Ecuaciones e inecuaciones

4

CLAVES PARA EMPEZAR

1. Página 72

a) $-6(x-2)+5=-2(3x-3)+11$

$-6(x-2)+5=-2(3x-3)+11 \xrightarrow{x=0} 12+5=6+11 \rightarrow 17=17$

$-6(x-2)+5=-2(3x-3)+11 \xrightarrow{x=1} 6+5=11 \rightarrow 11=11$

$-6(x-2)+5=-2(3x-3)+11 \xrightarrow{x=2} 5=-6+11 \rightarrow 5=5$

Si seguimos dando valores a x, la igualdad siempre es cierta ⟶ Es una identidad.

b) $6(x-1)=4(x-2)-3(-x-5)$

$6(x-1)=4(x-2)-3(-x-5) \xrightarrow{x=-13} -84=-60-24 \rightarrow -84=-84$

$6(x-1)=4(x-2)-3(-x-5) \xrightarrow{x=0} -6=-8+15 \rightarrow -6 \neq 7$

Existe al menos un valor, $x=0$, para el cual la igualdad no es cierta ⟶ Es una ecuación.

2. Página 72

Respuesta abierta.

a) [4, 6] ⟶ Son todos los números mayores o iguales que 4 y menores o iguales que 6. Por ejemplo: 4, 5 y 6.

b) (–7, –5) ⟶ Todos los números mayores que –7 y menores que –5. Por ejemplo: $\frac{-13}{2}, -6$ y $\frac{-11}{2}$.

c) $(-\infty, -5]$ ⟶ Todos los números menores o iguales que –5. Por ejemplo: $-10, -8$ y -6.

d) [8, 9) ⟶ Todos los números mayores o iguales que 8 y menores que 9. Por ejemplo: $8, \frac{33}{4}$ y $\frac{17}{2}$.

VIDA COTIDIANA

EL TRACTOR. Página 73

$x \cdot x = 125 \rightarrow x^2 = 125 \rightarrow x = 5\sqrt{5}$ ⟶ Cada lado del terreno mide $5\sqrt{5}$ m.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 76

Las soluciones de una ecuación de segundo grado del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ son de la forma:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Si $b^2 - 4ac = 0 \rightarrow x_1 = \frac{-b+0}{2a}, x_2 = \frac{-b-0}{2a} \rightarrow x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

Si $b^2 - 4ac < 0$ ⟶ No tiene ninguna solución.

Si $b^2 - 4ac > 0$ ⟶ La raíz cuadrada es un número positivo, digamos k, y por eso existen dos raíces diferentes:

$$x_1 = \frac{-b+k}{2a}, x_2 = \frac{-b-k}{2a}.$$

ACTIVIDADES

1. Página 74

a) $4x-3=5\cdot(x-1)-x+2$

$4x-3=5\cdot(x-1)-x+2 \xrightarrow{x=0} -3=-5+2 \rightarrow -3=-3$

$4x-3=5\cdot(x-1)-x+2 \xrightarrow{x=1} 1=-1+2 \rightarrow 1=1$

$4x-3=5\cdot(x-1)-x+2 \xrightarrow{x=2} 5=5-2+2 \rightarrow 5=5$

Si seguimos dando valores a x, la igualdad siempre es cierta $\rightarrow$ No es una ecuación.

b) $4x-3=5\cdot(x-1)+x-2$

$4x-3=5\cdot(x-1)+x-2 \xrightarrow{x=2} 5=5$

$4x-3=5\cdot(x-1)+x-2 \xrightarrow{x=0} -3=-5-2 \rightarrow -3\neq-7$

Existe al menos un valor, $x=0$, para el cual la igualdad no es cierta $\rightarrow$ Es una ecuación.

c) $4(x-3)+10=5x-x-2$

$4(x-3)+10=5x-x-2 \xrightarrow{x=0} -2=-2$

$4(x-3)+10=5x-x-2 \xrightarrow{x=1} -8+10=2 \rightarrow 2=2$

$4(x-3)+10=5x-x-2 \xrightarrow{x=2} -4+10=10-4 \rightarrow 6=6$

Si seguimos dando valores a x, la igualdad siempre es cierta $\rightarrow$ No es una ecuación.

d) $4(x-3)=5x-8$

$4(x-3)=5x-8 \xrightarrow{x=-4} -28=-28$

$4(x-3)=5x-8 \xrightarrow{x=0} -12\neq-8$

Existe al menos un valor, x = 0, para el cual la igualdad no es cierta $\rightarrow$ Es una ecuación.

2. Página 74

a) $2(x-4)-1=-x \xrightarrow{x=3} 2\cdot(-1)-1=-3 \rightarrow -2-1=-3 \rightarrow -3=-3 \rightarrow$ Es solución.

b) $2x+(5x+3)=22 \xrightarrow{x=3} 6+(15+3)=22 \rightarrow 24\neq22 \rightarrow$ No es solución de la ecuación.

3. Página 74

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Se podrían encontrar infinitas ecuaciones:

$x+y=-1 \xrightarrow{x=2, y=-3} 2-3=-1 \rightarrow -1=-1$ $\qquad$ $x-y=5 \xrightarrow{x=2, y=-3} 2+3=5 \rightarrow 5=5$

4. Página 75

a) $5(x-2)+x-(4x-7)=9 \rightarrow 5x-10+x-4x+7-9=0 \rightarrow 2x-12=0 \rightarrow x=\frac{12}{2}=6$

b) $8-3(x+4)-(2x-5)(-2)=3x \rightarrow 8-3x-12+4x-10-3x=0 \rightarrow -2x-14=0 \rightarrow x=-\frac{14}{2}=-7$

c) $(3x+8)(-2)-(-x+5)5=-1 \rightarrow -6x-16+5x-25+1=0 \rightarrow -x-40=0 \rightarrow x=-40$

d) $9+2x-(3+4x)=-6(1-x) \rightarrow 9+2x-3-4x+6-6x=0 \rightarrow -8x+12=0 \rightarrow x=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

e) $x+4(-2x+3)-10=1-3(x+5) \rightarrow x-8x+12-10-1+3x+15=0 \rightarrow -4x+16=0 \rightarrow x=4$

5. Página 75

a) $2x\cdot(1-x)=x-6 \longrightarrow 2x-2x^2-x+6=0 \longrightarrow -2x^2+x+6=0$

Como $a=-2, b=1$ y $c=6$:

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\cdot2\cdot6}}{-2\cdot2}=\frac{-1\pm\sqrt{49}}{-4}=\begin{cases}x_1=\dfrac{6}{-4}=-\dfrac{3}{2}\\ x_2=2\end{cases}$$

b) $(x+2)\cdot2x+(x-1)^2=2 \longrightarrow 2x^2+4x+x^2-2x+1-2=0 \longrightarrow 3x^2+2x-1=0$

Como $a=3, b=2$ y $c=-1$:

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+4\cdot3\cdot1}}{2\cdot3}=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{6}=\begin{cases}x_1=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}\\ x_2=\dfrac{-6}{6}=-1\end{cases}$$

6. Página 75

$x(x-1)=0 \longrightarrow$ Sí es una ecuación de segundo grado.

$x(x-2)=x^2 \longrightarrow$ No es una ecuación de segundo grado ya que los términos al cuadrado se eliminan.

7. Página 76

a) $x^2+x-20=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+80}}{2}=\frac{-1\pm9}{2}=\begin{cases}x_1=4\\ x_2=-5\end{cases}$$

b) $x^2-x-90=0$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+360}}{2}=\frac{1\pm19}{2}=\begin{cases}x_1=-9\\ x_2=10\end{cases}$$

c) $x^2+6x-16=0$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{36+64}}{2}=\frac{-6\pm10}{2}=\begin{cases}x_1=2\\ x_2=-8\end{cases}$$

d) $x^2-4x-21=0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+84}}{2}=\frac{4\pm10}{2}=\begin{cases}x_1=7\\ x_2=-3\end{cases}$$

e) $2x^2-13x+6=0$

$$x=\frac{13\pm\sqrt{169-48}}{4}=\frac{13\pm11}{4}=\begin{cases}x_1=6\\ x_2=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

f) $3x^2+14x-24=0$

$$x=\frac{-14\pm\sqrt{196+288}}{6}=\frac{-14\pm22}{6}=\begin{cases}x_1=\dfrac{4}{3}\\ x_2=-6\end{cases}$$

8. Página 76

a) $x^2+x=0 \rightarrow x(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-1 \end{cases}$

b) $x^2-16=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{16} \rightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=-4 \end{cases}$

c) $2x^2=4x \rightarrow x^2=2x \rightarrow x^2-2x=0$

$x^2-2x=0 \rightarrow x(x-2)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=2 \end{cases}$

d) $8x^2-x=3x \rightarrow 8x^2-4x=0 \rightarrow 2x^2-x=0$

$2x^2-x=0 \rightarrow x(2x-1)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

e) $2x^2-6=0 \rightarrow x^2-3=0$

$x^2-3=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{3} \rightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{3} \\ x_2=-\sqrt{3} \end{cases}$

f) $3x^2-24=0 \rightarrow x^2-8=0$

$x^2-8=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{8} \rightarrow \begin{cases} x_1=2\sqrt{2} \\ x_2=-2\sqrt{2} \end{cases}$

9. Página 76

a) $x^2+x+1=0 \rightarrow \Delta=1^2-4\cdot1\cdot1=1-4<0$ $\rightarrow$ La ecuación no tiene ninguna solución.

b) $-x^2-3x+5=0 \rightarrow \Delta=(-3)^2-4\cdot5\cdot(-1)=\ 9+20>0$ $\rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

10. Página 77

a) $(x^2-4)(x+5)x=0 \rightarrow$ Ecuación factorizada.

b) $x-\sqrt{x-1}=\sqrt{4x+9} \rightarrow x-\sqrt{x-1}-\sqrt{4x+9}=0 \rightarrow$ Ecuación radical.

c) $\dfrac{x^2}{x+3}-x=2 \rightarrow \dfrac{x^2}{x+3}-x-2=0 \rightarrow$ Ecuación racional.

d) $x^2-x^4=x^4+5x^2 \rightarrow 2x^4+6x^2=0 \rightarrow x^4+3x^2=0 \rightarrow$ Ecuación bicuadrada.

11. Página 77

Respuesta abierta.

a) $0, 1, 2$ y $3 \rightarrow x(x-1)(x-2)(x-3)=0$

b) $\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3} \rightarrow (x^2-2)(x^2-3)=0$

c) $2, -2, 4, -5 \rightarrow (x^2-4)(x-4)(x+5)=0$

d) 0 y 1 dobles $\rightarrow x^2(x-1)^2=0$

12. Página 77

$$\frac{8}{\sqrt{x}}-\frac{12}{x-1}=0$$

$x=2\rightarrow\frac{8}{\sqrt{2}}-12\neq 0$ $\quad$ $x=3\rightarrow\frac{8}{\sqrt{3}}-6\neq 0$ $\quad$ $x=4\rightarrow\frac{8}{2}-\frac{12}{3}=4-4=0$

Por tanto, $x=4$.

