Sistemas de ecuaciones e inecuaciones

5

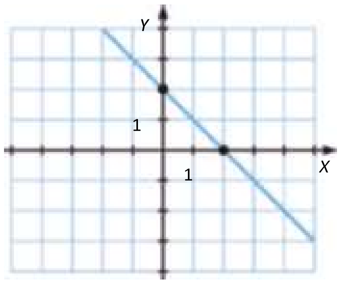
CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 92

a) Obtenemos dos puntos por los que pasa la recta.

$$y = -x + 2 \xrightarrow{x=0} y = 2 \rightarrow (0, 2)$$

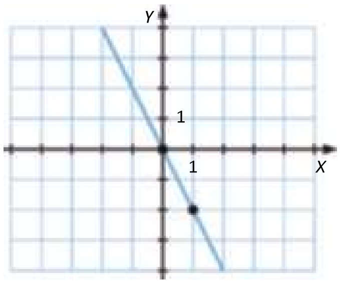
$$y = -x + 2 \xrightarrow{x=2} y = 0 \rightarrow (2, 0)$$



b) Obtenemos dos puntos por los que pasa la recta.

$$y = -2x \xrightarrow{x=0} y = 0 \rightarrow (0, 0)$$

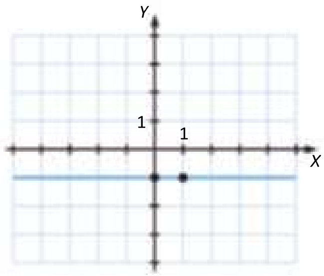
$$y = -2x \xrightarrow{x=1} y = -2 \rightarrow (1, -2)$$



c) Obtenemos dos puntos por los que pasa la recta.

$$y = -1 \xrightarrow{x=0} y = -1 \rightarrow (0, -1)$$

$$y = -1 \xrightarrow{x=1} y = -1 \rightarrow (0, -1)$$

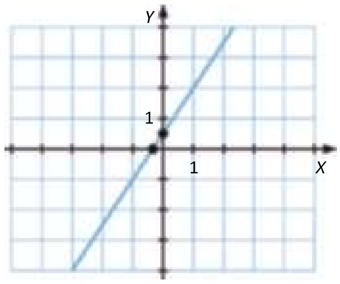


2. Página 92

Obtenemos dos puntos por los que pasa la recta.

$$3x - 2y = -1 \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{2} \rightarrow \left(0, \frac{1}{2}\right)$$

$$3x - 2y = -1 \xrightarrow{y=0} x = -\frac{1}{3} \rightarrow \left(-\frac{1}{3}, 0\right)$$



VIDA COTIDIANA

EL CEPILLO DE DIENTES. Página 93

Sea *x* los cepillos de la primera marca, e *y* los cepillos de la segunda. Tenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=50 \\ x=\frac{1}{4}y \end{array}\right\} \xrightarrow{x=\frac{1}{4}y} \frac{y}{4}+y=50 \to y+4y=200 \to y=\frac{200}{5}=40$$

$$x=\frac{1}{4}y \xrightarrow{y=40} x=\frac{40}{4}=10$$

Hay 10 cepillos de la primera marca y 40 de la segunda.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 100

Analizamos cuándo $3x^2$ es mayor que $6x$.

$$3x^2 \geq 6x \to 3x^2-6x \geq 0 \to 3x^2-6x=0 \to 3x(x-2)=0 \to \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=2 \end{cases}$$

Para $x = 0$ o $x = 2$, las expresiones son iguales.

Para $x < 0$, tomamos un valor, por ejemplo, $x = -1$: $3\cdot(-1)^2 > 6\cdot(-1) \to 3 > -6 \to 3x^2 > 6x$

Para $0 < x < 2$, tomamos un valor, por ejemplo, $x = 1$: $3\cdot 1^2 < 6\cdot 1 \to 3 < 6 \to 3x^2 < 6x$

Para $x > 2$, tomamos un valor, por ejemplo, $x = 3$: $3\cdot 9^2 < 6\cdot 3 \to 27 > 18 \to 3x^2 > 6x$

Por tanto, $3x^2$ es mayor en el intervalo $[-\infty, 0)\cup(2, +\infty]$, y $3x$ es mayor en el intervalo $(0, 2)$.

ACTIVIDADES

1. Página 94

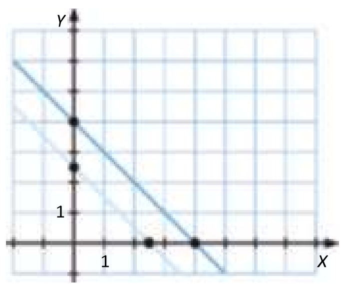
a) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

$x+y=4 \xrightarrow{x=0} y=4 \to$ Solución (0, 4).

$x+y=4 \xrightarrow{y=0} x=4 \to$ Solución (4, 0).

$2x+2y=5 \xrightarrow{x=0} y=\frac{5}{2} \to$ Solución $\left(0, \frac{5}{2}\right)$.

$2x+2y=5 \xrightarrow{y=0} x=\frac{5}{2} \to$ Solución $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$.



Son dos rectas paralelas que no tienen puntos en común. El sistema es incompatible.

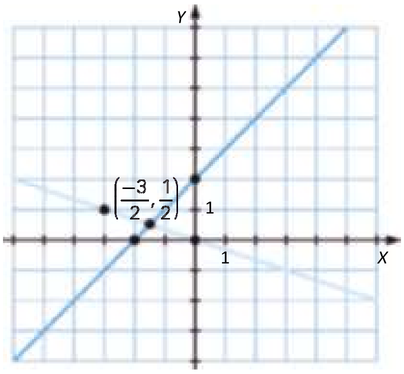
b) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

$x+3y=0 \xrightarrow{x=0} y=0 \rightarrow$ Solución (0, 0).

$x+3y=0 \xrightarrow{y=1} x=-3 \rightarrow$ Solución (–3, 1).

$-x+y=2 \xrightarrow{x=0} y=2 \rightarrow$ Solución (0, 2).

$-x+y=2 \xrightarrow{y=0} x=-2 \rightarrow$ Solución (–2, 0).



La solución del sistema es $x=-\frac{3}{2}$ e $y=\frac{1}{2}$.

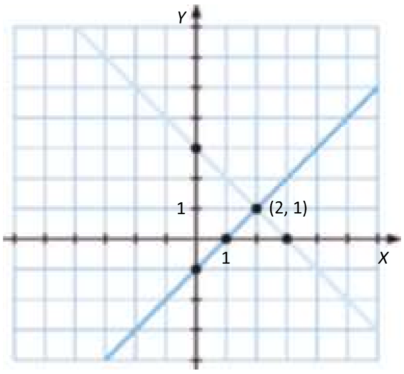
c) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

$x-y=1 \xrightarrow{x=0} y=-1 \rightarrow$ Solución (0, –1).

$x-y=1 \xrightarrow{y=0} x=1 \rightarrow$ Solución (1, 0).

$x+y=3 \xrightarrow{x=0} y=3 \rightarrow$ Solución (0, 3).

$x+y=3 \xrightarrow{y=0} x=3 \rightarrow$ Solución (3, 0).



La solución del sistema es $x=2$ e $y=1$.

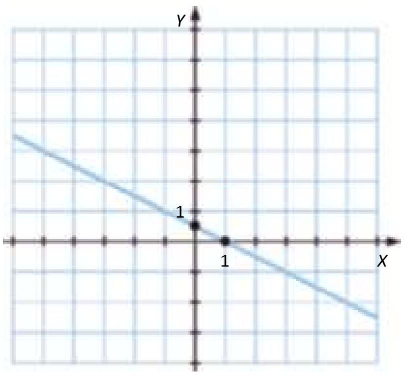
d) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

$x+2y=1 \xrightarrow{x=0} y=\frac{1}{2} \rightarrow$ Solución $\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

$x+2y=1 \xrightarrow{y=0} x=1 \rightarrow$ Solución (1, 0).

$3x+6y=3 \xrightarrow{x=0} y=\frac{1}{2} \rightarrow$ Solución $\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

$3x+6y=3 \xrightarrow{y=0} x=1 \rightarrow$ Solución (1, 0).



Las dos rectas coinciden, por tanto, el sistema tiene infinitas soluciones: todos los puntos de las rectas.

2. Página 94

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\left.\begin{array}{r} 3\cdot 2+(-1)=5 \\ 2+3\cdot(-1)=-1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x+y=5 \\ x+3y=-1 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} (-3)+5=2 \\ 2\cdot(-3)+4\cdot 5=14 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=2 \\ 2x+4y=14 \end{array}\right\}$

3. Página 94

Respuesta abierta.

La ecuación $2x - y = 6$ representa una recta. Si multiplicamos esta ecuación por el mismo número a ambos lados de la igualdad, seguimos obteniendo la misma recta, y el sistema obtenido es compatible indeterminado. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r} 2x-y=6 \\ 6x-3y=18 \end{array}\right\}$$

Para obtener alguna de sus soluciones, es suficiente obtener las soluciones a partir de una de las ecuaciones, ya que las dos pasan por los mismos puntos:

$2x-y=6 \xrightarrow{x=0} y=-6 \rightarrow$ Solución (0, –6).

$2x-y=6 \xrightarrow{x=1} y=-4 \rightarrow$ Solución (1, –4).

$2x-y=6 \xrightarrow{x=5} y=4 \rightarrow$ Solución (5, 4).

4. Página 95

a) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

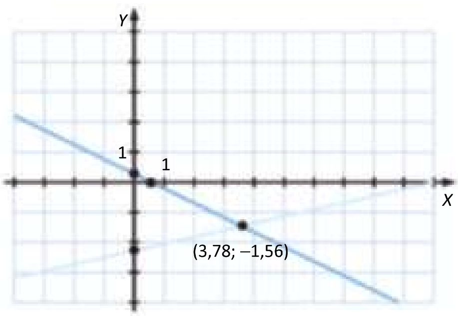
$x-4y=10 \xrightarrow{x=0} y=-\frac{5}{2} \rightarrow$ Solución $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$.

$x-4y=10 \xrightarrow{y=0} x=10 \rightarrow$ Solución (10, 0).

$3x+6y=2 \xrightarrow{x=0} y=\frac{1}{3} \rightarrow$ Solución $\left(0, \frac{1}{3}\right)$.

$3x+6y=2 \xrightarrow{y=0} x=\frac{2}{3} \rightarrow$ Solución $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$.

El sistema es compatible determinado.



b) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

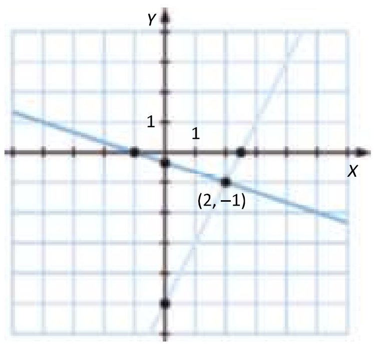
$2x-y=5 \xrightarrow{x=0} y=-5 \rightarrow$ Solución (0, –5).

$2x-y=5 \xrightarrow{y=0} x=\frac{5}{2} \rightarrow$ Solución $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$.

$x+3y=-1 \xrightarrow{x=0} y=-\frac{1}{3} \rightarrow$ Solución $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$.

$x+3y=-1 \xrightarrow{y=0} x=-1 \rightarrow$ Solución (–1, 0).

El sistema es compatible determinado.



c) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

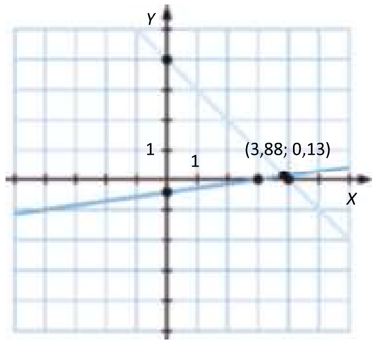
$x - 7y = 3 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{3}{7} \rightarrow$ Solución $\left(0, -\frac{3}{7}\right)$.

$x - 7y = 3 \xrightarrow{y=0} x = 3 \rightarrow$ Solución (3, 0).

$x + y = 4 \xrightarrow{x=0} y = 4 \rightarrow$ Solución (0, 4).

$x + y = 4 \xrightarrow{y=0} x = 4 \rightarrow$ Solución (4, 0).

El sistema es compatible determinado.



d) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

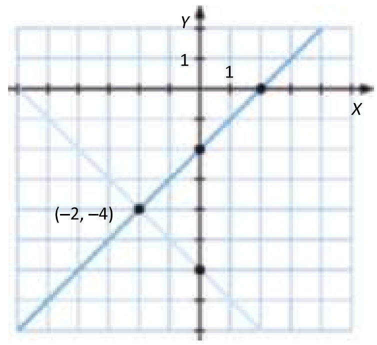
$x - y = 2 \xrightarrow{x=0} y = -2 \rightarrow$ Solución (0,–2).

$x - y = 2 \xrightarrow{y=0} x = 2 \rightarrow$ Solución (2, 0).

$x + y = -6 \xrightarrow{x=0} y = -6 \rightarrow$ Solución (0, –6).

$x + y = -6 \xrightarrow{y=0} x = -6 \rightarrow$ Solución (–6, 0).

El sistema es compatible determinado.



e) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

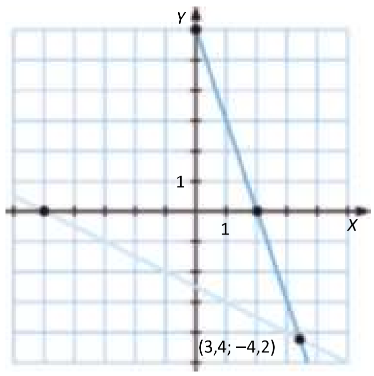
$3x + y = 6 \xrightarrow{x=0} y = 6 \rightarrow$ Solución (0, 6).

$3x + y = 6 \xrightarrow{y=0} x = 2 \rightarrow$ Solución (2, 0).

$x + 2y = -5 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{5}{2} \rightarrow$ Solución $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$.

$x + 2y = -5 \xrightarrow{y=0} x = -5 \rightarrow$ Solución (–5, 0).

El sistema es compatible determinado.



f) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

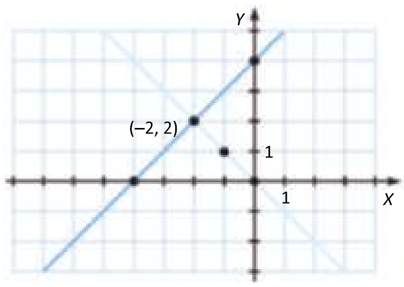
$x + y = 0 \xrightarrow{x=0} y = 0 \rightarrow$ Solución (0, 0).

$x + y = 0 \xrightarrow{y=1} x = -1 \rightarrow$ Solución (–1, 1).

$-x + y = 4 \xrightarrow{x=0} y = 4 \rightarrow$ Solución (0, 4).

$-x + y = 4 \xrightarrow{y=0} x = -4 \rightarrow$ Solución (–4, 0).

El sistema es compatible determinado.



5. Página 95

a) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

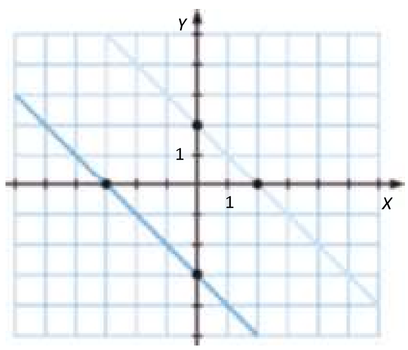
$x + y = 2 \xrightarrow{x=0} y = 2 \rightarrow$ Solución (0, 2).

$\xrightarrow{y=0} x = 2 \rightarrow$ Solución (2, 0).

$x + y = -3 \xrightarrow{x=0} y = -3 \rightarrow$ Solución (0, –3).

$\xrightarrow{y=0} x = -3 \rightarrow$ Solución (–3, 0).

Son dos rectas son paralelas. Es un sistema incompatible.



b) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

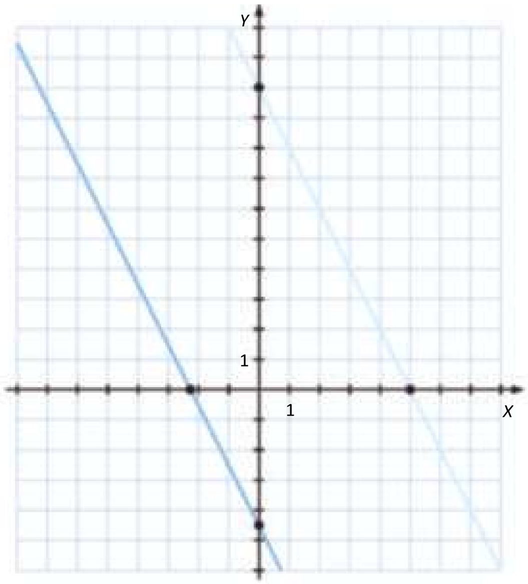
$2x+y=10 \xrightarrow{x=0} y=10 \rightarrow$ Solución (0, 10).

$\xrightarrow{y=0} x=5 \rightarrow$ Solución (5, 0).

$-4x-2y=9 \xrightarrow{x=0} y=-\frac{9}{2} \rightarrow$ Solución $\left(0,-\frac{9}{2}\right)$.

$\xrightarrow{y=0} x=-\frac{9}{4} \rightarrow$ Solución $\left(-\frac{9}{4},0\right)$.

Son dos rectas paralelas, por tanto, no tienen puntos en común. Es un sistema incompatible.



6. Página 95

a) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

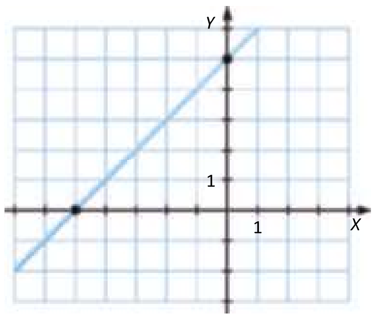
$-x+y=5 \xrightarrow{x=0} y=5 \rightarrow$ Solución (0, 5).

$\xrightarrow{y=0} x=-5 \rightarrow$ Solución (–5, 0).

$x-y=-5 \xrightarrow{x=0} y=5 \rightarrow$ Solución (0, 5).

$\xrightarrow{y=0} x=-5 \rightarrow$ Solución (–5, 0).

Las dos rectas coinciden, por tanto, el sistema tiene infinitas soluciones. Es un sistema compatible indeterminado.



b) Tomamos dos soluciones de cada ecuación.

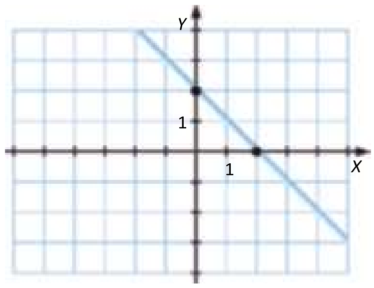
$3x+3y=6 \xrightarrow{x=0} y=2 \rightarrow$ Solución (0, 2).

$\xrightarrow{y=0} x=2 \rightarrow$ Solución (2, 0).

$2x+2y=4 \xrightarrow{x=0} y=2 \rightarrow$ Solución (0, 2).

$\xrightarrow{y=0} x=2 \rightarrow$ Solución (2, 0).

Las dos rectas coinciden, por tanto, el sistema tiene infinitas soluciones. Es un sistema compatible indeterminado.



7. Página 96

a) Resolvemos por el método de sustitución.

$-x+3y=-4 \rightarrow x=3y+4$

$5x+y=4 \xrightarrow{x=3y+4} 5(3y+4)+y=4 \rightarrow 15y+20+y=4 \rightarrow y=-1$

$x=3y+4 \xrightarrow{y=-1} x=3(-1)+4=1$

La solución es $x=1$ e $y=-1$.

b) Resolvemos por el método de igualación.

$3x+y=9 \rightarrow y=9-3x$

$x-y=-1 \rightarrow y=x+1$

$9-3x=x+1 \rightarrow 8=4x \rightarrow x=2$

$y=x+1 \xrightarrow{x=2} y=2+1=3$

La solución es $x=2$ e $y=3$.

c) Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r} 4x+3y=4 \\ x-2y=-10 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cdot(-4)} \begin{array}{r} 4x+3y=4 \\ \underline{-4x+8y=40} \\ 11y=44 \rightarrow y=4 \end{array}$$

$x-2y=-10 \xrightarrow{y=4} x-8=-10 \rightarrow x=-2$

La solución es $x=-2$ e $y=4$.

d) Resolvemos por el método de sustitución.

$x-2y=9 \rightarrow x=2y+9$

$2x+5y=0 \xrightarrow{x=2y+9} 2(2y+9)+5y=0 \rightarrow 4y+18+5y=0 \rightarrow y=-2$

$x=2y+9 \xrightarrow{y=-2} x=2(-2)+9=5$

La solución es $x=5$ e $y=-2$.

8. Página 96

Estudiamos si $x=3$ e $y=-1$ cumplen las dos ecuaciones.

a) $\left.\begin{array}{r} x+2y=1 \\ x-y=3 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3+2(-1)=1 \\ 3-(-1)\neq 3 \end{array}\right\}$

No se cumple la segunda ecuación. Por tanto, no es solución del sistema.

b) $\left.\begin{array}{r} x-2y=5 \\ x-y=2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3-2(-1)=5 \\ 3-(-1)\neq 2 \end{array}\right\}$

No se cumple la segunda ecuación. Por tanto, no es solución del sistema.

c) $\left.\begin{array}{r} x-2y=5 \\ x+y=2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3-2(-1)=5 \\ 3+(-1)=2 \end{array}\right\}$

Se cumplen las dos ecuaciones, por tanto (3, –1) es solución del sistema.

9. Página 96

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\left.\begin{array}{l} a+(a-1)=2a-1 \\ a-(a-1)=1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=2a-1 \\ x-y=1 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2a+(a+3)=3a+3 \\ 2a-2(a+3)=-6 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=3a+3 \\ x-2y=-6 \end{array}\right\}$

10. Página 97

a) $\frac{x-1}{4}-\frac{y+2}{3}=0 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,4)=12} \frac{3(x-1)-4(y+2)}{12}=0 \rightarrow 3x-3-4y-8=0 \rightarrow 3x-4y=11$

$\frac{x+3}{5}-\frac{y-2}{4}=2 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(4,5)=20} \frac{4(x+3)-5(y-2)}{20}=\frac{40}{20} \rightarrow 4x+12-5y+10=40 \rightarrow 4x-5y=18$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4}-\frac{y+2}{3}=0 \\ \frac{x+3}{5}-\frac{y-2}{4}=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 4x-5y=18 \end{cases}$$

Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r} 3x-4y=11 \\ 4x-5y=18 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 4} \\ \xrightarrow{\cdot 3} \end{array} - \begin{array}{r} 12x-16y=44 \\ \underline{12x-15y=54} \\ -y=10 \rightarrow y=10 \end{array}$$

$3x-4y=11 \xrightarrow{y=10} 3x-40=11 \rightarrow x=17$ $\longrightarrow$ La solución es $x=17$ e $y=10$.

b) $\frac{5(x-2)}{3}-\frac{3(y+1)}{4}=\frac{x-7y}{12} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,\,4,\,12)=12} \frac{20(x-2)-9(y+1)}{12}=\frac{x-7y}{12} \rightarrow$

$20x-40-9y-9=x-7y \rightarrow 19x-2y=49$

$\frac{6-(x+y)}{2}-\frac{(5-x)4}{5}=\frac{x+2y}{10} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,\,5,\,10)=10} \frac{5(6-(x+y))-2(5-x)4}{10}=\frac{x+2y}{10} \rightarrow$

$30-5x-5y-40+8x=x+2y \rightarrow 2x-7y=10$

$$\left.\begin{array}{r} \frac{5(x-2)}{3}-\frac{3(y+1)}{4}=\frac{x-7y}{12} \\ \frac{6-(x+y)}{2}-\frac{(5-x)4}{5}=\frac{x+2y}{10} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 19x-2y=49 \\ 2x-7y=10 \end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r} 19x-2y=49 \\ 2x-7y=10 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 7} \\ \xrightarrow{\cdot 2} \end{array} - \begin{array}{r} 133x-14y=343 \\ \underline{4x-14y=20} \\ 129x=323 \rightarrow x=\frac{323}{129} \end{array}$$

$19x-2y=49 \xrightarrow{x=\frac{323}{129}} 19\left(\frac{323}{129}\right)-2y=49 \rightarrow y=-\frac{92}{129}$ $\longrightarrow$ La solución es $x=\frac{323}{129}$ e $y=-\frac{92}{129}$.

c) $\frac{7x+5y}{10}-\frac{4(x+y)}{5}=\frac{x-y}{10} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(5,\,10)=10} \frac{7x+5y-8(x+y)}{10}=\frac{x-y}{10} \rightarrow$

$7x+5y-8x-8y=x-y \rightarrow 2x+2y=0$

$\frac{3x+y+2}{4}-\frac{y-2x}{6}=\frac{y-x}{4} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(4,\,6)=12} \frac{3(3x+y+2)-2(y-2x)}{12}=\frac{3(y-x)}{12} \rightarrow$

$9x+3y+6-2y+4x=3y-3x \rightarrow 16x-2y=-6$

$$\left.\begin{array}{r} \frac{7x+5y}{10}-\frac{3(x+y)}{5}=\frac{x-y}{10} \\ \frac{3x+y+2}{4}-\frac{y-2x}{6}=\frac{y-x}{4} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x+2y=0 \\ 16x-2y=-6 \end{array}\right\}$$

Resolvemos por reducción, sumándole a la segunda ecuación la primera.

$\left.\begin{array}{r} 2x+2y=0 \\ 16x-2y=-6 \end{array}\right\} \rightarrow 18x=-6 \rightarrow x=-\frac{1}{3}$ $\longrightarrow$ $2x+2y=0 \xrightarrow{x=-\frac{1}{3}} y=\frac{1}{3}$ $\longrightarrow$ La solución es $x=-\frac{1}{3}$ e $y=\frac{1}{3}$.

11. Página 97

a) $3x-2(y-1)=y-x+1 \rightarrow 3x-2y+2=y-x+1 \rightarrow 4x-3y=-1$

$2x-y=x+y-9 \rightarrow x-2y=-9$

$$\left.\begin{array}{r}3x-2(y-1)=y-x+1\\ 2x-y=x+y-9\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}4x-3y=-1\\ x-2y=-9\end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de sustitución.

$x-2y=-9 \rightarrow x=2y-9$

$4x-3y=-1 \xrightarrow{x=2y-9} 4(2y-9)-3y=-1 \rightarrow 8y-36-3y=-1 \rightarrow y=7$

$x=2y-9 \xrightarrow{y=7} 14-9=5$

La solución es $x=5$ e $y=7$.

b) $3-2(x-4)=5y+6 \rightarrow 3-2x+8=5y+6 \rightarrow 2x+5y=5$

$5x-3y=12x-(4-y) \rightarrow 7x+4y=4$

$$\left.\begin{array}{r}3-2(x-4)=5y+6\\ 5x-3y=12x-(4-y)\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}2x+5y=5\\ 7x+4y=4\end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r}2x+5y=5\\ 7x+4y=4\end{array}\right\} \begin{array}{c}\xrightarrow{\cdot 7}\\ \xrightarrow{\cdot 2}\end{array} \begin{array}{r}14x+35y=35\\ -\ \underline{14x+8y=8}\\ 27y=27 \rightarrow y=1\end{array}$$

$2x+5y=5 \xrightarrow{y=1} 2x+5=5 \rightarrow x=0$

La solución es $x=0$ e $y=1$.

12. Página 97

$\frac{x}{5}-\frac{y}{4}=4 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(5,\,4)=20} \frac{4x-5y}{20}=\frac{80}{20} \rightarrow 4x-5y=80$

$-2(x+y)=1-\frac{x}{2} \rightarrow \frac{-4(x+y)}{2}=\frac{2-x}{2} \rightarrow -4x-4y=2-x \rightarrow -3x-4y=2$

$$\left.\begin{array}{r}\frac{x}{5}-\frac{y}{4}=4\\ -2\cdot(x+y)=1-\frac{x}{2}\end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r}4x-5y=80\\ -3x-4y=2\end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de reducción: $\left.\begin{array}{r}4x-5y=80\\ -3x-4y=2\end{array}\right\} \begin{array}{c}\xrightarrow{\cdot 3}\\ \xrightarrow{\cdot 4}\end{array} \begin{array}{r}12x-15y=240\\ +\ \underline{-12x-16y=8}\\ -31y=248 \rightarrow y=-8\end{array}$

$4x-5y=80 \xrightarrow{y=-8} 4x+40=80 \rightarrow x=10$

La solución es $x=10$ e $y=-8$.

