}{2} = 58,1 \text{ m}^2$

c) $P = 1 \cdot 8 = 8 \text{ mm} \longrightarrow A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{8 \cdot 1,21}{2} = 4,84 \text{ mm}^2$

d) $P = 2 \cdot 10 = 20 \text{ cm} \longrightarrow A = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{20 \cdot 3,08}{2} = 30,8 \text{ cm}^2$

38. Página 126

a) $P = 6 \cdot 5 = 30$ cm

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema del pentágono: $a = \sqrt{5,1^2 - 3^2} = 4,12$ cm

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{30 \cdot 4,12}{2} = 61,8 \text{ cm}^2$$

b) $P = 7 \cdot 6 = 42$ cm

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema del hexágono: $a = \sqrt{7^2 - 3,5^2} = 6,06$ cm

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{42 \cdot 6,06}{2} = 127,26 \text{ cm}^2$$

39. Página 126

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener el otro lado del rectángulo: $b = \sqrt{d^2 - a^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm

$P = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (3 + 4) = 14$ cm

$A = a \cdot b = 3 \cdot 4 = 12$ cm^2

b) $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 13 = 52$ m

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la diagonal mayor: $D = 2\sqrt{13^2 - 5^2} = 24$ m

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120 \text{ m}^2$$

c) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la longitud de los lados desconocidos:

$$l = \sqrt{\left(\frac{11-5}{2}\right)^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

$P = 2 \cdot 5 + 5 + 11 = 26$ cm

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h = \frac{11 + 5}{2} \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$$

d) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener el lado del cuadrado:

$l^2 + l^2 = 2,42^2 \rightarrow l^2 = 2,93 \rightarrow l = 1,71$ mm

$P = 4 \cdot l = 4 \cdot 1,71 = 6,84$ mm

$A = l^2 = 2,93$ mm^2

40. Página 126

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema del polígono: $a = \sqrt{2,61^2 - 1^2} = 2,41$ cm

$$P = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{16 \cdot 2,41}{2} = 19,28 \text{ cm}^2$$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema del polígono: $a = \sqrt{4,61^2 - 2^2} = 4,15$ m

$$P = 4 \cdot 7 = 28 \text{ m} \rightarrow A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{28 \cdot 4,15}{2} = 58,1 \text{ m}^2$$

c) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema del polígono: $a = \sqrt{3{,}86^2 - 1^2} = 3{,}73$ mm

$$P = 12 \cdot 2 = 24 \text{ mm} \rightarrow A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{24 \cdot 3{,}73}{2} = 44{,}76 \text{ mm}^2$$

d) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema del polígono: $a = \sqrt{0{,}81^2 - 0{,}25^2} = 0{,}77$ cm

$$P = 0{,}5 \cdot 10 = 5 \text{ cm} \rightarrow A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{5 \cdot 0{,}77}{2} = 1{,}925 \text{ cm}^2$$

42. Página 126

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 6^2 \\ (5 - x)^2 + h^2 = 7^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + h^2 = 36 \\ 25 - 10x + x^2 + h^2 = 49 \end{cases} \rightarrow 25 - 10x = 13 \rightarrow x = 1{,}2 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{36 - 1{,}2^2} = 5{,}88 \text{ cm} \qquad A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 5{,}88}{2} = 14{,}7 \text{ cm}^2$$

$$P = 5 + 6 + 7 = 18 \text{ cm}$$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 3^2 \\ (6 - x)^2 + h^2 = 5^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + h^2 = 9 \\ 36 - 12x + x^2 + h^2 = 25 \end{cases} \rightarrow 36 - 12x = 16 \rightarrow x = 1{,}67 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{9 - 1{,}67^2} = 2{,}49 \text{ cm} \qquad A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 2{,}49}{2} = 7{,}47 \text{ cm}^2$$

$$P = 3 + 5 + 6 = 14 \text{ cm}$$

c) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 6^2 \\ (10 - x)^2 + h^2 = 9^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + h^2 = 36 \\ 100 - 20x + x^2 + h^2 = 81 \end{cases} \rightarrow 100 - 20x = 45 \rightarrow x = 2{,}75 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{36 - 2{,}75^2} = 5{,}33 \text{ cm} \qquad A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 5{,}33}{2} = 26{,}65 \text{ cm}^2$$

$$P = 6 + 9 + 10 = 25 \text{ cm}$$

d) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 7^2 \\ (11 - x)^2 + h^2 = 8^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + h^2 = 49 \\ 121 - 22x + x^2 + h^2 = 64 \end{cases} \rightarrow 121 - 22x = 15 \rightarrow x = 4{,}82 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{49 - 4{,}82^2} = 5{,}08 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 5{,}08}{2} = 27{,}94 \text{ cm}^2$$

43. Página 126

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 5^2 \\ (11 - x)^2 + h^2 = 9^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + h^2 = 25 \\ 121 - 22x + x^2 + h^2 = 81 \end{cases} \rightarrow 121 - 22x = 56 \rightarrow x = 2{,}95 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{25 - 2{,}95^2} = 4{,}04 \text{ cm} \qquad A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 4{,}04}{2} = 22{,}22 \text{ cm}^2$$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2+h^2=3^2 \\ (6-x)^2+h^2=5^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2+h^2=9 \\ 36-12x+x^2+h^2=25 \end{cases} \rightarrow 36-12x=16 \rightarrow x=1{,}67 \text{ cm}$$

$$h=\sqrt{9-1{,}67^2}=2{,}49 \text{ cm} \qquad A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{6\cdot 2{,}49}{2}=7{,}47 \text{ cm}^2$$

c) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2+h^2=5^2 \\ (10-x)^2+h^2=8^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2+h^2=25 \\ 100-20x+x^2+h^2=64 \end{cases} \rightarrow 100-20x=39 \rightarrow x=3{,}05 \text{ cm}$$

$$h=\sqrt{25-3{,}05^2}=3{,}96 \text{ cm} \qquad A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{10\cdot 3{,}96}{2}=19{,}8 \text{ cm}^2$$

d) Utilizamos el teorema de Pitágoras dos veces para obtener la altura del triángulo:

$$\begin{cases} x^2+h^2=3^2 \\ (7-x)^2+h^2=6^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2+h^2=9 \\ 49-14x+x^2+h^2=36 \end{cases} \rightarrow 49-14x=27 \rightarrow x=1{,}57 \text{ cm}$$

$$h=\sqrt{9-1{,}57^2}=2{,}56 \text{ cm} \qquad A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{7\cdot 2{,}56}{2}=8{,}96 \text{ cm}^2$$

44. Página 126

$$P=2\cdot 10+2\cdot 6=32 \text{ cm}$$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la altura de los triángulos:

$$h_1=\sqrt{10^2-3^2}=9{,}54 \text{ cm} \rightarrow A_1=\frac{b_1\cdot h_1}{2}=\frac{6\cdot 9{,}54}{2}=28{,}62 \text{ cm}^2$$

$$h_2=\sqrt{6^2-3^2}=5{,}2 \text{ cm} \rightarrow A_2=\frac{b_2\cdot h_2}{2}=\frac{6\cdot 5{,}2}{2}=15{,}6 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}}=A_1+A_2=28{,}62+15{,}6=44{,}22 \text{ cm}^2$$

45. Página 127

Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Triángulo 1: $b=8-6=2$ cm, $h=6-2=4$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 1}}=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{2\cdot 4}{2}=4 \text{ cm}^2$

Cuadrado: $l=6$ cm $\rightarrow A_{\text{cuadrado}}=l^2=6^2=36 \text{ cm}^2$

Rectángulo: $b=4+2=6$ cm, $h=6$ cm $\rightarrow A_{\text{rectángulo}}=b\cdot h=6\cdot 6=36 \text{ cm}^2$

Triángulo 2: $b=2$ cm, $h=6$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 2}}=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{2\cdot 6}{2}=6 \text{ cm}^2$