13. Página 78

a) $x^4-20x^2+64=0\rightarrow(x^2)^2-20x^2+64=0\xrightarrow{t=x^2}t^2-20t+64=0$

$$t=\frac{20\pm\sqrt{400-256}}{2}=\frac{20\pm 12}{2}=\begin{cases}t_1=16\\ t_2=4\end{cases}$$

Como $t=x^2\rightarrow\begin{cases}\text{si } t_1=16\rightarrow x=\pm 4\\ \text{si } t_2=4\rightarrow x=\pm 2\end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=4, x_2=-4, x_3=2$ y $x_4=-2$

b) $x^4+16=17x^2\rightarrow(x^2)^2-17x^2+16=0\xrightarrow{t=x^2}t^2-17t+16=0$

$$t=\frac{17\pm\sqrt{289-64}}{2}=\frac{17\pm 15}{2}=\begin{cases}t_1=16\\ t_2=1\end{cases}$$

Como $t=x^2\rightarrow\begin{cases}\text{si } t_1=16\rightarrow x=\pm 4\\ \text{si } t_2=1\rightarrow x=\pm 1\end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=4, x_2=-4, x_3=1$ y $x_4=-1$

c) $x^4-26x^2+25=0\rightarrow(x^2)^2-26x^2+25=0\xrightarrow{t=x^2}t^2-26t+25=0$

$$t=\frac{26\pm\sqrt{676-100}}{2}=\frac{26\pm 24}{2}=\begin{cases}t_1=1\\ t_2=25\end{cases}$$

Como $t=x^2\rightarrow\begin{cases}\text{si } t_1=1\rightarrow x=\pm 1\\ \text{si } t_2=25\rightarrow x=\pm 5\end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=1, x_2=-1, x_3=5$ y $x_4=-5$

d) $25x^2-144=x^4\rightarrow(x^2)^2-25x^2+144=0\xrightarrow{t=x^2}t^2-25t+144=0$

$$t=\frac{25\pm\sqrt{625-576}}{2}=\frac{25\pm 7}{2}=\begin{cases}t_1=16\\ t_2=9\end{cases}$$

Como $t=x^2\rightarrow\begin{cases}\text{si } t_1=16\rightarrow x=\pm 4\\ \text{si } t_2=9\rightarrow x=\pm 3\end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=4, x_2=-4, x_3=3$ y $x_4=-3$

e) $x^4-40x^2+144=0\rightarrow(x^2)^2-40x^2+144=0\xrightarrow{t=x^2}t^2-40t+144=0$

$$t=\frac{40\pm\sqrt{1600-576}}{2}=\frac{40\pm 32}{2}=\begin{cases}t_1=36\\ t_2=4\end{cases}$$

Como $t=x^2\rightarrow\begin{cases}\text{si } t_1=36\rightarrow x=\pm 6\\ \text{si } t_2=4\rightarrow x=\pm 2\end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=6, x_2=-6, x_3=2$ y $x_4=-2$

f) $x^2(x^2-36)-x^2=-36 \rightarrow x^4-37x^2+36=0 \rightarrow (x^2)^2-37x^2+36=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2-37t+36=0$

$$t=\frac{37\pm\sqrt{1369-144}}{2}=\frac{37\pm 35}{2}=\begin{cases} t_1=36 \\ t_2=1 \end{cases}$$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=36 \rightarrow x=\pm 6 \\ \text{si } t_2=1 \rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=6, x_2=-6, x_3=1$ y $x_4=-1$

g) $x^4+9=10x^2 \rightarrow (x^2)^2-10x^2+9=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2-10t+9=0$

$$t=\frac{10\pm\sqrt{100-36}}{2}=\frac{10\pm 8}{2}=\begin{cases} t_1=9 \\ t_2=1 \end{cases}$$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=9 \rightarrow x=\pm 3 \\ \text{si } t_2=1 \rightarrow x=\pm 1 \end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=3, x_2=-3, x_3=1$ y $x_4=-1$

h) $x^4-29x^2+100=0 \rightarrow (x^2)^2-29x^2+100=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2-29t+100=0$

$$t=\frac{29\pm\sqrt{841-400}}{2}=\frac{29\pm 21}{2}=\begin{cases} t_1=25 \\ t_2=4 \end{cases}$$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=25 \rightarrow x=\pm 5 \\ \text{si } t_2=4 \rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=5, x_2=-5, x_3=2$ y $x_4=-2$

i) $13x^2-x^4=36 \rightarrow (x^2)^2-13x^2+36=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2-13t+36=0$

$$t=\frac{13\pm\sqrt{169-144}}{2}=\frac{13\pm 5}{2}=\begin{cases} t_1=9 \\ t_2=4 \end{cases}$$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=9 \rightarrow x=\pm 3 \\ \text{si } t_2=4 \rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=3, x_2=-3, x_3=2$ y $x_4=-2$

j) $(x^2-25)x^2=(x^2-25)9 \rightarrow (x^2)^2-34x^2+225=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2-34t+225=0$

$$t=\frac{34\pm\sqrt{1156-900}}{2}=\frac{34\pm 16}{2}=\begin{cases} t_1=25 \\ t_2=9 \end{cases}$$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=25 \rightarrow x=\pm 5 \\ \text{si } t_2=9 \rightarrow x=\pm 3 \end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=5, x_2=-5, x_3=3$ y $x_4=-3$

14. Página 78

a) $x^4-1=0 \rightarrow (x^2)^2-1=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2-1=0 \rightarrow t=\pm\sqrt{1}=\begin{cases} t_1=1 \\ t_2=-1 \end{cases}$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=1 \rightarrow x=\pm 1 \\ \text{si } t_2=-1 \rightarrow x=\pm\sqrt{-1} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$

Hay dos soluciones: $x_1=1$ y $x_2=-1$

b) $x^4 - 2x^2 = 8 \rightarrow (x^2)^2 - 2x^2 - 8 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 - 2t - 8 = 0$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{cases} t_1 = 4 \\ t_2 = -2 \end{cases}$$

Como $t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ \text{si } t_2 = -2 \rightarrow x = \pm\sqrt{-2} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$

Hay dos soluciones: $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$

c) $x^4 - 48 = 13x^2 \rightarrow (x^2)^2 - 13x^2 - 48 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 - 13t - 48 = 0$

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{169+192}}{2} = \frac{13 \pm 19}{2} = \begin{cases} t_1 = 16 \\ t_2 = -3 \end{cases}$$

Como $t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = 16 \rightarrow x = \pm 4 \\ \text{si } t_2 = -3 \rightarrow x = \pm\sqrt{-3} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$

Hay dos soluciones: $x_1 = 4$ y $x_2 = -4$

d) $x^4 - 20x^2 = 125 \rightarrow (x^2)^2 - 20x^2 - 125 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 - 20t - 125 = 0$

$$t = \frac{20 \pm \sqrt{400+500}}{2} = \frac{20 \pm 30}{2} = \begin{cases} t_1 = 25 \\ t_2 = -5 \end{cases}$$

Como $t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = 25 \rightarrow x = \pm 5 \\ \text{si } t_2 = -5 \rightarrow x = \pm\sqrt{-5} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$

Hay dos soluciones: $x_1 = 5$ y $x_2 = -5$

15. Página 78

a) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 + 3t + 2 = 0$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = -2 \end{cases}$$

Como $t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \\ \text{si } t_2 = -2 \rightarrow x = \pm\sqrt{-2} \end{cases} \rightarrow \text{No existe solución.}$

b) $x^4 - 15x^2 + 50 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 - 15t + 50 = 0$

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{225-200}}{2} = \frac{15 \pm 5}{2} = \begin{cases} t_1 = 10 \\ t_2 = 5 \end{cases}$$

Como $t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = 10 \rightarrow x = \pm\sqrt{10} \\ \text{si } t_2 = 5 \rightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1 = \sqrt{10}, x_2 = -\sqrt{10}, x_3 = \sqrt{5}$ y $x_4 = -\sqrt{5}$

c) $x^4 + 2x^2 = 8 \rightarrow (x^2)^2 + 2x^2 - 8 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 + 2t - 8 = 0$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -4 \end{cases}$$

Como $t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ \text{si } t_2 = -4 \rightarrow x = \pm\sqrt{-4} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$

Hay dos soluciones: $x_1 = \sqrt{2}$ y $x_2 = -\sqrt{2}$

d) $x^4+17x^2+70=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2+17t+70=0$

$$t=\frac{-17\pm\sqrt{289-280}}{2}=\frac{-17\pm 3}{2}=\begin{cases} t_1=-7 \\ t_2=-10 \end{cases}$$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=-7 \rightarrow x=\pm\sqrt{-7} \\ \text{si } t_2=-10 \rightarrow x=\pm\sqrt{-10} \end{cases} \rightarrow$ No existe solución.

e) $x^4+18=9x^2 \rightarrow (x^2)^2-9x^2+18=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2-9t+18=0$

$$t=\frac{9\pm\sqrt{81-72}}{2}=\frac{9\pm 3}{2}=\begin{cases} t_1=6 \\ t_2=3 \end{cases}$$

Como $t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=6 \rightarrow x=\pm\sqrt{6} \\ \text{si } t_2=3 \rightarrow x=\pm\sqrt{3} \end{cases}$

Hay cuatro soluciones: $x_1=\sqrt{6}, x_2=-\sqrt{6}, x_3=\sqrt{3}$ y $x_4=-\sqrt{3}$

16. Página 79

a) $x^3-7x^2-4x+28=0 \rightarrow (x-7)(x+2)(x-2)=0 \rightarrow x_1=2, x_2=-2$ y $x_3=7$

	1	−7	−4	28
2		2	−10	−28
	1	−5	−14	0
−2		−2	14	
	1	−7	0	

b) $x^3-3x^2-36x-32=0 \rightarrow (x+1)(x+4)(x-8)=0 \rightarrow x_1=-1, x_2=-4$ y $x_3=8$

	1	−3	−36	−32
		−1	4	32
−1				
	1	−4	−32	0
−4		−4	32	
	1	−8	0	

c) $x^3+7x+15=7x^2 \rightarrow x^3-7x^2+7x+15=0 \rightarrow (x+1)(x-3)(x-5)=0$

$\rightarrow x_1=-1, x_2=3$ y $x_3=5$

	1	−7	7	15
−1		−1	8	−15
	1	−8	15	0
3		3	−15	
	1	−5	0	

d) $x^3=x^2+24x+36 \rightarrow x^3-x^2-24x-36=0 \rightarrow (x+2)(x+3)(x-6)=0$

$\rightarrow x_1=-2, x_2=-3$ y $x_3=6$

	1	−1	−24	−36
−2		−2	6	36
	1	−3	−18	0
−3		−3	18	
	1	−6	0	

e) $x^3 + 10x^2 = 4x + 40 \rightarrow x^3 + 10x^2 - 4x - 40 = 0 \rightarrow (x+2)(x-2)(x+10) = 0$

$\rightarrow x_1 = -2, x_2 = 2$ y $x_3 = -10$

	1	10	−4	−40
−2		−2	−16	40
	1	8	−20	0
2		2	20	
	1	10	0	

f) $x^3 + x^2 = 22x + 40 \rightarrow x^3 + x^2 - 22x - 40 = 0 \rightarrow (x+2)(x+4)(x-5) = 0$

$\rightarrow x_1 = -2, x_2 = -4$ y $x_3 = 5$

	1	1	−22	−40
−2		−2	2	40
	1	−1	−20	0
−4		−4	20	
	1	−5	0	

g) $x^3 + 3x^2 = 16x + 48 \rightarrow x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0 \rightarrow (x+3)(x+4)(x-4) = 0$

$\rightarrow x_1 = -3, x_2 = -4$ y $x_3 = 4$

	1	3	−16	−48
−3		−3	0	48
	1	0	−16	0
−4		−4	16	
	1	−4	0	

h) $x^3 + 6x^2 = 25x + 150 \rightarrow x^3 + 6x^2 - 25x - 150 = 0 \rightarrow (x+5)(x-5)(x+6) = 0$

$\rightarrow x_1 = -5, x_2 = 5$ y $x_3 = -6$

	1	6	−25	−150
5		5	55	150
	1	11	30	0
−5		−5	−30	
	1	6	0	

i) $x^3 - 2x^2 + 20 = 19x \rightarrow x^3 - 2x^2 - 19x + 20 = 0 \rightarrow (x-1)(x+4)(x-5) = 0$

$\rightarrow x_1 = 1, x_2 = -4$ y $x_3 = 5$

	1	−2	−19	20
1		1	−1	−20
	1	−1	−20	0
−4		−4	20	
	1	−5	0	

j) $x^3 - 12x^2 + 5x + 150 = 0 \rightarrow (x+3)(x-5)(x-10) = 0 \rightarrow x_1 = -3, x_2 = 5$ y $x_3 = 10$