13. Página 98

a) El sistema es no lineal porque la segunda ecuación es de grado 2.

b) El sistema es no lineal porque ambas ecuaciones son de grado 2.

c) Es un sistema de ecuaciones lineales.

d) El sistema es no lineal porque al suprimir la raíz con el cuadrado, si solo consideramos un signo de la variable, positivo o negativo, perdemos soluciones.

e) El sistema es no lineal porque la segunda ecuación tiene un radical.

f) El sistema es no lineal porque la segunda ecuación es de grado 2.

14. Página 98

Comprobamos si $x = 0$ e $y = 2$ cumple ambas ecuaciones.

a) $\left.\begin{matrix} x + y^2 = 6 \\ x^2 - y = -2 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} 0 + 2^2 \neq 6 \\ 0^2 - 2 = -2 \end{matrix}\right\}$ → No se cumple la primera ecuación. No es solución del sistema.

b) $\left.\begin{matrix} x + y^2 = 4 \\ x^2 - y^2 = -4 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} 0 + 2^2 = 4 \\ 0^2 - 2^2 = -4 \end{matrix}\right\}$ → Se cumplen ambas ecuaciones. Es solución del sistema.

c) $\left.\begin{matrix} \sqrt{x} + y = 2 \\ x^2 - \sqrt{2y} = 2 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} \sqrt{0} + 2 = 2 \\ 0^2 - \sqrt{2 \cdot 2} \neq 2 \end{matrix}\right\}$ → No se cumple la segunda ecuación. No es solución del sistema.

d) $\left.\begin{matrix} 2x + y = 4 \\ x - 2\sqrt{y} = 0 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} 2 \cdot 0 + 2 \neq 4 \\ 0 - 2\sqrt{2} \neq 0 \end{matrix}\right\}$ → No se cumple ninguna de las ecuaciones. No es solución del sistema.

15. Página 98

Respuesta abierta. Por ejemplo: $\left.\begin{matrix} 2 \cdot (-3) = -6 \\ 2 + (-3)^2 = 11 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} xy = -6 \\ x + y^2 = 11 \end{matrix}\right\}$

16. Página 99

a) $x + 2y = 12 \rightarrow x = 12 - 2y$

$$x^2 + y^2 = 29 \xrightarrow{x=12-2y} (12 - 2y)^2 + y^2 = 29 \rightarrow 144 - 48y + 5y^2 = 29$$

$$5y^2 - 48y + 115 = 0 \rightarrow y = \frac{48 \pm \sqrt{(-48)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 115}}{2 \cdot 5} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 5 \\ y_2 = \dfrac{23}{5} \end{cases}$$

$$x = 12 - 2y \rightarrow \begin{cases} y_1 = 5 \rightarrow x_1 = 12 - 10 = 2 \\ y_2 = \dfrac{23}{5} \rightarrow x_2 = 12 - 2 \cdot \dfrac{23}{5} = \dfrac{14}{5} \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1 = 2$ e $y_1 = 5$, y $x_2 = \frac{14}{5}$ e $y_2 = \frac{23}{5}$.

b) $x - y = 1 \rightarrow x = 1 + y$

$$x^2 + y^2 = 25 \xrightarrow{x=1+y} (1 + y)^2 + y^2 = 25 \rightarrow 2y^2 + 2y - 24 = 0$$

$$y^2 + y - 12 = 0 \rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} \rightarrow \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = -4 \end{cases}$$

$$x = 1 + y \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + 3 = 4 \\ x_2 = 1 - 4 = -3 \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1 = 4$ e $y_1 = 3$, y $x_2 = -3$ e $y_2 = -4$.

c) $x^2+y=5 \rightarrow y=5-x^2$

$$2x(x+y)=-6 \xrightarrow{y=5-x^2} 2x(x+5-x^2)=-6 \rightarrow -2x^3+2x^2+10x+6=0$$

Descomponemos con Ruffini:
$$\begin{array}{c|cccc} & -2 & 2 & 10 & 6 \\ 3 & & -6 & -12 & -6 \\ \hline & -2 & -4 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$-2x^3+2x^2+10x+6=(x-3)(-2x^2-4x-2)=-2(x-3)(x^2+2x+1)=-2(x-3)(x+1)^2$$

Las soluciones de esta ecuación son $x_1=3$ y $x_2=-1$.

$$y=5-x^2 \rightarrow \begin{cases} x_1=3 \rightarrow y=5-3^2=-4 \\ x_2=-2 \rightarrow y=5-(-1)^2=4 \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=3$ e $y_1=-4$, y $x_2=-1$ e $y_2=4$.

d) $x+5y=7 \rightarrow x=7-5y$

$$x^2-3y^2=1 \xrightarrow{x=7-5y} (7-5y)^2-3y^2=1 \rightarrow 22y^2-70y+48=0$$

$$y=\frac{70 \pm \sqrt{(-70)^2-4 \cdot 22 \cdot 48}}{2 \cdot 22} \rightarrow \begin{cases} y_1=\dfrac{24}{11} \\ y_2=1 \end{cases}$$

$$x=7-5y \rightarrow \begin{cases} y_1=\dfrac{24}{11} \rightarrow x_1=7-5 \cdot \dfrac{24}{11}=-\dfrac{43}{11} \\ y_2=1 \rightarrow x_2=7-5=2 \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=-\frac{43}{11}$ e $y_2=\frac{24}{11}$, y $x_2=2$ e $y_2=1$.

e) $y=x^2 \xrightarrow{x=y^2} y=y^4 \rightarrow y^4-y=0 \rightarrow y(y^3-1)=0$

Descomponemos utilizando Ruffini:
$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$$y(y^3-1)=0 \rightarrow y(y-1)(y^2+y+1)=0$$

$$y^2+y+1=0 \rightarrow y=\frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4}}{2}=\frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución real.}$$

Las raíces son $y_1=0$ e $y_2=1$.
$$x=y^2 \rightarrow \begin{cases} y_1=0 \rightarrow x_1=0 \\ y_2=1 \rightarrow x_2=1 \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=0$ e $y_1=0$, y $x_2=1$ e $y_2=1$.

f) $x^2+2xy+y^2=9 \rightarrow (x+y)^2=9 \rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x+y=-3 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=3 \\ x-y=2 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{r} x+\cancel{y}=3 \\ x-\cancel{y}=2 \\ \hline 2x \quad =5 \end{array} \rightarrow x=\frac{5}{2} \rightarrow x+y=3 \xrightarrow{x=\frac{5}{2}} y=3-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=-3 \\ x-y=2 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{r} x+\cancel{y}=-3 \\ x-\cancel{y}=2 \\ \hline 2x \quad =-1 \end{array} \rightarrow x=-\frac{1}{2} \rightarrow x+y=-3 \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} y=-3+\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$$

Las soluciones son $x_1=\frac{5}{2}$ e $y_1=\frac{1}{2}$, y $x_2=-\frac{1}{2}$ e $y_2=-\frac{5}{2}$.

g) $xy-2=3x \to y=\dfrac{3x+2}{x}$

$$x^2+y^2-3(x+3y)=-22 \xrightarrow{y=\frac{3x+2}{x}} x^2+\left(\frac{3x+2}{x}\right)^2-3\left(x-3\cdot\frac{3x+2}{x}\right)=-22 \to$$

$$x^4+(3x+2)^2-3x-27x^2-18x=-22x^2 \to x^4-3x^3+4x^2-6x+4=0$$

Descomponemos con Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -3 & 4 & -6 & 4 \\ 1 & & 1 & -2 & 2 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & -4 & \boxed{0} \\ 2 & & 2 & 0 & 4 & \\ \hline & 1 & 0 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

$$x^4-3x^3+4x^2-6x+4=0 \to (x-1)(x-2)(x^2+2)=0 \to \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=2 \\ x^2+2=0 \to \text{No tiene solución.} \end{cases}$$

$$y=\frac{3x+2}{x} \to \begin{cases} x_1=1 \to y_1=\dfrac{3\cdot 1+2}{1}=5 \\ x_2=2 \to y_2=\dfrac{3\cdot 2+2}{2}=4 \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=1$ e $y_1=5$; y $x_2=2$ e $y_2=4$.

17. Página 99

a) $3x-y-1=0 \to y=3x-1$

$$\frac{1}{x-y}+\frac{3}{x}=2 \xrightarrow{y=3x-1} \frac{1}{x-(3x-1)}+\frac{3}{x}=\frac{1}{1-2x}+\frac{3}{x}=\frac{x+3-6x}{x(1-2x)}=2$$

$$\to 3-5x=2x-4x^2 \to 4x^2-7x+3=0 \to x=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 4\cdot 3}}{2\cdot 4} \to \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{3}{4} \end{cases}$$

$$y=3x-1 \to \begin{cases} x_1=1 \to y_1=3-1=2 \\ x_2=\dfrac{3}{4} \to y_2=\dfrac{9}{4}-1=\dfrac{5}{4} \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x-y}+\dfrac{3}{x}=2 \\ 3x-y-1=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=1,\, y_1=2} \begin{cases} \dfrac{1}{1-2}+\dfrac{3}{1}=-1+3=2 \\ 3-2-1=0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x-y}+\dfrac{3}{x}=2 \\ 3x-y-1=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=\frac{3}{4},\, y_2=\frac{5}{4}} \begin{cases} \dfrac{1}{\frac{3}{4}-\frac{5}{4}}+\dfrac{3}{\frac{3}{4}}=-2+4=2 \\ \dfrac{9}{4}-\dfrac{5}{4}-1=0 \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=1$ e $y_1=2$, y $x_2=\dfrac{3}{4}$ e $y_2=\dfrac{5}{4}$.

b) $x - y = 0 \rightarrow x = y$

$$\frac{y}{x-1} + \frac{x}{y-3} = 2 \xrightarrow{x=y} \frac{y}{y-1} + \frac{y}{y-3} = 2 \rightarrow \frac{y(y-3)+y(y-1)}{(y-1)(y-3)} = 2$$

$$\rightarrow y^2 - 3y + y^2 - y = 2(y-1)(y-3) = -4y = -8y + 6 \rightarrow 4y = 6 \rightarrow y = \frac{3}{2} \rightarrow x = y \xrightarrow{y=\frac{3}{2}} x = \frac{3}{2}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{y}{x-1} + \dfrac{x}{y-3} = 2 \\ x - y = 0 \end{array}\right\} \xrightarrow{x=\frac{3}{2},\, y=\frac{3}{2}} \left\{\begin{array}{l} \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}-1} + \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}-3} = \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} + \dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{-3}{2}} = 3 - 1 = 2 \\ \dfrac{3}{2} - \dfrac{3}{2} = 0 \end{array}\right. \rightarrow \text{La solución es } x = \frac{3}{2} \text{ e } y = \frac{3}{2}.$$

c) $3x - y = -5 \rightarrow y = 3x + 5$

$$\frac{y-1}{x+2} + \frac{x+2}{y+1} = 0 \xrightarrow{y=3x+5} \frac{3x+5-1}{x+2} + \frac{x+2}{3x+5+1} = 0 \rightarrow \frac{3x+4}{x+2} + \frac{x+2}{3x+6} = 0 \rightarrow$$

$$\frac{3(3x+4)+x+2}{3(x+2)} = 0 \rightarrow 9x + 12 + x + 2 = 0 \rightarrow 10x = -14 \rightarrow x = -\frac{7}{5}$$

$$y = 3x + 5 \xrightarrow{x=-\frac{7}{5}} y = 3 \cdot \frac{-7}{5} + 5 = \frac{4}{5}$$

Comprobamos la solución: $\left.\begin{array}{r} \dfrac{y-1}{x+2} + \dfrac{x+2}{y+1} = 0 \\ 3x - y = -5 \end{array}\right\} \xrightarrow{x=-\frac{7}{5},\, y=\frac{4}{5}} \left\{\begin{array}{l} \dfrac{\frac{4}{5}-1}{-\frac{7}{5}+2} + \dfrac{-\frac{7}{5}+2}{\frac{4}{5}+1} = \dfrac{\frac{-1}{5}}{\frac{3}{5}} + \dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{9}{5}} = 0 \\ 3\left(-\dfrac{7}{5}\right) - \dfrac{4}{5} = -5 \end{array}\right.$

La solución es $x = -\frac{7}{5}$ e $y = \frac{4}{5}$.

18. Página 99

a) $x - 1 = y + 1 \rightarrow x = y + 2$

$$\sqrt{x} + 2y = -1 \xrightarrow{x=y+2} \sqrt{y+2} + 2y = -1 \rightarrow \sqrt{y+2} = -1 - 2y \rightarrow y + 2 = (-1-2y)^2 = 1 + 4y + 4y^2 \rightarrow$$

$$4y^2 + 3y - 1 = 0 \rightarrow y = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4} \rightarrow \begin{cases} y_1 = \dfrac{1}{4} \\ y_{2q} = -1 \end{cases}$$

$$x = y + 2 \rightarrow \begin{cases} y_1 = \dfrac{1}{4} \rightarrow x_1 = \dfrac{1}{4} + 2 = \dfrac{9}{4} \\ y_2 = -1 \rightarrow x_2 = -1 + 2 = 1 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2y = -1 \\ x - 1 = y + 1 \end{cases} \xrightarrow{x=\frac{9}{4},\, y=\frac{1}{4}} \begin{cases} \sqrt{\dfrac{9}{4}} + \dfrac{2}{4} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{2}{4} = \dfrac{8}{4} = 2 \neq -1 \\ \dfrac{9}{4} - 1 = \dfrac{1}{4} + 1 = \dfrac{5}{4} \end{cases}$$

No verifica la primera ecuación. No es solución del sistema.

$$\left.\begin{array}{r} \sqrt{x} + 2y = -1 \\ x - 1 = y + 1 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=1,\, y_2=-1} \begin{cases} \sqrt{1} + 2 \cdot (-1) = 1 - 2 = -1 \\ 1 - 1 = -1 + 1 = 0 \end{cases}$$

La solución es $x = 1$ e $y = -1$.

b) $\sqrt{-2y+3}=3 \rightarrow -2y+3=9 \rightarrow y=\dfrac{6}{-2}=-3$

$\sqrt{x+1}=-y-1 \xrightarrow{y=-3} \sqrt{x+1}=3-1=2 \rightarrow x+1=4 \rightarrow x=3$

Comprobamos la solución:

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+1}=-y-1\\ \sqrt{-2y+3}=3\end{array}\right\} \xrightarrow{x=3,\, y=-3} \begin{cases}\sqrt{3+1}=-(-3)-1=2\\ \sqrt{-2(-3)+3}=\sqrt{9}=3\end{cases}$$

La solución es $x=3$ e $y=-3$.

c) $2x-3=2-y \rightarrow y=5-2x$

$\sqrt{x-2}=y+2 \xrightarrow{y=5-2x} \sqrt{x-2}=5-2x+2=7-2x \rightarrow x-2=49-28x+4x^2 \rightarrow$

$$4x^2-29x+51=0 \rightarrow x=\frac{29\pm\sqrt{(-29)^2-4\cdot 4\cdot 51}}{2\cdot 4} \rightarrow \begin{cases}x_1=\dfrac{17}{4}\\ x_2=3\end{cases} \qquad y=5-2x \rightarrow \begin{cases}x_1=\dfrac{17}{4} \rightarrow 5-2\cdot\dfrac{17}{4}=-\dfrac{7}{2}\\ x_2=3 \rightarrow 5-2\cdot 3=-1\end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x-2}=y+2\\ 2x-3=2-y\end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=\frac{17}{4},\, y_1=-\frac{7}{2}} \begin{cases}\sqrt{\dfrac{17}{4}-2}=\sqrt{\dfrac{9}{4}}=\dfrac{3}{2}\neq-\dfrac{7}{2}+2=-\dfrac{3}{2}\\ 2\cdot\dfrac{17}{4}-3=\dfrac{11}{2}=2-\left(-\dfrac{7}{2}\right)\end{cases}$$

No cumple la primera ecuación. Por tanto, no es solución del sistema.

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x-2}=y+2\\ 2x-3=2-y\end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=3,\, y_2=-1} \begin{cases}\sqrt{3-2}=1=-1+2\\ 2\cdot 3-3=3=2-(-1)\end{cases}$$

La solución del sistema es $x=3$ e $y=-1$.

d) $\sqrt{x}-y=-1 \rightarrow y=\sqrt{x}+1$

$$\frac{\sqrt{x+4}}{2}=\sqrt{y} \xrightarrow{y=\sqrt{x}+1} \frac{\sqrt{x+4}}{2}=\sqrt{\sqrt{x}+1} \rightarrow \frac{x+4}{4}=\sqrt{x}+1 \rightarrow \frac{x}{4}=\sqrt{x} \rightarrow \frac{x^2}{16}=x \rightarrow$$

$$x^2-16x=0 \rightarrow x(x-16)=0 \rightarrow \begin{cases}x_1=0\\ x_2=16\end{cases}$$

$$y=\sqrt{x}+1 \rightarrow \begin{cases}x_1=0 \rightarrow y_1=1\\ x_2=16 \rightarrow y_2=4+1=5\end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{\sqrt{x+4}}{2}=\sqrt{y}\\ \sqrt{x}-y=-1\end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=0,\, y_1=1} \begin{cases}\dfrac{\sqrt{4}}{2}=1=\sqrt{1}\\ \sqrt{0}-1=-1\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{\sqrt{x+4}}{2}=\sqrt{y}\\ \sqrt{x}-y=-1\end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=16,\, y_2=5} \begin{cases}\dfrac{\sqrt{16+4}}{2}=\dfrac{\sqrt{20}}{2}=\sqrt{5}\\ \sqrt{16}-5=-1\end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=0$ e $y_1=1$, y $x_2=16$ e $y_2=5$.

19. Página 100

a) $x=-2$:

$-2 \not> 0 \rightarrow$ No cumple la primera inecuación $\rightarrow$ No es solución del sistema.

$x=0$:

$0 \not> 0 \rightarrow$ No cumple la primera inecuación $\rightarrow$ No es solución del sistema.

$x=3$:

$\left.\begin{array}{r} 3>0 \\ 2\cdot 3 \geq 4 \end{array}\right\} \rightarrow$ Cumple las dos inecuaciones $\rightarrow$ Es solución del sistema.

b) $x=-2$:

$\left.\begin{array}{r} -2+3=1<2 \\ 2\cdot(-2)-5=-9<3 \end{array}\right\} \rightarrow$ Cumple las dos inecuaciones $\rightarrow$ Es solución del sistema.

$x=0$:

$0+3 \not< 2 \rightarrow$ No cumple la primera inecuación $\rightarrow$ No es solución del sistema.

$x=3$:

$3+3=6 \not< 2 \rightarrow$ No cumple la primera inecuación $\rightarrow$ No es solución del sistema.

c) $x=-2$:

$\left.\begin{array}{r} \dfrac{-2}{2}=-1>-2 \\ 5\cdot(-2)-4=-14 \leq 2 \end{array}\right\} \rightarrow$ Cumple las dos inecuaciones $\rightarrow$ Es solución del sistema.

$x=0$:

$\left.\begin{array}{r} \dfrac{0}{2}=0>-2 \\ 5\cdot 0-4=-4 \leq 2 \end{array}\right\} \rightarrow$ Cumple las dos inecuaciones $\rightarrow$ Es solución del sistema.

$x=3$:

$5\cdot 3-4=11 \not\leq 2 \rightarrow$ No cumple la segunda inecuación $\rightarrow$ No es solución del sistema.

d) $x=-2$:

$6\cdot(-2)-3=-9 \not\geq -2+7=-5 \rightarrow$ No cumple la primera inecuación $\rightarrow$ No es solución del sistema.

$x=0$:

$6\cdot 0-3=-3 \not\geq 7+0 \rightarrow$ No cumple la primera inecuación $\rightarrow$ No es solución del sistema.

$x=3$:

$\left.\begin{array}{r} 6\cdot 3-3=15 \geq 3+7=10 \\ 7\cdot 3+3=24 \leq 15+3\cdot 3=24 \end{array}\right\} \rightarrow$ Cumple las dos inecuaciones $\rightarrow$ Es solución del sistema.

20. Página 100

a) Para $x=-3$:

$$\left.\begin{array}{l} 5(x+2) \leq x+2 \\ 9(x+1) \leq -4x+3(x+1) \end{array}\right\} \xrightarrow{x=-3} \left.\begin{array}{l} 5(-3+2) \leq -3+2 \\ 9(-3+1) \leq -4\cdot(-3)+3(-3+1) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -5 \leq -1 \\ -18 \leq 6 \end{array}\right\}$$

Para $x=-2$:

$$\left.\begin{array}{l} 5(x+2) \leq x+2 \\ 9(x+1) \leq -4x+3(x+1) \end{array}\right\} \xrightarrow{x=-2} \left.\begin{array}{l} 5(-2+2) \leq -2+2 \\ 9(-2+1) \leq -4\cdot(-2)+3(-2+1) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 0 \leq 0 \\ -9 \leq 5 \end{array}\right\}$$

b) Para $x = 8$:

$$\left.\begin{array}{r}4+6x-3\le x+7(x-2)\\ 8x-2(3x+4)\le 10(x+1)\end{array}\right\}\xrightarrow{x=8}\left.\begin{array}{r}4+6\cdot 8-3\le 8+7(8-2)\\ 8\cdot 8-2(3\cdot 8+4)\le 10(8+1)\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}49\le 50\\ 8\le 90\end{array}\right\}$$

Para $x = 10$:

$$\left.\begin{array}{r}4+6x-3\le x+7(x-2)\\ 8x-2(3x+4)\le 10(x+1)\end{array}\right\}\xrightarrow{x=10}\left.\begin{array}{r}4+6\cdot 10-3\le 10+7(10-2)\\ 8\cdot 10-2(3\cdot 10+4)\le 10(10+1)\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}61\le 66\\ 12\le 110\end{array}\right\}$$

21. Página 100

Respuesta abierta. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r}x\ge -1\to 2x\ge -2\to 2x+2\ge -2+2\\ x<4\to x-3<4-3\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}2x+2\ge 0\\ x-3<1\end{array}\right\}$$

22. Página 101

a) $\left.\begin{array}{r}x+4>5-2x\to 3x>1\to x>\dfrac{1}{3}\\ 3x\ge 9\to x\ge 3\end{array}\right\}\to$ La solución es $\left(\dfrac{1}{3},+\infty\right)\cap[3,+\infty)=[3,+\infty)$.

b) $\left.\begin{array}{r}6x-3\ge x+7\to 5x\ge 10\to x\ge 2\\ 7x+3\le 15+3x\to 4x\le 12\to x\le 3\end{array}\right\}\to$ La solución es $[2,+\infty)\cap(-\infty,3]=[2,3]$.

c) $\left.\begin{array}{r}2(x+3)>4\to 2x>-2\to x>-1\\ 2x-3<x\to x<3\end{array}\right\}\to$ La solución es $(-1,+\infty)\cap(-\infty,3)=(-1,3)$.

d) $\left.\begin{array}{r}5x-2(8-x)\le -2\to 5x-16+2x\le -2\to 7x\le 14\to x\le 2\\ 4(x+6)-8>0\to 4x+24-8>0\to 4x>-16\to x>-4\end{array}\right\}\to$ La solución es $(-\infty,2]\cap(-4,+\infty)=(-4,2]$.

e) $\left.\begin{array}{r}4x+3(x-2)>x\to 4x+3x-6>x\to 6x>6\to x>1\\ 3x-4(5-x)\le 1\to 3x-20+4x\le 1\to 7x\le 21\to x\le 3\end{array}\right\}\to$ La solución es $(1,+\infty)\cap(-\infty,3]=(1,3]$.

f) $\left.\begin{array}{r}5(6-x)+2(x+3)\ge 0\to 30-5x+2x+6\ge 0\to -3x\ge -36\to x\le 12\\ -4(3-2x)\ge 2(3-x)\to -12+8x\ge 6-2x\to 10x\ge 18\to x\ge\dfrac{9}{5}\end{array}\right\}\to$ La solución es $(-\infty,12]\cap\left[\dfrac{9}{5},+\infty\right)=\left[\dfrac{9}{5},12\right]$.

g) $\left.\begin{array}{r}7x-8(x-2)\ge 0\to 7x-8x+16\ge 0\to -x\ge -16\to x\le 16\\ 3x+4(1-x)\le 0\to 3x+4-4x\le 0\to -x\le -4\to x\ge 4\end{array}\right\}\to$ La solución es $(-\infty,16]\cap[4,+\infty)=[4,16]$.

23. Página 101

a) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x-3}{4}+\dfrac{x}{2}\le 1\to\dfrac{x-3+2x}{4}\le\dfrac{4}{4}\to 3x\le 7\to x\le\dfrac{7}{3}\\ \dfrac{x-3}{2}+\dfrac{x+3}{5}<2\to\dfrac{5x-15+2x+6}{10}<\dfrac{20}{10}\to 7x<29\to x<\dfrac{29}{7}\end{array}\right\}\to$ La solución es $\left(-\infty,\dfrac{7}{3}\right]\cap\left(-\infty,\dfrac{29}{7}\right)=\left(-\infty,\dfrac{7}{3}\right]$.

b) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{3(1-2x)}{5}>\dfrac{1}{2}\to\dfrac{6-12x}{10}>\dfrac{5}{10}\to -12x>-1\to x<\dfrac{1}{12}\\ 4x-5\le\dfrac{x-1}{3}\to\dfrac{12x-15}{3}\le\dfrac{x-1}{3}\to\to 11x\le 14\to x\le\dfrac{14}{11}\end{array}\right\}\to$ La solución es $\left(-\infty,\dfrac{1}{12}\right)\cap\left(-\infty,\dfrac{14}{11}\right]=\left(-\infty,\dfrac{1}{12}\right)$.

c) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{3(x+2)}{4}-\dfrac{x}{5}>3\to\dfrac{15x+30-4x}{20}>\dfrac{60}{20}\to 11x>30\to x>\dfrac{30}{11}\\ \dfrac{5x}{6}-\dfrac{x-2}{4}\ge 2\to\dfrac{10x-3x+6}{12}\ge\dfrac{24}{12}\to 7x\ge 18\to x\ge\dfrac{18}{7}\end{array}\right\}\to$ La solución es $\left(\dfrac{30}{11},+\infty\right)\cap\left[\dfrac{18}{7},+\infty\right)=\left(\dfrac{30}{11},+\infty\right)$.

24. Página 101

a) $x > 0$

$2x + 1 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -1 \rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

$4x - 3 < 0 \rightarrow 4x < 3 \rightarrow x < \frac{3}{4}$

La solución es el intervalo $(0, +\infty) \cap \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right) \cap \left(-\infty, \frac{3}{4}\right) = \left(0, \frac{3}{4}\right)$.

b) $5x - 2 \leq 0 \rightarrow 5x \leq 2 \rightarrow x \leq \frac{2}{5}$

$3x + 4 > 0 \rightarrow 3x > -4 \rightarrow x > -\frac{4}{3}$

$\frac{x+9}{2} \geq 3 \rightarrow \frac{x+9}{2} \geq \frac{6}{2} \rightarrow x + 9 \geq 6 \rightarrow x \geq -3$

La solución es el intervalo $\left(-\infty, \frac{2}{5}\right] \cap \left(-\frac{4}{3}, +\infty\right) \cap [-3, +\infty) = \left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{5}\right]$.

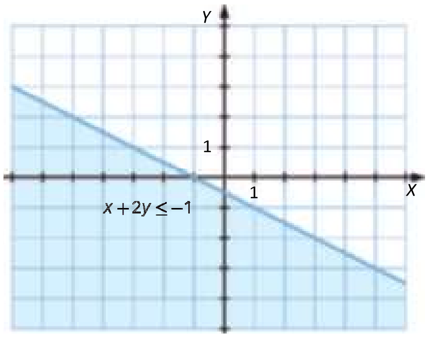
25. Página 102

a) $x + 2y \leq -1 \rightarrow x + 2y = -1$

$x + 2y = -1 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{1}{2} \rightarrow \left(0, -\frac{1}{2}\right)$

$x + 2y = -1 \xrightarrow{y=0} x = -1 \rightarrow (-1, 0)$

Para el punto (0, 0) → $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) no es solución.

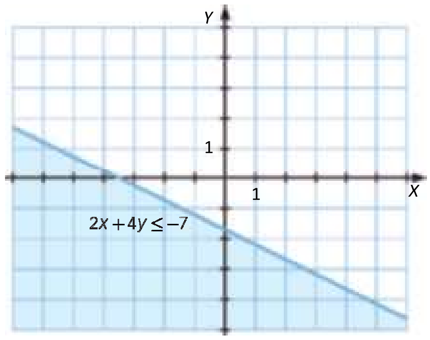


b) $2x + 4y \leq -7 \rightarrow 2x + 4y = -7$

$2x + 4y = -7 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{7}{4} \rightarrow \left(0, -\frac{7}{4}\right)$

$2x + 4y = -7 \xrightarrow{y=0} x = -\frac{7}{2} \rightarrow \left(-\frac{7}{2}, 0\right)$

Para el punto (0, 0) → $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) no es solución.