Triángulo 3: $b=2$ cm, $h=6$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 3}}=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{2\cdot 6}{2}=6 \text{ cm}^2$

$$A_{\text{total}}=A_{\text{triángulo 1}}+A_{\text{cuadrado}}+A_{\text{rectángulo}}-A_{\text{triángulo 2}}-A_{\text{triángulo 3}}=A_{total}=4+36+36-6-6=64 \text{ cm}^2$$

Para calcular el perímetro necesitamos conocer los lados desconocidos, es decir, las hipotenusas de los triángulos 1, 2 y 3. Para obtenerlas utilizamos el teorema de Pitágoras:

$$c_1=\sqrt{2^2+4^2}=4{,}47 \text{ cm} \qquad c_2=\sqrt{2^2+6^2}=6{,}32 \text{ cm} \qquad c_3=\sqrt{2^2+6^2}=6{,}32 \text{ cm}$$

$$P=8+4+6{,}32+6{,}32+2+6+2+4{,}47=39{,}11 \text{ cm}$$

46. Página 127

Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Cuadrado: $l=\sqrt{5} \rightarrow A_{\text{cuadrado}}=\left(\sqrt{5}\right)^2=5 \text{ cm}^2$

Rombo: $D = 4$ cm, $l=\sqrt{5}$ cm.

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la otra diagonal: $d=2\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2-2^2}=2 \text{ cm}$

$A=\dfrac{D\cdot d}{2}=\dfrac{2\cdot 4}{2}=4 \text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{total}}=4A_{\text{cuadrado}}+A_{\text{rombo}}=4\cdot 5+4=24 \text{ cm}^2$

47. Página 127

Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Triángulo 1: $b = 1$ cm, $h = 3$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 1}}=\dfrac{b\cdot h}{2}=\dfrac{1\cdot 3}{2}=1{,}5 \text{ cm}^2$

El lado que falta del triángulo 1 mide $c_1=\sqrt{1^2+3^2}=3{,}16$ cm.

Trapecio: $B = 3$ cm, $b = 2$ cm, $h = 3$ cm $\rightarrow A_{\text{trapecio}}=\dfrac{B+b}{2}\cdot h=\dfrac{3+2}{2}\cdot 3=7{,}5 \text{ cm}^{2\text{rd4c}}$

El lado que falta del trapecio mide $c_2=\sqrt{(3-2)^2+3^2}=3{,}16$ cm.

Triángulo 2: $b = 2$ cm, $h = 3$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo 2}}=\dfrac{b\cdot h}{2}=\dfrac{2\cdot 3}{2}=3 \text{ cm}^2$

El lado que falta del triángulo 2 mide $c_3=\sqrt{1^2+3^2}=3{,}16$ cm.

$A_{\text{total}}=A_{\text{triángulo 1}}+A_{\text{trapecio}}+A_{\text{triángulo 2}}=1{,}5+7{,}5+3=12 \text{ cm}^2$

$P=3\cdot 3{,}16+1+3=13{,}48 \text{ cm}$

48. Página 127

La diagonal del cuadrado mide 2 · 4 cm = 8 cm.

Hallamos el lado del cuadrado utilizando el teorema de Pitágoras: $2l^2=8^2\rightarrow l=\sqrt{32}=5{,}7 \text{ cm}$

Tenemos que calcular el área de estas figuras:

Cuadrado:

$A_{\text{cuadrado}}=l^2=5{,}7^2=32{,}49 \text{ cm}^2$

Triángulo:

Si sumamos dos veces la altura del triángulo con el lado del cuadrado obtenemos el diámetro de la circunferencia, es decir, $2h+l=8\rightarrow h=\dfrac{8-5{,}7}{2}=1{,}15$ cm.

$A_{\text{triángulo}}=\dfrac{b\cdot h}{2}=\dfrac{5{,}7\cdot 1{,}15}{2}=3{,}28 \text{ cm}^2$

$A_{\text{octógono}}=A_{\text{cuadrado}}+4A_{\text{triángulo}}=32{,}49+4\cdot 3{,}28=45{,}61 \text{ cm}^2$

49. Página 127

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener el valor de *x*: $2x^2 = (\sqrt{2})^2 \rightarrow x = 1$ cm

Tenemos que calcular el área de estas figuras:

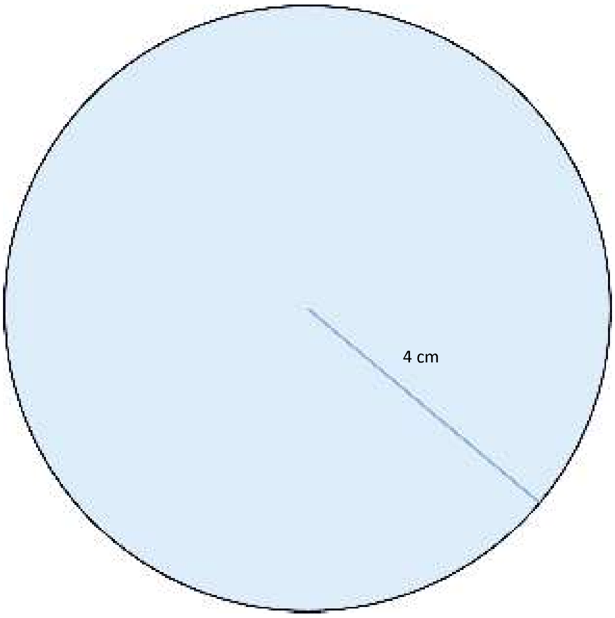
Cuadrado: $l = 2 + \sqrt{2}$ cm $\rightarrow A_{cuadrado} = l^2 = (2+\sqrt{2})^2 = 11{,}66$ cm²

Triángulo: $b = 1$ cm, $h = 1$ cm $\rightarrow A_{triángulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}5$ cm²

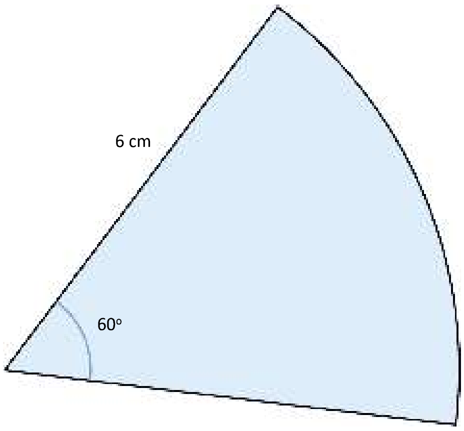
$A_{total} = A_{cuadrado} - 4A_{triángulo} = 11{,}66 - 4 \cdot 0{,}5 = 9{,}66$ cm²

50. Página 127

a) $P = 2\pi r = 2\pi 4 = 25{,}13$ cm $\qquad A = \pi r^2 = \pi 4^2 = 50{,}26$ cm²

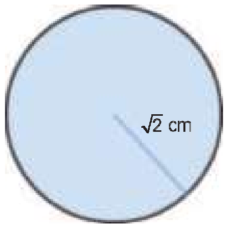


b) $P = \frac{2\pi r \alpha}{360} + 2r = \frac{2\pi 6 \cdot 60}{360} + 2 \cdot 6 = 18{,}28$ cm $\qquad A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 6^2 \cdot 60}{360} = 18{,}85$ cm²