	1	−12	5	150
−3		−3	45	−150
	1	−15	50	0
5		5	−50	
	1	−10	0	

17. Página 79

a) $4x^3+x^2-4x-1=0 \rightarrow (x-1)(x+1)(4x+1)=0 \rightarrow x_1=1, x_2=-1 \text{ y } x_3=-\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 4 & 1 & -4 & -1 \\ 1 & & 4 & 5 & 1 \\ \hline & 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & & -4 & -1 & \\ \hline & 4 & 1 & 0 & \end{array}$$

b) $3x^3+5x^2-12x-20=0 \rightarrow (x+2)(x-2)(3x+5)=0 \rightarrow x_1=2, x_2=-2 \text{ y } x_3=-\frac{5}{3}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & 5 & -12 & -20 \\ 2 & & 6 & 22 & 20 \\ \hline & 3 & 11 & 10 & 0 \\ -2 & & -6 & -10 & \\ \hline & 3 & 5 & 0 & \end{array}$$

c) $2x^3-5x^2-22x-15=0 \rightarrow (x+1)(x-5)(2x+3)=0 \rightarrow x_1=-1, x_2=5 \text{ y } x_3=-\frac{3}{2}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -5 & -22 & -15 \\ -1 & & -2 & 7 & 15 \\ \hline & 2 & -7 & -15 & 0 \\ 5 & & 10 & 15 & \\ \hline & 2 & 3 & 0 & \end{array}$$

d) $3x^3+2x^2-19x+6=0 \rightarrow (x-2)(x+3)(3x-1)=0 \rightarrow x_1=2, x_2=-3 \text{ y } x_3=\frac{1}{3}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & 2 & -19 & 6 \\ 2 & & 6 & 16 & -6 \\ \hline & 3 & 8 & -3 & 0 \\ -3 & & -9 & 3 & \\ \hline & 3 & -1 & 0 & \end{array}$$

e) $10x^3+27x^2-30x-7=0 \rightarrow (x-1)(10x^2+37x+7)=0 \rightarrow x_1=1, x_2=-\frac{1}{5} \text{ y } x_3=\frac{7}{2}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 10 & 27 & -30 & -7 \\ 1 & & 10 & 37 & 7 \\ \hline & 10 & 37 & 7 & 0 \end{array}$$

$$x=\frac{-37\pm\sqrt{1369-280}}{20}=\frac{-37\pm 33}{20}=\begin{cases} x_1=-\frac{1}{5} \\ x_2=-\frac{7}{2} \end{cases}$$

f) $6x^3+11x^2-3x-2=0 \rightarrow (x+2)(6x^2-x-1)=0 \rightarrow x_1=-2, x_2=-\frac{1}{3} \text{ y } x_3=\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & 11 & -3 & -2 \\ -2 & & -12 & 2 & 2 \\ \hline & 6 & -1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{12}=\frac{1\pm 5}{12}=\begin{cases} x_1=\frac{1}{2} \\ x_2=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

18. Página 79

No es una ecuación factorizada porque no está escrita como productos de factores.

$(x+1)(x+2)-4(2x-1)=x^2+2x+x+2-8x+4=x^2-5x+6=0$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm 1}{2}=\begin{cases}x_1=3\\x_2=2\end{cases}\rightarrow(x-3)(x-2)=0$$

19. Página 80

a) $\frac{1}{x}+\frac{1+x}{4-x}=2\rightarrow\frac{4-x}{x(4-x)}+\frac{x(1+x)}{x(4-x)}=\frac{2x(4-x)}{x(4-x)}\rightarrow 4-x+x+x^2=8x-2x^2$

$$\rightarrow 3x^2-8x+4=0\rightarrow\frac{8\pm\sqrt{64-48}}{6}=\frac{8\pm 4}{6}=\begin{cases}x_1=2\\x_2=\frac{2}{3}\end{cases}$$

Las posibles soluciones son: $x_1=2$ y $x_2=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{x}+\frac{1+x}{4-x}=2\xrightarrow{x=2}\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2\rightarrow$ Es solución.

$\frac{1}{x}+\frac{1+x}{4-x}=2\xrightarrow{x=\frac{2}{3}}\frac{3}{2}+\frac{\frac{3+2}{3}}{\frac{12-2}{3}}\rightarrow\frac{10}{5}=2\rightarrow$ Es solución.

b) $\frac{3}{x}-\frac{x-1}{x+2}=\frac{x+2}{x}\rightarrow\frac{3(x+2)}{x(x+2)}-\frac{x(x-1)}{x(x+2)}=\frac{(x+2)^2}{x(x+2)}$

$\rightarrow 3x+6-x^2+x=x^2+4x+4\rightarrow 2x^2-2=0$

$$\rightarrow 2x^2=2\rightarrow\begin{cases}x_1=1\\x_2=-1\end{cases}$$

Las posibles soluciones son: $x_1=1$ y $x_2=-1$

$\frac{3}{x}-\frac{x-1}{x+2}=\frac{x+2}{x}\xrightarrow{x=1}\frac{3}{1}-\frac{0}{3}=\frac{3}{1}\rightarrow 3=3\rightarrow$ Es solución.

$\frac{3}{x}-\frac{x-1}{x+2}=\frac{x+2}{x}\xrightarrow{x=-1}-\frac{3}{1}-\frac{-2}{1}=-\frac{1}{1}\rightarrow -3+2=-1\rightarrow -1=-1\rightarrow$ Es solución.

c) $\frac{2}{x+3}+\frac{x-1}{x^2}=\frac{1}{x}\rightarrow\frac{2x^2}{x^2(x+3)}+\frac{(x-1)(x+3)}{x^2(x+3)}=\frac{x(x+3)}{x^2(x+3)}\rightarrow 2x^2+x^2+3x-x-3=x^2+3x$

$$\rightarrow 2x^2-x-3=0\rightarrow\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{4}=\frac{1\pm 5}{4}=\begin{cases}x_1=\frac{3}{2}\\x_2=-1\end{cases}$$

Las posibles soluciones son: $x_1=\frac{3}{2}$ y $x_2=-1$

$\frac{2}{x+3}+\frac{x-1}{x^2}=\frac{1}{x}\xrightarrow{x=-1}\frac{2}{2}+\frac{-2}{1}=\frac{1}{-1}\rightarrow -1=-1\rightarrow$ Es solución.

$\frac{2}{x+3}+\frac{x-1}{x^2}=\frac{1}{x}\xrightarrow{x=\frac{3}{2}}\frac{2}{\frac{3+6}{2}}+\frac{\frac{3-2}{2}}{\frac{9}{4}}=\frac{1}{\frac{3}{2}}\rightarrow\frac{4}{9}+\frac{4}{18}=\frac{2}{3}\rightarrow\frac{6}{9}=\frac{2}{3}\rightarrow$ Es solución.

d) $\frac{x}{1-x}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{x-8}{x+1}\rightarrow\frac{-x(x+1)}{x^2-1}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{(x-8)(x-1)}{x^2-1}\rightarrow -x^2-x+2=x^2-x-8x+8$

$\rightarrow 2x^2-8x+6=0\rightarrow\frac{8\pm\sqrt{64-48}}{4}=\frac{8\pm 4}{4}=\begin{cases}x_1=3\\ x_2=1\end{cases}$

Las posibles soluciones son: $x_1=3$ y $x_2=1$

$\frac{x}{1-x}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{x-8}{x+1}\xrightarrow{x=3}\frac{3}{-2}+\frac{2}{8}=\frac{-5}{4}\rightarrow\frac{-12+2}{8}=-\frac{5}{4}\rightarrow\frac{-10}{8}=-\frac{5}{4}$ → Es solución.

$\frac{x}{1-x}+\frac{2}{x^2-1}=\frac{x-8}{x+1}\xrightarrow{x=1}\frac{1}{0}+\frac{2}{0}=\frac{-7}{2}\rightarrow$ No es solución válida.

20. Página 80

a) $\frac{1}{x}=x-\frac{1+x}{4-x}\rightarrow\frac{4-x}{x(4-x)}=\frac{x^2(4-x)}{x(4-x)}-\frac{x(1+x)}{x(4-x)}\rightarrow 4-x=4x^2-x^3-x-x^2\ \rightarrow x^3-3x^2+4=0$

	1	−3	0	4
−1		−1	4	−4
	1	−4	4	0
2		2	−4	
	1	−2	0	

$\rightarrow(x-2)^2(x+1)=0$

Las posibles soluciones son: $x_1=2$ y $x_2=-1$

$\frac{1}{x}=x-\frac{1+x}{4-x}\xrightarrow{x=2}\frac{1}{2}=2-\frac{3}{2}\rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\rightarrow$ Es solución.

$\frac{1}{x}=x-\frac{1+x}{4-x}\xrightarrow{x=-1}-1=-1-\frac{0}{5}\rightarrow -1=-1\rightarrow$ Es solución.

b) $\frac{x^2+x}{3}+\frac{1}{x}=\frac{1}{6}\rightarrow\frac{2x(x^2+x)}{6x}+\frac{6}{6x}=\frac{x}{6x}\rightarrow 2x^3+2x^2+6=x\rightarrow 2x^3+2x^2-x+6=0$

	2	2	−1	6
−2		−4	4	−6
	2	−2	3	0

$\rightarrow(x+2)(2x^2-2x+3)=0$

La única posible solución es $x=-2$.

$\frac{x^2+x}{3}+\frac{1}{x}=\frac{1}{6}\xrightarrow{x=-2}\frac{4-2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{4-3}{6}=\frac{1}{6}\rightarrow$ Es solución.

c) $\frac{3}{x+1}-\frac{1}{x^2+2x+1}=2x\rightarrow\frac{3(x+1)}{(x+1)^2}-\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{2x(x+1)^2}{(x+1)^2}\rightarrow 3x+3-1=2x^3+4x^2+2x$

$\rightarrow 2x^3+4x^2-x-2=0$

	2	4	−1	−2
−2		−4	0	2
	2	0	−1	0

$(x+2)(2x^2-1)=0\rightarrow(x+2)\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=0$

Las posibles soluciones son: $x_1=-2, x_2=\frac{1}{\sqrt{2}}$ y $x_3=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{3}{x+1}-\frac{1}{x^2+2x+1}=2x \xrightarrow{x=-2} -3-\frac{1}{4-4+1}=-4 \to -4=-4 \to \text{ Es solución.}$$

$$\frac{3}{x+1}-\frac{1}{x^2+2x+1}=2x \xrightarrow{x=\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}+1}-\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}+1}=\frac{2}{\sqrt{2}} \to$$

$$\frac{3}{\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}-\frac{1}{\frac{\sqrt{2}+4+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}}=\sqrt{2} \to \frac{3\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}-\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+4}=\sqrt{2} \to \frac{14+10\sqrt{2}}{7\sqrt{2}+10}=\sqrt{2} \to$$

$$\frac{(14+10\sqrt{2})\cdot(7\sqrt{2}-10)}{(7\sqrt{2}+10)\cdot(7\sqrt{2}-10)}=\sqrt{2} \to \frac{98\sqrt{2}-140+140-100\sqrt{2}}{-2}=\sqrt{2} \to \frac{-2\sqrt{2}}{-2}=\sqrt{2} \to \sqrt{2}=\sqrt{2} \to \text{ Es solución.}$$

$$\frac{3}{x+1}-\frac{1}{x^2+2x+1}=2x \xrightarrow{x=-\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{3}{-\frac{1}{\sqrt{2}}+1}-\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{2}{\sqrt{2}}+1}=-\frac{2}{\sqrt{2}} \to$$

$$\frac{3}{\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}-\frac{1}{\frac{\sqrt{2}-4+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}}=-\sqrt{2} \to \frac{3\sqrt{2}}{-1+\sqrt{2}}-\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-4}=-\sqrt{2} \to \frac{14-10\sqrt{2}}{-7\sqrt{2}+10}=-\sqrt{2} \to$$

$$\frac{(14-10\sqrt{2})\cdot(7\sqrt{2}+10)}{(-7\sqrt{2}+10)\cdot(7\sqrt{2}+10)}=-\sqrt{2} \to \frac{98\sqrt{2}+140-140-100\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2} \to \frac{-2\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2} \to -\sqrt{2}=-\sqrt{2} \to \text{ Es solución.}$$

d) $\frac{2}{3+4x}+\frac{x}{x+1}=\frac{11}{14} \to \frac{28(x+1)}{14(3+4x)(x+1)}+\frac{14x(3+4x)}{14(3+4x)(x+1)}=\frac{11(3+4x)(x+1)}{14(3+4x)(x+1)}$

$$28x+28+42x+56x^2=33x+33+44x^2+44x \to 12x^2-7x-5=0$$

Las posibles soluciones son: $x_1=1, x_2=-\frac{5}{12}$

$$\frac{2}{3+4x}+\frac{x}{x+1}=\frac{11}{14} \xrightarrow{x=1} \frac{2}{3+4}+\frac{1}{1+1}=\frac{11}{14} \to \frac{11}{14}=\frac{11}{14} \to \text{ Es solución.}$$

$$\frac{2}{3+4x}+\frac{x}{x+1}=\frac{11}{14} \xrightarrow{x=-\frac{5}{12}} \frac{2}{3+4\left(-\frac{5}{12}\right)}+\frac{\left(-\frac{5}{12}\right)}{\left(-\frac{5}{12}\right)+1}=\frac{11}{14} \to \frac{3}{2}-\frac{5}{7}=\frac{11}{14} \to \frac{11}{14}=\frac{11}{14} \to \text{ Es solución.}$$