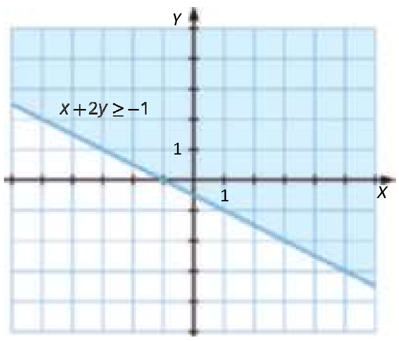


c) $x + 2y \geq -1 \rightarrow x + 2y = -1$

$x + 2y = -1 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{1}{2} \rightarrow \left(0, -\frac{1}{2}\right)$

$x + 2y = -1 \xrightarrow{y=0} x = -1 \rightarrow (-1, 0)$

Para el punto (0, 0) → $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) es solución.

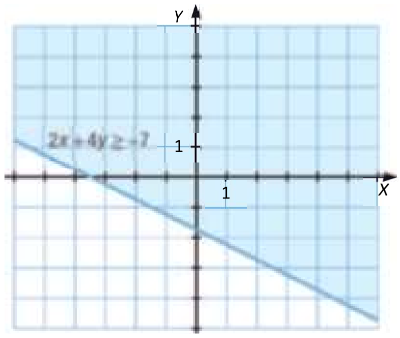


d) $2x + 4y \geq -7 \rightarrow 2x + 4y = -7$

$$2x + 4y = -7 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{7}{4} \rightarrow \left(0, -\frac{7}{4}\right)$$

$$2x + 4y = -7 \xrightarrow{y=0} x = -\frac{7}{2} \rightarrow \left(-\frac{7}{2}, 0\right)$$

Para el punto (0, 0) ⟶ $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) es solución.

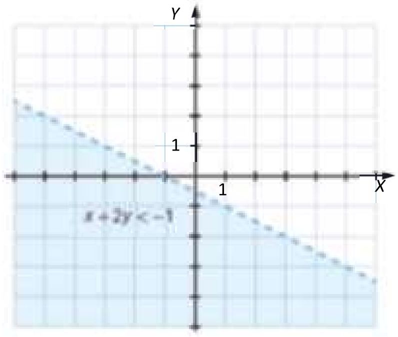


e) $x + 2y < -1 \rightarrow x + 2y = -1$

$$x + 2y = -1 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{1}{2} \rightarrow \left(0, -\frac{1}{2}\right)$$

$$x + 2y = -1 \xrightarrow{y=0} x = -1 \rightarrow (-1, 0)$$

Para el punto (0, 0) ⟶ $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) no es solución.

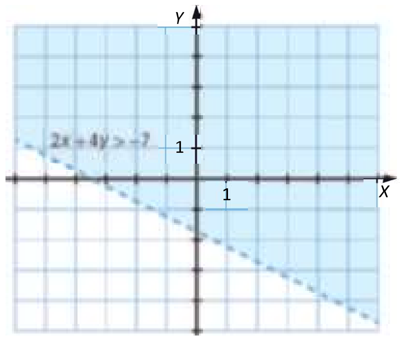


f) $2x + 4y > -7 \rightarrow 2x + 4y = -7$

$$2x + 4y = -7 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{7}{4} \rightarrow \left(0, -\frac{7}{4}\right)$$

$$2x + 4y = -7 \xrightarrow{y=0} x = -\frac{7}{2} \rightarrow \left(-\frac{7}{2}, 0\right)$$

Para el punto (0, 0) ⟶ $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) es solución.

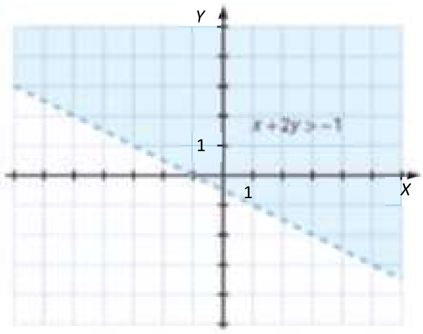


g) $x + 2y > -1 \rightarrow x + 2y = -1$

$$x + 2y = -1 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{1}{2} \rightarrow \left(0, -\frac{1}{2}\right)$$

$$x + 2y = -1 \xrightarrow{y=0} x = -1 \rightarrow (-1, 0)$$

Para el punto (0, 0) ⟶ $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) es solución.

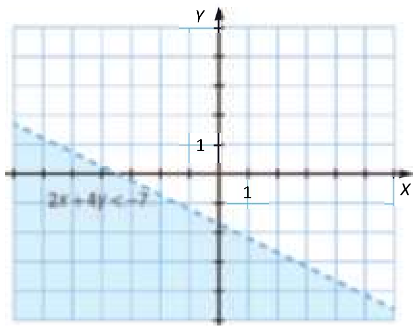


h) $2x + 4y < -7 \rightarrow 2x + 4y = -7$

$$2x + 4y = -7 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{7}{4} \rightarrow \left(0, -\frac{7}{4}\right)$$

$$2x + 4y = -7 \xrightarrow{y=0} x = -\frac{7}{2} \rightarrow \left(-\frac{7}{2}, 0\right)$$

Para el punto (0, 0) ⟶ $0 > -1 \rightarrow$ (0, 0) no es solución.



26. Página 102

Primer cuadrante $\rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

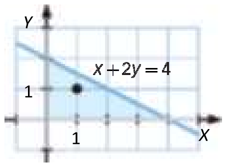
Tercer cuadrante $\rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

Segundo cuadrante $\rightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

Cuarto cuadrante $\rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

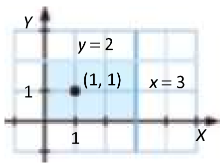
27. Página 102

a) Respuesta abierta. Por ejemplo:



El interior de este triángulo es solución del sistema: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x + 2y < 4 \end{cases}$

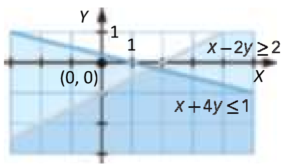
b) Respuesta abierta. Por ejemplo:



El interior de este rectángulo es solución del sistema: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x < 3 \\ y < 2 \end{cases}$

28. Página 103

a) $x + 4y \leq 1 \rightarrow x + 4y = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = \dfrac{1}{4} \rightarrow \left(0, \dfrac{1}{4}\right) \\ y = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow (1, 0) \end{cases}$



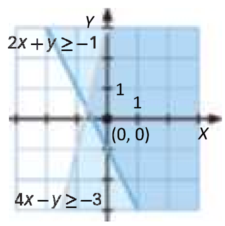
$x + 4y \leq 1 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \leq 1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$x - 2y \geq 2 \rightarrow x - 2y = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = -1 \rightarrow (0, -1) \\ y = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow (2, 0) \end{cases}$

$x - 2y \geq 2 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 < 2 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución.

b) $2x + y \geq -1 \rightarrow 2x + y = -1 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = -1 \rightarrow (0, -1) \\ y = 0 \rightarrow x = -\dfrac{1}{2} \rightarrow \left(-\dfrac{1}{2}, 0\right) \end{cases}$



$2x + y \geq -1 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \geq -1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$4x - y \geq -3 \rightarrow 4x - y = -3 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 3 \rightarrow (0, 3) \\ y = 0 \rightarrow x = -\dfrac{3}{4} \rightarrow \left(-\dfrac{3}{4}, 0\right) \end{cases}$

$2x + y \geq -3 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \geq -3 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

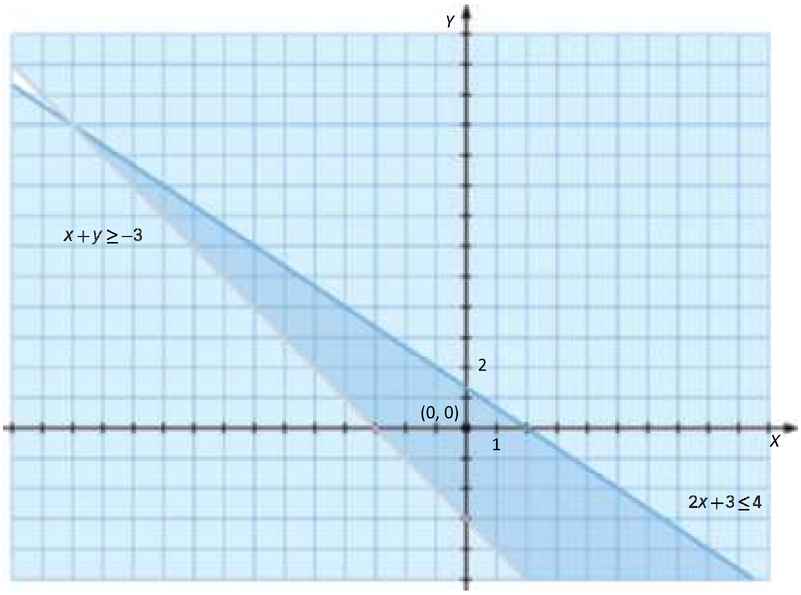
La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución.

c) $2x+3y\le 4 \rightarrow 2x+3y=4 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=\dfrac{4}{3} \rightarrow \left(0,\dfrac{4}{3}\right) \\ y=0 \rightarrow x=2 \rightarrow (2,0) \end{cases}$

$2x+3y\le 4 \xrightarrow{x=0,y=0} 0\le 4 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

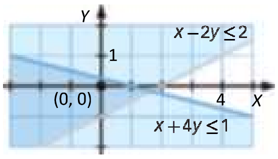
$x+y\ge -3 \rightarrow x+y=-3 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-3 \rightarrow (0,-3) \\ y=0 \rightarrow x=-3 \rightarrow (-3,0) \end{cases}$

$2x+3y\le -3 \xrightarrow{x=0,y=0} 0>-3 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.



La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución.

d) $x+4y\le 1 \rightarrow x+4y=1 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=\dfrac{1}{4} \rightarrow \left(0,\dfrac{1}{4}\right) \\ y=0 \rightarrow x=1 \rightarrow (1,0) \end{cases}$



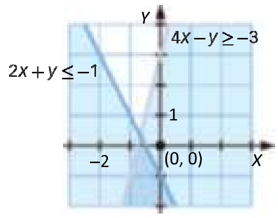
$x+4y\le 1 \xrightarrow{x=0,y=0} 0\le 1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$x-2y\le 2 \rightarrow x-2y=2 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-1 \rightarrow (0,-1) \\ y=0 \rightarrow x=2 \rightarrow (2,0) \end{cases}$

$x-2y\le 2 \xrightarrow{x=0,y=0} 0\le 2 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución.

e) $2x+y\le -1 \rightarrow 2x+y=-1 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-1 \rightarrow (0,-1) \\ y=0 \rightarrow x=-\dfrac{1}{2} \rightarrow \left(-\dfrac{1}{2},0\right) \end{cases}$



$2x+y\le -1 \xrightarrow{x=0,y=0} 0>-1 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

$4x-y\ge -3 \rightarrow 4x-y=-3 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=3 \rightarrow (0,3) \\ y=0 \rightarrow x=-\dfrac{3}{4} \rightarrow \left(-\dfrac{3}{4},0\right) \end{cases}$

$4x-y\ge -3 \xrightarrow{x=0,y=0} 0\ge -3 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

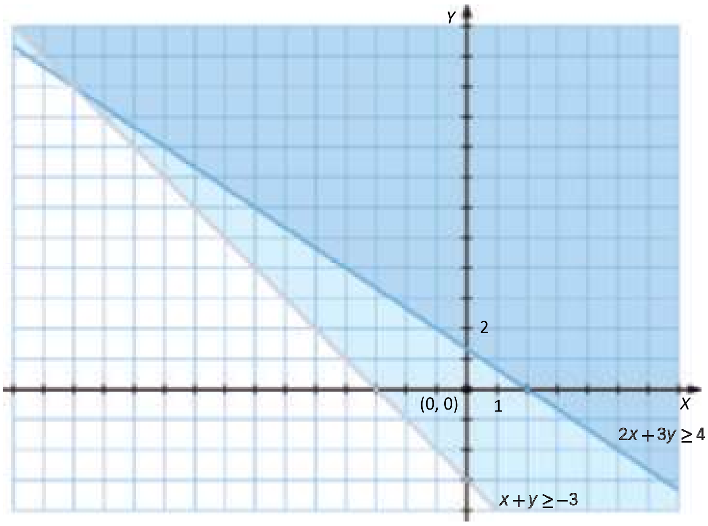
La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución.

f) $2x+3y \geq 4 \rightarrow 2x+3y=4 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=\frac{4}{3} \rightarrow \left(0, \frac{4}{3}\right) \\ y=0 \rightarrow x=2 \rightarrow (2, 0) \end{cases}$

$2x+3y \geq 4 \xrightarrow{x=0, y=0} 0<4 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

$x+y \geq -3 \rightarrow x+y=-3 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-3 \rightarrow (0, -3) \\ y=0 \rightarrow x=-3 \rightarrow (-3, 0) \end{cases}$

$x+y \geq -3 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \geq -3 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.



La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución.

29. Página 103

a) $y \leq \frac{4-x}{2} \rightarrow y=\frac{4-x}{2} \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=2 \rightarrow (0, 2) \\ y=0 \rightarrow x=4 \rightarrow (4, 0) \end{cases}$

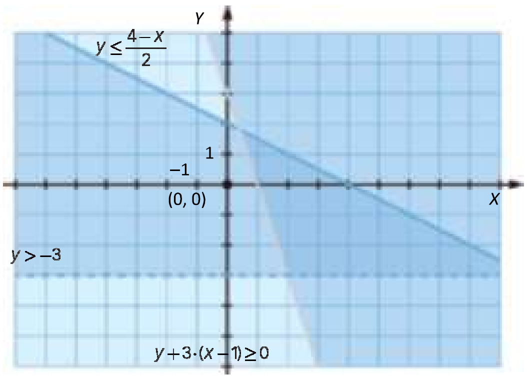
$y \leq \frac{4-x}{2} \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \leq 2 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y>-3 \rightarrow y=-3 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-3 \\ x=1 \rightarrow y=-3 \end{cases}$

$y>-3 \xrightarrow{x=0, y=0} 0>-3 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y+3 \cdot (x-1) \geq 0 \rightarrow y=-3(x-1) \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=3 \rightarrow (0,3) \\ y=0 \rightarrow x=1 \rightarrow (1, 0) \end{cases}$

$y+3 \cdot (x-1) \geq 0 \xrightarrow{x=0, y=0} -3<0 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.



La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución salvo el borde de la recta $y=-3$.

b) $y < 5 \rightarrow y = 5$

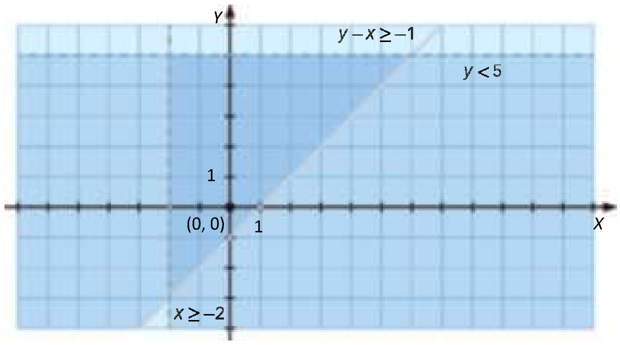
$y < 5 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 < 5 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$x \geq -2 \rightarrow x = -2$

$x \geq -2 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \geq -2 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y - x \geq -1 \rightarrow y - x = -1 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = -1 \rightarrow (0, -1) \\ y = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow (1, 0) \end{cases}$

$y - x \geq -1 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \geq -1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.



La solución es la zona más oscura. Los bordes pertenecen a la solución salvo el borde de la recta $y = 5$.

ACTIVIDADES FINALES

30. Página 104

a) $x + 3y = 5 \xrightarrow{x=2,y=-1} 2 + 3 \cdot (-1) \neq 5 \rightarrow$ No es solución de la ecuación.

b) $\frac{x}{2} + y = 0 \xrightarrow{x=2,y=-1} \frac{2}{2} - 1 = 0 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

c) $-2x + y = -5 \xrightarrow{x=2,y=-1} -2 \cdot 2 - 1 = -5 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

d) $3x - y = 7 \xrightarrow{x=2,y=-1} 3 \cdot 2 - (-1) = 7 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

e) $4x + 3y = 4 \xrightarrow{x=2,y=-1} 4 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) \neq 4 \rightarrow$ No es solución de la ecuación.

f) $x = 2y \xrightarrow{x=2,y=-1} 2 \neq 2 \cdot (-1) \rightarrow$ No es solución de la ecuación.

31. Página 104

a) $x + y = 1 \xrightarrow{x=2,y=3} 2 + 3 \neq 1 \rightarrow$ No es solución de la ecuación.

b) $-x + y = 1 \xrightarrow{x=2,y=3} -2 + 3 = 1 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

c) $3x - \frac{y}{3} = 5 \xrightarrow{x=2,y=3} 3 \cdot 2 - \frac{3}{3} = 6 - 1 = 5 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

d) $y = -x + 5 \xrightarrow{x=2,y=3} 3 = -2 + 5 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

e) $2x - y = 1 \xrightarrow{x=2,y=3} 2 \cdot 2 - 3 = 1 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

f) $\frac{x}{2} + 2 = y \xrightarrow{x=2,y=3} \frac{2}{2} + 2 = 3 \rightarrow$ Es solución de la ecuación.

32. Página 104

a) $3x-\frac{y}{2}=6\xrightarrow{x=1,y=-6}3-\frac{-6}{2}=3+3=6\rightarrow$ Es solución de la ecuación.

b) $3x-\frac{y}{2}=6\xrightarrow{x=-1,y=6}-3-\frac{6}{2}=-3-3\neq 6\rightarrow$ No es solución de la ecuación.

c) $3x-\frac{y}{2}=6\xrightarrow{x=\frac{1}{6},y=-11}3\cdot\frac{1}{6}-\frac{-11}{2}=\frac{1}{2}+\frac{11}{2}=\frac{12}{2}=6\rightarrow$ Es solución de la ecuación.

d) $3x-\frac{y}{2}=6\xrightarrow{x=0,y=12}-\frac{12}{2}\neq 6\rightarrow$ No es solución de la ecuación.

e) $3x-\frac{y}{2}=6\xrightarrow{x=-2,y=-24}3\cdot(-2)-\frac{-24}{2}=-6+12=6\rightarrow$ Es solución de la ecuación.

f) $3x-\frac{y}{2}=6\xrightarrow{x=\frac{1}{3},y=10}3\cdot\frac{1}{3}-\frac{10}{2}=1-5\neq 6\rightarrow$ No es solución de la ecuación.

33. Página 104

a) $-x+y=3\xrightarrow{x=4,y=7}-4+7=3$ a) $\longrightarrow$ 3

b) $2x+\frac{y}{3}=0\xrightarrow{x=-1,y=6}2\cdot(-1)+\frac{6}{3}=-2+2=0$ b) $\longrightarrow$ 1

c) $x-3y=-1\xrightarrow{x=2,y=1}2-3\cdot 1=-1$ c) $\longrightarrow$ 4

d) $3x+2y=1\xrightarrow{x=-1,y=2}3\cdot(-1)+2\cdot 2=1$ d) $\longrightarrow$ 2

34. Página 104

a) $2x-y=3\xrightarrow{x=1}2\cdot 1-y=3\rightarrow y=-1\rightarrow(1,-1)$

b) $2x-y=3\xrightarrow{y=-7}2x+7=3\rightarrow 2x=-4\rightarrow x=-2\rightarrow(-2,-7)$

c) $2x-y=3\xrightarrow{x=-1}2\cdot(-1)-y=3\rightarrow y=-5\rightarrow(-1,-5)$

d) $2x-y=3\xrightarrow{y=-2}2x+2=3\rightarrow 2x=1\rightarrow x=\frac{1}{2}\rightarrow\left(\frac{1}{2},-2\right)$

e) $2x-y=3\xrightarrow{x=3}2\cdot 3-y=3\rightarrow y=3\rightarrow(3,3)$

f) $2x-y=3\xrightarrow{y=-3}2x+3=3\rightarrow 2x=0\rightarrow x=0\rightarrow(0,-3)$

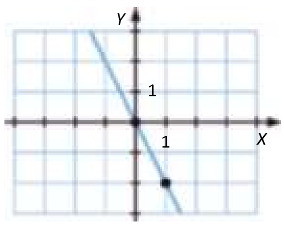
35. Página 104

a) $2x+y=0\rightarrow y=-2x$

$y=-2x\xrightarrow{x=0}y=0\rightarrow(0,0)$

$y=-2x\xrightarrow{x=1}y=-2\rightarrow(1,-2)$

Las soluciones están representadas en la siguiente recta.

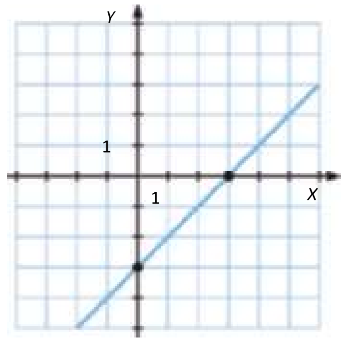


b) $x - y = 3 \rightarrow y = x - 3$

$y = x - 3 \xrightarrow{x=0} y = -3 \rightarrow (0, -3)$

$y = x - 3 \xrightarrow{y=0} x = 3 \rightarrow (3, 0)$

Las soluciones están representadas en la siguiente recta.

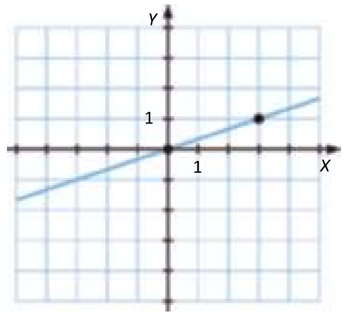


c) $-x + 3y = 0 \rightarrow x = 3y$

$x = 3y \xrightarrow{x=0} y = 0 \rightarrow (0, 0)$

$x = 3y \xrightarrow{y=1} x = 3 \rightarrow (3, 1)$

Las soluciones están representadas en la siguiente recta.

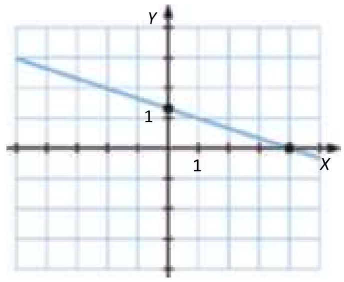


d) $x + 3y = 4 \rightarrow x = 4 - 3y$

$x = 4 - 3y \xrightarrow{x=0} y = \frac{4}{3} \rightarrow \left(0, \frac{4}{3}\right)$

$x = 4 - 3y \xrightarrow{y=0} x = 4 \rightarrow (4, 0)$

Las soluciones están representadas en la siguiente recta.

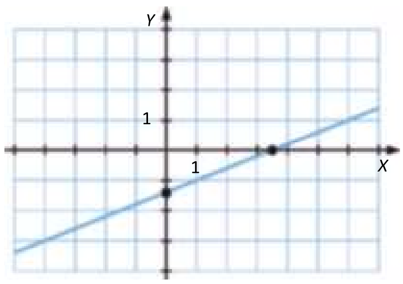


e) $2x - 5y = 7 \rightarrow x = \frac{5y + 7}{2}$

$x = \frac{5y + 7}{2} \xrightarrow{x=0} y = -\frac{7}{5} \rightarrow \left(0, -\frac{7}{5}\right)$

$x = \frac{5y + 7}{2} \xrightarrow{y=0} x = \frac{7}{2} \rightarrow \left(\frac{7}{2}, 0\right)$

Las soluciones están representadas en la siguiente recta.

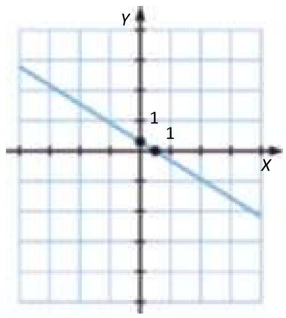


f) $-x + \frac{1}{2} = 2y \rightarrow x = \frac{1}{2} - 2y$

$x = \frac{1}{2} - 2y \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{4} \rightarrow \left(0, \frac{1}{4}\right)$

$x = \frac{1}{2} - 2y \xrightarrow{y=0} x = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, 0\right)$

Las soluciones están representadas en la siguiente recta.



36. Página 104

Respuesta abierta. Por ejemplo: $2\cdot 3a+3(1-2a)=6a+3-6a=3 \rightarrow 2x+3y=3$

a) $\left.\begin{aligned} 3a=3\rightarrow a=1 \\ 1-2a=-1\rightarrow -2a=-2\rightarrow a=1\end{aligned}\right\}\rightarrow a=1$

b) $\left.\begin{aligned} 3a=-6\rightarrow a=-2 \\ 1-2a=5\rightarrow -2a=4\rightarrow a=-2\end{aligned}\right\}\rightarrow a=-2$

c) $\left.\begin{aligned} 3a=0\rightarrow a=0 \\ 1-2a=-2\rightarrow -2a=-3\rightarrow a=\frac{3}{2}\end{aligned}\right\}\rightarrow$ No hay ningún *a* para el que se cumpla.

d) $\left.\begin{aligned} 3a=6\rightarrow a=2 \\ 1-2a=3\rightarrow -2a=2\rightarrow a=-1\end{aligned}\right\}\rightarrow$ No hay ningún *a* para el que se cumpla.

e) $\left.\begin{aligned} 3a=-3\rightarrow a=-1 \\ 1-2a=3\rightarrow -2a=2\rightarrow a=-1\end{aligned}\right\}\rightarrow a=-1$

f) $\left.\begin{aligned} 3a=9\rightarrow a=3 \\ 1-2a=-5\rightarrow -2a=-6\rightarrow a=3\end{aligned}\right\}\rightarrow a=3$

37. Página 104

a) $x+y=5 \xrightarrow{x=2+a,\ y=3-a} 2+a+3-a=5$

b) $x-y=4 \xrightarrow{x=a,\ y=a-4} a-(a-4)=4$

c) $x+2y=2 \xrightarrow{x=2a,\ y=1-a} 2a+2(1-a)=2$

d) $3x-y=6 \xrightarrow{x=a+2,\ y=3a} 3(a+2)-3a=6$

a) $\longrightarrow$ 3

b) $\longrightarrow$ 4

c) $\longrightarrow$ 2

d) $\longrightarrow$ 1

38. Página 104

a) $3x+y=2x-y \xrightarrow{x=0} y=-y\rightarrow 2y=0\rightarrow y=0\rightarrow (0,0)$

$3x+y=2x-y \xrightarrow{x=1} 3+y=2-y\rightarrow 2y=-1\rightarrow y=-\frac{1}{2}\rightarrow \left(1,-\frac{1}{2}\right)$

b) $3(x+y)=x-y \xrightarrow{x=0} 3y=-y\rightarrow 4y=0\rightarrow y=0\rightarrow (0,0)$

$3(x+y)=x-y \xrightarrow{x=1} 3(1+y)=1-y\rightarrow 3+3y=1-y\rightarrow 4y=-2\rightarrow y=-\frac{1}{2}\rightarrow \left(1,-\frac{1}{2}\right)$

c) $\frac{x+y}{2}=\frac{x}{3}+1 \xrightarrow{x=0} \frac{y}{2}=1\rightarrow y=2\rightarrow (0,2)$

$\frac{x+y}{2}=\frac{x}{3}+1 \xrightarrow{y=0} \frac{x}{2}=\frac{x}{3}+1 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,3)=6} \frac{3x}{6}=\frac{2x+6}{6}\rightarrow x=6\rightarrow (6,0)$

d) $2\cdot(x-y)=4x \xrightarrow{x=0} -2y=0\rightarrow y=0\rightarrow (0,0)$

$2\cdot(x-y)=4x \xrightarrow{x=1} 2(1-y)=4\rightarrow 2-2y=4\rightarrow -2y=2\rightarrow y=-1\rightarrow (1,-1)$

e) $2\cdot(x-y)=4+x \xrightarrow{x=0} -2y=4\rightarrow y=-2\rightarrow (0,-2)$

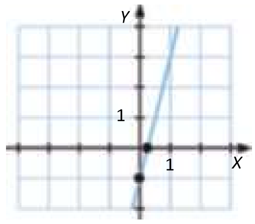
$2\cdot(x-y)=4+x \xrightarrow{y=0} 2x=4+x\rightarrow x=4\rightarrow (4,0)$

f) $3\cdot(x-2y)=2\cdot(2x+y) \xrightarrow{x=0} -6y=2y\rightarrow -8y=0\rightarrow y=0\rightarrow (0,0)$

$3\cdot(x-2y)=2\cdot(2x+y) \xrightarrow{x=1} 3(1-2y)=2(2+y)\rightarrow 3-6y=4+2y\rightarrow -8y=1\rightarrow y=-\frac{1}{8}\rightarrow \left(1,-\frac{1}{8}\right)$

39. Página 104

a) $3x - y = 1 \xrightarrow{\cdot(-2)} -6x + 2y = -2$



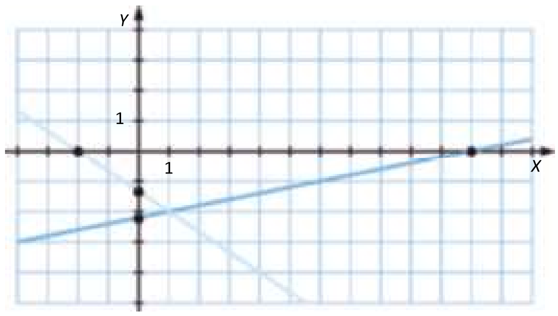
Las dos ecuaciones son equivalentes, representan la misma recta. El sistema tiene infinitas soluciones.