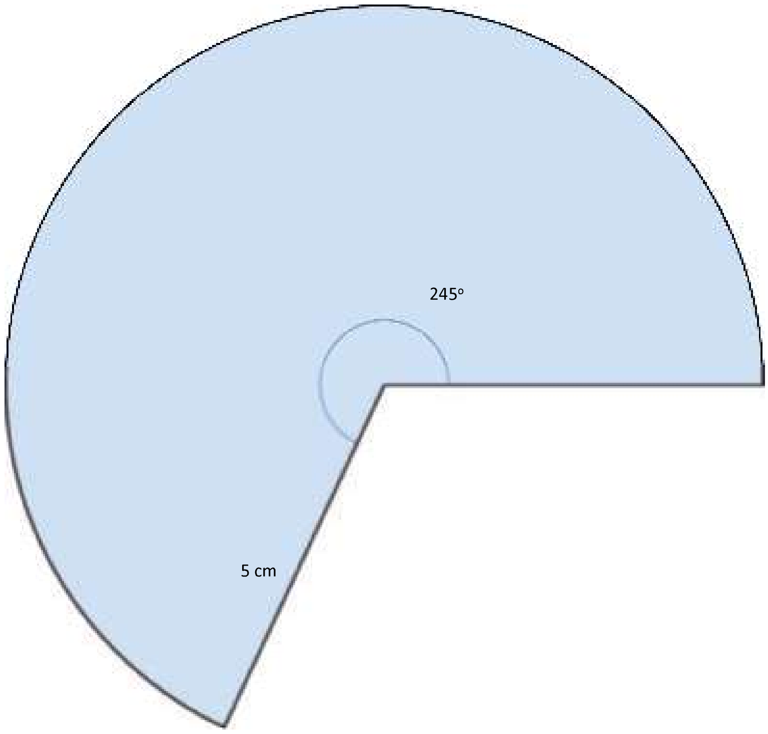
c) $P = 2\pi r = 2\pi\sqrt{2} = 8,88$ cm

$A = \pi r^2 = \pi\left(\sqrt{2}\right)^2 = 12,57$ cm²



d) $P = \dfrac{2\pi r\alpha}{360} + 2r = \dfrac{2\pi 5 \cdot 245}{360} + 2 \cdot 5 = 31,38$ cm

$A = \dfrac{\pi r^2\alpha}{360} = \dfrac{\pi 5^2 \cdot 245}{360} = 53,45$ cm²



51. Página 127

$P = 2\pi r = 62,83 \rightarrow r = \dfrac{62,83}{2\pi} = 10$ cm $\qquad A = \pi r^2 = \pi 10^2 = 314,16$ cm²

52. Página 127

$A = \dfrac{\pi r^2\alpha}{360} = \dfrac{\pi 5^2\alpha}{360} = 6,54 \rightarrow \alpha = \dfrac{6,54 \cdot 360}{25\pi} = 30°$

53. Página 127

$A = \dfrac{\pi r^2\alpha}{360} = \dfrac{\pi r^2 30}{360} = 26,18 \rightarrow r = \sqrt{\dfrac{26,18 \cdot 360}{30\pi}} = 10$ cm

54. Página 127

a) $R = 8$ cm, $r = 0,2$ dm $= 2$ cm

$P = 2 \cdot \pi(R + r) = 2 \cdot \pi(8 + 2) = 62,83$ cm $\qquad A = \pi(R^2 - r^2) = \pi(8^2 - 2^2) = 188,5$ cm²

b) $r = 4$ cm, $\alpha = 43°$

$P = \dfrac{2\pi r\alpha}{360} + 2r = \dfrac{2\pi \cdot 4 \cdot 43}{360} + 2 \cdot 4 = 11$ cm $\qquad A = \dfrac{\pi r^2\alpha}{360} = \dfrac{\pi 4^2 \cdot 43}{360} = 6$ cm²

c) $R = 6{,}5$ cm, $r = 5$ cm

$$P = 2\cdot\pi(R + r) = 2\cdot\pi(6{,}5 + 5) = 72{,}25 \text{ cm} \qquad A = \pi(R^2 - r^2) = \pi(6{,}5^2 - 5^2) = 54{,}19 \text{ cm}^2$$

b) $r = 2{,}5$ cm, $\alpha = 67°$

$$P = \frac{2\pi r\alpha}{360} + 2r = \frac{2\pi\cdot 2{,}5\cdot 67}{360} + 2\cdot 2{,}5 = 7{,}92 \text{ cm} \qquad A = \frac{\pi r^2\alpha}{360} = \frac{\pi 2{,}5^2\cdot 67}{360} = 3{,}65 \text{ cm}^2$$

55. Página 127

$$A = \pi(R^2 - r^2) = \pi(10^2 - r^2) = 26\pi \rightarrow r = \sqrt{74} = 8{,}6 \text{ cm}$$

56. Página 127

$$A = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R^2 - 3^2) = 16\pi \rightarrow R = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

57. Página 127

a) $P = \dfrac{2\cdot\pi\cdot 5\cdot 50}{360} + 4{,}23 = 8{,}59 \text{ cm}$

$$A_{\text{sector}} = \frac{\pi\cdot 5^2\cdot 50}{360} = 10{,}91 \text{ cm}^2$$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura: $h = \sqrt{5^2 - \left(\dfrac{4{,}23}{2}\right)^2} = 4{,}53 \text{ cm}$

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{4{,}23\cdot 4{,}53}{2} = 9{,}58 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} = 10{,}91 - 9{,}58 = 1{,}33 \text{ cm}^2$$

b) $P = \dfrac{2\cdot\pi\cdot 10\cdot 70}{360} + 11{,}47 = 23{,}68 \text{ cm}$

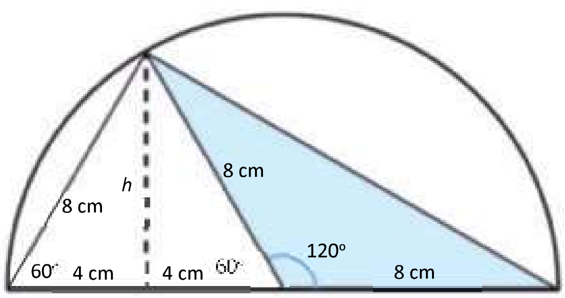
$$A_{\text{sector}} = \frac{\pi\cdot 10^2\cdot 70}{360} = 61{,}09 \text{ cm}^2$$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura: $h = \sqrt{10^2 - \left(\dfrac{11{,}47}{2}\right)^2} = 8{,}19 \text{ cm}$

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{11{,}47\cdot 8{,}19}{2} = 46{,}97 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} = 61{,}09 - 46{,}97 = 14{,}12 \text{ cm}^2$$

58. Página 127



Una de las alturas de este triángulo coincide con la altura de un triángulo equilátero de 8 cm de lado, la calculamos utilizando el teorema de Pitágoras:

$$h = \sqrt{8^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 6{,}93 \text{ cm.}$$

$$A = \frac{b\cdot h}{2} = \frac{8\cdot 6{,}93}{2} = 27{,}72 \text{ cm}^2$$

59. Página 127

a) Tenemos que hallar el área de estas figuras:

Semicírculo: $r = 1$ cm $\rightarrow A_{\text{semicírculo}} = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi 1^2 = 1{,}57 \text{ cm}^2$

Corona circular: $R = 1$ cm, $r = 0{,}5$ cm, $A_{corona} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(1^2 - 0{,}5^2) = 2{,}36 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = 2A_{\text{semicírculo}} + A_{\text{corona}} = 2 \cdot 1{,}57 + 2{,}36 = 5{,}5 \text{ cm}^2$

b) El área azul está formada por 8 segmentos circulares. Para calcular su área tenemos que hallar el área de estas figuras:

Sector: $r = 1$ cm, $\alpha = 90°$ $\rightarrow A_{\text{sector}} = \frac{\pi r^2 90}{360} = \frac{\pi}{4} \text{ cm}^2$

Triángulo: $b = 1$ cm, $h = 1$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$

$A_{\text{segmento circular}} = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = 8A_{\text{segmento circular}} = 8 \cdot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = 2{,}28 \text{ cm}^2$

61. Página 128

a) Sector mayor: $R = 7$ cm, $\alpha = 42°$ $\rightarrow A_{\text{sector 1}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 7^2 \cdot 42}{360} = 17{,}96 \text{ cm}^2$