21. Página 81

a) $\sqrt{x+3}=x-3 \to (\sqrt{x+3})^2=(x-3)^2 \to x+3=x^2-6x+9 \to x^2-7x+6=0 \to$

$$\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{2}=\frac{7\pm 5}{2}=\begin{cases} x_1=6 \\ x_2=1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3}=x-3 \xrightarrow{x=6} 3=3 \to \text{ Es solución.}$$

$$\sqrt{x+3}=x-3 \xrightarrow{x=1} 2\neq -2 \to \text{ No es solución.}$$

b) $\sqrt{5-2x}-x=-1 \to \sqrt{5-2x}=x-1 \to (\sqrt{5-2x})^2=(x-1)^2 \to$

$$5-2x=x^2-2x+1 \to x^2-4=0 \to \quad x^2=4 \to \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-2 \end{cases}$$

$$\sqrt{5-2x}-x=-1 \xrightarrow{x=2} \sqrt{5-4}-2=-1 \to -1=-1 \to \text{ Es solución.}$$

$$\sqrt{5-2x}-x=-1 \xrightarrow{x=-2} \sqrt{5+4}+2=-1 \to 5\neq -1 \to \text{ No es solución.}$$

c) $10-4\sqrt{10+x}=x+8 \rightarrow 10-x-8=4\sqrt{10+x} \rightarrow (2-x)^2=(4\sqrt{10+x})^2 \rightarrow$

$4-4x+x^2=160+16x \rightarrow x^2-20x-156=0 \rightarrow$

$$\frac{20\pm\sqrt{400+624}}{2}=\frac{20\pm 32}{2}=\begin{cases} x_1=26 \\ x_2=-6 \end{cases}$$

$10-4\sqrt{10+x}=x+8 \xrightarrow{x=26} 10-4\sqrt{36}=34 \rightarrow -14\neq 34$ → No es solución.

$10-4\sqrt{10+x}=x+8 \xrightarrow{x=-6} 10-4\sqrt{4}=2 \rightarrow 2=2$ → Es solución.

d) $2\sqrt{4x+13}=1+x \rightarrow 16x+52=1+2x+x^2 \rightarrow x^2-14x-51=0 \rightarrow$

$$\frac{14\pm\sqrt{196+204}}{2}=\frac{14\pm 20}{2}=\begin{cases} x_1=17 \\ x_2=-3 \end{cases}$$

$2\sqrt{4x+13}=1+x \xrightarrow{x=17} 18=18$ → Es solución.

$2\sqrt{4x+13}=1+x \xrightarrow{x=-3} 2\neq -2$ → No es solución.

e) $20-\sqrt{5x+1}=5x+1 \rightarrow (19-5x)^2=(\sqrt{5x+1})^2 \rightarrow 361-190x+25x^2=5x+1 \rightarrow$

$25x^2-195x+360=0 \rightarrow 5x^2-39x+72=0 \rightarrow$

$$\frac{39\pm\sqrt{1521-1440}}{10}=\frac{39\pm 9}{10}=\begin{cases} x_1=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24}{5} \\ x_2=3 \end{cases}$$

$20-\sqrt{5x+1}=5x+1 \xrightarrow{x=\frac{24}{5}} 20-\sqrt{25}=25 \rightarrow 15\neq 25$ → No es solución.

$20-\sqrt{5x+1}=5x+1 \xrightarrow{x=3} 20-\sqrt{16}=16 \rightarrow 16=16$ → Es solución.

f) $45=3x+\sqrt{x-5} \rightarrow (45-3x)^2=(\sqrt{x-5})^2 \rightarrow 2\,025-270x+9x^2=x-5 \rightarrow 9x^2-271x+2\,030=0$

$$\frac{271\pm\sqrt{73\,441-73\,080}}{18}=\frac{271\pm 19}{18}=\begin{cases} x_1=\dfrac{145}{9} \\ x_2=14 \end{cases}$$

$45=3x+\sqrt{x-5} \xrightarrow{x=\frac{145}{9}} 45=\frac{145}{3}+\sqrt{\frac{100}{9}} \rightarrow 45\neq\frac{155}{3}$ → No es solución.

$45=3x+\sqrt{x-5} \xrightarrow{x=14} 45=42+3 \rightarrow 45=45$ → Es solución.

g) $7x=\sqrt{7x+2}+5x \rightarrow (2x)^2=(\sqrt{7x+2})^2 \rightarrow 4x^2-7x-2=0 \rightarrow$

$$\frac{7\pm\sqrt{49+32}}{8}=\frac{7\pm 9}{8}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=\dfrac{-2}{8}=-\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

$7x=\sqrt{7x+2}+5x \xrightarrow{x=2} 14=\sqrt{14+2}+10 \rightarrow 14=14$ → Es solución.

$7x=\sqrt{7x+2}+5x \xrightarrow{x=-\frac{1}{4}} -\frac{7}{4}=\sqrt{\frac{-7}{4}+2}-\frac{5}{4} \rightarrow -\frac{7}{4}=\frac{2}{4}-\frac{5}{4} \rightarrow \frac{-7}{4}\neq\frac{-3}{4}$ → No es solución.

h) $x=2\sqrt{4x+9} \rightarrow x^2=4(\sqrt{4x+9})^2 \rightarrow x^2-16x-36=0 \rightarrow$

$$\frac{16\pm\sqrt{256+144}}{2}=\frac{16\pm 20}{2}=\begin{cases} x_1=18 \\ x_2=-2 \end{cases}$$

$x=2\sqrt{4x+9} \xrightarrow{x=18} 18=2\sqrt{81} \rightarrow 18=18$ → Es solución.

$x=2\sqrt{4x+9} \xrightarrow{x=-2} -2=2\sqrt{-8+9} \rightarrow -2\neq 2$ → No es solución.

22. **Página 81**

a) $\sqrt{2x}-1=\sqrt{x+1} \rightarrow (\sqrt{2x}-1)^2=(\sqrt{x+1})^2 \rightarrow 2x-2\sqrt{2x}+1=x+1 \rightarrow x^2=(2\sqrt{2x})^2 \rightarrow$

$x^2=8x \rightarrow x^2-8x=0 \rightarrow x(x-8)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=8 \end{cases}$

$\sqrt{2x}-1=\sqrt{x+1} \xrightarrow{x=0} -1 \neq 1$ → No es solución.

$\sqrt{2x}-1=\sqrt{x+1} \xrightarrow{x=8} \sqrt{16}-1=\sqrt{8+1} \rightarrow 3=3$ → Es solución.

b) $3+\sqrt{3x+10}=\sqrt{x-4}+7 \rightarrow (\sqrt{3x+10})^2=(\sqrt{x-4}+4)^2 \rightarrow 3x+10=x-4+8\sqrt{x-4}+16 \rightarrow$

$2x-2=8\sqrt{x-4} \rightarrow (x-1)^2=(4\sqrt{x-4})^2 \rightarrow x^2-2x+1=16x-64 \rightarrow x^2-18x+65=0 \rightarrow$

$\dfrac{18 \pm \sqrt{324-260}}{2}=\dfrac{18 \pm 8}{2}=\begin{cases} x_1=13 \\ x_2=5 \end{cases}$

$3+\sqrt{3x+10}=\sqrt{x-4}+7 \xrightarrow{x=13} 3+7=3+7 \rightarrow 10=10$ → Es solución.

$3+\sqrt{3x+10}=\sqrt{x-4}+7 \xrightarrow{x=5} 3+\sqrt{25}=1+7 \rightarrow 8=8$ → Es solución.

c) $8+\sqrt{2x-3}=3\sqrt{x-1} \rightarrow (8+\sqrt{2x-3})^2=(3\sqrt{x-1})^2 \rightarrow 64+16\sqrt{2x-3}+2x-3=9x-9 \rightarrow$

$(16\sqrt{2x-3})^2=(7x-70)^2 \rightarrow 512x-768=49x^2-980x+4900 \rightarrow 49x^2-1492x+5668=0 \rightarrow$

$\dfrac{1492 \pm \sqrt{2226064-1110928}}{98}=\dfrac{1492 \pm 1056}{98}=\begin{cases} x_1=26 \\ x_2=\dfrac{218}{49} \end{cases}$

$8+\sqrt{2x-3}=3\sqrt{x-1} \xrightarrow{x=26} 8+7=15 \rightarrow 15=15$ → Es solución.

$8+\sqrt{2x-3}=3\sqrt{x-1} \xrightarrow{x=\frac{218}{49}} 8+\sqrt{\dfrac{436-147}{49}}=3\sqrt{\dfrac{218-49}{49}} \rightarrow$

$8+\dfrac{17}{7}=\dfrac{39}{7} \rightarrow \dfrac{73}{7} \neq \dfrac{39}{7}$ → No es solución.

d) $\sqrt{7x+1}-\sqrt{x-1}=4 \rightarrow (\sqrt{7x+1})^2=(\sqrt{x-1}+4)^2 \rightarrow 7x+1=x-1+8\sqrt{x-1}+16 \rightarrow$

$(6x-14)^2=(8\sqrt{x-1})^2 \rightarrow 36x^2-168x+196=64x-64 \rightarrow 36x^2-232x+260=0 \rightarrow$

$9x^2-58x+65=0 \rightarrow \dfrac{58 \pm \sqrt{3364-2340}}{18}=\dfrac{58 \pm 32}{18}=\begin{cases} x_1=5 \\ x_2=\dfrac{13}{9} \end{cases}$

$\sqrt{7x+1}-\sqrt{x-1}=4 \xrightarrow{x=5} 6-2=4 \rightarrow 4=4$ → Es solución.

$\sqrt{7x+1}-\sqrt{x-1}=4 \xrightarrow{x=\frac{13}{9}} \sqrt{\dfrac{91+9}{9}}-\sqrt{\dfrac{13-9}{9}}=4 \rightarrow \dfrac{10}{3}-\dfrac{2}{3}=4 \rightarrow \dfrac{8}{3} \neq 4$ → No es solución.

e) $x-\sqrt{x+3}=\sqrt{x+3} \rightarrow x^2=(2\sqrt{x+3})^2 \rightarrow x^2=4x+12 \rightarrow x^2-4x-12=0 \rightarrow$ **$x_1=6$ y $x_2=-2$**

$x-\sqrt{x+3}=\sqrt{x+3} \xrightarrow{x=6} 6-\sqrt{9}=3 \rightarrow 3=3$ → Es solución.