$3x - y = 1 \xrightarrow{x=0} -y = 1 \rightarrow y = -1 \rightarrow (0, -1)$

$3x - y = 1 \xrightarrow{y=0} 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow \left(\frac{1}{3}, 0\right)$

En la gráfica vemos dos rectas solapadas, que representan un sistema compatible indeterminado.

b) $x - 5y = 11 \xrightarrow{x=0} -5y = 11 \rightarrow y = -\frac{11}{5} \rightarrow \left(0, -\frac{11}{5}\right)$



$x - 5y = 11 \xrightarrow{y=0} x = 11 \rightarrow (11, 0)$

$2x + 3y = -4 \xrightarrow{x=0} 3y = -4 \rightarrow y = -\frac{4}{3} \rightarrow \left(0, -\frac{4}{3}\right)$

$2x + 3y = -4 \xrightarrow{y=0} 2x = -4 \rightarrow x = -2 \rightarrow (-2, 0)$

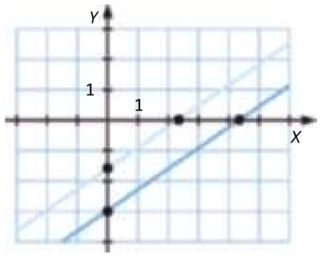
Son rectas distintas, no paralelas, se cortan en un punto. El sistema tiene una única solución.

c) $2x - 3y = 9 \xrightarrow{\cdot 2} 4x - 6y = 18$

$4x - 9 = 6y \rightarrow 4x - 6y = 9$

El sistema no tiene ninguna solución, representa dos rectas paralelas.

$2x - 3y = 9 \xrightarrow{x=0} -3y = 9 \rightarrow y = -3 \rightarrow (0, -3)$

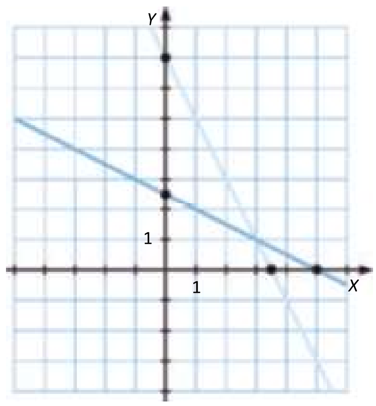


$2x - 3y = 9 \xrightarrow{y=0} 2x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{2} \rightarrow \left(\frac{9}{2}, 0\right)$

$4x - 9 = 6y \xrightarrow{x=0} -9 = 6y \rightarrow y = -\frac{3}{2} \rightarrow \left(0, -\frac{3}{2}\right)$

$4x - 9 = 6y \xrightarrow{y=0} 4x - 9 = 0 \rightarrow x = \frac{9}{4} \rightarrow \left(\frac{9}{4}, 0\right)$

d) $x + 2y = 5 \xrightarrow{x=0} 2y = 5 \rightarrow y = \frac{5}{2} \rightarrow \left(0, \frac{5}{2}\right)$



$x + 2y = 5 \xrightarrow{y=0} x = 5 \rightarrow (5, 0)$

$2x + y = 7 \xrightarrow{x=0} y = 7 \rightarrow (0, 7)$

$2x + y = 7 \xrightarrow{y=0} 2x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{2} \rightarrow \left(\frac{7}{2}, 0\right)$

Son rectas distintas, no paralelas, se cortan en un punto. El sistema tiene una única solución.

40. Página 104

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Para que sea un sistema incompatible, las ecuaciones tienen que ser rectas paralelas no coincidentes.

a) $x+y=2 \xrightarrow{\cdot 2} 2x+2y=4 \rightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=\boxed{6} \end{cases}$

b) $3x-y=0 \xrightarrow{\cdot(-1)} -3x+y=0 \rightarrow \begin{cases} 3x-y=0 \\ \boxed{-3x}+\boxed{y}=-1 \end{cases}$

c) $2(x-y)+x=10 \rightarrow 3x-2y=10 \rightarrow \begin{cases} 2(x-y)+x=10 \\ 3x+\boxed{(-2y)}=\boxed{5} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=5 \\ \boxed{\dfrac{x}{2}}+\boxed{\dfrac{y}{4}}=10 \end{cases}$

41. Página 104

La expresión general del sistema es una respuesta abierta.

a) Son dos rectas no paralelas → Es un sistema compatible determinado.

Su solución es el punto (–1, 3). Es decir, $x=-1$, $y=3$.

b) Son dos rectas coincidentes, el sistema es compatible indeterminado.

La solución es todos los puntos de la recta que pasa por los puntos $(0,5)$ y $(5,0)$.

$$\left.\begin{array}{l} y=ax+b \xrightarrow{x=0,\ y=5} 5=b \\ \xrightarrow{x=5,\ y=0} 0=5a+b \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} b=5 \\ a=-1 \end{cases}$$

La solución son todos los puntos de la recta $y=-x+5$

c) Son dos rectas no paralelas, es un sistema compatible determinado.

Su solución es el punto (1, 2). Es decir, $x=1$, $y=2$.

d) Son dos rectas paralelas no coincidentes. Es un sistema incompatible.

El sistema no tiene solución.

42. Página 105

a) $x+3y=17 \rightarrow x=17-3y$

$3x-2y=7 \xrightarrow{x=17-3y} 3(17-3y)-2y=7 \rightarrow 51-9y-2y=7 \rightarrow -11y=-44 \rightarrow y=4$

$x=17-3y \xrightarrow{y=4} x=17-3\cdot 4=5$

La solución es $x=5$ e $y=4$.

b) $4x+y=7 \rightarrow y=7-4x$

$-x+2y=5 \xrightarrow{y=7-4x} -x+2(7-4x)=5 \rightarrow -x+14-8x=5 \rightarrow -9x=-9 \rightarrow x=1$

$y=7-4x \xrightarrow{x=1} y=7-4=3$

La solución es $x=1$ e $y=3$.

c) $3x+y=13 \rightarrow y=13-3x$

$-2x+3y=-16 \xrightarrow{y=13-3x} -2x+3(13-3x)=-16 \rightarrow -2x+39-9x=-16 \rightarrow -11x=-55 \rightarrow x=5$

$y=13-3x \xrightarrow{x=5} y=13-15=-2$

La solución es $x=5$ e $y=-2$.

d) $5x+y=2x \rightarrow y=2x-5x=-3x$

$x-2y=10 \xrightarrow{y=-3x} x-2(-3x)=10 \rightarrow 7x=10 \rightarrow x=\frac{10}{7}$ $\qquad y=-3x \xrightarrow{x=\frac{10}{7}} y=-\frac{30}{7}$

La solución es $x=\frac{10}{7}$ e $y=-\frac{30}{7}$.

e) $4x+3y=18 \rightarrow 3y=18-4x \rightarrow y=\frac{18-4x}{3}$

$2y-3x=29 \xrightarrow{y=\frac{18-4x}{3}} \frac{36-8x}{3}-3x=29 \rightarrow \frac{36-8x-9x}{3}=\frac{87}{3} \rightarrow 36-17x=87 \rightarrow -17x=51 \rightarrow x=-3$

$y=\frac{18-4x}{3} \xrightarrow{x=-3} y=\frac{18+12}{3}=10$

La solución es $x=-3$ e $y=10$.

f) $-x+y=\frac{1}{6} \rightarrow y=x+\frac{1}{6}$

$3x+2y=2 \xrightarrow{y=x+\frac{1}{6}} 3x+2\left(x+\frac{1}{6}\right)=2 \rightarrow 3x+2x+\frac{1}{3}=2 \rightarrow 5x=\frac{6-1}{3}=\frac{5}{3} \rightarrow x=\frac{1}{3}$

$y=x+\frac{1}{6} \xrightarrow{x=\frac{1}{3}} y=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

La solución es $x=\frac{1}{3}$ e $y=\frac{1}{2}$.

43. Página 105

a) $x+4y=-2 \rightarrow x=-2-4y$ $\qquad 2x-3y=29 \rightarrow 2x=29+3y \rightarrow x=\frac{29+3y}{2}$

$-2-4y=\frac{29+3y}{2} \rightarrow \frac{-4-8y}{2}=\frac{29+3y}{2} \rightarrow -4-8y=29+3y \rightarrow -11y=33 \rightarrow y=-3$

$x=-2-4y \xrightarrow{y=-3} x=-2+12=10$

La solución es $x=10$ e $y=-3$.

b) $y=2x+9$ $\qquad 3y+1=-8x \rightarrow 3y=-8x-1 \rightarrow y=\frac{-8x-1}{3}$

$2x+9=\frac{-8x-1}{3} \rightarrow \frac{6x+27}{3}=\frac{-8x-1}{3} \rightarrow 6x+27=-8x-1 \rightarrow 14x=-28 \rightarrow x=-2$

$y=2x+9 \xrightarrow{x=-2} y=-4+9=5$

La solución es $x=-2$ e $y=5$.

c) $\frac{x}{2}+3y=0 \rightarrow x=-6y$ $\qquad \frac{x}{3}-y=-1 \rightarrow \frac{x}{3}=-1+y \rightarrow x=-3+3y$

$-6y=-3+3y \rightarrow -9y=-3 \rightarrow y=\frac{1}{3}$ $\qquad x=-6y \xrightarrow{y=\frac{1}{3}} x=-\frac{6}{3}=-2$

La solución es $x=-2$ e $y=\frac{1}{3}$.

d) $x-2y=-3 \to x=-3+2y$

$4(x-y)=12 \to x-y=3 \to x=y+3$

$-3+2y=y+3 \to y=6$

$x=-3+2y \xrightarrow{y=6} x=-3+12=9$

La solución es $x=9$ e $y=6$.

e) $3x+y=11 \to y=11-3x$

$8x+2y=3y \to y=8x$

$11-3x=8x \to 11=11x \to x=1$

$y=11-3x \xrightarrow{x=1} y=11-3=8$

La solución es $x=1$ e $y=8$.

f) $-x+y=10 \to x=y-10$

$2x+3y=10 \to 2x=10-3y \to x=\dfrac{10-3y}{2}$

$$y-10=\frac{10-3y}{2} \to \frac{2y-20}{2}=\frac{10-3y}{2} \to 2y-20=10-3y \to 5y=30 \to y=6$$

$x=y-10 \xrightarrow{y=6} x=6-10=-4$

La solución es $x=-4$ e $y=6$.

44. Página 105

a)
$$\begin{cases} x-2y=3x \longrightarrow \\ -x+y=-6 \xrightarrow{\cdot 2} \end{cases} \quad - \begin{array}{r} -2x-2y=0 \\ \underline{-2x+2y=-12} \\ -4y=12 \to y=-3 \end{array}$$

$-x+y=-6 \xrightarrow{y=-3} -x=-3 \to x=3$

La solución es $x=3$ e $y=-3$.

b)
$$\begin{cases} 5\cdot(x-y)=25 \longrightarrow 5x-5y=25 \longrightarrow \\ 3x-2\cdot(x+y)=8 \to x-2y=8 \xrightarrow{\cdot 5} \end{cases} \quad - \begin{array}{r} 5x-5y=25 \\ \underline{5x-10y=40} \\ 5y=-15 \to y=-3 \end{array}$$

$x-2y=8 \xrightarrow{y=-3} x+6=8 \to x=2$

La solución es $x=2$ e $y=-3$.

c)
$$\begin{cases} -5x+3y=5 \longrightarrow \\ 3x=y+1 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \quad + \begin{array}{r} -5x+3y=5 \\ \underline{9x-3y=3} \\ 4x=8 \to x=2 \end{array}$$

$3x=y+1 \xrightarrow{x=2} 6=y+1 \to y=5$

La solución es $x=2$ e $y=5$.

d)
$$\begin{cases} x+y-5=-6 \longrightarrow \\ 2\cdot(x+y)=x+6 \to \end{cases} \quad - \begin{array}{r} x+y=-1 \\ \underline{x+2y=6} \\ -y=-7 \to y=7 \end{array}$$

$x+y=-1 \xrightarrow{y=7} x+7=-1 \to x=-8$

La solución es $x=-8$ e $y=7$.

e) $\begin{cases} 7x-4y=3 \longrightarrow \\ 3+x-y=-3 \xrightarrow{\cdot 4} \end{cases} \quad - \begin{array}{r} 7x-4y=3 \\ \underline{4x-4y=-24} \\ 3x=27 \rightarrow x=9 \end{array}$

$3+x-y=-3 \xrightarrow{x=9} 12-y=-3 \rightarrow y=15$

La solución es $x=9$ e $y=15$.

f) $\begin{cases} 3x+2y=1 \longrightarrow \\ x+3y=-\dfrac{5}{6} \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \quad - \begin{array}{r} 3x+2y=1 \\ \underline{3x+9y=-\dfrac{5}{2}} \\ -7y=1+\dfrac{5}{2}=\dfrac{7}{2} \rightarrow y=-\dfrac{1}{2} \end{array}$

$x+3y=-\dfrac{5}{6} \xrightarrow{y=-\frac{1}{2}} x-\dfrac{3}{2}=-\dfrac{5}{6} \rightarrow x=-\dfrac{5}{6}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

La solución es $x=\dfrac{2}{3}$ e $y=-\dfrac{1}{2}$.

45. Página 105

a) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{4}+y=\dfrac{3}{4} \rightarrow \dfrac{x+4y}{4}=\dfrac{3}{4} \\ \dfrac{-x}{2}+4y=\dfrac{3}{2} \rightarrow \dfrac{-x+8y}{2}=\dfrac{3}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+4y=3 \\ -x+8y=3 \end{array}\right\}$

Resolvemos por el método de igualación.

$x+4y=3 \rightarrow x=3-4y \qquad -x+8y=3 \rightarrow x=8y-3$

$3-4y=8y-3 \rightarrow 12y=6 \rightarrow y=\dfrac{1}{2} \qquad x=3-4y \xrightarrow{y=\frac{1}{2}} x=3-2=1$

La solución es $x=1$ e $y=\dfrac{1}{2}$.

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2x+y}{2}=2 \rightarrow \dfrac{2x+y}{2}=\dfrac{4}{2} \\ \dfrac{x-3y+1}{5}=2 \rightarrow \dfrac{x-3y+1}{5}=\dfrac{10}{5} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x+y=4 \\ x-3y=9 \end{array}\right\}$

Resolvemos por el método de sustitución.

$2x+y=4 \rightarrow y=4-2x$

$x-3y=9 \xrightarrow{y=4-2x} x-3(4-2x)=9 \rightarrow x-12+6x=9 \rightarrow 7x=21 \rightarrow x=3$

$y=4-2x \xrightarrow{x=3} y=4-6=-2$

La solución es $x=3$ e $y=-2$.

c) $$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+2y}{3}=1 \rightarrow \dfrac{x+2y}{3}=\dfrac{3}{3} \\ \dfrac{y-x+3}{2}=y \rightarrow \dfrac{y-x+3}{2}=\dfrac{2y}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+2y=3 \\ -x-y=-3 \end{array}\right\}$$

Resolvemos por reducción.

$$\begin{array}{r} \cancel{x}+2y=3 \\ -\cancel{x}-y=-3 \\ \hline y=0 \end{array}$$

$$x+2y=3 \xrightarrow{y=0} x=3$$

La solución es $x=3$ e $y=0$.

d) $$\left.\begin{array}{l} \dfrac{-y+3}{4}=x+5 \rightarrow \dfrac{-y+3}{4}=\dfrac{4x+20}{4} \\ \dfrac{2y}{5}-x=1 \longrightarrow \dfrac{2y-5x}{5}=\dfrac{5}{5} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -4x-y=17 \\ -5x+2y=5 \end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de sustitución.

$$-4x-y=17 \rightarrow y=-4x-17$$

$$-5x+2y=5 \xrightarrow{y=-4x-17} -5x+2(-4x-17)=5 \rightarrow -5x-8x-34=5 \rightarrow -13x=39 \rightarrow x=-3$$

$$y=-4x-17 \xrightarrow{x=-3} y=12-17=-5$$

La solución es $x=-3$ e $y=-5$.

e) $$\left.\begin{array}{l} 5x-\dfrac{y}{3}=3 \rightarrow \dfrac{15x-y}{3}=\dfrac{9}{3} \\ 3x+y=\dfrac{-9}{5} \rightarrow \dfrac{15x+5y}{5}=\dfrac{-9}{5} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 15x-y=9 \\ 15x+5y=-9 \end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de reducción.

$$-\begin{array}{r} 15x-y=9 \\ 15x+5y=-9 \\ \hline -6y=18 \rightarrow y=-3 \end{array}$$

$$15x-y=9 \xrightarrow{y=-3} 15x+3=9 \rightarrow 15x=6 \rightarrow x=\frac{2}{5}$$

La solución es $x=\dfrac{2}{5}$ e $y=-3$.

f) $$\left.\begin{array}{l} x+4y=-1 \\ \dfrac{x}{2}-y=\dfrac{-5}{4} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,\,4)=4} \dfrac{2x-4y}{4}=\dfrac{-5}{4} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+4y=-1 \\ 2x-4y=-5 \end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de reducción.

$$+\begin{array}{r} x+4y=-1 \\ 2x-4y=-5 \\ \hline 3x=-6 \rightarrow x=-2 \end{array}$$

$$x+4y=-1 \xrightarrow{x=-2} -2+4y=-1 \rightarrow 4y=1 \rightarrow y=\frac{1}{4}$$

La solución es $x=-2$ e $y=\dfrac{1}{4}$.

g) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{4}=2\\ x+\dfrac{y}{2}=3\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(5,\,4)=20}\dfrac{4x-5y}{20}=\dfrac{40}{20}\\ \xrightarrow{\qquad\qquad}\dfrac{2x+y}{2}=\dfrac{6}{2}\end{array}\left.\vphantom{\dfrac{1}{1}}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}4x-5y=40\\ 2x+y=6\end{array}\right\}$

Resolvemos por el método de sustitución.

$2x+y=6\rightarrow y=6-2x$

$4x-5y=40\xrightarrow{y=6-2x}4x-5(6-2x)=40\rightarrow 4x-30+10x=40\rightarrow 14x=70\rightarrow x=5$

$y=6-2x\xrightarrow{x=5}y=6-10=-4$

La solución es $x=5$ e $y=-4$.

h) $\left.\begin{array}{r}\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{4}\\ \dfrac{x-1}{3}+\dfrac{y-2}{5}=2\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,\,4)=4}\dfrac{2x}{4}=\dfrac{y+1}{4}\\ \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,\,5)=15}\dfrac{5x-5+3y-6}{15}=\dfrac{30}{15}\end{array}\left.\vphantom{\dfrac{1}{1}}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}2x-y=1\\ 5x+3y=41\end{array}\right\}$

Resolvemos por el método de sustitución.

$2x-y=1\rightarrow y=2x-1$

$5x+3y=41\xrightarrow{y=2x-1}5x+3(2x-1)=41\rightarrow 5x+6x-3=41\rightarrow 11x=44\rightarrow x=4$

$y=2x-1\xrightarrow{x=4}y=8-1=7$

La solución es $x=4$ e $y=7$.

47. Página 105

a) Resolvemos por el método de sustitución.

$x-2y=5\rightarrow x=2y+5$

$ax+y=1\xrightarrow{x=2y+5}a(2y+5)+y=1\rightarrow 2ay+5a+y=1\rightarrow(2a+1)y=1-5a\rightarrow y=\dfrac{1-5a}{2a+1}$

$x=2y+5\xrightarrow{\frac{1-5a}{2a+1}}\dfrac{2-10a}{2a+1}+5=\dfrac{2-10a+10a+5}{2a+1}=\dfrac{7}{2a+1}$

Para $a=-\dfrac{1}{2}$ se anula el denominador. Es un sistema incompatible.

Para $a\neq-\dfrac{1}{2}$ es un sistema compatible determinado cuya solución es $x=\dfrac{7}{2a+1}$ e $y=\dfrac{1-5a}{2a+1}$.

b) Resolvemos por el método de sustitución.

$bx+y=-2\rightarrow y=-2-bx$

$2x+3y=19\xrightarrow{y=-2-bx}2x+3(-2-bx)=19\rightarrow 2x-6-3bx=19\rightarrow(2-3b)x=25\rightarrow x=\dfrac{25}{2-3b}$

$y=-2-bx\xrightarrow{x=\frac{25}{2-3b}}y=-2-\dfrac{25b}{2-3b}=\dfrac{-4+6b-25b}{2-3b}=\dfrac{-4-19b}{2-3b}=\dfrac{4+19b}{3b-2}$

Para $b=\dfrac{2}{3}$ se anula el denominador. Es un sistema incompatible.

Para $b\neq\dfrac{2}{3}$ es un sistema compatible determinado cuya solución es $x=\dfrac{25}{2-3b}$ e $y=\dfrac{4+19b}{3b-2}$.

c) Resolvemos por el método de igualación.

$2x-y=9 \rightarrow y=2x-9$ $\qquad$ $cx+y=-3 \rightarrow y=-3-cx$

$2x-9=-3-cx \rightarrow (2+c)x=6 \rightarrow x=\dfrac{6}{2+c}$

$y=2x-9 \xrightarrow{x=\frac{6}{2+c}} y=\dfrac{12}{2+c}-9=\dfrac{12-18-9c}{2+c}=-\dfrac{6+9c}{2+c}$

Para $c=-2$ se anula el denominador. Es un sistema incompatible.

Para $c\neq -2$ es un sistema compatible determinado cuya solución es $x=\dfrac{6}{2+c}$ e $y=-\dfrac{6+9c}{2+c}$.

d) Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r}-2x+3y=6\\ 4x-dy=8\end{array}\right\} \begin{array}{c}\xrightarrow{\cdot 2}\\ \longrightarrow\end{array} + \begin{array}{r}-4x+6y=12\\ \underline{4x-dy=8}\\ (6-d)y=20 \rightarrow y=\dfrac{20}{6-d}\end{array}$$

$-2x+3y=6 \xrightarrow{y=\frac{20}{6-d}} -2x+\dfrac{60}{6-d}=6 \rightarrow -2x=6-\dfrac{60}{6-d}=\dfrac{-6d-24}{6-d} \rightarrow x=\dfrac{3d+12}{6-d}$

Para $d=6$ el denominador se anula. Es un sistema incompatible.

Para $d\neq 6$ es un sistema compatible cuya solución es $x=\dfrac{3d+12}{6-d}$ y $x=\dfrac{20}{6-d}$.

e) Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r}4x+3y=17\\ ax+2y=-2\end{array}\right\} \begin{array}{c}\xrightarrow{\cdot 2}\\ \xrightarrow{\cdot 3}\end{array} - \begin{array}{r}8x+6y=34\\ \underline{3ax+6y=-6}\\ (8-3a)x=40 \rightarrow x=\dfrac{40}{8-3a}\end{array}$$

$4x+3y=17 \xrightarrow{x=\frac{40}{8-3a}} \dfrac{160}{8-3a}+3y=17 \rightarrow 3y=17-\dfrac{160}{8-3a}=\dfrac{-51a-24}{8-3a} \rightarrow y=\dfrac{17a+8}{3a-8}$

Para $a=\dfrac{8}{3}$ el denominador se anula. Es un sistema incompatible.

Para $a\neq\dfrac{8}{3}$ es un sistema compatible cuya solución es $x=\dfrac{40}{8-3a}$ e $y=\dfrac{17a+8}{3a-8}$.

f) Resolvemos por el método de sustitución.

$x+by=-2 \rightarrow x=-2-by$

$3x+5y=4 \xrightarrow{x=-2-by} 3(-2-by)+5y=4 \rightarrow -6-3by+5y=4 \rightarrow (5-3b)y=10 \rightarrow y=\dfrac{10}{5-3b}$

$x=-2-by \xrightarrow{y=\frac{10}{5-3b}} x=-2-\dfrac{10b}{5-3b}=\dfrac{10+4b}{3b-5}$

Para $b=\dfrac{5}{3}$ el denominador se anula. Es un sistema incompatible.

Para $b\neq\dfrac{5}{3}$ es un sistema compatible cuya solución es $x=\dfrac{10+4b}{3b-5}$ e $y=\dfrac{10}{5-3b}$.

g) Resolvemos por el método de sustitución.

$cx + y = 5 \rightarrow y = 5 - cx$

$4x - 5y = -7 \xrightarrow{y=5-cx} 4x - 5(5 - cx) = -7 \rightarrow 4x - 25 + 5cx = -7 \rightarrow (4 + 5c)x = 18 \rightarrow x = \dfrac{18}{4+5c}$

$y = 5 - cx \xrightarrow{x=\frac{18}{4+5c}} y = 5 - \dfrac{18c}{4+5c} = \dfrac{20+7c}{4+5c}$

Para $c = -\dfrac{4}{5}$ se anula el denominador. Es un sistema incompatible.

Para $c \neq -\dfrac{4}{5}$ es un sistema compatible determinado cuya solución es $x = \dfrac{18}{4+5c}$ e $y = \dfrac{20+7c}{4+5c}$

h) Resolvemos por el método de sustitución.

$x + y = 8 \rightarrow x = 8 - y$

$dx + 2y = 6 \xrightarrow{x=8-y} d(8 - y) + 2y = 6 \rightarrow (2 - d)y = 6 - 8d \rightarrow y = \dfrac{6-8d}{2-d}$

$x = 8 - y \xrightarrow{y=\frac{6-8d}{2-d}} x = 8 - \dfrac{6-8d}{2-d} = \dfrac{10}{2-d}$

Para $d = 2$ se anula el denominador. Es un sistema incompatible.

Para $d \neq 2$ es un sistema compatible determinado cuya solución es $x = \dfrac{10}{2-d}$ e $y = \dfrac{6-8d}{2-d}$.

48. Página 105

a) Resolvemos por el método de sustitución.

$4x - y - 1 = 2a \rightarrow y = 4x - 1 - 2a$

$2x + 3y = a + 11 \xrightarrow{y=4x-1-2a} 2x + 3(4x - 1 - 2a) = a + 11$

$\rightarrow 14x = 7a + 14 \rightarrow x = \dfrac{a+2}{2}$

$y = 4x - 1 - 2a \xrightarrow{x=\frac{a+2}{2}} y = 2a + 4 - 1 - 2a = 3$

Es un sistema compatible determinado cuya solución es $x = \dfrac{a+2}{2}$ e $y = 3$.

b) Resolvemos por el método de reducción.

$$
\begin{array}{rl}
 & 6x + 2y = 7a \\
+ & \underline{x - 2y = 0} \\
 & 7x = 7a \rightarrow x = a
\end{array}
$$

$x - 2y = 0 \xrightarrow{x=a} a - 2y = 0 \rightarrow y = \dfrac{a}{2}$

Es un sistema compatible determinado cuya solución es $x = a$ e $y = \dfrac{a}{2}$.

49. **Página 105**

a) Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{l}3x-ay=5\\6x-2y=b\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\cdot 2}\\\longrightarrow\end{array}\quad -\begin{array}{r}6x-2ay=10\\6x-2y=b\\\hline(2-2a)y=10-b\rightarrow y=\dfrac{10-b}{2-2a}\end{array}$$

$$6x-2y=b\xrightarrow{y=\frac{10-b}{2-2a}}6x-2\cdot\frac{10-b}{2-2a}=b\rightarrow 6x=b+\frac{10-b}{1-a}=\frac{10-ab}{1-a}\rightarrow x=\frac{10-ab}{6-6a}$$

Para $a\neq 1$ es un sistema compatible determinado, cuya solución es $x=\dfrac{10-ab}{6-6a}$ e $y=\dfrac{10-b}{2-2a}$.

Para $a=1$ el denominador se anula, si $b\neq 10$ es un sistema incompatible.

Para $a=1$ y $b=10$, $3x-y=5\xrightarrow{\cdot 2}6x-2y=10\rightarrow y=3x-5$. Es un sistema compatible indeterminado con soluciones $(x,3x-5)$.

b) Resolvemos por el método de sustitución.

$$-2x-by=6\rightarrow x=-\frac{6+by}{2}$$

$$ax+5y=-1\xrightarrow{x=-\frac{6+by}{2}}-\frac{6a+aby}{2}+5y=-1\rightarrow\frac{-6a-aby+10y}{2}=\frac{-2}{2}\rightarrow(10-ab)y=6a-2\rightarrow y=\frac{6a-2}{10-ab}$$

$$x=-\frac{6+by}{2}\xrightarrow{y=\frac{6a-2}{10-ab}}x=-\frac{6+\dfrac{6ab-2b}{10-ab}}{2}=\frac{b-30}{10-ab}$$

Si $ab\neq 10$ es un sistema compatible determinado cuya solución es $x=\dfrac{b-30}{10-ab}$ e $y=\dfrac{6a-2}{10-ab}$.