Sector menor: $r = 4$ cm, $\alpha = 42°$ $\rightarrow A_{\text{sector 2}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 4^2 \cdot 42}{360} = 5{,}86 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{sector 1}} - A_{\text{sector 2}} = 17{,}96 - 5{,}86 = 12{,}1 \text{ cm}^2$

b) Sector mayor: $R = 2$ cm, $\alpha = 33°$ $\rightarrow A_{\text{sector 1}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 2^2 \cdot 33}{360} = 1{,}15 \text{ cm}^2$

Sector menor: $r = 1$ cm, $\alpha = 33°$ $\rightarrow A_{\text{sector 2}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 1^2 \cdot 33}{360} = 0{,}29 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{sector 1}} - A_{\text{sector 2}} = 1{,}15 - 0{,}29 = 0{,}86 \text{ cm}^2$

c) Sector mayor: $R = 8$ cm, $\alpha = 68°$ $\rightarrow A_{\text{sector1}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 8^2 \cdot 68}{360} = 37{,}98 \text{ cm}^2$

Sector menor: $r = 5$ cm, $\alpha = 68°$ $\rightarrow A_{\text{sector 2}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 5^2 \cdot 68}{360} = 14{,}84 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{sector 1}} - A_{\text{sector 2}} = 37{,}98 - 14{,}84 = 23{,}14 \text{ cm}^2$

d) Sector mayor: $R = 7$ cm, $\alpha = 22°$ $\rightarrow A_{\text{sector 1}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 7^2 \cdot 22}{360} = 9{,}41 \text{ cm}^2$

Sector menor: $r = 5$ cm, $\alpha = 22°$ $\rightarrow A_{\text{sector 2}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 5^2 \cdot 22}{360} = 4{,}8 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{sector 1}} - A_{\text{sector 2}} = 9{,}41 - 4{,}8 = 4{,}61 \text{ cm}^2$

62. Página 128

Para calcular el área, tenemos que hallar el área de las siguientes figuras:

Trapecio circular:

Sector mayor: $R = 2$ cm, $\alpha = 180^\circ \to A_{\text{sector 1}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 2^2 \cdot 180}{360} = 6{,}28 \text{ cm}^2$

Sector menor: $r = 1$ cm, $\alpha = 180^\circ \to A_{\text{sector 2}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi 1^2 \cdot 180}{360} = 1{,}57 \text{ cm}^2$

$A_{\text{trapecio}} = A_{\text{sector 1}} - A_{\text{sector 2}} = 6{,}28 - 1{,}57 = 4{,}71 \text{ cm}^2$

Círculo 1: $R = 2$ cm $A_{\text{círculo 1}} = \pi R^2 = \pi 2^2 = 12{,}56 \text{ cm}^2$

Círculo 2: $r = 1$ cm $A_{\text{círculo 2}} = \pi r^2 = \pi 1^2 = 3{,}14 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{trapecio}} + A_{\text{círculo 1}} + A_{\text{círculo 2}} = 4{,}71 + 12{,}56 + 3{,}14 = 20{,}41 \text{ cm}^2$

63. Página 128

a) Es un prisma pentagonal.

$A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P = 4 \cdot 5 = 20} A_{\text{lateral}} = 20 \cdot 8 = 160 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{20 \cdot 2{,}75}{2} = 27{,}5 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 160 + 2 \cdot 27{,}5 = 215 \text{ cm}^2$

b) Es un prisma heptagonal.

$A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P = 1 \cdot 7 = 7} A_{\text{lateral}} = 7 \cdot 7 = 49 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{7 \cdot 1{,}04}{2} = 3{,}64 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 49 + 2 \cdot 3{,}64 = 56{,}28 \text{ cm}^2$

64. Página 128

a) $A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P = 7 \cdot 6 = 42} A_{\text{lateral}} = 42 \cdot 4 = 168 \text{ cm}^2$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{7^2 - 3{,}5^2} = 6{,}06$ cm

$A_{\text{base}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{42 \cdot 6{,}06}{2} = 127{,}31 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 168 + 2 \cdot 127{,}31 = 422{,}62 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P = 2 \cdot 6 = 12} A_{\text{lateral}} = 12 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1{,}73$ cm

$A_{\text{base}} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{12 \cdot 1{,}73}{2} = 10{,}38 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 72 + 2 \cdot 10{,}38 = 92{,}76 \text{ cm}^2$

65. Página 128

a) $A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P=3\cdot4=12} A_{\text{lateral}} = 12 \cdot 2 = 24 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = l^2 = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 24 + 2 \cdot 9 = 42 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P=4\cdot6=24} A_{\text{lateral}} = 24 \cdot 8 = 192 \text{ cm}^2$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3,46 \text{ cm}$

$A_{\text{base}} = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{24 \cdot 3,46}{2} = 41,52 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 192 + 2 \cdot 41,52 = 275,04 \text{ cm}^2$

c) $A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P=1\cdot5=5} A_{\text{lateral}} = 5 \cdot 1 = 5 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{5 \cdot 0,69}{2} = 1,725 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 5 + 2 \cdot 1,725 = 8,45 \text{ cm}^2$

d) $A_{\text{lateral}} = P \cdot h \xrightarrow{P=2\cdot6=12} A_{\text{lateral}} = 12 \cdot 3 = 36 \text{ cm}^2$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1,73 \text{ cm}$

$A_{\text{base}} = \dfrac{P \cdot a}{2} = \dfrac{12 \cdot 1,73}{2} = 10,38 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + 2A_{\text{base}} = 36 + 2 \cdot 10,38 = 56,76 \text{ cm}^2$

66. Página 128

$A_{\text{total}} = 6A_{\text{cara}} = 150 \to A_{\text{cara}} = \dfrac{150}{6} = 25 \text{ m}^2$

$A_{\text{cara}} = l^2 = 25 \to l = \sqrt{25} = 5 \text{ m}^2$

67. Página 128

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,2 \text{ cm}$

$A_{\text{base}} = \dfrac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P=6\cdot6=36} A_{\text{base}} = \dfrac{36 \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ cm}^2$

Utilizamos de nuevo el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la pirámide:

$A_p = \sqrt{4^2 + 5,2^2} = 6,56 \text{ cm}$

$A_{\text{lateral}} = \dfrac{P \cdot A_p}{2} = \dfrac{36 \cdot 6,56}{2} = 118,08 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 93,6 + 118,08 = 211,68 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{base}} = \dfrac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P=7\cdot3=21} A_{\text{base}} = \dfrac{21 \cdot 3,11}{2} = 32,66 \text{ cm}^2$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la pirámide: $A_p = \sqrt{5^2 + 3,11^2} = 5,89 \text{ cm}$

$A_{\text{lateral}} = \dfrac{P \cdot A_p}{2} = \dfrac{21 \cdot 5,89}{2} = 61,85 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} = 61,85 + 32,66 = 94,51 \text{ cm}^2$

68. Página 129

a) $A_{base} = l^2 = 4^2 = 16\ \text{cm}^2$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} \xrightarrow{P=4l=16} A_{lateral} = \frac{16 \cdot 2}{2} = 16\ \text{cm}^2$$

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = 16 + 16 = 32\ \text{cm}^2$$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33\ \text{cm}$

$$A_{base} = \frac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P=6\cdot 5=30} A_{base} = \frac{30 \cdot 4{,}33}{2} = 64{,}95\ \text{cm}^2$$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} = \frac{30 \cdot 4}{2} = 60\ \text{cm}^2$$

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = 64{,}95 + 60 = 124{,}95\ \text{cm}^2$$

c) $A_{base} = \frac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P=3\cdot 5=15} A_{base} = \frac{15 \cdot 2{,}06}{2} = 15{,}45\ \text{cm}^2$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} = \frac{15 \cdot 3}{2} = 22{,}5\ \text{cm}^2$$