$x-\sqrt{x+3}=\sqrt{x+3} \xrightarrow{x=-2} -2-1=1 \rightarrow -3 \neq 1$ → No es solución.

f) $7-\sqrt{2x+5}=\sqrt{x-1}-1 \rightarrow (8-\sqrt{2x+5})^2=(\sqrt{x-1})^2 \rightarrow 64-16\sqrt{2x+5}+2x+5=x-1 \rightarrow$

$(70+x)^2=(16\sqrt{2x+5})^2 \rightarrow 4900+140x+x^2=512x+1280 \rightarrow x^2-372x+3620=0 \rightarrow$ **$x_1=362$ y $x_2=10$**

$7-\sqrt{2x+5}=\sqrt{x-1}-1 \xrightarrow{x=362} 7-27=19-1 \rightarrow -20 \neq 18$ → No es solución.

$7-\sqrt{2x+5}=\sqrt{x-1}-1 \xrightarrow{x=10} 7-5=2 \rightarrow 2=2$ → Es solución.

23. Página 81

a) $\sqrt{x+2}+\sqrt{18-x}=\sqrt{10+13x} \to (\sqrt{x+2}+\sqrt{18-x})^2=(\sqrt{10+13x})^2 \to$

$x+2+2\sqrt{(x+2)(18-x)}+18-x=10+13x \to (2\sqrt{-x^2+16x+36})^2=(13x-10)^2 \to$

$-4x^2+64x+144=169x^2-260x+100 \to 173x^2-324x-44=0 \to$

$$\frac{324\pm\sqrt{104\,976+30\,448}}{346}=\frac{324\pm368}{346}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-\dfrac{44}{346}=-\dfrac{22}{173}\end{cases}$$

$\sqrt{x+2}+\sqrt{18-x}=\sqrt{10+13x} \xrightarrow{x=2} 2+4=6 \to 6=6$ $\longrightarrow$ Es solución.

$\sqrt{x+2}+\sqrt{18-x}=\sqrt{10+13x} \xrightarrow{x=-\frac{22}{173}} \sqrt{\dfrac{324}{173}}+\sqrt{\dfrac{3\,136}{173}}=\sqrt{\dfrac{1444}{173}} \to$

$\dfrac{18+56}{\sqrt{173}}\neq\dfrac{38}{\sqrt{173}}$ $\longrightarrow$ No es solución.

b) $\sqrt{8-x}=\sqrt{2x+6}+\sqrt{x+2} \to (\sqrt{8-x})^2=(\sqrt{2x+6}+\sqrt{x+2})^2 \to$

$8-x=2x+6+2\sqrt{(2x+6)(x+2)}+x+2 \to (2\sqrt{2x^2+10x+12})^2=(-4x)^2 \to$

$8x^2+40x+48=16x^2 \to 8x^2-40x-48=0 \to$

$$\frac{40\pm\sqrt{1600+1536}}{16}=\frac{40\pm56}{16}=\begin{cases} x_1=6 \\ x_2=-1\end{cases}$$

$\sqrt{8-x}=\sqrt{2x+6}+\sqrt{x+2} \xrightarrow{x=6} \sqrt{2}=\sqrt{18}+\sqrt{8}$ $\longrightarrow$ No es solución.

$\sqrt{8-x}=\sqrt{2x+6}+\sqrt{x+2} \xrightarrow{x=-1} \sqrt{9}=3=\sqrt{4}+\sqrt{1}=2+1$ $\longrightarrow$ Es solución.

24. Página 82

a) $2x+8\geq 20 \to 2x\geq 12 \to x\geq 6$ la solución es el intervalo $[6,+\infty)$.

b) $-4x+10\leq -6x \to 2x\leq -10 \to x\leq -5$ la solución es el intervalo $(-\infty,-5]$.

c) $3x+6\leq -30 \to 3x\leq -36 \to x\leq -12$ la solución es el intervalo $(-\infty,-12]$.

d) $6x>4x+14 \to 2x>14 \to x>7$ la solución es el intervalo $(7,+\infty)$.

e) $8x-5\geq 13+4x \to 4x\geq 18 \to x\geq\dfrac{9}{2}$ la solución es el intervalo $\left[\dfrac{9}{2},+\infty\right)$.

25. Página 82

a) $x-6\leq -3+2x \to -3\leq x$

b) $5x-9>-x+3 \to 6x>12 \to x>2$

26. Página 82

a) $x+2-\dfrac{4x-9}{3}<\dfrac{1}{3} \to 3(x+2)-4x+9<1 \to -x<-14 \to x>14$ $\longrightarrow$ La solución es $(14,+\infty)$.

b) $\dfrac{x+3}{4}-\dfrac{5x}{6}\geq 7 \to \dfrac{3x+9-10x}{12}\geq\dfrac{84}{12} \to -7x\geq 75 \to x\leq -\dfrac{75}{7}$ $\longrightarrow$ La solución es $\left(-\infty,-\dfrac{75}{7}\right]$.

27. Página 83

a) $(3-x)(x+5)>0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=3$ y $x_2=-5$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-5),(-5,3)$ y $(3,+\infty)$

Para $(-\infty,-5)$: si $x=-6 \rightarrow 9\cdot(-1)<0$

Para $(-5,3)$: si $x=0 \rightarrow 3\cdot 5>0$

Para $(3,+\infty)$: si $x=4 \rightarrow -1\cdot 9<0$

La solución es: $(-5,3)$

b) $(x+5)(x-2)\leq 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=2$ y $x_2=-5$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-5],[-5,2]$ y $[2,+\infty)$

Para $(-\infty,-5]$: si $x=-6 \rightarrow (-1)\cdot(-8)>0$

Para $[-5,2]$: si $x=0 \rightarrow 5\cdot(-2)<0$

Para $[2,+\infty)$: si $x=4 \rightarrow 9\cdot 2>0$

La solución es: $[-5,2]$

c) $(x-7)(4+x)<0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=7$ y $x_2=-4$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-4),(-4,7)$ y $(7,+\infty)$

Para $(-\infty,-4)$: si $x=-6 \rightarrow (-13)\cdot(-2)>0$

Para $(-4,7)$: si $x=0 \rightarrow (-7)\cdot 4<0$

Para $(7,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 3\cdot 14>0$

La solución es: $(-4,7)$

d) $(4x-1)(x+3)\geq 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=\frac{1}{4}$ y $x_2=-3$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-3],\left[-3,\frac{1}{4}\right]$ y $\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$

Para $(-\infty,-3]$: si $x=-6 \rightarrow (-25)\cdot(-3)>0$

Para $\left[-3,\frac{1}{4}\right]$: si $x=0 \rightarrow (-1)\cdot(3)<0$

Para $\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$: si $x=4 \rightarrow 15\cdot 7>0$

La solución es: $(-\infty,-3]\cup\left[\frac{1}{4},+\infty\right)$

e) $(2-3x)(1-2x)\geq 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=\frac{2}{3}$ y $x_2=\frac{1}{2}$.

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right],\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$ y $\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$

Para $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$: si $x=0 \rightarrow 2\cdot 1>0$ Para $\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right]$: si $x=\frac{3}{5} \rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{-5}{5}\right)<0$ Para $\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$: si $x=1 \rightarrow (-1)\cdot(-1)>0$

La solución es: $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$

f) $(4-x)(2x+3)<0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=-\frac{3}{2}$ y $x_2=4$.

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right),\left(-\frac{3}{2},4\right)$ y $(4,+\infty)$

Para $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)$: si $x=-6 \rightarrow 10\cdot(-9)<0$

Para $\left(-\frac{3}{2},4\right)$: si $x=0 \rightarrow 4\cdot 3>0$

Para $(4,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow (-6)\cdot 23<0$

La solución es: $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)\cup(4,+\infty)$

g) $x(x+1)>0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=0$ y $x_2=-1$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-1),(-1,0)$ y $(0,+\infty)$

Para $(-\infty,-1)$: si $x=-6 \rightarrow (-6)\cdot(-5)>0$

Para $(-1,0)$: si $x=-\frac{1}{2} \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)<0$

Para $(0,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 10\cdot 11>0$

La solución es: $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$

h) $(x+1)(x-2)\geq 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=2$ y $x_2=-1$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-1],[-1,2]$ y $[2,+\infty)$

Para $(-\infty,-1]$: si $x=-6 \rightarrow (-5)\cdot(-8)>0$

Para $[-1,2]$: si $x=0 \rightarrow 1\cdot(-2)<0$

Para $[2,+\infty)$: si $x=4 \rightarrow 5\cdot 2>0$

La solución es: $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$

28. Página 83

a) $x^2-x-20\leq 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=5$ y $x_2=-4$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-4],[-4,5]$ y $[5,+\infty)$

Para $(-\infty,-4]$: si $x=-6 \rightarrow 36+6-20>0$

Para $[-4,5]$: si $x=0 \rightarrow -20<0$

Para $[5,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 100-10-20>0$

La solución es: $[-4,5]$

b) $-x^2-2x+8<0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=-4$ y $x_2=2$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-4),(-4,2)$ y $(2,+\infty)$

Para $(-\infty,-4)$: si $x=-6 \rightarrow -36+12+8<0$

Para $(-4,2)$: si $x=0 \rightarrow 8>0$

Para $(2,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow -100+20+8<0$

La solución es: $(-\infty,-4)\cup(2,+\infty)$

c) $-x^2+5x-4\geq 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=1$ y $x_2=4$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,1],[1,4]$ y $[4,+\infty)$

Para $(-\infty,1]$: si $x=0 \rightarrow -4<0$

Para $[1,4]$: si $x=2 \rightarrow -4+10-4>0$

Para $[4,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow -100+50-4<0$

La solución es: $[1,4]$

d) $x^2-3x-10>0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=5$ y $x_2=-2$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-2),(-2,5)$ y $(5,+\infty)$

Para $(-\infty,-2)$: si $x=-6 \rightarrow 36+18-10>0$

Para $(-2,5)$: si $x=0 \rightarrow -10<0$

Para $(5,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 100-30-10>0$

La solución es: $(-\infty,-2)\cup(5,+\infty)$

e) $x^2-5x-6<0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=6$ y $x_2=-1$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-1),(-1,6)$ y $(6,+\infty)$

Para $(-\infty,-1)$: si $x=-2 \rightarrow 4+10-6>0$

Para $(-1,6)$: si $x=0 \rightarrow -6<0$

Para $(6,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 100-50-6>0$

La solución es: $(-1,6)$

f) $x^2+x-2>0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=1$ y $x_2=-2$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-2),(-2,1)$ y $(1,+\infty)$

Para $(-\infty,-2)$: si $x=-3 \rightarrow 9-3-2>0$

Para $(-2,1)$: si $x=0 \rightarrow -2<0$

Para $(1,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 100+10-2>0$

La solución es: $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

29. Página 83

a) $x^2\leq x \rightarrow x^2-x\leq 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1=0$ y $x_2=1$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,0],[0,1]$ y $[1,+\infty)$

Para $(-\infty,0]$: si $x=-1 \rightarrow 1>-1$

Para $[0,1]$: si $x=\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4}<\frac{1}{2}$

Para $[1,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 100>10$

La solución es: $[0,1]$

b) $x^2 > 3x \rightarrow x(x-3) > 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1 = 0$ y $x_2 = 3$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,0), (0,3)$ y $(3,+\infty)$

Para $(-\infty,0)$: si $x=-1 \rightarrow 1 > -3$

Para $(0,3)$: si $x=1 \rightarrow 1 < 3$

Para $(3,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 100 > 30$

La solución es: $(-\infty,0) \cup (3,+\infty)$

c) $2x^2 < 4x \rightarrow 2x(x-2) < 0 \rightarrow$ Las raíces son $x_1 = 0$ y $x_2 = 2$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,0), (0,2)$ y $(2,+\infty)$

Para $(-\infty,0)$: si $x=-1 \rightarrow 2 > -4$

Para $(0,2)$: si $x=1 \rightarrow 2 < 4$

Para $(2,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 200 > 40$

La solución es: $(0,2)$

d) $x^2 \geq 4 \rightarrow$ Las raíces son $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$.