Para $ab=10$ el denominador se anula, si $b\neq 30$ es un sistema incompatible.

Para $b=30$ y $a=\dfrac{1}{3}\rightarrow\dfrac{x}{3}+5y=-1\xrightarrow{\cdot(-6)}-2x-30y=6\rightarrow x=-15y-3$ es un sistema compatible indeterminado con soluciones $(-15y-3,y)$.

c) Resolvemos por el método de sustitución.

$$3x-y=8\rightarrow y=3x-8$$

$$ax+by=4\xrightarrow{y=3x-8}ax+3bx-8b=4\rightarrow(a+3b)x=4+8b\rightarrow x=\frac{4+8b}{a+3b}$$

$$y=3x-8\xrightarrow{x=\frac{4+8b}{a+3b}}y=\frac{12+24b}{a+3b}-8=\frac{12-8a}{a+3b}$$

Para $a\neq -3b$ es un sistema compatible determinado con soluciones $x=\dfrac{4+8b}{a+3b}$ e $y=\dfrac{12-8a}{a+3b}$.

Si $a=3b$ el denominador se anula. Para $a\neq\dfrac{3}{2}$ es un sistema incompatible.

Si $a=\dfrac{3}{2}$ y $b=-\dfrac{1}{2}\rightarrow\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2}y=4\xrightarrow{\cdot 2}3x-y=8\rightarrow y=3x-8$ es un sistema compatible indeterminado con soluciones $(x,3x-8)$.

d) Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r}-ax-by=5\\6x-2by=10\end{array}\right\}\begin{array}{c}\xrightarrow{\cdot 2}\\\longrightarrow\end{array}\quad -\begin{array}{r}-2ax-2by=10\\6x-2by=10\\\hline(-2a-6)x=0\rightarrow x=0\end{array}$$

$$-ax-by=5\xrightarrow{x=0}-by=5\rightarrow y=-\frac{5}{b}$$

Si $a\neq -3$ y $b\neq 0$ es un sistema compatible determinado cuya solución es $x=0$ e $y=-\frac{5}{b}$.

Si $a=-3\rightarrow 3x-by=5\xrightarrow{\cdot 2}6x-2by=10\rightarrow x=\frac{5-by}{3}$ es un sistema compatible indeterminado con soluciones $\left(\frac{5-by}{3},y\right)$.

Si $b=0$, el sistema es $\begin{cases}-ax=5\rightarrow x=-\frac{5}{a}\\6x=10\rightarrow x=\frac{5}{3}\end{cases}$.

Si $a\neq -3$ es un sistema incompatible, y si $a=-3$ es un sistema compatible indeterminado con soluciones $\left(\frac{5}{3},y\right)$.

51. Página 106

a) Resolvemos por el método de sustitución.

$$x+y=-1\rightarrow x=-1-y$$

$$5x+2y=6\xrightarrow{x=-1-y}5(-1-y)+2y=6\rightarrow -5-5y+2y=6\rightarrow -3y=11\rightarrow y=-\frac{11}{3}$$

$$x=-1-y\xrightarrow{y=-\frac{11}{3}}x=-1+\frac{11}{3}=\frac{8}{3}$$

La solución es $x=\frac{8}{3}$ e $y=-\frac{11}{3}$.

b) Resolvemos por el método de sustitución.

$$x+y=1\rightarrow x=1-y$$

$3x+3y=3\xrightarrow{x=1-y}3-3y+3y=3\rightarrow 0=0$ es un sistema compatible indeterminado.

Resolvemos para $y=\lambda$:

$$x=1-y\xrightarrow{y=\lambda}x=1-\lambda.$$

La solución es $x=1-\lambda$ e $y=\lambda$.

c) Resolvemos por el método de igualación.

$$-x+5y=0\rightarrow x=5y \qquad x+y=4\rightarrow x=4-y$$

$$5y=4-y\rightarrow 6y=4\rightarrow y=\frac{2}{3}$$

$$x=5y\xrightarrow{y=\frac{2}{3}}x=\frac{10}{3}$$

La solución es $x=\frac{10}{3}$ e $y=\frac{2}{3}$.

d) Resolvemos por el método de sustitución.

$x+y=1 \rightarrow x=1-y$

$-2x-2y=-2 \xrightarrow{x=1-y} -2(1-y)-2y=-2 \rightarrow 0=0$ es un sistema compatible indeterminado.

Resolvemos para $y=\lambda$:

$x=1-y \xrightarrow{y=\lambda} x=1-\lambda$.

La solución es $x=1-\lambda$ e $y=\lambda$.

e) Resolvemos por el método de sustitución.

$y=3-2x$

$4x+2y=6 \xrightarrow{y=3-2x} 4x+2(3-2x)=6 \rightarrow 0=0$ es un sistema compatible indeterminado.

Resolvemos para $x=\lambda$:

$y=3-2x \xrightarrow{x=\lambda} y=3-2\lambda$.

La solución es $x=\lambda$ e $y=3-2\lambda$.

f) Resolvemos por el método de sustitución.

$x+3y=5 \rightarrow x=5-3y$

$-x-3y=-5 \xrightarrow{x=5-3y} -(5-3y)+3y=-5 \rightarrow 0=0$ es un sistema compatible indeterminado.

Resolvemos para $y=\lambda$:

$x=5-3y \xrightarrow{y=\lambda} x=5-3\lambda$.

La solución es $x=5-3\lambda$ e $y=\lambda$.

g) Resolvemos por el método de igualación.

$x+8y=10 \rightarrow x=10-8y$

$3x+y=-4 \xrightarrow{x=10-8y} 3(10-8y)+y=-4 \rightarrow -23y=-34 \rightarrow y=\frac{34}{23}$

$x=10-8y \xrightarrow{y=\frac{34}{23}} x=-\frac{42}{23}$.

La solución es $x=-\frac{42}{23}$ e $y=\frac{34}{23}$.

h) Resolvemos por el método de reducción.

$$\left.\begin{array}{r} -3x+7y=0 \\ 3x+y=4 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad + \begin{array}{r} -3x+7y=0 \\ 3x+y=4 \\ \hline \end{array}$$

$$8y=4 \rightarrow y=\frac{1}{2}$$

$-3x+7y=0 \xrightarrow{y=\frac{1}{2}} 3x=\frac{7}{2} \rightarrow x=\frac{7}{6}$

La solución es $x=\frac{7}{6}$ e $y=\frac{1}{2}$.

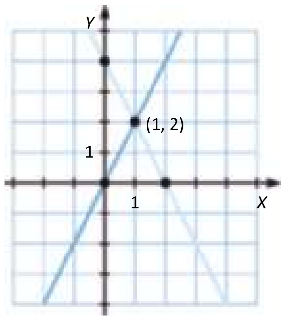
52. Página 106

a) Calculamos dos puntos de cada recta.

$$2x + y = 4 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = 2 \rightarrow (2, 0) \\ x = 0 \rightarrow y = 4 \rightarrow (0, 4) \end{cases}$$

$$2x - y = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0, 0) \\ x = 1 \rightarrow y = 2 \rightarrow (0, 2) \end{cases}$$

La solución es $x = 1$ e $y = 2$.

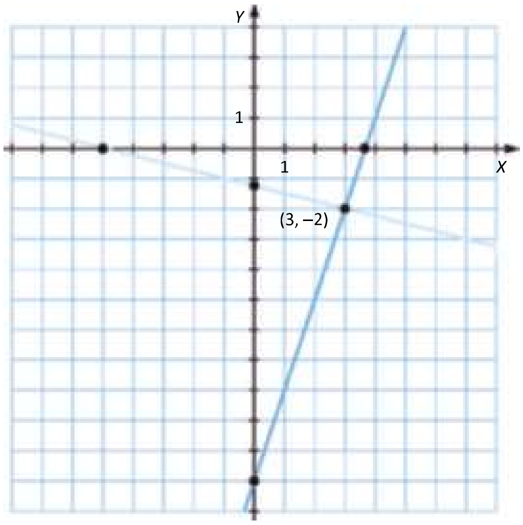


b) Calculamos dos puntos de cada recta.

$$x + 4y = -5 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = -\frac{5}{4} \rightarrow \left(0, -\frac{5}{4}\right) \\ y = 0 \rightarrow x = -5 \rightarrow (-5, 0) \end{cases}$$

$$3x - y = 11 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = -11 \rightarrow (0, -11) \\ y = 0 \rightarrow x = \frac{11}{3} \rightarrow \left(\frac{11}{3}, 0\right) \end{cases}$$

La solución es $x = 3$ e $y = -2$.

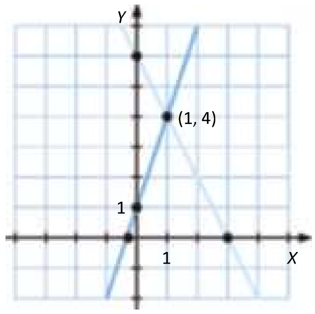


c) Calculamos dos puntos de cada recta.

$$2x + y = 6 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow (3, 0) \\ x = 0 \rightarrow y = 6 \rightarrow (0, 6) \end{cases}$$

$$3x - y = -1 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \rightarrow \left(-\frac{1}{3}, 0\right) \\ x = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow (0, 1) \end{cases}$$

La solución es $x = 1$ e $y = 4$.

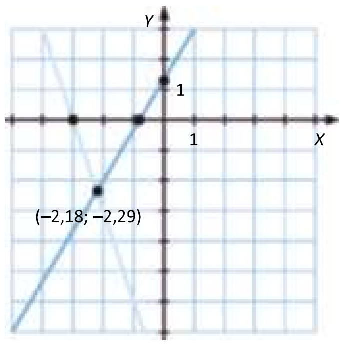


d) Calculamos dos puntos de cada recta.

$$5x - 3y = -4 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = -\frac{4}{5} \rightarrow \left(-\frac{4}{5}, 0\right) \\ x = 0 \rightarrow y = \frac{4}{3} \rightarrow \left(0, \frac{4}{3}\right) \end{cases}$$

$$4x + y = -11 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = -\frac{11}{4} \rightarrow \left(-\frac{11}{4}, 0\right) \\ x = 0 \rightarrow y = -11 \rightarrow (0, -11) \end{cases}$$

La solución es $x = -2{,}18$ e $y = -2{,}29$.



53. Página 106

a) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=3,\,y=2} 1^2 \neq 25 \rightarrow (3, 2)$ no es solución de la ecuación.

b) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=-3,y=2} (-5)^2=25 \rightarrow (-3, 2)$ es solución de la ecuación.

c) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=3,y=-2} 5^2=25 \rightarrow (3, -2)$ es solución de la ecuación.

d) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=-3,y=-2} (-1)^2 \neq 25 \rightarrow (-3, -2)$ no es solución de la ecuación.

e) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=1,y=4} (-3)^2 \neq 25 \rightarrow (1, 4)$ no es solución de la ecuación.

f) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=-1,y=4} (-5)^2=25 \rightarrow (-1, 4)$ es solución de la ecuación.

g) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=4,y=1} 3^2 \neq 25 \rightarrow (4, 1)$ no es solución de la ecuación.

h) $(x-y)^2=25 \xrightarrow{x=-4,y=-1} (-3)^2 \neq 25 \rightarrow (-4, -1)$ no es solución de la ecuación.

54. Página 106

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $(x-y)^2=9 \xrightarrow{x=0} (-y)^2=9 \rightarrow y=\pm 3 \rightarrow (0, 3)$ y $(0, -3)$

$(x-y)^2=9 \xrightarrow{y=0} x^2=9 \rightarrow x=\pm 3 \rightarrow (3, 0)$ y $(-3, 0)$

b) $(x+2y)^2=16 \xrightarrow{y=0} x^2=16 \rightarrow x=\pm 4 \rightarrow (4, 0)$ y $(-4, 0)$

$(x+2y)^2=16 \xrightarrow{x=0} (2y)^2=16 \rightarrow 2y=\pm 4 \rightarrow y=\pm 2 \rightarrow (0, 2)$ y $(0, -2)$

c) $x^2+y=1 \xrightarrow{x=0} y=1 \rightarrow (0, 1)$

$x^2+y=1 \xrightarrow{y=0} x^2=1 \rightarrow x=\pm 1 \rightarrow (1, 0)$ y $(-1, 0)$

d) $x^2+y^2=3 \xrightarrow{y=0} x^2=3 \rightarrow x=\pm\sqrt{3} \rightarrow (\sqrt{3}, 0)$ y $(-\sqrt{3}, 0)$

$x^2+y^2=3 \xrightarrow{x=0} y^2=3 \rightarrow y=\pm\sqrt{3} \rightarrow (0, \sqrt{3})$ y $(0, -\sqrt{3})$

55. Página 106

a) $y-x=3 \rightarrow y=x+3$

$(x+1)^2-(y-1)^2=-7 \xrightarrow{y=x+3} (x+1)^2-(x+2)^2=-7 \rightarrow x^2+2x+1-x^2-4x-4=-7 \rightarrow -2x=-4 \rightarrow x=2$

$y=x+3 \xrightarrow{x=2} y=5$ $\rightarrow$ La solución es $x = 2$ e $y = 5$.

b) $x\cdot(y-1)=5 \rightarrow x=\dfrac{5}{y-1}$

$$(x-2)(y+1)=9 \xrightarrow{x=\frac{5}{y-1}} \left(\frac{5}{y-1}-2\right)(y+1)=9 \rightarrow \frac{7-2y}{y-1}(y+1)=9 \rightarrow (7-2y)(y+1)=9y-9$$

$$16-4y-2y^2=0 \rightarrow y=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 16\cdot(-2)}}{-2\cdot 2} \rightarrow \begin{cases} y_1=-4 \\ y_2=2 \end{cases}$$

$$x=\frac{5}{y-1} \xrightarrow{y=-4} x_1=-1 \qquad x=\frac{5}{y-1} \xrightarrow{y_2=2} x_2=5$$

Como es un sistema con ecuaciones racionales, comprobamos las soluciones obtenidas.

$$\left.\begin{aligned}(x-2)\cdot(y+1)&=9\\ x\cdot(y-1)&=5\end{aligned}\right\} \xrightarrow{x_1=-1,y_1=-4} \begin{cases}(-3)\cdot(-3)=9\\ -1\cdot(-5)=5\end{cases} \qquad \left.\begin{aligned}(x-2)\cdot(y+1)&=9\\ x\cdot(y-1)&=5\end{aligned}\right\} \xrightarrow{x=5,y=2} \begin{cases}3\cdot 3=9\\ 5\cdot 1=5\end{cases}$$

Las soluciones son $x_1 = -1$ e $y_1 = -4$; y $x_2 = 5$ e $y_2 = 2$.

c) $$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x-2}{4}+\dfrac{y+1}{5}=4\\ \dfrac{10}{x}+\dfrac{9}{y}=2\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(4,\,5)=20}\dfrac{5x-10+4y+4}{20}=\dfrac{80}{20}\\ \xrightarrow{\qquad}\dfrac{10y+9x}{xy}=\dfrac{2xy}{xy}\end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l}a\\a\end{array}}\right\}\to\left.\begin{array}{r}5x+4y=86\\ 10y+9x-2xy=0\end{array}\right\}$$

$$5x+4y=86\to y=\frac{86-5x}{4}$$

$$10y+9x-2xy=0\xrightarrow{y=\frac{86-5x}{4}}-\frac{430-25x}{2}+\frac{18x}{2}-\frac{86x-5x^2}{2}=0$$

$$5x^2-93x+430=0\to x=\frac{93\pm\sqrt{(-93)^2-4\cdot5\cdot430}}{2\cdot5}\to\begin{cases}x_1=10\\ x_2=\dfrac{43}{5}\end{cases}$$

$$y=\frac{86-5x}{4}\xrightarrow{x_1=10}y_1=9$$

$$y=\frac{86-5x}{4}\xrightarrow{x_2=\frac{43}{5}}y_2=\frac{43}{4}$$

Como es un sistema con ecuaciones racionales, comprobamos las soluciones obtenidas.

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x-2}{4}+\dfrac{y+1}{5}=4\\ \dfrac{10}{x}+\dfrac{9}{y}=2\end{array}\right\}\xrightarrow{x_1=10,\,y_1=9}\begin{cases}\dfrac{8}{4}+\dfrac{10}{5}=4\\ \dfrac{10}{10}+\dfrac{9}{9}=2\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{x-2}{4}+\dfrac{y+1}{5}=4\\ \dfrac{10}{x}+\dfrac{9}{y}=2\end{array}\right\}\xrightarrow{x_2=\frac{43}{5},\,y_2=\frac{43}{4}}\begin{cases}\dfrac{33}{20}+\dfrac{47}{20}=4\\ \dfrac{50}{43}+\dfrac{36}{43}=2\end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=10$ e $y_1=9$; y $x_2=\dfrac{43}{5}$ e $y_2=\dfrac{43}{4}$.

d) $x-2y=10\to x=2y+10$

$$\frac{xy+3}{y}=3\xrightarrow{x=2y+10}2y^2+10y+3=3y\to 2y^2+7y+3=0\to y=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2}\to\begin{cases}y_1=-\dfrac{1}{2}\\ y_2=-3\end{cases}$$

$$x=2y+10\xrightarrow{y=\frac{-1}{2}}x_1=9$$

$$x=2y+10\xrightarrow{y_2=-3}x_2=4$$

Como es un sistema con ecuaciones racionales, comprobamos las soluciones obtenidas:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{xy+3}{y}=3\\ x-2y=10\end{array}\right\}\xrightarrow{x_1=9,\,y_1=\frac{-1}{2}}\begin{cases}\dfrac{-\frac{9}{2}+3}{-\frac{1}{2}}=3\\ 9+1=10\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{xy+3}{y}=3\\ x-2y=10\end{array}\right\}\xrightarrow{x_2=4,\,y_2=-3}\begin{cases}\dfrac{-12+3}{-3}=3\\ 4+6=10\end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=9$ e $y_1=-\dfrac{1}{2}$; y $x_2=4$ e $y_2=-3$.

e) $x+y=-1 \rightarrow x=-y-1$

$$x^2+y^2=13 \xrightarrow{x=-1-y} (-1-y)^2+y^2=13 \rightarrow 2y^2+2y-12=0$$

$$\rightarrow y=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 2\cdot(-12)}}{2\cdot 2} \rightarrow \begin{cases} y_1=2 \\ y_2=-3 \end{cases}$$

$$x=-y-1 \xrightarrow{y_1=2} x=-3$$

$$x=-y-1 \xrightarrow{y_2=-3} x=2$$

Las soluciones son:

$x_1=-3$ e $y_1=2$ $\qquad$ $x_2=2$ e $y_2=-3$.

f) $x-y=1 \rightarrow x=y+1$

$$x^2+2xy+y^2=9 \xrightarrow{x=y+1} (y+1)^2+2y^2+2y+y^2=9 \rightarrow 4y^2+4y-8=0$$

$$\rightarrow y=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 4\cdot(-8)}}{2\cdot 4} \rightarrow \begin{cases} y_1=1 \\ y_2=-2 \end{cases}$$

$$x=y+1 \xrightarrow{y_1=1} x=2$$

$$x=y+1 \xrightarrow{y_2=-2} x=-1$$

Las soluciones son:

$x_1=2$ e $y_1=1$ $\qquad$ $x_2=-1$ e $y_2=-2$.

g) $y+1=4x \rightarrow y=4x-1$

$$\frac{1}{y-x}+\frac{3}{10}=\frac{1}{x} \xrightarrow{y=4x-1} \frac{1}{3x-1}+\frac{3}{10}=\frac{1}{x} \rightarrow \frac{10x+9x^2-3x}{10x(3x-1)}=\frac{30x-10}{10x(3x-1)} \rightarrow$$

$$9x^2-23x+10=0 \rightarrow x=\frac{23\pm\sqrt{(-23)^2-4\cdot 9\cdot 10}}{2\cdot 9} \rightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=\frac{5}{9} \end{cases}$$

$$y=4x-1 \xrightarrow{x_1=2} y_1=7$$

$$y=4x-1 \xrightarrow{x_2=\frac{5}{9}} y_2=\frac{11}{9}$$

Como es un sistema con ecuaciones racionales, comprobamos las soluciones obtenidas.

$$\left.\begin{array}{r} \frac{1}{y-x}+\frac{3}{10}=\frac{1}{x} \\ y+1=4x \end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=2,\, y_1=7} \begin{cases} \frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{1}{2} \\ 7+1=4\cdot 2 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r} \frac{1}{y-x}+\frac{3}{10}=\frac{1}{x} \\ y+1=4x \end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=\frac{5}{9},\, y_2=\frac{11}{9}} \begin{cases} \dfrac{1}{\frac{11}{9}-\frac{5}{9}}+\frac{3}{10}=\frac{9}{6}+\frac{3}{10}=\frac{45+9}{30}=\frac{9}{5} \\ \frac{11}{9}+1=\frac{20}{9} \end{cases}$$

Las soluciones son:

$x_1=2$ e $y_1=7$ $\qquad$ $x_2=\frac{5}{9}$ e $y_2=\frac{11}{9}$.

h) $\left.\begin{matrix}\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{5}{y+1}=6\\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{3}=\dfrac{17}{12}\end{matrix}\right\}\rightarrow \left.\begin{matrix}\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{5}{y+1}=6\\ 3x-4y=17\end{matrix}\right\}\rightarrow x=\dfrac{17+4y}{3}$

$$\frac{2}{\frac{17+4y}{3}-1}-\frac{5}{y+1}=6\rightarrow \frac{3}{7+2y}-\frac{5}{y+1}=6\rightarrow 3(y+1)-5(7+2y)=6(7+2y)(y+1)\rightarrow 12y^2+61y+74=0\rightarrow$$

$$y=\frac{-61\pm\sqrt{61^2-4\cdot 12\cdot 74}}{2\cdot 12}\rightarrow\begin{cases}y_1=-2\\ y_2=-\dfrac{37}{12}\end{cases}$$

$$x=\frac{17+4(-2)}{3}=3 \qquad x=\frac{17+4\left(-\frac{37}{12}\right)}{3}=\frac{14}{9}$$

Como es un sistema con ecuaciones racionales, comprobamos las soluciones obtenidas.

$$\left.\begin{matrix}\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{5}{y+1}=6\\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{3}=\dfrac{17}{12}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{x=3,\,y=-2}\begin{cases}\dfrac{2}{3-1}-\dfrac{5}{-2+1}=6\\ \dfrac{3}{4}-\dfrac{-2}{3}=\dfrac{17}{12}\end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix}\dfrac{2}{x-1}-\dfrac{5}{y+1}=6\\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{3}=\dfrac{17}{12}\end{matrix}\right\}\xrightarrow{x=14/9,\,y=-37/12}\begin{cases}\dfrac{2}{\frac{14}{9}-1}-\dfrac{5}{-\frac{37}{12}+1}=6\\ \dfrac{\frac{14}{9}}{4}-\dfrac{-\frac{37}{12}}{3}=\dfrac{17}{12}\end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=3$ e $y_1=-2$; y $x_2=\dfrac{14}{9}$ e $y_2=-\dfrac{37}{12}$.

56. Página 106

a) $x+y^2=3\rightarrow x=3-y^2$

$$x^2-y=3\xrightarrow{x=3-y^2}(3-y^2)^2-y=3\rightarrow 9+y^4-6y^2-y=3\rightarrow y^4-6y^2-y+6=0$$

Descomponemos por Ruffini:

	1	0	−6	−1	6
1		1	1	−5	−6
	1	1	−5	−6	0
−2		−2	2	6	
	1	−1	−3	0	

$$y^4-6y^2-y+6=(y-1)(y+2)(y^2-y-3)=0\rightarrow y_1=1,\ y_2=-2$$

$$y^2-y-3=0\rightarrow y=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2}\rightarrow\begin{cases}y_3=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\\ y_4=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\end{cases}$$

$$x=3-y^2\xrightarrow{y_1=1}x_1=2 \qquad x=3-y^2\xrightarrow{y_2=-2}x_2=-1$$

$$x=3-y^2\xrightarrow{y_3=\frac{1-\sqrt{13}}{2}}x_3=3-\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^2=\frac{\sqrt{13}}{2}-\frac{1}{2} \qquad x=3-y^2\xrightarrow{y_4=\frac{1+\sqrt{31}}{2}}x_4=3-\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^2=-\frac{\sqrt{13}}{2}-\frac{1}{2}$$

Tenemos cuatro soluciones:

$$x_1=2,\ y_1=1 \qquad x_2=-1,\ y_2=-2 \qquad x_3=\frac{\sqrt{13}}{2}-\frac{1}{2},\ y_3=\frac{1-\sqrt{13}}{2} \qquad x_4=-\frac{\sqrt{13}}{2}-\frac{1}{2},\ y_4=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$$

b) $\frac{x}{5}-y^2=0 \rightarrow x=5y^2$

$xy-5=0 \xrightarrow{x=5y^2} 5(y^3-1)=0 \rightarrow y^3=1 \rightarrow y=1$ $\qquad x=5y^2 \xrightarrow{y=1} x=5$

La solución es $x=5$ e $y=1$.

c) $x-y-10=0 \rightarrow x=y+10$

$$\frac{1}{x+y}+\frac{x}{y}=-1 \xrightarrow{x=y+10} \frac{1}{2y+10}+\frac{y+10}{y}=-1 \rightarrow \frac{y+(y+10)(2y+10)}{y(2y+10)}=\frac{-y(2y+10)}{y(2y+10)} \rightarrow$$

$$2y^2+31y+100=-2y^2-10y \rightarrow 4y^2+41y+100=0 \rightarrow y=\frac{-41\pm\sqrt{41^2-4\cdot4\cdot100}}{2\cdot4} \rightarrow \begin{cases} y_1=-4 \\ y_2=-\frac{25}{4} \end{cases}$$

$x=y+10 \xrightarrow{y_1=-4} x_1=6$ $\qquad x=y+10 \xrightarrow{y_2=-\frac{25}{4}} x_2=\frac{15}{4}$

Como es un sistema con ecuaciones racionales, comprobamos las soluciones obtenidas.

$$\left.\begin{array}{r} \frac{1}{x+y}+\frac{x}{y}=-1 \\ x-y-10=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=6,\, y_1=-4} \begin{cases} \frac{1}{2}-\frac{6}{4}=-1 \\ 6+4-10=0 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{r} \frac{1}{x+y}+\frac{x}{y}=-1 \\ x-y-10=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=\frac{15}{4},\, y_2=-\frac{25}{4}} \begin{cases} \frac{1}{-\frac{10}{4}}+\frac{\frac{15}{4}}{\frac{25}{4}}=-\frac{2}{5}-\frac{3}{5}=-1 \\ \frac{15}{4}+\frac{25}{4}-10=\frac{40}{4}-10=0 \end{cases}$$

Las soluciones son $x_1=6$ e $y_1=-4$; y $x_2=\frac{15}{4}$ e $y_2=-\frac{25}{4}$.

d) $(x+1)\cdot y=0 \rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$

$(x+y)(x-1)=-2 \xrightarrow{x=-1} (y-1)\cdot(-2)=-2 \rightarrow y-1=1 \rightarrow y=2$

$(x+y)(x-1)=-2 \xrightarrow{y=0} x^2-x+2=0 \rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot2\cdot1}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{-7}}{2} \rightarrow$ No tiene solución.