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = 15{,}45 + 22{,}5 = 37{,}95\ \text{cm}^2$$

d) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1{,}73\ \text{cm}$

$$A_{base} = \frac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P=6\cdot 2=12} A_{base} = \frac{12 \cdot 1{,}73}{2} = 10{,}38\ \text{cm}^2$$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36\ \text{cm}^2$$

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = 36 + 10{,}38 = 46{,}38\ \text{cm}^2$$

69. Página 129

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la pirámide: $A_p = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ \text{cm}$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} \xrightarrow{P=4\cdot 6=24} A_{lateral} = \frac{24 \cdot 5}{2} = 60\ \text{cm}^2$$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la pirámide: $A_p = \sqrt{8^2 - 3^2} = 7{,}42\ \text{cm}$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} \xrightarrow{P=6\cdot 6=36} A_{lateral} = \frac{36 \cdot 7{,}42}{2} = 133{,}56\ \text{cm}^2$$

c) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la arista básica: $\frac{l}{2} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \rightarrow l = 24\ \text{cm}$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} \xrightarrow{P=24\cdot 5=120} A_{lateral} = \frac{120 \cdot 16}{2} = 960\ \text{cm}^2$$

d) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la arista básica: $\frac{l}{2} = \sqrt{2{,}5^2 - 2^2} = 1{,}5 \rightarrow l = 3\ \text{cm}$

$$A_{lateral} = \frac{P \cdot A_p}{2} \xrightarrow{P=4\cdot 3=12} A_{lateral} = \frac{12 \cdot 2{,}5}{2} = 15\ \text{cm}^2$$

70. Página 129

a) $A = 2\pi r(r+h) = 2\pi 7 \cdot (7+6) = 571{,}77\ \text{cm}^2$

b) $A = 2\pi r(r+h) = 2\pi 5 \cdot (5+8) = 408{,}41\ \text{cm}^2$

71. Página 129

a) $A = 2\pi r(r+h) = 2\pi 3\cdot(3+2) = 94{,}25 \text{ cm}^2$

b) $A = 2\pi r(r+h) = 2\pi 4\cdot(4+8) = 301{,}59 \text{ cm}^2$

c) $A = 2\pi r(r+h) = 2\pi 1\cdot(1+1) = 12{,}57 \text{ cm}^2$

d) $A = 2\pi r(r+h) = 2\pi 2\cdot(2+3) = 62{,}83 \text{ cm}^2$

72. Página 129

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g = \sqrt{5^2+7^2} = 8{,}6 \text{ cm}$

$A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 5\cdot(8{,}6+5) = 213{,}63 \text{ cm}^2$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g = \sqrt{10^2+2^2} = 10{,}2 \text{ cm}$

$A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 2\cdot(10{,}2+2) = 76{,}65 \text{ cm}^2$

c) $A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 3\cdot(5+3) = 75{,}4 \text{ cm}^2$

d) $A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 5\cdot(13+5) = 282{,}74 \text{ cm}^2$

73. Página 129

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g = \sqrt{2^2+1{,}5^2} = 2{,}5 \text{ cm}$

$A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 2\cdot(2{,}5+2) = 28{,}27 \text{ cm}^2$

b) $A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 4\cdot(5+4) = 113{,}1 \text{ cm}^2$

c) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g = \sqrt{5^2+12^2} = 13 \text{ cm}$

$A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 5\cdot(13+5) = 282{,}74 \text{ cm}^2$

d) $A = \pi r(g+r) = \pi\cdot 4\cdot(3+4) = 87{,}96 \text{ cm}^2$

74. Página 129

a) Para hallar el área pedida, tenemos que calcular el área de estas figuras:

Cono: Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g = \sqrt{4^2+3^2} = 5 \text{ cm}$

$A_{\text{lateral 1}} = \pi r g = \pi\cdot 3\cdot 5 = 47{,}12 \text{ cm}^2$

Cilindro: $A_{\text{lateral 2}} = 2\pi r h = 2\pi\cdot 3\cdot 5 = 94{,}25 \text{ cm}^2$

Semiesfera: $A_{\text{semiesfera}} = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2\pi\cdot 3^2 = 56{,}55 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral 1}} + A_{\text{lateral 2}} + A_{\text{semiesfera}} = 47{,}12 + 94{,}25 + 56{,}55 = 197{,}92 \text{ cm}^2$

b) Para hallar el área pedida, tenemos que calcular el área de estas figuras:

Cilindro: $A_{\text{lateral}} = 2\pi r h = 2\pi\cdot 1\cdot 2 = 12{,}57 \text{ cm}^2$

$A_{\text{base}} = \pi r^2 = \pi\cdot 1^2 = 3{,}14 \text{ cm}^2$

Semiesfera: $A_{\text{semiesfera}} = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = 2\pi\cdot 1^2 = 6{,}28 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}} + A_{\text{semiesfera}} = 12{,}57 + 3{,}14 + 6{,}28 = 21{,}99 \text{ cm}^2$

75. Página 129

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a=\sqrt{6^2-3^2}=5{,}2$ cm

$$A_{base}=\frac{P\cdot a}{2}\xrightarrow{P=6\cdot 6=36}A_{base}=\frac{36\cdot 5{,}2}{2}=93{,}6\ \text{cm}^2$$

$$V=A_{base}\cdot h=93{,}6\cdot 8=748{,}8\ \text{cm}^3$$

b) $A_{base}=l^2=2^2=4\ \text{cm}^2$

$$V=\frac{1}{3}A_{base}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 4\cdot 4{,}6=6{,}13\ \text{cm}^3$$

76. Página 129

a) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a=\sqrt{3^2-1{,}5^2}=2{,}6$ cm

$$A_{base}=\frac{P\cdot a}{2}\xrightarrow{P=6\cdot 3=18}A_{base}=\frac{18\cdot 2{,}6}{2}=23{,}4\ \text{cm}^2$$

$$V=\frac{1}{3}A_{base}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 23{,}4\cdot 5=39\ \text{cm}^3$$

b) $A_{base}=l^2=1^2=1\ \text{cm}^2$

$$V=A_{base}\cdot h=1\cdot 7=7\ \text{cm}^3$$

c) $A_{base}=l^2=12^2=144\ \text{cm}^2$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la altura de la pirámide: $h=\sqrt{10^2-6^2}=8$ cm

$$V=\frac{1}{3}A_{base}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 144\cdot 8=384\ \text{cm}^3$$

d) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a=\sqrt{3^2-1{,}5^2}=2{,}6$ cm

$$A_{base}=\frac{P\cdot a}{2}\xrightarrow{P=6\cdot 3=18}A_{base}=\frac{18\cdot 2{,}6}{2}=23{,}4\ \text{cm}^2$$

$$V=A_{base}\cdot h=23{,}4\cdot 7=163{,}8\ \text{cm}^3$$

77. Página 129

a) $V=\pi r^2\cdot h=\pi\cdot 4^2\cdot 24=1206{,}37\ \text{cm}^3$

b) $V=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot h=\frac{1}{3}\pi\cdot 1{,}5^2\cdot 5{,}3=12{,}49\ \text{cm}^3$

78. Página 129

a) $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3=33{,}51\ \text{cm}^3$

b) Un huso esférico de 90º representa $\frac{90}{360}=\frac{1}{4}$ de la esfera:

$$V=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 4^3=66{,}99\ \text{cm}^3$$

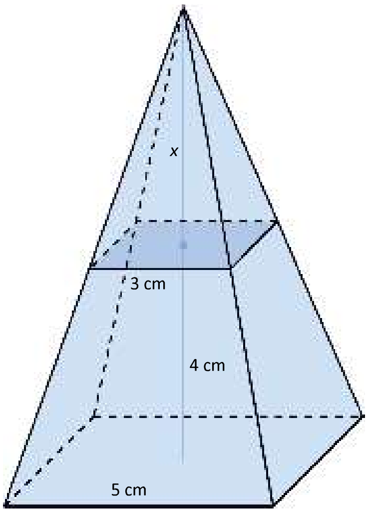
c) Un huso esférico de 30º representa $\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$ de la esfera:

$$V=\frac{1}{12}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{12}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3=2{,}79\ \text{cm}^3$$

d) $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\cdot 3^3=113{,}1\ \text{cm}^3$