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-2], [-2,2]$ y $[2,+\infty)$

Para $(-\infty,-2]$: si $x=-4 \rightarrow 16 > 4$

Para $[-2,2]$: si $x=0 \rightarrow 0 < 4$

Para $[2,+\infty)$: si $x=10 \rightarrow 100 > 4$

La solución es: $(-\infty,-2] \cup [2,+\infty)$

ACTIVIDADES FINALES

30. Página 84

Ecuación	1.er miembro	2.º miembro	Incógnita y grado
$x(x+1)=2$	$x(x+1)$	2	x, 2
$\frac{x}{3}-\frac{x+4}{9}=0$	$\frac{x}{3}-\frac{x+4}{9}$	0	x, 1
$(x-2)^2=x^2$	$(x-2)^2$	x^2	x, 1
$4x-(2x-5)=11$	$4x-(2x-5)$	11	x, 1
$3x+2y=1$	$3x+2y$	1	x, y, 1

31. Página 84

a) $6x-2=x+8$ — 3) $x=2$

b) $(x+3)^2=0$ — 1) $x=-3$

c) $(x-2)(x+4)=0$ — 2) $x=-4$ — 3) $x=2$

d) $x^2+8x=0$ — 4) $x=0$ — 5) $x=-8$

e) $\frac{x+1}{5}-\frac{x}{2}=\frac{7}{5}$ — 2) $x=-4$

32. Página 84

Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $x-5=0$

b) $2(x-1)+\frac{x}{2}=0$

c) $(x-1)(x+2)=0$

d) $x^2-2x=0$

33. Página 84

a) $3(x-2)-12=x-(2x+8)\rightarrow 3x-6-12=x-2x-8\rightarrow 4x=10\rightarrow x=\frac{5}{2}$

b) $\frac{x-4}{8}+\frac{x}{10}-\frac{x+1}{3}=-3\rightarrow\frac{15x-60+12x-40x-40}{120}=-\frac{360}{120}\rightarrow -13x=-260\rightarrow x=20$

c) $\frac{x}{3}-\frac{10-x}{7}=x+8\rightarrow\frac{7x-30+3x}{21}=\frac{21x+168}{21}\rightarrow -198=11x\rightarrow x=-18$

d) $-x+4(-2x+1)=\frac{x}{3}\rightarrow -3x-24x+12=x\rightarrow 12=28x\rightarrow x=\frac{3}{7}$

e) $\frac{x+2}{5}-\frac{1-x}{6}=\frac{x-3}{2}\rightarrow\frac{6x+12-5+5x}{30}=\frac{15x-45}{30}\rightarrow 11x+7=15x-45\rightarrow 52=4x\rightarrow x=13$

f) $\frac{4-x}{2}+3(5+x)=\frac{2-x}{4}\rightarrow\frac{8-2x+60+12x}{4}=\frac{2-x}{4}\rightarrow 68+10x=2-x\rightarrow 66=-11x\rightarrow x=-6$

34. Página 84

a) $x(x+1)=x\rightarrow x^2+x=x\rightarrow x^2=0$ $\longrightarrow$ Grado 2

b) $x(x+2)=-x^2\rightarrow x^2+2x=-x^2\rightarrow 2x^2+2x=0$ $\longrightarrow$ Grado 2

c) $(x-2)(x+1)=x+1\rightarrow x^2-x-2=x+1\rightarrow x^2-2x-3=0$ $\longrightarrow$ Grado 2

d) $(x-2)(x+1)=x^2\rightarrow x^2-x-2=x^2\rightarrow -x-2=0$ $\longrightarrow$ Grado 1

e) $(x+2)(x-1)=x+1\rightarrow x^2+x-2=x+1\rightarrow x^2-3=0$ $\longrightarrow$ Grado 2

f) $(x-1)(x+1)=x^2+x\rightarrow x^2-1=x^2+x\rightarrow x+1=0$ $\longrightarrow$ Grado 1

35. Página 84

a) $x(6x-7)=3\rightarrow 6x^2-7x-3=0\rightarrow\frac{7\pm\sqrt{49+72}}{12}=\frac{7\pm 11}{12}=\begin{cases}x_1=\frac{3}{2}\\ x_2=-\frac{1}{3}\end{cases}$

b) $x(5-4x)=-6\rightarrow 4x^2-5x-6=0\rightarrow\frac{5\pm\sqrt{25+96}}{8}=\frac{5\pm 11}{8}=\begin{cases}x_1=2\\ x_2=-\frac{3}{4}\end{cases}$

c) $x(6x+19)=20\rightarrow 6x^2+19x-20=0\rightarrow\frac{-19\pm\sqrt{361+480}}{12}=\frac{-19\pm 29}{12}=\begin{cases}x_1=\frac{5}{6}\\ x_2=-4\end{cases}$

d) $x(2x-9)=35\rightarrow 2x^2-9x-35=0\rightarrow\frac{9\pm\sqrt{81+280}}{4}=\frac{9\pm 19}{4}=\begin{cases}x_1=7\\ x_2=-\frac{5}{2}\end{cases}$

e) $x(4x+7)=15 \rightarrow 4x^2+7x-15=0 \rightarrow \dfrac{-7\pm\sqrt{49+240}}{8}=\dfrac{-7\pm 17}{8}=\begin{cases} x_1=\dfrac{5}{4} \\ x_2=-3 \end{cases}$

f) $x(11-5x)=2 \rightarrow 5x^2-11x+2=0 \rightarrow \dfrac{11\pm\sqrt{121-40}}{10}=\dfrac{11\pm 9}{10}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=\dfrac{1}{5} \end{cases}$

36. Página 84

a) $x(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-1 \end{cases}$

b) $x(x+1)=1 \rightarrow x^2+x-1=0 \rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}=\begin{cases} x_1=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x_2=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

c) $x(x+1)=x \rightarrow x^2+x=x \rightarrow x^2=0 \rightarrow x=0$

d) $x(x+1)=-x \rightarrow x^2+2x=0 \rightarrow x(x+2)=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-2 \end{cases}$

e) $x(x+1)=x+1 \rightarrow x^2+x=x+1 \rightarrow x^2=1 \rightarrow \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-1 \end{cases}$

f) $x(x+1)=-x+1 \rightarrow x^2+2x-1=0 \rightarrow x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{2}}{2}=\begin{cases} x_1=-1+\sqrt{2} \\ x_2=-1-\sqrt{2} \end{cases}$

37. Página 84

Todas tienen discriminante positivo, por tanto, tienen dos soluciones.

a) $-6x^2-x+1=0 \rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+24}}{-12}=\dfrac{1\pm 5}{-12}=\begin{cases} x_1=-\dfrac{1}{2} \\ x_2=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

b) $4x^2+3x-7=0 \rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+112}}{8}=\dfrac{-3\pm 11}{8}=\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\dfrac{-7}{4} \end{cases}$

c) $3x^2-7x-6=0 \rightarrow x=\dfrac{7\pm\sqrt{49+72}}{6}=\dfrac{7\pm 11}{6}=\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$

d) $-2x^2-x+3=0 \rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+24}}{-4}=\dfrac{1\pm 5}{-4}=\begin{cases} x_1=-\dfrac{3}{2} \\ x_2=1 \end{cases}$

e) $-2x^2-3x+2=0 \rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+16}}{-4}=\dfrac{3\pm 5}{-4}=\begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

f) $6x^2+7x+1=0 \rightarrow x=\dfrac{-7\pm\sqrt{49-24}}{12}=\dfrac{-7\pm 5}{12}=\begin{cases} x_1=-\dfrac{1}{6} \\ x_2=-1 \end{cases}$

g) $5x^2+x-4=0 \rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+80}}{10}=\dfrac{-1\pm 9}{10}=\begin{cases} x_1=\dfrac{4}{5} \\ x_2=-1 \end{cases}$

h) $14x^2+5x-1=0 \rightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{25+56}}{28}=\dfrac{-5\pm 9}{28}=\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{7} \\ x_2=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

i) $-2x^2+x+15=0 \rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+120}}{-4}=\dfrac{-1\pm 11}{-4}=\begin{cases} x_1=-\dfrac{5}{2} \\ x_2=3 \end{cases}$

j) $-8x^2-7x+1=0 \rightarrow x=\dfrac{7\pm\sqrt{49+32}}{-16}=\dfrac{7\pm 9}{-16}=\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=\dfrac{1}{8} \end{cases}$

k) $2x^2+x-10=0 \rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+80}}{4}=\dfrac{-1\pm 9}{4}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-\dfrac{5}{2} \end{cases}$

l) $-7x^2-3x+4=0 \rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+112}}{-14}=\dfrac{3\pm 11}{-14}=\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=\dfrac{4}{7} \end{cases}$

38. Página 84

a) $(x+3)(x-4)+x(x+2)=2-x^2 \rightarrow x^2-x-12+x^2+2x=2-x^2 \rightarrow 3x^2+x-14=0 \rightarrow$

$\dfrac{-1\pm\sqrt{1+168}}{6}=\dfrac{-1\pm 13}{6}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-\dfrac{7}{3} \end{cases}$

b) $3x-2(x+1)^2=-3 \rightarrow 3x-2x^2-4x-2=-3 \rightarrow 2x^2+x-1=0 \rightarrow$

$\dfrac{-1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\dfrac{-1\pm 3}{4}=\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{2} \\ x_2=-1 \end{cases}$

c) $x^2+(x+2)(x-3)=0 \rightarrow x^2+x^2-x-6=0 \rightarrow 2x^2-x-6=0 \rightarrow$

$\dfrac{1\pm\sqrt{1+48}}{4}=\dfrac{1\pm 7}{4}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

d) $4x^2+2(x-6)-(x+2)^2=0 \rightarrow 4x^2+2x-12-x^2-4x-4=0 \rightarrow 3x^2-2x-16=0 \rightarrow$

$\dfrac{2\pm\sqrt{4+192}}{6}=\dfrac{2\pm 14}{6}=\begin{cases} x_1=\dfrac{8}{3} \\ x_2=-2 \end{cases}$

e) $(x-1)(x+2)+3x=4(x-2)-(x-12) \rightarrow x^2+x-2+3x=4x-8-x+12 \rightarrow x^2+x-6=0 \rightarrow$

$\dfrac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\dfrac{-1\pm 5}{2}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-3 \end{cases}$

f) $(x+5)(3-x)=2x(1-x)+12 \rightarrow -x^2-2x+15=2x-2x^2+12 \rightarrow x^2-4x+3=0 \rightarrow$

$\dfrac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\dfrac{4\pm 2}{2}=\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=1 \end{cases}$

g) $x+x(x-3)+3=x(4-2x)+x+1 \rightarrow x+x^2-3x+3=4x-2x^2+x+1 \rightarrow 3x^2-7x+2=0 \rightarrow$

$$\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{6}=\frac{7\pm 5}{6}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

h) $2x^2-3(x+2)=x(x+3)-11 \rightarrow 2x^2-3x-6=x^2+3x-11 \rightarrow x^2-6x+5=0 \rightarrow$

$$\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2}=\frac{6\pm 4}{2}=\begin{cases} x_1=5 \\ x_2=1\end{cases}$$

39. Página 84

a) $2x\cdot(1+x)-5=x\cdot(x+1)+x^2 \rightarrow 2x+2x^2-5=x^2+x+x^2 \rightarrow x=5 \rightarrow$ Grado 1.

b) $(x+4)\cdot(x-8)=x\cdot(x+1)-2 \rightarrow x^2-4x-32=x^2+x-2 \rightarrow x=-6 \rightarrow$ Grado 1.

c) $4\cdot(x+1)\cdot x-9+2x\cdot(3+x)\cdot 5-1=7x\cdot(2x+3) \rightarrow 4x^2+4x-9+30x+10x^2-1=14x^2+21x \rightarrow$

$x=\dfrac{10}{13} \rightarrow$ Grado 1.