Como aparecen funciones racionales comprobamos la solución.

$$\left.\begin{array}{r} (x+y)\cdot(x-1)=-2 \\ (x+1)\cdot y=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{x=-1,\, y=2} \begin{cases} (1)\cdot(-1-1)=-2 \\ (-1+1)\cdot2=0 \end{cases}$$

La solución es $x=-1$ e $y=2$.

e) $2xy=4 \rightarrow x=\frac{2}{y}$

$$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=2 \xrightarrow{x=\frac{2}{y}} y+\frac{1}{y}=2 \rightarrow y^2-2y+1=0 \rightarrow y=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot1}}{2}=1$$

$x=\frac{2}{y} \xrightarrow{y=1} x=2$

Comprobamos las soluciones.

$$\left.\begin{array}{r} \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=2 \\ 2xy=4 \end{array}\right\} \xrightarrow{x=2,\, y=1} \begin{cases} \frac{2}{2}+\frac{1}{1}=2 \\ 2\cdot2\cdot1=4 \end{cases}$$

La solución es $x=2$ e $y=1$.

f) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{y-x}+x=4\\ \dfrac{1}{x+1}-y=\dfrac{-19}{4}\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow \dfrac{2}{y-x}=4-x\rightarrow 2=(4-x)(y-x)\\ \rightarrow \dfrac{1}{x+1}=\dfrac{-19+4y}{4}\rightarrow 4=(x+1)(-19+4y)\end{array}\Bigg\}\rightarrow \left.\begin{array}{r}x^2-4x-xy+4y=2\\ 19x-4y-4xy+23=0\end{array}\right\}$

$$19x-4y-4xy+23=0\rightarrow x(19-4y)=4y-3\rightarrow x=\frac{4y-23}{19-4y}$$

$$x^2-4x-xy+4y-2=0\xrightarrow{x=\frac{4y-23}{19-4y}}\left(\frac{4y-23}{19-4y}\right)^2-\frac{16y-92}{19-4y}-\frac{4y^2-23y}{19-4y}+4y-2=0\rightarrow$$

$$\frac{(4y-23)^2+(19-4y)(92+7y-4y^2)+(19-4y)^2(4y-2)}{(19-4y)^2}=0\rightarrow 80y^3-728y^2+1329y+1555=0$$

Resolvemos por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 80 & -728 & 1329 & 1555\\ 5 & & 400 & -1640 & -1555\\ \hline & 80 & -328 & -311 & \boxed{0}\end{array}$$

$$(y-5)(80y^2-328y-311)=0\rightarrow y_1=5$$

$$y=\frac{328\pm\sqrt{(-328)^2-4\cdot 80\cdot(-311)}}{2\cdot 80}\rightarrow\begin{cases}y_2=\dfrac{41+2\sqrt{809}}{20}\\ y_3=\dfrac{41-2\sqrt{809}}{20}\end{cases}$$

$$x=\frac{4y-23}{19-4y}\xrightarrow{y_1=5}x_1=\frac{-3}{-1}=3$$

$$x=\frac{4y-23}{19-4y}\xrightarrow{y_2=\frac{41+2\sqrt{809}}{20}}x_2=\frac{\frac{41+2\sqrt{809}-115}{5}}{\frac{95-41-2\sqrt{809}}{5}}=\frac{\sqrt{809}-37}{27-\sqrt{809}}$$

$$x=\frac{4y-23}{19-4y}\xrightarrow{y_3=\frac{41-2\sqrt{809}}{20}}x_3=\frac{\frac{41-2\sqrt{809}-115}{5}}{\frac{95-41+2\sqrt{809}}{5}}=-\frac{\sqrt{809}+37}{27+\sqrt{809}}$$

Como aparecen ecuaciones racionales comprobamos las soluciones.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{y-x}+x=4\\ \dfrac{1}{x+1}-y=\dfrac{-19}{4}\end{array}\right\}\xrightarrow{x_1=3,\,y_1=5}\begin{cases}\dfrac{2}{2}+3=4\\ \dfrac{1}{4}-5=\dfrac{-19}{4}\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{y-x}+x=4\\ \dfrac{1}{x+1}-y=\dfrac{-19}{4}\end{array}\right\}\xrightarrow{x_2=\frac{\sqrt{809}-37}{27-\sqrt{809}},\,y_2=\frac{41+2\sqrt{809}}{20}}\begin{cases}\dfrac{-80}{13+\sqrt{809}}+\dfrac{\sqrt{809}-37}{27-\sqrt{809}}=4\\ \dfrac{8}{27+\sqrt{809}}-\dfrac{41+2\sqrt{809}}{20}=\dfrac{-19}{4}\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{y-x}+x=4\\ \dfrac{1}{x+1}-y=\dfrac{-19}{4}\end{array}\right\}\xrightarrow{x_3=-\frac{\sqrt{809}+37}{27+\sqrt{809}},\,y_3=\frac{41-2\sqrt{809}}{20}}\begin{cases}\dfrac{80}{-13+\sqrt{809}}-\dfrac{\sqrt{809}+37}{27+\sqrt{809}}=4\\ \dfrac{8}{27-\sqrt{809}}-\dfrac{41-2\sqrt{809}}{20}=\dfrac{-19}{4}\end{cases}$$

Las soluciones son:

$x_1=3,\ y_1=5$ $\qquad x_2=\dfrac{\sqrt{809}-37}{27-\sqrt{809}},\ y_2=\dfrac{41+2\sqrt{809}}{20}$ $\qquad x_3=-\dfrac{\sqrt{809}+37}{27+\sqrt{809}},\ y_3=\dfrac{41-2\sqrt{809}}{20}$

57. Página 106

a) $\dfrac{y}{x}=2\rightarrow y=2x$

$$\sqrt{y+1}=x-1\xrightarrow{y=2x}\sqrt{2x+1}=x-1\rightarrow 2x+1=x^2-2x+1\rightarrow x^2-4x=0\rightarrow x(x-4)=0\rightarrow\begin{cases}x_1=0\\x_2=4\end{cases}$$

$$y=2x\xrightarrow{x_1=0}y=0\qquad\qquad y=2x\xrightarrow{x_2=4}y=8$$

Como aparecen radicales, comprobamos las soluciones:

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{y+1}=x-1\\ \dfrac{y}{x}=2\end{array}\right\}\xrightarrow{x_1=0,y_1=0}\begin{cases}\sqrt{1}=1\neq-1\\ \dfrac{0}{0}\end{cases}\rightarrow \text{No es solución.}$$

$$\begin{cases}\sqrt{y+1}=x-1\\ \dfrac{y}{x}=2\end{cases}\xrightarrow{x_2=4,y_2=8}\begin{cases}\sqrt{9}=3\\ \dfrac{8}{4}=2\end{cases}\rightarrow \text{Es solución.}$$

La solución es $x=4$ e $y=8$.

b) $\sqrt{x+y+1}=x\xrightarrow{y=2x-1}\sqrt{3x}=x\rightarrow 3x=x^2\rightarrow x^2-3x=0\rightarrow x(x-3)=0\rightarrow\begin{cases}x_1=0\\x_2=3\end{cases}$

$$y=2x-1\xrightarrow{x_1=0}y_1=-1\qquad\qquad y=2x-1\xrightarrow{x_2=3}y_2=5$$

Comprobamos las soluciones.

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+y+1}=x\\ y=2x-1\end{array}\right\}\xrightarrow{x_1=0,y_1=-1}\begin{cases}\sqrt{0}=0\\ -1=-1\end{cases}\rightarrow \text{Es solución.}$$

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+y+1}=x\\ y=2x-1\end{array}\right\}\xrightarrow{x_2=3,y_2=5}\begin{cases}\sqrt{9}=3\\ 5=6-1\end{cases}\rightarrow \text{Es solución.}$$

Las soluciones son $x_1=0$ e $y_1=-1$; y $x_2=3$ e $y_2=5$.

c) $\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+2y}=2\\ \sqrt{5y+1}=4\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}x+2y=4\\ 5y+1=16\end{array}\right\}$

$$5y+1=16\rightarrow y=3\qquad\qquad x+2y=4\xrightarrow{y=3}x=-2$$

Comprobamos la solución.

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+2y}=2\\ \sqrt{5y+1}=4\end{array}\right\}\xrightarrow{x=-2,y=3}\begin{cases}\sqrt{-2+6}=2\\ \sqrt{15+1}=4\end{cases}$$

La solución es $x=-2$ e $y=3$.

d) $\dfrac{x}{y-2}=2\rightarrow x=2y-4$

$$x+\sqrt{3y+4}=15\xrightarrow{x=2y-4}2y-4+\sqrt{3y+4}=15\rightarrow\sqrt{3y+4}=19-2y\rightarrow 3y+4=361-76y+4y^2\rightarrow$$

$$4y^2-79y+357=0\rightarrow y=\frac{79\pm\sqrt{(-79)^2-4\cdot4\cdot357}}{2\cdot4}\rightarrow\begin{cases}y_1=\dfrac{51}{4}\\ y_2=7\end{cases}$$

$$x=2y-4\xrightarrow{y_1=\frac{51}{4}}x_1=\frac{51}{2}-4=\frac{43}{2}\qquad\qquad x=2x-4\xrightarrow{y_2=7}x_2=14-4=10$$

Comprobamos las soluciones:

$$\left.\begin{array}{r} x+\sqrt{3y+4}=15 \\ \dfrac{x}{y-2}=2 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=\frac{43}{2},\,y_1=\frac{51}{4}} \left\{\begin{array}{l} \dfrac{43}{2}+\sqrt{\dfrac{153}{4}+4}=\dfrac{43}{2}+\dfrac{13}{2}=13\neq 15 \\ \dfrac{\frac{43}{2}}{\frac{51}{4}-2}=\dfrac{86}{43}=2 \end{array}\right. \rightarrow \text{No es solución.}$$

$$\left.\begin{array}{r} x+\sqrt{3y+4}=15 \\ \dfrac{x}{y-2}=2 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=10,\,y_2=7} \left\{\begin{array}{l} 10+\sqrt{21+4}=10+5=15 \\ \dfrac{10}{7-2}=2 \end{array}\right. \rightarrow \text{Es solución.}$$

La solución es $x=10$ e $y=7$.

e) $$\left.\begin{array}{r} \sqrt{y}-x=5 \\ \sqrt{26+x}-y=-1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} y=(x+5)^2 \rightarrow y=x^2+10x+25 \\ y=\sqrt{26+x}+1 \end{array}\right\}$$

$$x^2+10x+25=\sqrt{26+x}+1 \rightarrow \left(x^2+10x+24\right)^2=26+x \rightarrow x^4+20x^3+148x^2+479x+550=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=-7{,}31 \\ x_2=-2{,}58 \end{cases}$$

$$y=(x+5)^2 \xrightarrow{x_1=-7{,}31} y_1=5{,}34 \qquad y=(x+5)^2 \xrightarrow{x_2=-2{,}58} y_2=5{,}86$$

Las soluciones son $x_1=-7{,}31$ e $y_1=5{,}34$ y $x_2=-2{,}58$ e $y_2=5{,}86$.

f) $$\left.\begin{array}{r} \dfrac{y}{3}+\sqrt{12-x}=9 \\ \sqrt{y-x}=5 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 12-x=\left(9-\dfrac{y}{3}\right)^2 \\ y-x=25 \end{array}\right\}$$

$$25=y-x \rightarrow y=x+25$$

$$12-x=\left(9-\frac{y}{3}\right)^2 \xrightarrow{y=x+25} 12-x=\left(9-\frac{x+25}{3}\right)^2 \rightarrow 12-x=\left(\frac{2-x}{3}\right)^2 \rightarrow 108-9x=4-4x+x^2 \rightarrow$$

$$x^2+5x-104=0 \rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2+4\cdot 104}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1=8 \\ x_2=-13 \end{cases}$$

$$y=x+25 \xrightarrow{x_1=8} y_1=33 \qquad y=x+25 \xrightarrow{x_2=-13} y_2=12$$

Comprobamos las soluciones.

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{y}{3}+\sqrt{12-x}=9 \\ \sqrt{y-x}=5 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_1=8,\,y_1=33} \left\{\begin{array}{l} \dfrac{33}{3}+\sqrt{12-8}=11+2=13\neq 9 \\ 5=\sqrt{33-8} \end{array}\right. \rightarrow \text{No es solución.}$$

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{y}{3}+\sqrt{12-x}=9 \\ \sqrt{y-x}=5 \end{array}\right\} \xrightarrow{x_2=-13,\,y_2=12} \left\{\begin{array}{l} \dfrac{12}{3}+\sqrt{12+13}=4+5=9 \\ 5=\sqrt{12+13} \end{array}\right. \rightarrow \text{Es solución.}$$

La solución es $x=-13$ e $y=12$.

59. Página 107

a) $$\left.\begin{array}{r} 2x^2-y^2=14 \\ 3y^2-x^2=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \xrightarrow{\cdot 2} \end{array} + \begin{array}{r} \cancel{2x^2}-y^2=14 \\ -\cancel{2x^2}+6y^2=6 \\ \hline 5y^2=20 \rightarrow y^2=4 \rightarrow y=\pm 2 \end{array}$$

$$3y^2-x^2=3 \xrightarrow{y_1=2} x^2=9 \rightarrow x=\pm 3 \qquad 3y^2-x^2=3 \xrightarrow{y_2=-2} x^2=9 \rightarrow x=\pm 3$$

Las soluciones son $x_1=3$ e $y_1=2$; $x_2=3$ e $y_2=-2$; $x_3=-3$ e $y_3=2$; y $x_4=-3$ e $y_4=-2$.

b) $\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=29 \\ 3y^2-2x^2=67 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 2} \\ \longrightarrow \end{array} + \begin{array}{r} \cancel{2x^2}+2y^2=58 \\ -\cancel{2x^2}+3y^2=67 \\ \hline 5y^2=125 \rightarrow y^2=25 \rightarrow y=\pm 5 \end{array}$

$x^2+y^2=29 \xrightarrow{y_1=5} x^2=4 \rightarrow x=\pm 2$

$x^2+y^2=29 \xrightarrow{y_2=-5} x^2=4 \rightarrow x=\pm 2$

Las soluciones son $x_1=2$ e $y_1=5$; $x_2=2$ e $y_2=-5$; $x_3=-2$ e $y_3=5$; y $x_4=-2$ e $y_4=-5$.

c) $\left.\begin{array}{r} 3(x^2+y^2)=102 \\ x^2+41=2y^2 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \xrightarrow{\cdot 3} \end{array} - \begin{array}{r} \cancel{3x^2}+3y^2=102 \\ \cancel{3x^2}-6y^2=-123 \\ \hline 9y^2=225 \rightarrow y^2=25 \rightarrow y=\pm 5 \end{array}$

$x^2+41=2y^2 \xrightarrow{y_1=5} x^2=9 \rightarrow x=\pm 3$

$x^2+41=2y^2 \xrightarrow{y_2=-5} x^2=9 \rightarrow x=\pm 3$

Las soluciones son $x_1=3$ e $y_1=5$; $x_2=3$ e $y_2=-5$; $x_3=-3$ e $y_3=5$; y $x_4=-3$ e $y_4=-5$.

d) $\left.\begin{array}{r} y^2=x^2+24 \\ 5x^2=3y^2-22 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 3} \\ \longrightarrow \end{array} + \begin{array}{r} -3x^2+\cancel{3y^2}=72 \\ 5x^2-\cancel{3y^2}=-22 \\ \hline 2x^2 \qquad =50 \rightarrow x^2=25 \rightarrow x=\pm 5 \end{array}$

$y^2=x^2+24 \xrightarrow{x_1=5} y^2=49 \rightarrow y=\pm 7$

$y^2=x^2+24 \xrightarrow{x_2=-5} y^2=49 \rightarrow y=\pm 7$

Las soluciones son $x_1=5$ e $y_1=7$; $x_2=5$ e $y_2=-7$; $x_3=-5$ e $y_3=7$; y $x_4=-5$ e $y_4=-7$.

e) $\left.\begin{array}{r} x^2=y^2-x^2+28 \\ 25x^2=16y^2 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \xrightarrow{\cdot 16} \\ \longrightarrow \end{array} - \begin{array}{r} 32x^2-\cancel{16y^2}=448 \\ 25x^2-\cancel{16y^2}=0 \\ \hline 7x^2 \qquad =448 \rightarrow x^2=64 \rightarrow x=\pm 8 \end{array}$

$25x^2=16y^2 \xrightarrow{x_1=8} y^2=100 \rightarrow y=\pm 10$

$25x^2=16y^2 \xrightarrow{x_2=-8} y^2=100 \rightarrow y=\pm 10$

Las soluciones son $x_1=8$ e $y_1=10$; $x_2=8$ e $y_2=-10$; $x_3=-8$ e $y_3=10$; y $x_4=-8$ e $y_4=-10$.

f) $\left.\begin{array}{r} y^2-9x^2=7 \\ y^2+3x^2=19 \end{array}\right\} \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} - \begin{array}{r} \cancel{y^2}-9x^2=7 \\ \cancel{y^2}+3x^2=19 \\ \hline -12x^2=-12 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=\pm 1 \end{array}$

$y^2+3x^2=19 \xrightarrow{x_1=1} y^2=16 \rightarrow y=\pm 4$

$y^2+3x^2=19 \xrightarrow{x_2=-1} y^2=16 \rightarrow y=\pm 4$

Las soluciones son $x_1=1$ e $y_1=4$; $x_2=1$ e $y_2=-4$; $x_3=-1$ e $y_3=4$; y $x_4=-1$ e $y_4=-4$.

60. Página 107

a) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{6}=2\\ \dfrac{x^2-y^2}{4}=-2\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\cdot 6}\\ \xrightarrow{\cdot 4}\end{array}\begin{array}{r}3x^2+\cancel{y^2}=12\\ +\quad x^2-\cancel{y^2}=-8\\ \hline 4x^2\qquad=4\end{array}\rightarrow x^2=1\rightarrow x=\pm 1$

$x^2-y^2=-8\xrightarrow{x_1=1}y^2=9\rightarrow y=\pm 3$

$x^2-y^2=-8\xrightarrow{x_2=-1}y^2=9\rightarrow y=\pm 3$

Las soluciones son $x_1=1$ e $y_1=3$; $x_2=1$ e $y_2=-3$; $x_3=-1$ e $y_3=3$; y $x_4=-1$ e $y_4=-3$.

b) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{2x^2+y^2}{6}=\dfrac{34}{6}\\ 2y^2-3x^2=-3\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\cdot 12}\\ \longrightarrow\end{array}\begin{array}{r}4x^2+\cancel{2y^2}=68\\ -\quad -3x^2+\cancel{2y^2}=-3\\ \hline 7x^2\qquad=71\end{array}\rightarrow x^2=\dfrac{71}{7}\rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{71}{7}}$

$2x^2+y^2=34\xrightarrow{x_1=\sqrt{\frac{71}{7}}}y^2=\dfrac{96}{7}\rightarrow y=\pm 4\sqrt{\dfrac{6}{7}}$

$2x^2+y^2=34\xrightarrow{x_2=-\sqrt{\frac{71}{7}}}y^2=\dfrac{96}{7}\rightarrow y=\pm 4\sqrt{\dfrac{6}{7}}$

Las soluciones son $x_1=\sqrt{\dfrac{71}{7}}$ e $y_1=4\sqrt{\dfrac{6}{7}}$; $x_2=-\sqrt{\dfrac{71}{7}}$ e $y_2=4\sqrt{\dfrac{6}{7}}$; $x_3=\sqrt{\dfrac{71}{7}}$ e $y_3=-4\sqrt{\dfrac{6}{7}}$; y $x_4=-\sqrt{\dfrac{71}{7}}$ e $y_4=-4\sqrt{\dfrac{6}{7}}$.

c) $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{2}=28\\ \dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}=\dfrac{134}{3}\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\cdot 30}\\ \xrightarrow{\cdot 12}\end{array}\begin{array}{r}\cancel{6x^2}+15y^2=840\\ -\quad \cancel{6x^2}-4y^2=536\\ \hline 19y^2=304\end{array}\rightarrow y^2=16\rightarrow y=\pm 4$

$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}=\dfrac{134}{3}\longrightarrow 3x^2-2y^2=268\xrightarrow{y_1=4}3x^2=300\rightarrow x=\pm 10$

$3x^2-2y^2=268\xrightarrow{y_2=-4}3x^2=300\rightarrow x=\pm 10$

Las soluciones son $x_1=10$ e $y_1=4$; $x_2=10$ e $y_2=-4$; $x_3=-10$ e $y_3=4$; y $x_4=-10$ e $y_4=-4$.

d) $\left.\begin{array}{l}x^2-(y^2+3)=-30\\ 2(x^2+y^2)=3y^2-18\end{array}\right\}\begin{array}{l}\longrightarrow\\ \longrightarrow\end{array}\begin{array}{r}x^2-\cancel{y^2}=-27\\ -\quad 2x^2-\cancel{y^2}=-18\\ \hline -x^2\qquad=-9\end{array}\rightarrow x=\pm 3$

$x^2-y^2=-27\xrightarrow{x_1=3}-y^2=36\rightarrow y=\pm 6$

$x^2-y^2=-27\xrightarrow{x_2=-3}-y^2=36\rightarrow y=\pm 6$

Las soluciones son $x_1=3$ e $y_1=6$; $x_2=3$ e $y_2=-6$; $x_3=-3$ e $y_3=6$; y $x_4=-3$ e $y_4=-6$.

e) $\left.\begin{aligned}\frac{y^2-x^2}{9}-\frac{x^2}{2}=\frac{21}{2}\\ x^2+\frac{y^2}{10}=11\end{aligned}\right\}\begin{aligned}&\xrightarrow{\cdot 18}\\&\xrightarrow{\cdot 20}\end{aligned}\quad \begin{aligned}-&\ \ -11x^2+\cancel{2y^2}=189\\ &\ \ \underline{20x^2+\cancel{2y^2}=220}\\ &-31x^2 \qquad\quad =-31\rightarrow x=\pm 1\end{aligned}$

$$x^2+\frac{y^2}{10}=11\xrightarrow{x_1=1}y^2=100\rightarrow y=\pm 10$$

$$x^2+\frac{y^2}{10}=11\xrightarrow{x_2=-1}y^2=100\rightarrow y=\pm 10$$

Las soluciones son $x_1 = 1$ e $y_1 = 10$; $x_2 = 1$ e $y_2 = -10$; $x_3 = -1$ e $y_3 = 10$; y $x_4 = -1$ e $y_4 = -10$.

f) $\left.\begin{aligned}y^2-5x^2=1\\ \frac{7x^2}{2}+\frac{5y^2}{3}=191\end{aligned}\right\}\begin{aligned}&\xrightarrow{\cdot 10}\\&\xrightarrow{\cdot 6}\end{aligned}\quad \begin{aligned}-&\ \ -50x^2+\cancel{10y^2}=10\\ &\ \ \underline{21x^2+\cancel{10y^2}=1146}\\ &-71x^2 \qquad\quad =-1136\rightarrow x^2=16\rightarrow x=\pm 4\end{aligned}$

$$y^2-5x^2=1\xrightarrow{x_1=4}y^2=81\rightarrow y=\pm 9$$

$$y^2-5x^2=1\xrightarrow{x_2=-4}y^2=81\rightarrow y=\pm 9$$

Las soluciones son $x_1 = 4$ e $y_1 = 9$; $x_2 = 4$ e $y_2 = -9$; $x_3 = -4$ e $y_3 = 9$; y $x_4 = -4$ e $y_4 = -9$.

61. Página 107

a) $\left.\begin{aligned}x+5\geq 0\rightarrow x\geq -5\\ 3x\leq 6\rightarrow x\leq 2\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $[-5,+\infty)\cap(-\infty,2]=[-5,2]$.

b) $\left.\begin{aligned}x-4<0\rightarrow x<4\\ 2x\leq 6\rightarrow x\leq 3\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,4)\cap(-\infty,3]=(-\infty,3]$.

c) $\left.\begin{aligned}2x-4<0\rightarrow 2x<4\rightarrow x<2\\ x\geq 1\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,2)\cap[1,+\infty)=[1,2)$.

d) $\left.\begin{aligned}-x+4\leq -2\rightarrow x\geq 6\\ 3x>9\rightarrow x>3\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $[6,+\infty)\cap(3,+\infty)=[6,+\infty)$.

e) $\left.\begin{aligned}x+3\leq 2\rightarrow x\leq -1\\ 5x>10\rightarrow x>2\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,-1]\cap(2,+\infty)=\varnothing\rightarrow$ No tiene solución.

f) $\left.\begin{aligned}-2x-4<0\rightarrow 2x>-4\rightarrow x>-2\\ 3-x\geq 2\rightarrow x\leq 1\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-2,+\infty)\cap(-\infty,-1]=(-2,1]$.

62. Página 107

a) $\left.\begin{aligned}2(x-3)<x\rightarrow 2x-6<x\rightarrow x<6\\ (4-x)3\geq 5\rightarrow 12-3x\geq 5\rightarrow 3x\leq 7\rightarrow x\leq\frac{7}{3}\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,6)\cap\left(-\infty,\frac{7}{3}\right]=\left(-\infty,\frac{7}{3}\right]$.

b) $\left.\begin{aligned}-x+3<5x+9\rightarrow -6x<6\rightarrow x>-1\\ 3-4x\leq 15\rightarrow -4x\leq 12\rightarrow x\geq -3\end{aligned}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-1,+\infty)\cap[-3,+\infty)=(-1,+\infty)$.

c) $\left.\begin{array}{l} x-4(1-x)<0 \rightarrow 5x-4<0 \rightarrow x<\dfrac{4}{5} \\ 2x \geq 5-(x+6) \rightarrow 3x \geq -1 \rightarrow x \geq -\dfrac{1}{3} \end{array}\right\} \rightarrow$ La solución es el intervalo $\left(-\infty, \frac{4}{5}\right) \cap \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right) = \left[-\frac{1}{3}, \frac{4}{5}\right)$.

d) $\left.\begin{array}{l} 5(x-2)-10 \leq 0 \rightarrow 5x \leq 20 \rightarrow x \leq 4 \\ -3x+2(x+1)<0 \rightarrow -x+2<0 \rightarrow x>2 \end{array}\right\} \rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty, 4] \cap (2, +\infty) = (2, 4]$.

e) $\left.\begin{array}{l} -3(x-1)+8 \leq 11 \rightarrow -3x+11 \leq 11 \rightarrow -3x \leq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ x+4(2-x)>2 \rightarrow -3x>-6 \rightarrow x<2 \end{array}\right\} \rightarrow$ La solución es el intervalo $[0, +\infty) \cap (-\infty, 2) = [0, 2)$.

f) $\left.\begin{array}{l} 6x+(x+2)(-1)<3 \rightarrow 5x<5 \rightarrow x<1 \\ -4-2(x+6)>-8 \rightarrow 2x<-8 \rightarrow x<-4 \end{array}\right\} \rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty, 1) \cap (-\infty, -4) = (-\infty, -4)$.

63. Página 107

a) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2x}{3}<x+4 \rightarrow 2x<3x+12 \rightarrow x>-12 \\ 7-\dfrac{4x}{5} \geq 1 \rightarrow 35-4x \geq 5 \rightarrow 4x \leq 30 \rightarrow x \leq \dfrac{15}{2} \end{array}\right\} \rightarrow$ La solución es el intervalo $(-12, +\infty) \cap \left(-\infty, \frac{15}{2}\right] = \left(-12, \frac{15}{2}\right]$.

b) $\dfrac{x+3}{2}-\dfrac{x-1}{5} \geq 1 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,5)=10} 5x+15-2x+2 \geq 1 \rightarrow 3x \geq -16 \rightarrow x \geq -\dfrac{16}{3}$

$\dfrac{2x+1}{3}+\dfrac{x+2}{4}>3 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,4)=12} 8x+4+3x+6>36 \rightarrow 11x>26 \rightarrow x>\dfrac{26}{11}$

La solución es el intervalo $\left[-\frac{16}{3}, +\infty\right) \cap \left(\frac{26}{11}, +\infty\right) = \left(\frac{26}{11}, +\infty\right)$.

c) $\dfrac{x-4}{5}-\dfrac{x}{2}<3 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(5,2)=10} 2x-8-5x<30 \rightarrow -3x<38 \rightarrow x>-\dfrac{38}{3}$

$\dfrac{x}{3}+1 \geq x \rightarrow x+3 \geq 3x \rightarrow 2x \leq 3 \rightarrow x \leq \dfrac{3}{2}$

La solución es el intervalo $\left(-\frac{38}{3}, +\infty\right) \cap \left(-\infty, \frac{3}{2}\right] = \left(-\frac{38}{3}, \frac{3}{2}\right]$.

d) $\dfrac{5-x}{4}+\dfrac{3+x}{2} \geq \dfrac{x}{6} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(4,2,6)=12} 15-3x+18+6x \geq 2x \rightarrow x \geq -33$

$x-\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{3} \leq 0 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,3)=6} 6x-3x-2x \leq 0 \rightarrow x \leq 0$

La solución es el intervalo $[-33, +\infty) \cap (-\infty, 0] = [-33, 0]$.

64. Página 107

a) $4 \cdot \left(\dfrac{x+1}{3}-x\right) \leq x+\dfrac{1}{2} \xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,2)=6} 8x+8-24x \leq 6x+3 \rightarrow -22x \leq -5 \rightarrow x \geq \dfrac{5}{22}$

$-3x+\dfrac{3}{5} \cdot \left(\dfrac{x}{4}-2\right)>5 \cdot \left(\dfrac{x}{3}-1\right) \xrightarrow{\text{m.c.m.}(20,3)=60} -180x+9x-72>100x-300 \rightarrow -271x>-228 \rightarrow x<\dfrac{228}{271}$

La solución es el intervalo $\left[\frac{5}{22}, +\infty\right) \cap \left(-\infty, \frac{228}{271}\right] = \left[\frac{5}{22}, \frac{228}{271}\right)$.

b) $4x-\left(\frac{x+1}{5}-\frac{x-1}{2}\right)\le\frac{x}{8}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(5,2,8)=40}160x-8x-8+20x-20\le 5x\rightarrow 167x\le 28\rightarrow x\le\frac{28}{167}$

$\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{x-2}{10}-\frac{x}{4}\right)<\frac{x}{6}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(20,8,6)=120}30x-60-75x<20x\rightarrow -65x<60\rightarrow x>-\frac{12}{13}$

La solución es el intervalo $\left(-\infty,\frac{28}{167}\right]\cap\left(-\frac{12}{13},+\infty\right)=\left(-\frac{12}{13},\frac{28}{167}\right]$.