80. Página 130

a)



Utilizando el teorema de Tales obtenemos el valor de x:

$$\frac{3}{5}=\frac{x}{x+4}\rightarrow 3x+12=5x\rightarrow x=6 \text{ cm}$$

Pirámide completa:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la pirámide: $A_p=\sqrt{2{,}5^2+(4+6)^2}=10{,}31$ cm.

$$A_{\text{lateral 1}}=\frac{P\cdot A_p}{2}\xrightarrow{P=5\cdot 4=20}A_{\text{lateral 1}}=\frac{20\cdot 10{,}31}{2}=103{,}1 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{base 1}}=l^2=5^2=25 \text{ cm}^2$$

$$V_1=\frac{1}{3}A_{\text{base 1}}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 25\cdot 10=83{,}33 \text{ cm}^3$$

Pirámide generada por el corte plano:

Utilizamos el teorema de Tales para obtener la apotema de la pirámide generada:

$$\frac{3}{5}=\frac{A_p}{10{,}31}\rightarrow A_p=6{,}19 \text{ cm}$$

$$A_{\text{lateral 2}}=\frac{P\cdot A_p}{2}\xrightarrow{P=3\cdot 4=12}A_{\text{lateral 2}}=\frac{12\cdot 6{,}19}{2}=37{,}14 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{base 2}}=l^2=3^2=9 \text{ cm}^2$$

$$V_2=\frac{1}{3}A_{\text{base 2}}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 9\cdot 6=18 \text{ cm}^3$$

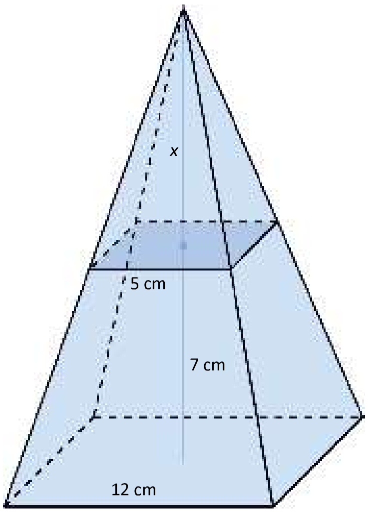
Calculamos el área del tronco de pirámide:

$$A_{\text{total}}=A_{\text{lateral 1}}-A_{\text{lateral 2}}+A_{\text{base 1}}+A_{\text{base 2}}=103{,}1-37{,}14+25+9=99{,}96 \text{ cm}^2$$

Calculamos el volumen del tronco de pirámide:

$$V_{\text{total}}=V_1-V_2=83{,}33-18=65{,}33 \text{ cm}^3$$

b)



Utilizando el teorema de Tales obtenemos el valor de *x*:

$$\frac{5}{12}=\frac{x}{x+7}\rightarrow 5x+35=12x\rightarrow x=5\ \text{cm}$$

Pirámide completa:

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la pirámide: $A_p=\sqrt{6^2+(7+5)^2}=13{,}42\ \text{cm}$

$$A_{\text{lateral 1}}=\frac{P\cdot A_p}{2}\xrightarrow{P=12\cdot 4=48}A_{\text{lateral 1}}=\frac{48\cdot 13{,}42}{2}=322{,}08\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{base 1}}=l^2=12^2=144\ \text{cm}^2$$

$$V_1=\frac{1}{3}A_{\text{base 1}}\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 144\cdot 12=576\ \text{cm}^3$$

Pirámide generada por el corte plano:

Utilizamos el teorema de Tales para obtener la apotema de la pirámide generada:

$$\frac{5}{12}=\frac{A_p}{13{,}42}\rightarrow A_p=5{,}59\ \text{cm}$$

$$A_{\text{lateral 2}}=\frac{P\cdot A_p}{2}\xrightarrow{P=5\cdot 4=20}A_{\text{lateral 2}}=\frac{20\cdot 5{,}59}{2}=55{,}9\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{base 2}}=l^2=5^2=25\ \text{cm}^2$$

$$V_2=\frac{1}{3}A_{\text{base 2}}\cdot h=\frac{1}{3}25\cdot 5=41{,}67\ \text{cm}^3$$

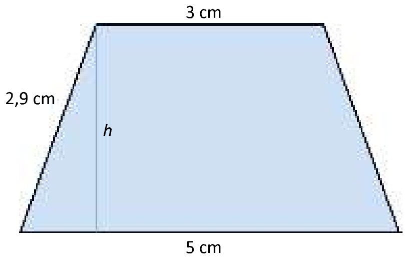
Calculamos el área del tronco de pirámide:

$$A_{\text{total}}=A_{\text{lateral 1}}-A_{\text{lateral 2}}+A_{\text{base 1}}+A_{\text{base 2}}=322{,}08-55{,}9+144+25=435{,}18\ \text{cm}^2$$

Calculamos el volumen del tronco de pirámide:

$$V_{\text{total}}=V_1-V_2=576-41{,}67=534{,}33\ \text{cm}^3$$

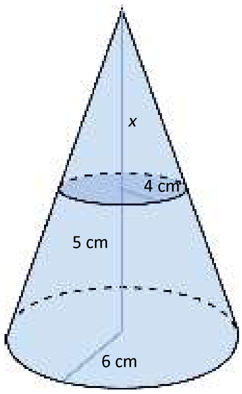
81. Página 130



Utilizamos el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{2{,}9^2 - 1^2} = 2{,}72$ cm

83. Página 131

a)



Utilizamos el teorema de Tales para obtener la altura del cono completo:

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{x+5} \rightarrow 4x + 20 = 6x \rightarrow x = 10 \rightarrow \begin{cases} h_1 = 10 + 5 = 15 \text{ cm} \\ h_2 = 10 \text{ cm} \end{cases}$$

Calculamos las generatrices de los conos utilizando el teorema de Pitágoras:

$$g_1 = \sqrt{15^2 + 6^2} = 16{,}16 \text{ cm}$$

$$g_2 = \sqrt{10^2 + 4^2} = 10{,}77 \text{ cm}$$

$$A_1 = \pi r_1 (g_1 + r_1) = \pi \cdot 6 \cdot (16{,}16 + 6) = 417{,}49 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{lateral 2}} = \pi r_2 g_2 = \pi 4 \cdot 10{,}77 = 135{,}27 \text{ cm}^2$$

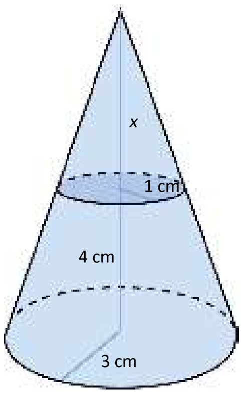
$$A_{\text{base 2}} = \pi r_2^2 = \pi 4^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_1 + A_{\text{base 2}} - A_2 = 417{,}49 + 50{,}24 - 135{,}27 = 332{,}46 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi r_1^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 15 = 565{,}49 \text{ cm}^3 \qquad V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi r_2^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi 4^2 \cdot 10 = 167{,}55 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{total}} = V_1 - V_2 = 565{,}49 - 167{,}55 = 397{,}94 \text{ cm}^3$$

b)



Utilizamos el teorema de Tales para obtener la altura del cono completo:

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{x+4} \rightarrow x + 4 = 3x \rightarrow x = 2 \rightarrow \begin{cases} h_1 = 4 + 2 = 6 \text{ cm} \\ h_2 = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