40. Página 84

a) $-x^2-\dfrac{x}{3}+\dfrac{1}{12}=0 \rightarrow 12x^2+4x-1=0 \rightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+48}}{24}=\dfrac{-4\pm 8}{24}=\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{6} \\ x_2=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

b) $x^2-\dfrac{5x}{4}-\dfrac{3}{2}=0 \rightarrow 4x^2-5x-6=0 \rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+96}}{8}=\dfrac{5\pm 11}{8}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-\dfrac{3}{4}\end{cases}$

c) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{2x}{3}-3=0 \rightarrow x^2+6x-27=0 \rightarrow x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36+108}}{2}=\dfrac{-6\pm 12}{2}=\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-9\end{cases}$

d) $\dfrac{3x^2}{8}+\dfrac{5x}{4}+1=0 \rightarrow 3x^2+10x+8=0 \rightarrow x=\dfrac{-10\pm\sqrt{100-96}}{6}=\dfrac{-10\pm 2}{6}=\begin{cases} x_1=\dfrac{-8}{6}=-\dfrac{4}{3} \\ x_2=\dfrac{-12}{6}=-2\end{cases}$

41. Página 84

a) $x^2-8x+16=0 \rightarrow \Delta=64-64=0 \rightarrow$ La ecuación tiene una única solución doble.

b) $4x^2+4x-1=0 \rightarrow \Delta=16+16>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

c) $x^2-12x+40=0 \rightarrow \Delta=144-160<0 \rightarrow$ La ecuación no tiene ninguna solución.

d) $x^2+3x=0 \rightarrow \Delta=9>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

e) $x=x^2 \rightarrow x^2-x=0 \rightarrow \Delta=1>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

f) $x^2=x-3 \rightarrow x^2-x+3=0 \rightarrow \Delta=1-12<0 \rightarrow$ La ecuación no tiene ninguna solución.

g) $-x^2=5 \rightarrow x^2+5=0 \rightarrow \Delta=-20<0 \rightarrow$ La ecuación no tiene ninguna solución.

h) $x^2=-x \rightarrow x^2+x=0 \rightarrow \Delta=1>0 \rightarrow$ La ecuación tiene dos soluciones.

42. Página 85

a) $a=5, b=10, c=4 \to \Delta = 100-80>0 \to$ La ecuación tiene dos soluciones.

b) $a=5, b=-10, c=5 \to \Delta = 100-100=0 \to$ La ecuación tiene una única solución doble.

c) $a=1, b=8, c=-9 \to \Delta = 64+36>0 \to$ La ecuación tiene dos soluciones.

d) $a=12, b=4, c=1 \to \Delta = 16-48<0 \to$ La ecuación no tiene ninguna solución.

43. Página 85

a) $x^2 + \mathbf{4x} + 4 = 0$

b) $x^2 - 6x + \mathbf{9} = 0$

c) $x^2 + \mathbf{8x} + 16 = 0$

d) $\mathbf{9x^2} + 12x + 4 = 0$

e) $4x^2 + \mathbf{12x} + 9 = 0$

f) $\mathbf{4x^2} + 20x + 25 = 0$

g) $9x^2 - \mathbf{30x} + 25 = 0$

h) $x^2 - 2x + \mathbf{1} = 0$

44. Página 85

a) $2x^2 + 3x + \mathbf{2} = 0$

b) $-x^2 + x - \mathbf{1} = 0$

c) $\mathbf{3x^2} - x + 3 = 0$

d) $-2x^2 + \mathbf{5x} - 4 = 0$

e) $x^2 - \mathbf{6x} + 10 = 0$

f) $\mathbf{-2x^2} + 2x - 3 = 0$

45. Página 85

a) Respuesta abierta. Por ejemplo:

$x^2+2x+c=0 \to \Delta = 4-4c>0 \to c<1$

$x^2+2x-1=0$ $\quad$ $x^2+2x-2=0$ $\quad$ $x^2+2x-3=0$ $\quad$ $x^2+2x-4=0$

b) $x^2+2x+c=0 \to \Delta = 4-4c=0 \to c=1$

Solo hay una ecuación que verifica lo pedido: $x^2+2x+1=0$

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

Con dos soluciones reales distintas: $\Delta = b^2-4ac>0 \to x^2+x-1=0$ y $x^2+x-2=0$

Con una solución real doble: $\Delta = b^2-4ac=0 \to x^2+x+\frac{1}{4}=0$ y $\frac{1}{4}x^2+x+1=0$

46. Página 85

$a\cdot c=-18 \to \sqrt{b^2+72}=11 \to b^2=121-72 \to b=\pm 7$

Sea $a=\lambda, c=-\frac{18}{\lambda}$, entonces las soluciones son de la forma: $x=\frac{7\pm 11}{2\lambda}$ o $x=\frac{-7\pm 11}{2\lambda}$

47. Página 85

a) Falso. No tiene ninguna solución real.

b) Verdadero. $3x^2=12 \to x^2=4 \to x^2-4=0$

c) Falso. $10^2+2\cdot 10^2+3\cdot 10^2+4\cdot 10^2 \neq 0$

d) Falso. $x^2-x=0 \to x^2=x$

e) Falso. Sus soluciones son las mismas.

48. Página 85

Una ecuación del tipo $ax^2 + bx + c = 0$ se puede factorizar como $a(x - x_1)(x - x_2)$.

Desarrollando la expresión, se obtiene $a(x - x_1)(x - x_2) = ax^2 - ax(x_1 + x_2) + ax_1x_2$.

a) $ax^2 - ax(x_1 + x_2) + x_1x_2 = ax^2 - ax \cdot (-1) + a(-2) = ax^2 + ax - 2a = 0$ para cualquier a real.

b) $ax^2 - ax(x_1 + x_2) + x_1x_2 = ax^2 - ax \cdot 5 + a(-6) = ax^2 - 5ax - 6a = 0$ para cualquier a real.

c) $ax^2 - ax(x_1 + x_2) + x_1x_2 = ax^2 - ax \cdot 3 + a(-4) = ax^2 - 3ax - 4a = 0$ para cualquier a real.

49. Página 85

a) $3x^4 + x^2 - 2 = 0 \xrightarrow{t=x^2} 3t^2 + t - 2 = 0$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{-1 \pm 5}{6} = \begin{cases} t_1 = \dfrac{2}{3} \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = \dfrac{2}{3} \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{2}{3}} \\ \text{si } t_2 = -1 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}, x_2 = -\sqrt{\frac{2}{3}}$

b) $x^4 - x^2 - 12 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 - t - 12 = 0$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{cases} t_1 = 4 \\ t_2 = -3 \end{cases}$$

$$t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ \text{si } t_2 = -3 \rightarrow x = \pm\sqrt{-3} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$

c) $-x^4 - x^2 + 20 = 0 \xrightarrow{t=x^2} -t^2 - t + 20 = 0$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+80}}{-2} = \frac{1 \pm 9}{-2} = \begin{cases} t_1 = -5 \\ t_2 = 4 \end{cases}$$

$$t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = -5 \rightarrow x = \pm\sqrt{-5} \rightarrow \text{No existe solución.} \\ \text{si } t_2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$

d) $2x^4 + x^2 - 15 = 0 \xrightarrow{t=x^2} 2t^2 + t - 15 = 0$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+120}}{4} = \frac{-1 \pm 11}{4} = \begin{cases} t_1 = \dfrac{5}{2} \\ t_2 = -3 \end{cases}$$

$$t = x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1 = \dfrac{5}{2} \rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{5}{2}} \\ \text{si } t_2 = -3 \rightarrow x = \pm\sqrt{-3} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = \sqrt{\frac{5}{2}}$ y $x_2 = -\sqrt{\frac{5}{2}}$

e) $x^4 - x^2 - 42 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 - t - 42 = 0$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+168}}{2} = \frac{1 \pm 13}{2} = \begin{cases} t_1 = 7 \\ t_2 = -6 \end{cases}$$

$$t = x^2 \to \begin{cases} \text{si } t_1 = 7 \to x = \pm\sqrt{7} \\ \text{si } t_2 = -6 \to x = \pm\sqrt{-6} \to \text{No existe solución.} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = \sqrt{7}$ y $x_2 = -\sqrt{7}$

f) $-2x^4 - x^2 + 28 = 0 \xrightarrow{t=x^2} -2t^2 - t + 28 = 0$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{1+224}}{-4} = \frac{1 \pm 15}{-4} = \begin{cases} t_1 = -4 \\ t_2 = \dfrac{7}{2} \end{cases}$$

$$t = x^2 \to \begin{cases} \text{si } t_1 = -4 \to x = \pm\sqrt{-4} \to \text{No existe solución.} \\ \text{si } t_2 = \dfrac{7}{2} \to x = \pm\sqrt{\dfrac{7}{2}} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = \sqrt{\dfrac{7}{2}}$ y $x_2 = -\sqrt{\dfrac{7}{2}}$

g) $8x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \xrightarrow{t=x^2} 8t^2 + 2t - 1 = 0$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{16} = \frac{-2 \pm 6}{16} = \begin{cases} t_1 = \dfrac{1}{4} \\ t_2 = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$t = x^2 \to \begin{cases} \text{si } t_1 = \dfrac{1}{4} \to x = \pm\dfrac{1}{2} \\ \text{si } t_2 = -\dfrac{1}{2} \to x = \pm\sqrt{-\dfrac{1}{2}} \to \text{No existe solución.} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = \dfrac{1}{2}$ y $x_2 = -\dfrac{1}{2}$

h) $5x^4 + 3x^2 - 2 = 0 \xrightarrow{t=x^2} 5t^2 + 3t - 2 = 0$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{10} = \frac{-3 \pm 7}{10} = \begin{cases} t_1 = \dfrac{2}{5} \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$t = x^2 \to \begin{cases} \text{si } t_1 = \dfrac{2}{5} \to x = \pm\sqrt{\dfrac{2}{5}} \\ \text{si } t_2 = -1 \to x = \pm\sqrt{-1} \to \text{No existe solución.} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = \sqrt{\dfrac{2}{5}}$ y $x_2 = -\sqrt{\dfrac{2}{5}}$

i) $5x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \xrightarrow{t=x^2} 5t^2 - 2t - 3 = 0$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{4+60}}{10} = \frac{2 \pm 8}{10} = \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -\dfrac{3}{5} \end{cases}$$

$$t = x^2 \to \begin{cases} \text{si } t_1 = 1 \to x = \pm 1 \\ \text{si } t_2 = -\dfrac{3}{5} \to x = \pm\sqrt{-\dfrac{3}{5}} \to \text{No existe solución.} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = 1$ y $x_2 = -1$

j) $-2x^4+3x^2+9=0 \xrightarrow{t=x^2} -2t^2+3t+9=0$

$$t=\frac{-3\pm\sqrt{9+72}}{-4}=\frac{-3\pm 9}{-4}=\begin{cases} t_1=-\dfrac{3}{2} \\ t_2=3 \end{cases}$$

$$t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=-\dfrac{3}{2} \rightarrow x=\pm\sqrt{-\dfrac{3}{2}} \rightarrow \text{No existe solución.} \\ \text{si } t_2=3 \rightarrow x=\pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1=\sqrt{3}$ y $x_2=-\sqrt{3}$

51. Página 85

a) $x^6-7x^3-8=0 \xrightarrow{t=x^3} t^2-7t-8=0 \rightarrow t=\frac{7\pm\sqrt{49+32}}{2}=\frac{7\pm 9}{2}=\begin{cases} t_1=8 \\ t_2=-1 \end{cases}$

$$t=x^3 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=8 \rightarrow x=\sqrt[3]{8}=2 \\ \text{si } t_2=-1 \rightarrow x=\sqrt[3]{-1}=-1 \end{cases}$$

b) $x^6-28x^3+27=0 \xrightarrow{t=x^3} t^2-28t+27=0 \rightarrow t=\frac{28\pm\sqrt{784-108}}{2}=\frac{28\pm 26}{2}=\begin{cases} t_1=27 \\ t_2=1 \end{cases}$

$$t=x^3 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=27 \rightarrow x=\sqrt[3]{27}=3 \\ \text{si } t_2=1 \rightarrow x=\sqrt[3]{1}=1 \end{cases}$$

c) $x^8-17x^4+16=0 \xrightarrow{t=x^4} t^2-17t+16=0 \rightarrow t=\frac{17\pm\sqrt{289-64}}{2}=\frac{17\pm 15}{2}=\begin{cases} t_1=16 \\ t_2=1 \end{cases}$

$$t=x^4 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=16 \rightarrow x=\sqrt[4]{16}=\pm 2 \\ \text{si } t_2=1 \rightarrow x=\sqrt[4]{1}=\pm 1 \end{cases}$$

d) $x^8-79x^4-162=0 \xrightarrow{t=x^4} t^2-79t-162=0 \rightarrow t=\frac{79\pm\sqrt{6\,241+648}}{2}=\frac{79\pm 83}{2}=\begin{cases} t_1=81 \\ t_2=-2 \end{cases}$

$$t=x^4 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=81 \rightarrow x=\sqrt[4]{81}=\pm 3 \\ \text{si } t_2=-2 \rightarrow x=\sqrt[4]{-2} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$$