65. Página 108

a) $\left.\begin{array}{l}4x+3<10\rightarrow 4x<7\rightarrow x<\frac{7}{4}\\ 3x\ge -3\rightarrow x\ge -1\\ x-5\le 0\rightarrow x\le 5\end{array}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $\left(-\infty,\frac{7}{4}\right)\cap[-1,+\infty)\cap(-\infty,5]=\left[-1,\frac{7}{4}\right)$.

b) $(x+1)2\le x\rightarrow 2x+2\le x\rightarrow x\le -2$

$(x-3)(-1)\ge 4\rightarrow -x+3\ge 4\rightarrow x\le -1$

$6x+2\ge 2(x-5)\rightarrow 6x+2\ge 2x-10\rightarrow 4x\ge -12\rightarrow x\ge -3$

La solución es el intervalo $(-\infty,-2]\cap(-\infty,-1]\cap[-3,+\infty)=[-3,-2]$.

c) $\left.\begin{array}{l}4-3x>5\rightarrow 3x<-1\rightarrow x<-\frac{1}{3}\\ \frac{x}{10}\ge -1\rightarrow x\ge -10\\ x+5\ge 2x\rightarrow x\le 5\end{array}\right\}\rightarrow$ La solución es el intervalo $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cap[-10,+\infty)\cap(-\infty,5]=\left[-10,-\frac{1}{3}\right)$.

d) $2+5x\le 7\rightarrow 5x\le 5\rightarrow x\le 1$

$\frac{x}{4}+x\ge 5\rightarrow x+4x\ge 20\rightarrow 5x\ge 20\rightarrow x\ge 4$

$3x+1>1\rightarrow 3x>0\rightarrow x>0$

La solución es el intervalo $(-\infty,1]\cap[5,+\infty)\cap(0,+\infty)=\varnothing\rightarrow$ No tiene solución.

66. Página 108

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\left.\begin{array}{l}x\ge -2\rightarrow x+2\ge 0\\ x\le 1\rightarrow 2x\le 2\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}x+2\ge 0\\ 2x\le 2\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}x<0\rightarrow x+3<3\\ x\le 4\rightarrow 2x\le 8\rightarrow 2x-4\le 4\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}x+3<3\\ 2x-4\le 4\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l}x\ge 0\rightarrow 2x\ge 0\rightarrow 2x+2\ge 2\\ x>-3\rightarrow x+3>0\rightarrow 2x+6>0\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}2x+2\ge 2\\ 2x+6>0\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l}x\ge 2\rightarrow x+4\ge 6\\ x\le 2\rightarrow 2x\le 4\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}x+4\ge 6\\ 2x\le 4\end{array}\right\}$

67. Página 108

a) $x^2 - x \leq 0 \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = -1 \rightarrow (-1)^2 - (-1) = 2 > 0 \rightarrow$ No es solución.

$x = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \leq 0 \rightarrow$ Es solución.

$x = 2 \rightarrow 2^2 - 2 = 2 > 0 \rightarrow$ No es solución.

La solución de la primera inecuación es el intervalo [0, 1].

$2x > 1 \rightarrow x > \frac{1}{2}$

La solución es $[0, 1] \cap \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) = \left(\frac{1}{2}, 1\right]$.

b) $x^2 + 3x > 0 \rightarrow x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = -4 \rightarrow (-4)^2 + 3 \cdot (-4) = 4 > 0 \rightarrow$ Es solución.

$x = -1 \rightarrow (-1)^2 + 3 \cdot (-1) = -2 < 0 \rightarrow$ No es solución.

$x = 1 \rightarrow 1^2 + 3 \cdot 1 = 4 > 0 \rightarrow$ Es solución.

La solución de la primera inecuación es el intervalo $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$.

$x - 1 \leq 0 \rightarrow x \leq 1$

La solución es $((-\infty, -3) \cup (0, +\infty)) \cap (-\infty, 1] = (-\infty, -3) \cup (0, 1]$.

c) $x^2 - 2x < 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = -1 \rightarrow (-1)^2 - 2 \cdot (-1) = 3 > 0 \rightarrow$ No es solución.

$x = 1 \rightarrow 1^2 - 2 \cdot 1 = -1 < 0 \rightarrow$ Es solución.

$x = 3 \rightarrow 3^2 - 2 \cdot 3 = 3 > 0 \rightarrow$ No es solución.

La solución de la primera inecuación es el intervalo (0, 2).

$x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$

La solución es el intervalo $(0, 2) \cap (-1, +\infty) = (0, 2)$.

d) $x^2 - 5x + 4 \leq 0 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = 0 \rightarrow 0^2 - 5 \cdot 0 + 4 = 4 > 0 \rightarrow$ No es solución.

$x = 2 \rightarrow 2^2 - 5 \cdot 2 + 4 = -2 < 0 \rightarrow$ Es solución.

$x = 5 \rightarrow 5^2 - 5 \cdot 5 + 4 = 4 > 0 \rightarrow$ No es solución.

La solución de la primera inecuación es el intervalo [1, 4].

$x + 2 < 0 \rightarrow x < -2$

La solución es el intervalo $[1, 4] \cap (-\infty, 2) = \varnothing \rightarrow$ El sistema no tiene solución.

e) $x \leq x^2 \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = -1 \rightarrow -1 \leq (-1)^2 \rightarrow$ Es solución.

$x = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} > \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow$ No es solución. $x = 2 \rightarrow 2 \leq 2^2 \rightarrow$ Es solución.

La solución de la primera inecuación es el intervalo $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$.

$4 - x \geq 3 \rightarrow x \leq 1$

La solución es $((-\infty, 0] \cup [1, +\infty)) \cap (-\infty, 1] = (-\infty, 0] \cup \{1\}$.

f) $x^2 - 4x + 3 \leq 0 \rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = 0 \rightarrow 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3 > 0 \rightarrow$ No es solución.

$x = 2 \rightarrow 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1 \leq 0 \rightarrow$ Es solución.

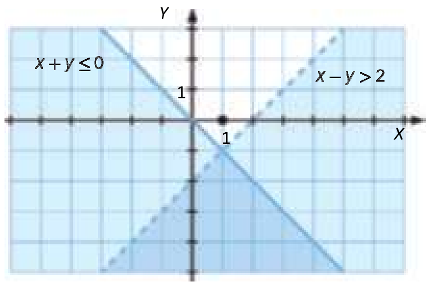
$x = 4 \rightarrow 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 3 > 0 \rightarrow$ No es solución.

La solución de la primera inecuación es el intervalo $[1, 3]$.

$x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

La solución es el intervalo $[1, 3] \cap (2, +\infty) = (2, 3]$.

68. Página 108



a) $x + y = 0 \xrightarrow{x=0} y = 0 \rightarrow (0, 0)$

$x + y = 0 \xrightarrow{x=1} y = -1 \rightarrow (1, -1)$

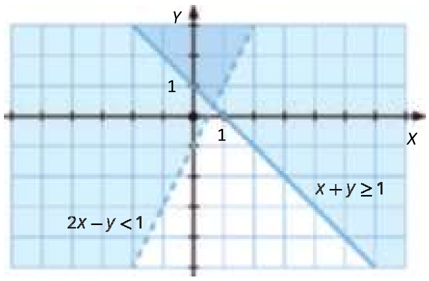
$x + y \leq 0 \xrightarrow{x=1, y=0} 1 > 0 \rightarrow$ El punto (1, 0) no es solución.

$x - y = 2 \xrightarrow{x=0} y = -2 \rightarrow (0, -2)$

$x - y = 2 \xrightarrow{y=0} x = 2 \rightarrow (2, 0)$

$x - y > 2 \xrightarrow{x=1, y=0} 1 < 2 \rightarrow$ El punto (1, 0) no es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera que aparece punteada no está en la solución. La otra frontera si pertenece a la solución.



b) $x + y = 1 \xrightarrow{x=0} y = 1 \rightarrow (0, 1)$

$x + y = 1 \xrightarrow{y=0} x = 1 \rightarrow (1, 0)$

$x + y \geq 1 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 < 1 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

$2x - y = 1 \xrightarrow{x=0} y = -1 \rightarrow (0, -1)$

$2x - y = 1 \xrightarrow{y=0} x = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$2x - y < 1 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 < 1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera que aparece punteada no está en la solución.

c) $x-y=0 \xrightarrow{x=0} y=0 \rightarrow (0,0)$

$x-y=0 \xrightarrow{x=1} y=1 \rightarrow (1,1)$

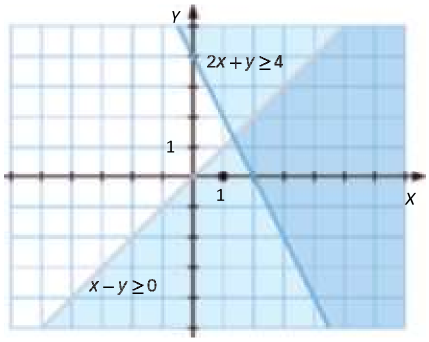
$x-y \geq 0 \xrightarrow{x=1, y=0} 1>0 \rightarrow$ El punto (1, 0) es solución.

$2x+y=4 \xrightarrow{x=0} y=4 \rightarrow (0,4)$

$2x+y=4 \xrightarrow{y=0} x=2 \rightarrow (2,0)$

$2x+y \geq 4 \xrightarrow{x=1, y=0} 2<4 \rightarrow$ El punto (1, 0) no es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.



d) $y \geq -3 \rightarrow y=-3$

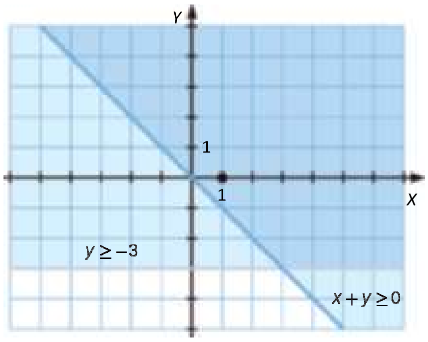
$y \geq -3 \xrightarrow{x=1, y=0} 0 \geq -3 \rightarrow$ El punto (1, 0) es solución.

$x+y=0 \xrightarrow{x=0} y=0 \rightarrow (0,0)$

$x+y=0 \xrightarrow{y=1} x=-1 \rightarrow (-1,1)$

$x+y \geq 0 \xrightarrow{x=1, y=0} 1 \geq 0 \rightarrow$ El punto (1, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.



e) $x-y=-3 \xrightarrow{x=0} y=3 \rightarrow (0,3)$

$x-y=-3 \xrightarrow{y=0} x=-3 \rightarrow (-3,0)$

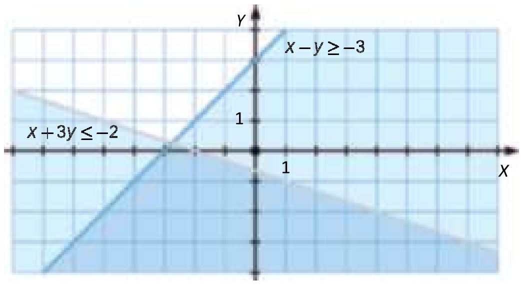
$x-y \geq -3 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \geq -3 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$x+3y=-2 \xrightarrow{x=0} y=-\dfrac{2}{3} \rightarrow \left(0, -\dfrac{2}{3}\right)$

$x+3y=-2 \xrightarrow{y=0} x=-2 \rightarrow (-2,0)$

$x+3y \leq -2 \xrightarrow{x=0, y=0} 0>-2 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.



f) $-y \geq 4 \rightarrow y=-4$

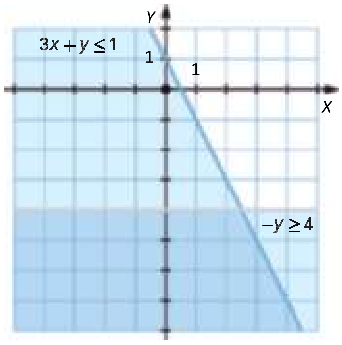
$-y \geq 4 \xrightarrow{x=0, y=0} 0<4 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

$3x+y=1 \xrightarrow{x=0} y=1 \rightarrow (0,1)$

$3x+y=1 \xrightarrow{y=0} x=\dfrac{1}{3} \rightarrow \left(\dfrac{1}{3}, 0\right)$

$3x+y \leq 1 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \leq 1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.



69. **Página 108**

a) $x+y=2 \xrightarrow{x=0} y=2 \rightarrow (0,2)$

$x+y=2 \xrightarrow{y=0} x=2 \rightarrow (2,0)$

$x+y \geq 2 \xrightarrow{x=0,y=0} 0<2 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

$y-2x=1 \xrightarrow{x=0} y=1 \rightarrow (0,1)$

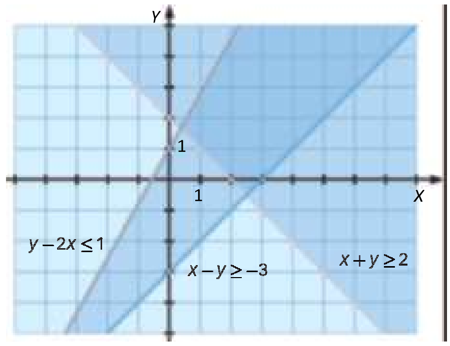
$y-2x=1 \xrightarrow{y=0} x=-\dfrac{1}{2} \rightarrow \left(-\dfrac{1}{2},0\right)$

$y-2x \leq 1 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \leq 1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y-x=-3 \xrightarrow{x=0} y=-3 \rightarrow (0,-3)$ $y-x=-3 \xrightarrow{y=0} x=3 \rightarrow (3,0)$

$x-y \geq -3 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \geq -3 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.



b) $y-2x=3 \xrightarrow{y=0} x=-\dfrac{3}{2} \rightarrow \left(-\dfrac{3}{2},0\right)$

$y-2x=3 \xrightarrow{x=0} y=3 \rightarrow (0,3)$

$y-2x \geq 3 \xrightarrow{x=0,y=0} 0<3 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

$y+2x=-1 \xrightarrow{x=0} y=-1 \rightarrow (0,-1)$

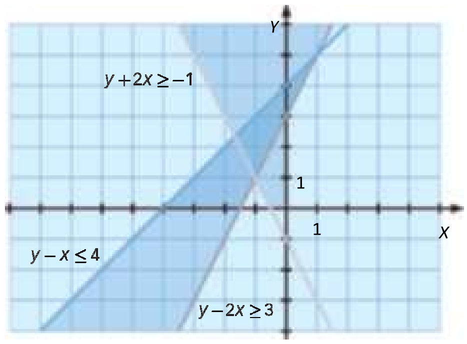
$y+2x=-1 \xrightarrow{y=0} x=-\dfrac{1}{2} \rightarrow \left(-\dfrac{1}{2},0\right)$

$y+2x \geq -1 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \geq -1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y-x=4 \xrightarrow{x=0} y=4 \rightarrow (0,4)$ $y-x=4 \xrightarrow{y=0} x=-4 \rightarrow (-4,0)$

$y-x \leq 4 \xrightarrow{x=0,y=0} 0<4 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.



c) $y-3x=-2 \xrightarrow{x=0} y=-2 \rightarrow (0,-2)$

$y-3x=-2 \xrightarrow{y=0} x=\dfrac{3}{2} \rightarrow \left(\dfrac{3}{2},0\right)$

$y-3x \geq -2 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \geq -2 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$x+y=5 \xrightarrow{x=0} y=5 \rightarrow (0,5)$

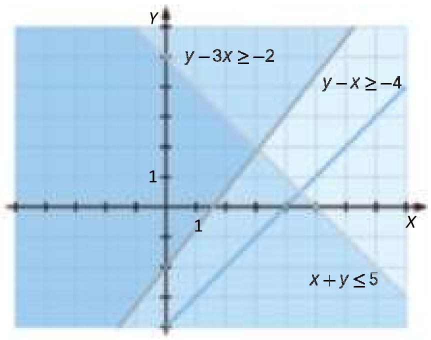
$x+y=5 \xrightarrow{y=0} x=5 \rightarrow (5,0)$

$x+y \leq 5 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \leq 5 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y-x=-4 \xrightarrow{x=0} y=-4 \rightarrow (0,-4)$ $y-x=-4 \xrightarrow{y=0} x=4 \rightarrow (4,0)$

$y-x \geq -4 \xrightarrow{x=0,y=0} 0 \geq -4 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.



d) $3y - x = 3 \xrightarrow{x=0} y = 1 \rightarrow (0, 1)$

$3y - x = 3 \xrightarrow{y=0} x = -3 \rightarrow (-3, 0)$

$y - \dfrac{x}{3} \geq 1 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 < 1 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.

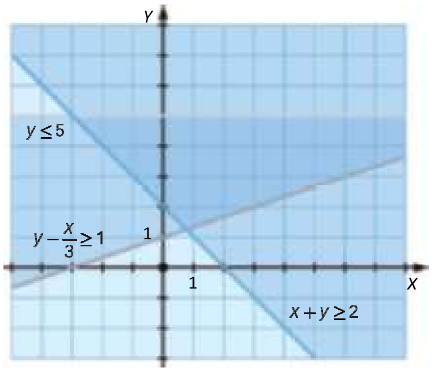
$y \leq 5 \rightarrow y = 5$

$y \leq 5 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \leq 5 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y + x = 2 \xrightarrow{x=0} y = 2 \rightarrow (0, 2)$

$y + x = 2 \xrightarrow{y=0} x = 2 \rightarrow (2, 0)$

$x + y \geq 2 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 < 2 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.



La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.

e) $y = \dfrac{3+x}{2} \xrightarrow{x=0} y = \dfrac{3}{2} \rightarrow \left(0, \dfrac{3}{2}\right)$

$y = \dfrac{3+x}{2} \xrightarrow{y=0} x = -3 \rightarrow (-3, 0)$

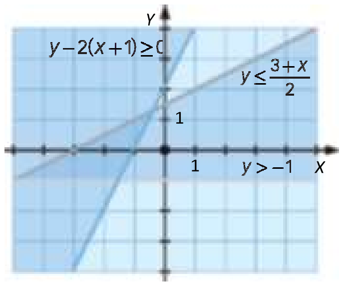
$y \leq \dfrac{3+x}{2} \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \leq \dfrac{3}{2} \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y > -1 \rightarrow y = -1$

$y > -1 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 > -1 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y - 2x = 2 \xrightarrow{x=0} y = 2 \rightarrow (0, 2)$ $\qquad y - 2x = 2 \xrightarrow{y=0} x = -1 \rightarrow (-1, 0)$

$y - 2(x+1) \geq 0 \xrightarrow{x=0, y=0} -2 < 0 \rightarrow$ El punto (0, 0) no es solución.



La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución salvo la perteneciente a la recta $y = -1$.

f) $y < 2 \rightarrow y = 2$

$y < 2 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 < 2 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

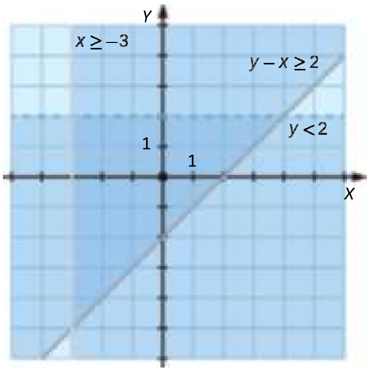
$x \geq -3 \rightarrow x = -3$

$x \geq -3 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \geq -3 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$y - x = -2 \xrightarrow{x=0} y = -2 \rightarrow (0, -2)$

$y - x = -2 \xrightarrow{y=0} x = 2 \rightarrow (2, 0)$

$y - x \geq -2 \xrightarrow{x=0, y=0} 0 \geq -2 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.



La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución, salvo la recta $y = 2$.

70. Página 108

Llamamos *x* e *y* a los números buscados.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=y-1\\ \sqrt{x+2y}=5\end{array}\right\}$$

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=y-1 \xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,3)=6} 2x-3y=-6 \to x=\frac{3y-6}{2}$$

$$\sqrt{x+2y}=5 \xrightarrow{x=\frac{3y-6}{2}} \sqrt{\frac{3y-6}{2}+2y}=5 \to \frac{7y-6}{2}=25 \to 7y=56 \to y=8$$

$$x=\frac{3y-6}{2} \xrightarrow{y=8} x=\frac{18}{2}=9$$

Como aparece un radical, comprobamos la solución.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=y-1\\ \sqrt{x+2y}=5\end{array}\right\} \xrightarrow{x=9,\,y=8} \left\{\begin{array}{l}\dfrac{9}{3}+\dfrac{8}{2}=3+4=8-1\\ \sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5\end{array}\right.$$

Los números buscados son 8 y 9.

71. Página 108

Llamamos *x* al precio de cada reloj e *y* al precio de cada pulsera.

$$\left.\begin{array}{r}2x=3y\\ 2x+3y=144\end{array}\right\} \begin{array}{l}\longrightarrow\\ \longrightarrow\end{array} \begin{array}{r}2x-3y=0\\ +\;\underline{2x+3y=144}\\ 4x=144 \to x=36\end{array}$$

$$2x=3y \xrightarrow{x=36} 3y=72 \to y=24$$

Cada reloj cuesta 36 € y cada pulsera 24 €.

El dinero con el que compramos 12 pulseras es $12\cdot 24=288$ €.

Con ese dinero podemos comprar $\dfrac{288}{36}=8$ relojes.

72. Página 108

Llamamos *x* e *y* a la longitud del lado de cada cuadrado.

$$\left.\begin{array}{l}x^2+y^2=97\\ 4x-4y=20\end{array}\right\}$$

$$4x-4y=20 \to 4x=20+4y \to x=5+y$$

$$x^2+y^2=97 \xrightarrow{x=5+y} (5+y)^2+y^2=97 \to 2y^2+10y-72=0 \to y=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 2\cdot(-72)}}{2\cdot 2} \to \begin{cases} y_1=4\\ y_2=-9\end{cases}$$

Solo nos interesa el resultado positivo, ya que estamos hablando de longitudes.

$$x=5+y \xrightarrow{y=4} x=9$$

Los lados de cada cuadrado miden 9 y 4 cm, respectivamente.

73. Página 108

Llamamos *x* e *y* a las longitudes de los lados del rectángulo.

$$\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=34^2 \\ 2x+2y=92 \end{array}\right\}$$

$$2x+2y=92 \to 2x=92-2y \to x=46-y$$

$$x^2+y^2=1156 \xrightarrow{x=46-y} (46-y)^2+y^2=1156 \to 2y^2-92y+960=0 \to y=\frac{92\pm\sqrt{(-92)^2-4\cdot 2\cdot 960}}{2\cdot 2} \to \begin{cases} y_1=30 \\ y_2=16 \end{cases}$$

$$x=46-y \xrightarrow{y=30} x=16 \qquad x=46-y \xrightarrow{y=16} x=30$$

Uno de los lados del rectángulo mide 30 cm y el otro 16 cm.

74. Página 108

Llamamos *x* a la altura e *y* a la base del rectángulo.

$$\left.\begin{array}{r} xy=75 \\ x=\dfrac{y}{3} \end{array}\right\}$$

$$xy=75 \xrightarrow{x=\frac{y}{3}} \frac{y^2}{3}=75 \to y^2=225 \to y=\pm 15$$

Nos quedamos con el dato positivo, ya que estamos hablando de longitudes.

$$x=\frac{y}{3} \xrightarrow{y=15} x=5$$

La base del rectángulo mide 15 cm y la altura 5 cm. El perímetro es $2\cdot 5+2\cdot 15=40$ cm .

75. Página 108

Llamamos *x* e *y* a las respectivas diagonales del rombo.

$$\left.\begin{array}{r} \left(\dfrac{x}{2}\right)^2+\left(\dfrac{y}{2}\right)^2=\left(\dfrac{23{,}324}{4}\right)^2 \\ x+y=16 \end{array}\right\}$$

$$x+y=16 \to x=16-y$$

$$x^2+y^2=136{,}002 \xrightarrow{x=16-y} (16-y)^2+y^2=136{,}002 \to 2y^2-32y+119{,}998=0 \to y=\frac{32\pm\sqrt{(-32)^2-4\cdot 2\cdot 119{,}998}}{2\cdot 2} \to \begin{cases} y_1=10 \\ y_2=6 \end{cases}$$

$$x=16-y \xrightarrow{y_1=10} x_1=6 \qquad x=16-y \xrightarrow{y_2=6} x_2=10$$

Las diagonales miden 6 y 10 cm, respectivamente.

El área del rombo es $\frac{6\cdot 10}{2}=30$ cm^2 .

76. Página 108

Llamamos x al radio menor e y al mayor.

$$\left.\begin{array}{r}\pi(y^2-x^2)=100{,}53\\ y-x=4\end{array}\right\}$$

$$y-x=4\rightarrow y=x+4$$

$$\pi\left(y^2-x^2\right)=100{,}53\rightarrow y^2-x^2=32\xrightarrow{y=x+4}(x+4)^2-x^2=32\rightarrow 8x+16=32\rightarrow x=2$$

$$y=x+4\xrightarrow{x=2}y=6$$

Los radios de la corona circular son 2 y 6 cm, respectivamente.

77. Página 108

Llamamos x al lado del cuadrado original e y al área del cuadrado original.

$$\left.\begin{array}{r}x^2=y\\ (x+2)^2=y+20\end{array}\right\}$$

$$(x+2)^2=y+20\xrightarrow{y=x^2}x^2+4x+4=x^2+20\rightarrow 4x=16\rightarrow x=4$$

El lado del cuadrado original era de 4 cm.

78. Página 108

Llamamos x a la cantidad de monedas de 0,50 € e y a la cantidad de monedas de 0,20 €.

$$\left.\begin{array}{r}x+y=8\\ 0{,}5x+0{,}2y=3{,}1\end{array}\right\}$$

$$x+y=8\rightarrow y=8-x$$

$$0{,}5x+0{,}2y=3{,}1\xrightarrow{y=8-x}0{,}5x+1{,}6-0{,}2x=3{,}1\rightarrow 0{,}3x=1{,}5\rightarrow x=5$$

$$y=8-x\xrightarrow{x=5}y=3$$

Javier tiene 5 monedas de 0,50 € y 3 monedas de 0,20 €.

79. Página 108

Llamamos x al número de billetes de 5 € e y al número de billetes de 10 €.

$$\left.\begin{array}{r}x+y=40\\ 5x+10y=10x+5y\end{array}\right\}$$

$$x+y=40\rightarrow x=40-y$$

$$5x+10y=10x+5y\rightarrow -5x+5y=0\rightarrow -x+y=0\xrightarrow{x=40-y}-40+2y=0\rightarrow 2y=40\rightarrow y=20$$

$$x=40-y\xrightarrow{y=20}x=20$$

Juan tiene 20 billetes de 5 € y 20 billetes de 10 €.

80. Página 108

Llamamos *x* al número de monedas de 1 € e *y* al número de monedas de 2 €.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=20 \\ x+2y=25 \end{array}\right\}$$

$x+y=20 \rightarrow x=20-y$ $\qquad$ $x+2y=25 \rightarrow x=25-2y$

$20-y=25-2y \rightarrow y=5$

$x=20-y \xrightarrow{y=5} x=15$

Luisa llevaba 15 monedas de 1 € y 5 monedas de 2 €.

81. Página 108

Llamamos *x* e *y* a los dos números.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=27 \\ x^2-y^2=81 \end{array}\right\}$$

$x+y=27 \rightarrow x=27-y$

$x^2-y^2=81 \xrightarrow{x=27-y} (27-y)^2-y^2=81 \rightarrow 729-54y+y^2-y^2=81 \rightarrow 54y=648 \rightarrow y=12$

$x=27-y \xrightarrow{y=12} x=15$

Los números son 15 y 12.

82. Página 108

Llamamos *x* e *y* a los dos números.

$$\left.\begin{array}{r} x=3y+1 \\ xy-4=5y \end{array}\right\}$$

$$xy-4=5y \xrightarrow{x=3y+1} 3y^2+y-4=5y \rightarrow 3y^2-4y-4=0 \rightarrow y=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 3\cdot(-4)}}{2\cdot 3} \rightarrow \begin{cases} y_1=2 \\ y_2=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

La solución y_2 no nos sirve porque no es un número entero.