Calculamos las generatrices de los conos utilizando el teorema de Pitágoras:

$$g_1 = \sqrt{3^2 + 6^2} = 6{,}71 \text{ cm} \qquad g_2 = \sqrt{2^2 + 1^2} = 3{,}16 \text{ cm}$$

$$A_1 = \pi r_1 (g_1 + r_1) = \pi 3 \cdot (6{,}71 + 3) = 91{,}47 \text{ cm}^2$$

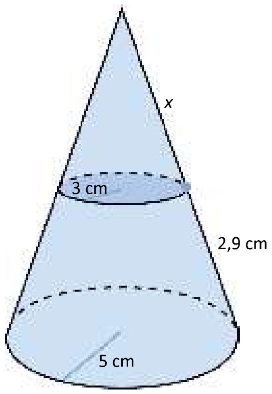
$$A_{\text{lateral 2}} = \pi r_2 g_2 = \pi 1 \cdot 3{,}16 = 9{,}92 \text{ cm}^2 \qquad A_{\text{base 2}} = \pi r_2^2 = \pi 1 = 3{,}14 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{total}} = A_1 + A_{\text{base 2}} - A_{\text{lateral 2}} = 91{,}47 + 3{,}14 - 9{,}92 = 84{,}69 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi r_1^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi 3^2 \cdot 6 = 56{,}55 \text{ cm}^3 \qquad V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi r_2^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi 1^2 \cdot 2 = 2{,}09 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{total}} = V_1 - V_2 = 56{,}55 - 2{,}09 = 54{,}46 \text{ cm}^3$$

84. Página 131



Utilizamos el teorema de Tales para obtener la generatriz del cono completo:

$$\frac{3}{5}=\frac{x}{x+2,9}\rightarrow 3x+8,7=5x\rightarrow x=4,35\rightarrow\begin{cases}g_1=7,25\text{ cm}\\ g_2=4,35\text{ cm}\end{cases}$$

$$A_{\text{lateral }1}=\pi r_1 g_1=\pi 5\cdot 4,35=68,33\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{base }1}=\pi r_1^2=\pi 5^2=78,54\ \text{cm}^2$$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la altura del cono completo: $h_1=\sqrt{7,25^2-5^2}=5,25$ cm.

$$V_1=\frac{1}{3}A_{\text{base }1}\cdot h_1=\frac{1}{3}78,54\cdot 5,25=137,45\ \text{cm}^3$$

$$A_{\text{lateral }2}=\pi r_2 g_2=\pi 3\cdot 2,9=27,33\ \text{cm}^2 \qquad A_{\text{base }2}=\pi r_2^2=\pi 3^2=28,27\ \text{cm}^2$$

Utilizamos el teorema de Tales para obtener la altura del cono generado:

$$\frac{3}{5}=\frac{h_2}{5,25}\rightarrow h_2=3,15\ \text{cm}$$

$$V_2=\frac{1}{3}A_{\text{base }2}\cdot h_2=\frac{1}{3}28,27\cdot 3,15=29,68\ \text{cm}^3$$

Calculamos el área del tronco de cono:

$$A_{\text{total}}=A_{\text{lateral }1}-A_{\text{lateral }2}+A_{\text{base }1}+A_{\text{base }2}=68,33-27,33+78,54+28,27=147,78\ \text{cm}^2$$

Calculamos el volumen del tronco de cono:

$$V_{\text{total}}=V_1-V_2=137,45-29,68=107,77\ \text{cm}^2$$

85. Página 131

Calculamos el volumen del ortoedro original: $V_1=A_{\text{base}}\cdot h=(3\cdot 4)\cdot 5=60\ \text{cm}^3$

Volumen del ortoedro semejante: $V=0,5^3\cdot 60=7,5\ \text{cm}^3$

86. Página 131

$$A_{\text{lateral}}=2\pi rh=2\pi r\cdot 4=75,4\rightarrow r=\frac{75,4}{8\pi}=3\ \text{cm}$$

El radio del cilindro semejante mide 0,25 · 3 = 0,75 cm y la altura 0,25 · 4 = 1 cm, por tanto, el volumen es:

$$V=\pi r^2 h=\pi\cdot 0,75^2\cdot 1=1,77\ \text{cm}^3$$

87. Página 131

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base y, posteriormente, la de la pirámide:

$a=\sqrt{3^2-1{,}5^2}=2{,}6\ \text{cm}$ $\qquad A_p=\sqrt{2{,}6^2+8^2}=8{,}41\ \text{cm}$

$A_{base}=\frac{P\cdot a}{2}\xrightarrow{P=6\cdot 3=18}A_{base}=\frac{18\cdot 2{,}6}{2}=23{,}4\ \text{cm}^2$ $\qquad A_{lateral}=\frac{P\cdot A_p}{2}=\frac{18\cdot 8{,}41}{2}=75{,}69\ \text{cm}^2$

$A_1=A_{base}+A_{lateral}=23{,}4+75{,}69=99{,}09\ \text{cm}^2$

Superficie de la pirámide semejante:

$A_2=2^2A_1=4\cdot 99{,}09=396{,}36\ \text{cm}^2$

88. Página 131

$A_1=\pi r(g+r)=3\pi(g+3)=94{,}25\rightarrow g=\frac{94{,}25}{3\pi}-3=7\ \text{cm}$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la altura: $h=\sqrt{7^2-3^2}=6{,}32\ \text{cm}$.

Llamamos r a la razón de semejanza: $A_1=r^2A_2\rightarrow 94{,}25=r^2\cdot 23{,}56\rightarrow r=2$.

89. Página 131

Obtenemos la altura del ascensor a partir del volumen:

$V=A_{base}\cdot h\rightarrow 3{,}6=1{,}2^2\cdot h\rightarrow h=2{,}5\ \text{cm}$

Rubén mide menos de 2,5 m; por lo tanto, entrará en el ascensor.

90. Página 131

Obtenemos la superficie de la caja:

$A_{base}=b\cdot h=1{,}5\cdot 2=3\ \text{dm}^2$ $\qquad A_{lateral}=P\cdot h\xrightarrow{P=2\cdot(1{,}5+2)=7}A_{lateral}=7\cdot 2{,}5=17{,}5\ \text{dm}^2$

$A_{total}=A_{lateral}+2A_{base}=17{,}5+2\cdot 3=23{,}5\ \text{dm}^2$

Obtenemos la cantidad de papel:

$A=b\cdot h=1\cdot 2=2\ \text{m}^2=200\ \text{dm}^2$

María tendrá papel suficiente para envolver el regalo.

91. Página 131

Volumen primer tarro: $V=\pi r^2h=\pi 4^2\cdot 8=402{,}12\ \text{cm}^3$

Volumen segundo tarro: $V=A_{base}\cdot h=(4^2)\cdot 8=128\ \text{cm}^3$

La mermelada sale más cara con el segundo tipo de tarro, ya que lleva menos cantidad de mermelada.

92. Página 131

a) $r=6371\ \text{km}\rightarrow\begin{cases}A=4\pi r^2=4\pi\cdot 6371^2=510\,064\,471{,}91\ \text{km}^2\\ V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\cdot 6371^3=1\,083\,206\,916\,845{,}75\ \text{km}^3\end{cases}$

b) $r = 6052 \text{ km} \rightarrow \begin{cases} A = 4\pi r^2 = 4\pi 6052^2 = 460\,264\,736{,}85 \text{ km}^2 \\ V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 6052^3 = 928\,507\,395\,798{,}2 \text{ km}^3 \end{cases}$

c) $r = 58232 \text{ km} \rightarrow \begin{cases} A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 58232^2 = 42\,612\,133\,285{,}01 \text{ km}^2 \\ V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 58232^3 = 827\,129\,915\,150\,897{,}6 \text{ km}^3 \end{cases}$

93. Página 131

$$\left.\begin{array}{l} r = \frac{25}{2} = 12{,}5 \text{ cm} \\ h = 13 - 7 = 6 \text{ cm} \end{array}\right\} \rightarrow V = \pi r^2 h = \pi \cdot 12{,}5^2 \cdot 6 = 2\,945{,}24 \text{ cm}^3 = 2{,}945\ \ell$$

Luis va a cocinar 2,945 ℓ de judías.

94. Página 131

Volumen mínimo: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 0{,}1^2 \cdot 8 = 0{,}25 \text{ cm}^3$

Volumen máximo: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 0{,}15^2 \cdot 10 = 0{,}71 \text{ cm}^3$

El volumen de líquido que cabe dentro se encuentra entre 0,25 cm^3 y 0,71 cm^3.

DEBES SABER HACER

1. Página 131

a) Tenemos que hallar el área de estas figuras:

Cuadrado: $l = 2$ cm $\rightarrow A_{\text{cuadrado}} = l^2 = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$

Trapecio: $B = 2$ cm + 3 cm = 5 cm, $b = 3$ cm

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la altura del trapecio: $h = \sqrt{2{,}24^2 - 1^2} = 2$ cm

$A_{\text{trapecio}} = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{5+3}{2} \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$

Triángulo: $b = 3$ cm, $h = 2$ cm $\rightarrow A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{cuadrado}} + A_{\text{trapecio}} + A_{\text{triángulo}} = 4 + 8 + 3 = 15 \text{ cm}^2$

b) Tenemos que hallar el área de estas figuras:

Corona 1: $r = \frac{4}{2} = 2$ cm, $R = 2 + 1 = 3$ cm $\rightarrow A_{\text{corona 1}} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(3^2 - 2^2) = 5\pi = 15{,}7 \text{ cm}^2$

Corona 2: $r = \frac{6}{2} = 3$ cm, $R = 3 + 1 = 4$ cm $\rightarrow A_{\text{corona 2}} = \pi(R^2 - r^2) = \pi(4^2 - 3^2) = 7\pi = 21{,}98 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = A_{\text{corona 1}} + A_{\text{corona 2}} = 9{,}42 + 15{,}71 = 25{,}13 \text{ cm}^2$

2. Página 131

a) $A = 2\pi r(r + h) = 2\pi \cdot 7 \cdot (7 + 4) = 483{,}805 \text{ km}^2$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la generatriz del cono: $g = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ cm.

$A = \pi r(r + g) = \pi \cdot 12 \cdot (12 + 15) = 1017{,}88 \text{ cm}^2$

3. Página 131

a) $A_{base} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6\ \text{m}^2$

Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la hipotenusa de la base: $c = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ \text{m}$

$A_{lateral} = P \cdot h \xrightarrow{P=5+3+4=12} A_{lateral} = 12 \cdot 6 = 72\ \text{m}^2$

$A_{total} = A_{lateral} + 2A_{base} = 72 + 2 \cdot 6 = 84\ \text{m}^2$

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener la apotema de la base: $a = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = 2{,}6\ \text{cm}$

$A_{base} = \frac{P \cdot a}{2} \xrightarrow{P=6\cdot 3=18} A_{base} = \frac{18 \cdot 2{,}6}{2} = 23{,}4\ \text{cm}^2$

$A_{lateral} = \frac{P \cdot h}{2} = \frac{18 \cdot 8}{2} = 72\ \text{cm}^2$

$A_{total} = A_{lateral} + A_{base} = 72 + 23{,}4 = 95{,}4\ \text{cm}^2$

4. Página 131

Tenemos que hallar el volumen de estas figuras:

Prisma: $V_{prisma} = A_{base} \cdot h = \frac{P \cdot a}{2} \cdot 5 \xrightarrow{P=2\cdot 5=10} V_{prisma} = \frac{10 \cdot 1{,}38}{2} \cdot 5 = 34{,}5\ \text{cm}^3$

Cono: $V_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 12^2 \cdot 9 = 1357{,}17\ \text{cm}^3$

$V_{total} = V_{prisma} + V_{cono} = 34{,}5 + 1357{,}17 = 1391{,}67\ \text{cm}^3$

5. Página 131

$A_1 = 4\pi r^2 = 4\pi 3^2 = 113{,}1\ \text{cm}^2$

$V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3 = 113{,}1\ \text{cm}^3$

El área y el volumen de la esfera semejante son:

$A_2 = 1{,}5^2 A_1 = 2{,}25 \cdot 113{,}1 = 254{,}48\ \text{cm}^2$

$V_2 = 1{,}5^3 V_1 = 3{,}375 \cdot 113{,}1 = 381{,}71\ \text{cm}^3$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

95. Página 132

a) Volumen del tetrabrik: $V = A_{base} h = (5 \cdot 8) \cdot 10 = 400\ \text{cm}^3$ = 0,4 ℓ de batido

Precio: 0,4 · 0,87 + 0,03 = 0,38 €

Volumen de la botella: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 13 = 367{,}57\ \text{cm}^3$ = 0,368 ℓ de batido

Precio: 0,368 · 0,87 + 0,07 = 0,39 €

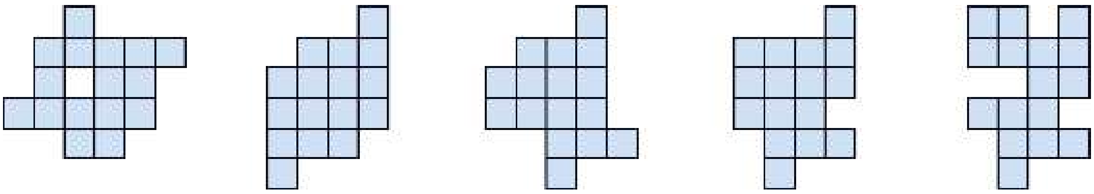
b) El beneficio viene dado por el número de litros vendidos ya que el coste del envase va incluido en su precio, por esta razón como los litros vendidos en tetrabriks son 114 % de 3 000 000 = $\frac{114}{100} \cdot 3000000 = 3420000$ ℓ y los litros vendidos en botella son 103 % de 3 420 000 = $\frac{103}{100} \cdot 3420000 = 3522600$ ℓ → Se obtendría más beneficio con las botellas.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

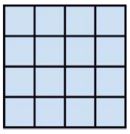
96. Página 132

Respuesta abierta. Por ejemplo:

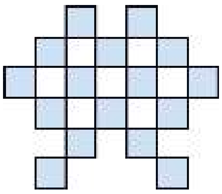
a)



b) La figura de menor perímetro es:



c) Una de las figuras de mayor perímetro es:



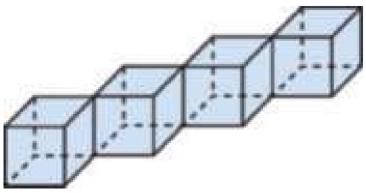
Para su construcción lo que hacemos es que no coincida ninguna de las aristas de los cuadraditos pequeños, de esta manera su perímetro es $P = 4 \cdot 16 = 64$.

97. Página 132

Respuesta abierta. Por ejemplo:

La mayor área posible es de $6 \cdot 4 = 24$ cuadrados

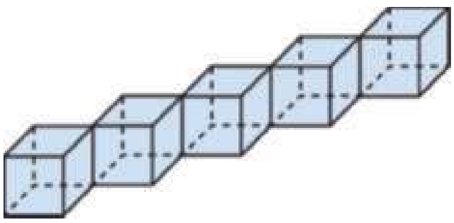
Una de las figuras de mayor área es:



La estrategia consiste en hacer una figura con los cubos uniéndolos por las aristas o por los vértices, de este modo el área será máxima.

La mayor área posible es de $6 \cdot 5 = 30$ cuadrados

Con 5 cubos, una de las figuras de mayor área es:



PRUEBAS PISA

98. Página 133

a) Jorge eligió el modelo B.

b) Utilizamos el teorema de Pitágoras para obtener el ancho de cada sección del tejado.

$a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{1^2 + 2{,}5^2} = 2{,}69$ m $\qquad A_{\text{tejado}} = 2A_{\text{sección tejado}} = 2 \cdot 2{,}69 \cdot 6 = 32{,}28$ m^2 de superficie tiene el tejado.