$x=3y+1 \xrightarrow{y=2} x=7$

Comprobamos la solución.

$$\left.\begin{array}{r} x=3y+1 \\ xy-4=5y \end{array}\right\} \xrightarrow{x=7,\,y=2} \begin{cases} 7=6+1 \\ 14-4=10 \end{cases}$$

Los números son 7 y 2.

83. Página 108

Llamamos x e y a los números

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{7}{10}\\ \frac{1}{3}(x-y)=1\end{array}\right\}$$

$$\frac{1}{3}(x-y)=1 \rightarrow x-y=3 \rightarrow x=3+y$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{7}{10}\xrightarrow{x=3+y}\frac{1}{3+y}+\frac{1}{y}=\frac{7}{10}\rightarrow\frac{10y+30+10y}{10y(3+y)}=\frac{21y+7y^2}{10y(3+y)}\rightarrow$$

$$7y^2+y-30=0\rightarrow y=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 7\cdot(-30)}}{2\cdot 7}\rightarrow\begin{cases}y_1=2\\ y_2=-\frac{15}{7}\end{cases}$$

$$x=3+y\xrightarrow{y_1=2}x_1=5 \qquad x=3+y\xrightarrow{y_2=\frac{-15}{7}}x_2=3-\frac{15}{7}=\frac{6}{7}$$

Los números pueden ser 5 y 2, o $\frac{6}{7}$ y $-\frac{15}{7}$.

84. Página 109

Llamamos x a la edad de Marta e y a la edad de Carlos.

$$\left.\begin{array}{l}x+4=y\\ x+y+(x+10)+(y+10)=40\rightarrow 2x+2y=20\rightarrow x+y=10\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}x+4=y\\ x+y=10\end{array}\right\}$$

$$x+y=10\xrightarrow{y=x+4}x+x+4=10\rightarrow 2x=6\rightarrow x=3$$

$$y=x+4\xrightarrow{x=3}y=7$$

Marta tiene 3 años y Carlos tiene 7 años.

85. Página 109

Llamamos x a la edad de Alicia, y a la de Luis y z a la de Ángel.

$$\left.\begin{array}{l}y-z=2(x-y)\rightarrow 2x-3y+z=0\\ x+y+z=23\\ x^2-y^2=88\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{r}2x-3y+z=0\\ x+y+z=23\\ x^2-y^2=88\end{array}\right\}$$

$$2x-3y+z=0\rightarrow z=3y-2x \qquad x+y+z=23\rightarrow z=23-x-y \qquad 3y-2x=23-x-y\rightarrow x=4y-23$$

$$x^2-y^2=88\xrightarrow{x=4,y-23}(4y-23)^2-y^2=88\rightarrow 16y^2-184y+529-y^2=88\rightarrow$$

$$15y^2-184y+441=0\rightarrow y=\frac{184\pm\sqrt{(-184)^2-4\cdot 15\cdot 441}}{2\cdot 15}\rightarrow\begin{cases}y_1=9\\ y_2=\frac{49}{15}\end{cases}$$

$$x=4y-23\xrightarrow{y_1=9}x_1=13 \qquad x=4y-23\xrightarrow{y_2=\frac{49}{15}}x_2=-\frac{149}{15}$$

Nos quedamos solo con la solución positiva porque las incógnitas son edades.

$$z=23-x-y\xrightarrow{x=13,y=9}z=1$$

Alicia tiene 13 años, Luis 9 y Ángel 1.

86. Página 109

a) Llamamos *x* e *y* a las cifras del número.

$$\left.\begin{aligned}(x+y)^2&=49\\ x&=y+1\end{aligned}\right\}$$

$$(x+y)^2=49\xrightarrow{x=y+1}(2y+1)^2=49\rightarrow 4y^2+4y-48=0\rightarrow y^2+y-12=0\rightarrow y=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-16)}}{2}\rightarrow\begin{cases}y_1=3\\ y_2=-4\end{cases}$$

Como es una cifra nos quedamos con el valor positivo.

$$x=y+1\xrightarrow{y=3}x=4$$

Los números que cumplen la condición son el 34 y el 43.

b) Llamamos *x* e *y* a las cifras del número.

$$\left.\begin{aligned}(x+y)^2&=49\\ x-y&=3\end{aligned}\right\}$$

$$x-y=3\rightarrow x=y+3$$

$$(x+y)^2=49\xrightarrow{x=y+3}(2y+3)^2=49\rightarrow 4y^2+12y-40=0\rightarrow y^2+3y-10=0\rightarrow y=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot(-10)}}{2}\rightarrow\begin{cases}y_1=2\\ y_2=-5\end{cases}$$

Como es una cifra nos quedamos con el valor positivo.

$$x=y+3\xrightarrow{y=2}x=5$$

Los números que cumplen la condición son el 25 y el 52.

c) Llamamos *x* e *y* a las cifras del número.

$$\left.\begin{aligned}(x+y)^2&=49\\ x^2+y^2&=37\end{aligned}\right\}$$

$$(x+y)^2=49\rightarrow x+y=\pm7\rightarrow\begin{cases}x_1=7-y\\ x_2=-7-y\end{cases}$$

$$x^2+y^2=37\xrightarrow{x_1=7-y}(7-y)^2+y^2=37\rightarrow 2y^2-14y+12=0\rightarrow y^2-7y+6=0\rightarrow y=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot6}}{2}\rightarrow\begin{cases}y_{11}=6\\ y_{12}=1\end{cases}$$

$$x=7-y\xrightarrow{y_{11}=6}x_{11}=1 \qquad x=7-y\xrightarrow{y_{12}=1}x_{12}=6$$

$$x^2+y^2=37\xrightarrow{x_2=-7-y}(-7-y)^2+y^2=37\rightarrow 2y^2+14y+12=0\rightarrow y^2+7y+6=0\rightarrow y=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot6}}{2}\rightarrow\begin{cases}y_{21}=-1\\ y_{22}=-6\end{cases}$$

Como son cifras no tomamos los valores negativos.

Los números que cumplen la condición son el 61 y el 16.

87. Página 109

Llamamos *x* a los litros de vinagre de 1,2 €/ℓ e *y* a los litros de vinagre de 1,6 €/ℓ.

$$\left.\begin{aligned}x+y&=100\\ 1{,}2x+1{,}6y&=130\end{aligned}\right\} \qquad x+y=100\rightarrow x=100-y$$

$$1{,}2x+1{,}6y=130\xrightarrow{x=100-y}120-1{,}2y+1{,}6y=130\rightarrow 0{,}4y=10\rightarrow y=25 \qquad x=100-y\xrightarrow{y=25}x=75$$

Se han mezclado 75 ℓ de vinagre de 1,2 €/ℓ y 25 l de vinagre de 1,6 €/ℓ.

88. Página 109

Llamamos *x* e *y* a la base y a la altura del rectángulo, respectivamente.

$$\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=9^2 \\ x+2y=18 \end{array}\right\}$$

$$x+2y=18 \rightarrow x=18-2y$$

$$x^2+y^2=81 \xrightarrow{x=18-2y} (18-2y)^2+y^2=81 \rightarrow 5y^2-72y+243=0$$

$$\rightarrow y=\frac{72\pm\sqrt{(-72)^2-4\cdot 5\cdot 243}}{2\cdot 5} \rightarrow \begin{cases} y_1=9 \\ y_2=\dfrac{27}{5}=5{,}4 \end{cases}$$

$x=18-2y \xrightarrow{y_1=9} x_1=0 \rightarrow$ No es solución válida, ya que un lado del triángulo tendría lado 0.

$$x=18-2y \xrightarrow{y_2=\frac{27}{5}} x_2=\frac{36}{5}=7{,}2$$

La base del rectángulo mide 7,2 cm y la altura 5,4.

El perímetro es $2\cdot 7{,}2+2\cdot 5{,}4=25{,}2$ cm y el área $7{,}2\cdot 5{,}4=38{,}88\ \text{cm}^2$.

89. Página 109

Llamamos *x* a los kg de patatas de 2 €/kg e *y* a los kg de patatas de 2,4 €/kg.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=300 \\ 2x+2{,}5y=2{,}4(x+y) \rightarrow -0{,}4x+0{,}1y=0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=300 \\ -0{,}4x+0{,}1y=0 \end{array}\right\}$$

$$x+y=300 \rightarrow x=300-y$$

$$-0{,}4x+0{,}1y=0 \xrightarrow{x=300-y} -0{,}4(300-y)+0{,}1y=0 \rightarrow -120+0{,}5y=0 \rightarrow y=240$$

$$x=300-y \xrightarrow{y=240} x=60$$

Se han mezclado 60 kg de patatas de 2 €/kg y 240 kg de patatas de 2,5 €/kg.

90. Página 109

Llamamos *x* a los números que cumplen la propiedad.

$$x^2-4x\geq 0$$

$$\rightarrow x^2-4x=0 \rightarrow x(x-4)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x=-1 \rightarrow (-1)^2-4\cdot(-1)=5\geq 0 \rightarrow$ Es solución.

$x=1 \rightarrow 1^2-4\cdot 1=-3<0 \rightarrow$ No es solución.

$x=5 \rightarrow 5^2-5\cdot 1=20\geq 0 \rightarrow$ Es solución.

Los números que cumplen la propiedad son los que están en los intervalos $(-\infty, 0]$ y $[4, +\infty)$.

91. Página 109

Llamamos *x* a los números que cumplen la propiedad.

$$x^2 - \frac{x}{2} \leq 0 \rightarrow x^2 - \frac{x}{2} = 0 \rightarrow x\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = -1 \rightarrow (-1)^2 - \dfrac{-1}{2} = \dfrac{3}{2} > 0 \rightarrow$ No es solución.

$x = \dfrac{1}{4} \rightarrow \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 - \dfrac{\frac{1}{4}}{2} = \dfrac{1}{16} - \dfrac{1}{8} = -\dfrac{1}{16} \leq 0 \rightarrow$ Es solución.

$x = 1 \rightarrow 1^2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} > 0 \rightarrow$ No es solución.

Los números que cumplen la propiedad son los que están en el intervalo $\left[0, \dfrac{1}{2}\right]$.

92. Página 109

Llamamos *x* a los números que cumplen la propiedad.

$$x(x+1) \leq 0 \rightarrow x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x = -2 \rightarrow (-2)(-2+1) = 2 > 0 \rightarrow$ No es solución.

$x = -\dfrac{1}{2} \rightarrow -\dfrac{1}{2}\left(-\dfrac{1}{2} + 1\right) = -\dfrac{1}{4} < 0 \rightarrow$ Es solución.

$x = 1 \rightarrow 1 \cdot (1+1) = 2 > 0 \rightarrow$ No es solución.

Los números que cumplen la propiedad son los que están en el intervalo $[-1, 0]$.

93. Página 109

Llamamos *x* al precio de cada bocadillo e *y* al precio de cada refresco.

$$\left.\begin{aligned} 4x + 5y = a \\ 2x + y = b \end{aligned}\right\}$$

$$2x + y = b \rightarrow y = b - 2x$$

$$4x + 5y = a \xrightarrow{y = b - 2x} 4x + 5b - 10x = a \rightarrow -6x = a - 5b \rightarrow x = \frac{5b - a}{6}$$

$$y = b - 2x \xrightarrow{x = \frac{5b-a}{6}} y = b - \frac{5b - a}{3} = \frac{a - 2b}{3}$$

a) $x + y = \dfrac{5b - a}{6} + \dfrac{a - 2b}{3} = \dfrac{b + a}{6}$

b) $x + 2y = \dfrac{5b - a}{6} + \dfrac{2a - 4b}{3} = \dfrac{3a - 3b}{6} = \dfrac{a - b}{2}$

c) $10x + 8y = \dfrac{50b - 10a}{6} + \dfrac{8a - 16b}{3} = \dfrac{6a + 18b}{6} = a + 3b$

d) $x = \dfrac{5b-a}{6} \xrightarrow{a=8,3;\, b=3,1} x = \dfrac{15,5-8,3}{6} = 1,2$

$x = \dfrac{a-2b}{3} \xrightarrow{a=8,3;\, b=3,1} x = \dfrac{8,3-6,2}{3} = 0,7$

94. Página 109

Llamamos *x* a la base del rectángulo e *y* a la altura del rectángulo.

$$\left.\begin{array}{l} xy = 78 \\ \left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 = 205 \rightarrow x^2+y^2 = 205 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} xy = 78 \\ x^2+y^2 = 205 \end{array}\right\}$$

$$xy = 78 \rightarrow x = \frac{78}{y}$$

$$x^2+y^2 = 205 \xrightarrow{x=\frac{78}{y}} \left(\frac{78}{y}\right)^2 + y^2 = 205 \rightarrow \frac{6\,084+y^4}{y^2} = \frac{205y^2}{y^2} \rightarrow$$

$$y^4 - 205y^2 + 6084 = 0 \rightarrow y^2 = \frac{205 \pm \sqrt{(-205)^2 - 4\cdot 6084}}{2} \rightarrow \begin{cases} y^2 = 169 \rightarrow y = \pm 13 \\ y^2 = 36 \rightarrow y = \pm 6 \end{cases}$$

Como estamos trabajando con longitudes, consideramos solo los valores positivos.

$x_1 = \dfrac{78}{y} \xrightarrow{y_1=13} x = 6$ $\qquad\qquad$ $x_2 = \dfrac{78}{y} \xrightarrow{y_2=6} x = 13$

Los lados del rectángulo miden 13 cm y 6 cm respectivamente.

95. Página 109

Llamamos *x* a la base menor del trapecio e *y* a la mayor. La altura es *x*. El lado del trapecio que nos falta lo obtenemos mediante el teorema de Pitágoras: $l^2 = (y-x)^2 + x^2$.

$$\left.\begin{array}{r} 2x = y \\ x+y+x+\sqrt{(y-x)^2+x^2} = 19,243 \end{array}\right\}$$

$$x+y+2x+\sqrt{(y-x)^2+x^2} = 19,243 \xrightarrow{y=2x} 4x+\sqrt{2x^2} = 19,243 \rightarrow \left(4+\sqrt{2}\right)x = 19,243 \rightarrow x = 3,55$$

$$y = 2x \xrightarrow{x=3,55} y = 7,1$$

La base menor y la altura miden 3,55 cm y la base mayor 7,1 cm.

El área del trapecio es $\dfrac{(x+y)\cdot x}{2} = \dfrac{(3,55+7,1)\cdot 3,55}{2} = 18,9$ cm².

DEBES SABER HACER

1. Página 109

$$\left.\begin{array}{r}2(x-y)+x=11-3y\\ x-3(y+3x)=4y-12\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}2x-2y+x=11-3y\\ x-3y-9x=4y-12\end{array}\right\}\to\left.\begin{array}{r}3x+y=11\\ -8x-7y=-12\end{array}\right\}$$

Resolvemos por el método de sustitución.

$$3x+y=11\to y=11-3x$$

$$-8x-7y=-12\xrightarrow{y=11-3x}-8x-77+21x=-12\to 13x=65\to x=5$$

$$y=11-3x\xrightarrow{x=5}y=-4$$

La solución es $x=5$ e $y=-4$.

2. Página 109

a) $4x+y=4\to y=4-4x$

$$(x+2)y=-16\xrightarrow{y=4-4x}(x+2)(4-4x)=-16\to -4x^2-4x+24=0\to$$

$$x^2+x-6=0\to x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-6)}}{2}\to\begin{cases}x_1=2\\ x_2=-3\end{cases}$$

$$y=4-4x\xrightarrow{x_1=2}y_1=-4 \qquad y=4-4x\xrightarrow{x_2=-3}y_2=16$$

Comprobamos las soluciones.

$$\left.\begin{array}{r}(x+2)y=-16\\ 4x+y=4\end{array}\right\}\xrightarrow{x_1=2,y_1=-4}\begin{cases}4\cdot(-4)=-16\\ 8-4=4\end{cases}\to \text{ Es solución.}$$

$$\left.\begin{array}{r}(x+2)y=-16\\ 4x+y=4\end{array}\right\}\xrightarrow{x_2=-3,y_2=16}\begin{cases}(-1)\cdot 16=-16\\ -12+16=4\end{cases}\to \text{ Es solución.}$$

Las soluciones son $x=2$ e $y=-4$; y $x=-3$ e $y=16$.

b) $\sqrt{x+6}-1=y\to\sqrt{x+6}=y+1\to x+6=(y+1)^2=y^2+2y+1\to x=y^2+2y-5$

$$2x-y=-5\xrightarrow{x=y^2+2y-5}2(y^2+2y-5)-y=-5\to 2y^2+3y-5=0\to y=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 2\cdot(-5)}}{2\cdot 2}\to\begin{cases}y_1=1\\ y_2=-\dfrac{5}{2}\end{cases}$$

$$2x-y=-5\to x=\frac{y-5}{2}\to\begin{cases}y_1=1\to x_1=-2\\ y_2=-\dfrac{5}{2}\to x_2=-\dfrac{15}{4}\end{cases}$$

Comprobamos las soluciones.

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+6}-1=y\\ 2x-y=-5\end{array}\right\}\xrightarrow{x_1=-2,y_1=1}\begin{cases}\sqrt{-2+6}-1=1\\ 2\cdot(-2)-1=-5\end{cases}\to \text{ Es solución.}$$

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+6}-1=y\\ 2x-y=-5\end{array}\right\}\xrightarrow{x_2=-\frac{15}{4},y_2=-\frac{5}{2}}\begin{cases}\sqrt{-\dfrac{15}{4}+6}-1=\pm\dfrac{3}{2}-1=\begin{cases}\dfrac{3}{2}-1\neq-\dfrac{5}{2}\\ -\dfrac{3}{2}-1=-\dfrac{5}{2}\end{cases}\\ 2\cdot\left(-\dfrac{15}{4}\right)-\left(-\dfrac{5}{2}\right)=-\dfrac{15}{2}+\dfrac{5}{2}=-5\end{cases}\to \text{ Es solución.}$$

Las soluciones son $x=-2$ e $y=1$; y $x_2=-\dfrac{15}{4}$ e $y_2=-\dfrac{5}{2}$.

3. Página 109

a) $-x+y^2=-2 \rightarrow x=y^2+2$

$\sqrt{x+1}=3-y \xrightarrow{x=y^2+2} \sqrt{y^2+3}=3-y \rightarrow y^2+3=9-6y+y^2 \rightarrow 6y=6 \rightarrow y=1$

$x=y^2+2 \xrightarrow{y=1} x=3$

Comprobamos la solución.

$$\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+1}=3-y\\ -x+y^2=-2\end{array}\right\} \xrightarrow{x=3,\,y=1} \left\{\begin{array}{l}\sqrt{4}=3-1\\ -3+1=-2\end{array}\right. \rightarrow \text{Es solución.}$$

La solución es $x=3$ e $y=1$.

b) $\frac{1}{x}+2y=-1 \rightarrow 2y=-1-\frac{1}{x}=-\frac{x+1}{x} \rightarrow y=-\frac{x+1}{2x}$

$$\frac{-2}{x}=\frac{y+2}{xy} \xrightarrow{y=-\frac{x+1}{2x}} \frac{-2}{x}=\frac{-\frac{x+1}{2x}+2}{-\frac{x+1}{2}}=\frac{1}{x}-\frac{4}{1+x} \rightarrow \frac{3}{x}-\frac{4}{1+x}=0 \rightarrow \frac{3+3x-4x}{x(1+x)}=0 \rightarrow 3-x=0 \rightarrow x=3$$

$y=-\frac{x+1}{2x} \xrightarrow{x=3} y=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

Comprobamos la solución.

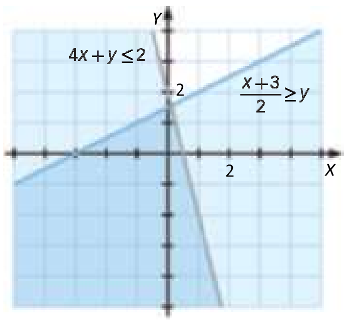
$$\left.\begin{array}{r}\frac{-2}{x}=\frac{y+2}{xy}\\ \frac{1}{x}+2y=-1\end{array}\right\} \xrightarrow{x=3,\,y=-\frac{2}{3}} \left\{\begin{array}{l}\frac{-2}{3}=\frac{4}{-6}=\frac{-\frac{2}{3}+2}{-2}\\ \frac{1}{3}-\frac{4}{3}=-1\end{array}\right. \rightarrow \text{Es solución.}$$

La solución es $x=3$ e $y=-\frac{2}{3}$.

4. Página 109

a) $$\left.\begin{array}{l}x+6\le 3x+4 \rightarrow 2x\ge 2 \rightarrow x\ge 1\\ \frac{x+3}{2}\ge x \rightarrow x+3\ge 2x \rightarrow x\le 3\end{array}\right\} \rightarrow \text{La solución es el intervalo } [1,+\infty)\cap(-\infty,3]=[1,3].$$

b) $4x+y\le 2 \rightarrow 4x+y=2 \rightarrow \left\{\begin{array}{l}y=0 \rightarrow x=\frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2},0\right)\\ x=0 \rightarrow y=2 \rightarrow (0,2)\end{array}\right.$



$4x+y\le 2 \xrightarrow{x=0,\,y=0} 0\le 2 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

$\frac{x+3}{2}\ge y \rightarrow y=\frac{x+3}{2} \rightarrow \left\{\begin{array}{l}y=0 \rightarrow x=-3 \rightarrow (-3,0)\\ x=0 \rightarrow y=\frac{3}{2} \rightarrow \left(0,\frac{3}{2}\right)\end{array}\right.$

$\frac{x+3}{2}\ge y \xrightarrow{x=0,\,y=0} \frac{3}{2}\ge 0 \rightarrow$ El punto (0, 0) es solución.

La solución es la zona más oscura. La frontera pertenece a la solución.

5. Página 109

Llamamos *x* al precio original del chándal e *y* al precio original de las zapatillas.

El descuento del 40 % representa un (100 – 40) = 60 % y el descuento del 30 % representa un (100 – 30) = 70 %.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=135 \\ (1-0,4)x+(1-0,3)y=85,50 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=135 \\ 0,6x+0,7y=85,50 \end{array}\right\} \rightarrow x+y=135 \rightarrow x=135-y$$

$$0,6x+0,7y=85,5 \xrightarrow{x=135-y} 81-0,6y+0,7y=85,5 \rightarrow 0,1y=4,5 \rightarrow y=45$$

$$x=135-y \xrightarrow{y=45} x=90$$

60 % de 90 $=\frac{60}{100}\cdot 90=54$ €

70 % de 45 $=\frac{70}{100}\cdot 45=31,5$ €

El precio original del chándal era 90 € y después de la rebaja 54 €.

El precio original de las zapatillas era 45 € y después de la rebaja 31,50 €.

6. Página 109

Llamamos *x* a los números que satisfacen la propiedad.

$$2x^2>8 \rightarrow x^2>4 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=\pm 2$$

Tomamos valores en los tres intervalos en los que queda dividida la recta:

$x=-3 \rightarrow (-3)^2=9>4 \rightarrow$ Es solución.

$x=0 \rightarrow 0^2=0<4 \rightarrow$ No es solución.

$x=3 \rightarrow 3^2=9>4 \rightarrow$ Es solución.

Los números que satisfacen esa propiedad son los que pertenecen a los intervalos $(-\infty,-2)$ y $(2,+\infty)$.

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

96. Página 110

La fábrica está produciendo al 80 % de su capacidad y produce diariamente $0,8\cdot 3520=2816$ cepillos.

a) Llamamos *x* al número de cepillos manuales e *y* al número de cepillos eléctricos.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=2816 \\ 1,1x+9,8y=19932,1 \end{array}\right\} \rightarrow x+y=2\,816 \rightarrow x=2\,816-y$$

$$1,1x+9,8y=19932,1 \xrightarrow{x=2816-y} 3097,6-1,1y+9,8y=19932,1 \rightarrow 8,7y=16834,5 \rightarrow y=1935$$

$x=2816-1935=881 \rightarrow$ La empresa produce 881 cepillos manuales y 1 935 cepillos eléctricos.

b) Está produciendo 2 816 cepillos diarios y tiene una capacidad máxima de 3 520 cepillos diarios.

Puede producir diariamente: 3 520 – 2 816 = 704 cepillos más. Si el pedido es de 1 500 cepillos, no puede asumir la producción en un día.

Para poder producir los 1 500 cepillos eléctricos necesita disminuir la producción de cepillos manuales.

Si reduce el número de cepillos manuales hasta $3520-(1935+1500)=85$, sí puede aumentar la producción de cepillos eléctricos en 1 500.

La facturación sería de $85\cdot 1,1+3435\cdot 9,8=33756,5$ €.

c) La máxima facturación posible de la fábrica es de $3520\cdot 9,8=34496$ €.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

97. Página 110

La única respuesta verdadera es b).

98. Página 110

Si la ecuación resultante no se puede resolver, el sistema es incompatible ya que, al resolver el sistema por igualación, deberíamos obtener el valor de una de las incógnitas.

99. Página 110

Llamamos *x* a la cifra de las decenas e *y* a la cifra las unidades.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=a \\ x-y=a \end{array}\right\} \to x+y=x-y \to 2y=0 \to y=0$$

$$x+y=a \xrightarrow{y=0} x=a$$

Los números que cumplen esa condición son decenas completas, donde la cifra de las decenas es un número del 1 al 9 y la cifra de las unidades es 0.

100. Página 110

$$a(x-x_1)\cdot(x-x_2)=0 \to ax^2+x\left(-ax_1-ax_2\right)+ax_1x_2=ax^2+bx+c$$

El sistema que relaciona los coeficientes con las soluciones es:

$$\left.\begin{array}{l} b=-ax_1-ax_2 \\ c=ax_1x_2 \end{array}\right\}$$

101. Página 110

a) $x+y=6 \to x=6-y$

$$4x-y=-1 \xrightarrow{x=6-y} 24-4y-y=-1 \to -5y=-25 \to y=5$$

$$x=6-y \xrightarrow{y=5} x=1$$

La solución es $x=1$ e $y=5$.

Es un sistema compatible determinado. Los coeficientes no son proporcionales: $\frac{1}{4} \neq \frac{1}{-1}$.

b) $x+y=6 \to y=6-x$

$$2x+2y=12 \xrightarrow{y=6-x} 2y+12-2x=12 \to 0=0$$

Es un sistema compatible indeterminado.

Resolvemos para $x=\lambda$:

$$y=6-x \xrightarrow{x=\lambda} y=6-\lambda$$

Las soluciones son de la forma $x=\lambda$ e $y=6-\lambda$.

Es un sistema compatible indeterminado. Los coeficientes son proporcionales y los términos independientes también: $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$.

c) $x+y=6 \rightarrow y=6-x$

$x+y=8 \xrightarrow{y=6-y} 6 \neq 8 \rightarrow$ No tiene solución.

Es un sistema incompatible. Los coeficientes son proporcionales, pero los términos independientes no: $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}\neq\frac{6}{8}$.

102. Página 110

Llamamos *x* a la velocidad del bote e *y* a la velocidad de la corriente.

$$\left.\begin{array}{l} x+y=45 \\ x-y=\dfrac{70}{2}=35 \end{array}\right\}$$

$x+y=45 \rightarrow x=45-y$ $\qquad$ $x-y=35 \rightarrow x=y+35$

$45-y=y+35 \rightarrow 2y=10 \rightarrow y=5$

$x=45-y \xrightarrow{y=5} x=40$

La velocidad del bote es de 40 millas/hora y la velocidad de la corriente es de 5 millas/hora.

PRUEBAS PISA

103. Página 111

Llamamos *x* al precio de cada refresco. Sabemos que 6 refrescos cuestan menos de 3 € y 12 refrescos más de 5 €.

$$\left.\begin{array}{l} 6x<3 \rightarrow x<\dfrac{1}{2}=0{,}50 \\ 12x>5 \rightarrow x>\dfrac{5}{12}=0{,}42 \end{array}\right\} \rightarrow \text{La solución es el intervalo } (-\infty;0{,}5)\cap(0{,}42;+\infty)=(0{,}42;0{,}5)$$

El precio del refresco está entre 42 céntimos y 50 céntimos, por tanto no tiene dinero suficiente para otro refresco.

104. Página 111

Llamamos *x* al número de amigas e *y* al dinero que tiene que pagar cada una al día.

$$\left.\begin{array}{r} xy=80 \\ (x+3)(y-6)=80 \end{array}\right\}$$

$$xy=80 \rightarrow x=\frac{80}{y}$$

$$(x+3)(y-6)=80 \xrightarrow{x=\frac{80}{y}} \left(\frac{80}{y}+3\right)(y-6)=80 \rightarrow 3y-\frac{480}{y}-18=0$$

$$3y^2-18y-480=0 \rightarrow y=\frac{18\pm\sqrt{(-18)^2-4\cdot 3\cdot(-480)}}{2\cdot 3} \rightarrow \begin{cases} y_1=16 \\ y_2=-10 \end{cases}$$

Nos quedamos con el valor positivo: $x=\frac{80}{y} \xrightarrow{y=16} x=5$

Van de excursión 5 amigas.