52. Página 85

a) $-x^3-3x^2+6x+8=0 \rightarrow (x+1)(x-2)(-x-4)=0 \rightarrow x_1=-1, x_2=2$ y $x_3=-4$

	−1	−3	6	8
−1		1	2	−8
	−1	−2	8	0
2		−2	−8	
	−1	−4	0	

b) $-8x^3+2x^2+7x-3=0 \rightarrow (x+1)\left(x-\frac{1}{2}\right)(-8x+6)=0 \rightarrow x_1=-1, x_2=\frac{1}{2}$ y $x_3=\frac{3}{4}$

	−8	2	7	−3
−1		8	−10	3
	−8	10	−3	0
1/2		−4	3	
	−8	6	0	

c) $3x^3+10x^2-x-12=0 \rightarrow (x+3)(x-1)(3x+4)=0 \rightarrow x_1=-3,\ x_2=1$ y $x_3=-\dfrac{4}{3}$

	3	10	−1	−12
1		3	13	12
	3	13	12	0
−3		−9	−12	
	3	4	0	

d) $10x^3-9x^2-3x+2=0 \rightarrow (x-1)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)(10x-4)=0 \rightarrow x_1=1,\ x_2=-\dfrac{1}{2}$ y $x_3=\dfrac{2}{5}$

	10	−9	−3	2
1		10	1	−2
	10	1	−2	0
−1/2		−5	2	
	10	−4	0	

e) $3x^3+8x^2-13x-30=0 \rightarrow (x-2)(x+3)(3x+5)=0 \rightarrow x_1=2,\ x_2=-3$ y $x_3=-\dfrac{5}{3}$

	3	8	−13	−30
2		6	28	30
	3	14	15	0
−3		−9	−15	
	3	5	0	

f) $-4x^3+3x^2+15x-14=0 \rightarrow (x-1)(x+2)(-4x+7)=0 \rightarrow x_1=1,\ x_2=-2$ y $x_3=\dfrac{7}{4}$

	−4	3	15	−14
1		−4	−1	14
	−4	−1	14	0
−2		8	−14	
	−4	7	0	

53. Página 85

a) $2x(x-1)^2+3=x(4-x) \rightarrow 2x^3-4x^2+2x+3=4x-x^2 \rightarrow 2x^3-3x^2-2x+3=0 \rightarrow$

$(x+1)(x-1)(2x-3)=0 \rightarrow x_1=-1,\ x_2=1$ y $x_3=\dfrac{3}{2}$

	2	−3	−2	3
−1		−2	5	−3
	2	−5	3	0
1		2	−3	
	2	−3	0	

b) $(x-2)(x+5)x+12=x(5x+1) \rightarrow x^3+3x^2-10x+12=5x^2+x \rightarrow x^3-2x^2-11x+12=0 \rightarrow$

$(x-1)(x+3)(x-4)=0 \rightarrow x_1=1, x_2=-3$ y $x_3=4$

	1	−2	−11	12
1		1	−1	−12
	1	−1	−12	0
−3		−3	12	
	1	−4	0	

54. Página 85

$x(x-2)^2 = 8(x-2) \to x^3 - 4x^2 + 4x - 8x + 16 = 0 \to x^3 - 4x^2 - 4x + 16 = 0 \to$ Sí, son equivalentes.

56. Página 86

a) $\sqrt{3-2x} = \sqrt{5-x} \to (\sqrt{3-2x})^2 = (\sqrt{5-x})^2 \to 3 - 2x = 5 - x \to x = -2$

$\sqrt{3-2x} = \sqrt{5-x} \xrightarrow{x=-2} \sqrt{3+4} = \sqrt{5+2} \to \sqrt{7} = \sqrt{7} \to$ Es solución.

b) $\sqrt{2-x^2} = \sqrt{2(x+1)} \to (\sqrt{2-x^2})^2 = (\sqrt{2x+2})^2 \to 2 - x^2 = 2x + 2 \to x^2 + 2x = 0 \to$

$x(x+2) = 0 \to \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

$\sqrt{2-x^2} = \sqrt{2(x+1)} \xrightarrow{x=0} \sqrt{2} = \sqrt{2} \to$ Es solución.

$\sqrt{2-x^2} = \sqrt{2(x+1)} \xrightarrow{x=-2} \sqrt{-2} = \sqrt{-2} \to$ El radicando es negativo: no es solución.

c) $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{1-x} \to (\sqrt{x^2-1})^2 = (\sqrt{1-x})^2 \to x^2 - 1 = 1 - x \to x^2 + x - 2 = 0 \to x_1 = 1$ y $x_2 = -2$

$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{1-x} \xrightarrow{x=1} 0 = 0 \to$ Es solución.

$\sqrt{x^2-1} = \sqrt{1-x} \xrightarrow{x=-2} \sqrt{4-1} = \sqrt{3} \to \sqrt{3} = \sqrt{3} \to$ Es solución.

d) $\sqrt{x^2+2x} = \sqrt{-15-4x} \to (\sqrt{x^2+2x})^2 = (\sqrt{-15-4x})^2 \to x^2 + 2x = -15 - 4x \to$

$x^2 + 6x + 15 = 0 \to \dfrac{-6 \pm \sqrt{36-60}}{2} = \dfrac{-6 \pm \sqrt{-24}}{2} \to$ No tiene soluciones reales.

e) $\sqrt{x^2+1} = \sqrt{3x-1} \to (\sqrt{x^2+1})^2 = (\sqrt{3x-1})^2 \to x^2 + 1 = 3x - 1 \to x^2 - 3x + 2 = 0 \to$

$\dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \dfrac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

$\sqrt{x^2+1} = \sqrt{3x-1} \xrightarrow{x=2} \sqrt{5} = \sqrt{5} \to$ Es solución.

$\sqrt{x^2+1} = \sqrt{3x-1} \xrightarrow{x=1} \sqrt{2} = \sqrt{2} \to$ Es solución.

57. Página 86

a) $x - \sqrt{3x+4} = 12 \to (x-12)^2 = (\sqrt{3x+4})^2 \to x^2 - 24x + 144 = 3x + 4 \to x^2 - 27x + 140 = 0$

$\to \dfrac{27 \pm \sqrt{729-560}}{2} = \dfrac{27 \pm 13}{2} = \begin{cases} x_1 = 20 \\ x_2 = 7 \end{cases}$

$x - \sqrt{3x+4} = 12 \xrightarrow{x=20} 20 - \sqrt{60+4} = 12 \to 12 = 12 \to$ Es solución.

$x - \sqrt{3x+4} = 12 \xrightarrow{x=7} 7 - \sqrt{21+4} = 12 \to 7 - 5 \neq 12 \to$ No es solución.

b) $9\sqrt{x-2} = 2x \to (9\sqrt{x-2})^2 = (2x)^2 \to 81x - 162 = 4x^2 \to 4x^2 - 81x + 162 = 0$

$\to \dfrac{81 \pm \sqrt{6\,561 - 2\,592}}{8} = \dfrac{81 \pm 63}{8} = \begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = \dfrac{9}{4} \end{cases}$

$9\sqrt{x-2} = 2x \xrightarrow{x=18} 9\sqrt{16} = 36 \to 36 = 36 \to$ Es solución.

$9\sqrt{x-2} = 2x \xrightarrow{x=\frac{9}{4}} 9\sqrt{\dfrac{9-8}{4}} = \dfrac{9}{2} \to \dfrac{9}{2} = \dfrac{9}{2} \to$ Es solución.

c) $\sqrt{5x+1}=x-1 \rightarrow (\sqrt{5x+1})^2=(x-1)^2 \rightarrow 5x+1=x^2-2x+1 \rightarrow x^2-7x=0 \rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ x_2=7 \end{cases}$

$\sqrt{5x+1}=x-1 \xrightarrow{x=0} \sqrt{1}=-1 \rightarrow 1 \neq -1$ → No es solución.

$\sqrt{5x+1}=x-1 \xrightarrow{x=7} \sqrt{36}=6 \rightarrow 6=6$ → Es solución.

d) $\sqrt{4-3x}+x=0 \rightarrow (\sqrt{4-3x})^2=(-x)^2 \rightarrow 4-3x=x^2 \rightarrow x^2+3x-4=0 \rightarrow$

$\frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2}=\frac{-3 \pm 5}{2}=\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-4 \end{cases}$

$\sqrt{4-3x}+x=0 \xrightarrow{x=1} \sqrt{1}+1=0 \rightarrow 2 \neq 0$ → No es solución.

$\sqrt{4-3x}+x=0 \xrightarrow{x=-4} \sqrt{16}-4=0 \rightarrow 0=0$ → Es solución.

e) $-\sqrt{x+7}=x+1 \rightarrow (-\sqrt{x+7})^2=(x+1)^2 \rightarrow x+7=x^2+2x+1 \rightarrow x^2+x-6=0 \rightarrow x_1=2$ y $x_2=-3$

$-\sqrt{x+7}=x+1 \xrightarrow{x=2} -\sqrt{9}=3 \rightarrow -3 \neq 3$ → No es solución.

$-\sqrt{x+7}=x+1 \xrightarrow{x=-3} -\sqrt{4}=-2 \rightarrow -2=-2$ → Es solución.

f) $6\sqrt{x+7}-x=0 \rightarrow (6\sqrt{x+7})^2=x^2 \rightarrow 36x+252=x^2 \rightarrow x^2-36x-252=0 \rightarrow$

$\frac{36 \pm \sqrt{1296+1008}}{2}=\frac{36 \pm 48}{2}=\begin{cases} x_1=42 \\ x_2=-6 \end{cases}$

$6\sqrt{x+7}-x=0 \xrightarrow{x=42} 42-42=0 \rightarrow 0=0$ → Es solución.

$6\sqrt{x+7}-x=0 \xrightarrow{x=-6} 6+6=0 \rightarrow 12 \neq 0$ → No es solución.

g) $\sqrt{x+5}=1+\sqrt{x-14} \rightarrow (\sqrt{x+5})^2=(1+\sqrt{x-14})^2 \rightarrow x+5=1+2\sqrt{x-14}+x-14 \rightarrow$

$9^2=(\sqrt{x-14})^2 \rightarrow 81=x-14 \rightarrow x=95$

$\sqrt{x+5}=1+\sqrt{x-14} \xrightarrow{x=95} \sqrt{100}=1+\sqrt{81} \rightarrow 10=10$ → Es solución.

h) $\sqrt{x+9}=\sqrt{x}+1 \rightarrow (\sqrt{x+9})^2=(\sqrt{x}+1)^2 \rightarrow x+9=x+2\sqrt{x}+1 \rightarrow 4^2=(\sqrt{x})^2 \rightarrow x=16$

$\sqrt{x+9}=\sqrt{x}+1 \xrightarrow{x=16} \sqrt{25}=\sqrt{16}+1 \rightarrow 5=5$ → Es solución.

58. Página 86

a) $\frac{5}{x+2}-\frac{x}{2}+\frac{2x-1}{x+1}=0 \xrightarrow{x=-3} \frac{5}{-1}+\frac{3}{2}+\frac{-7}{-2}=\frac{-10+3+7}{2}=\frac{0}{2}=0 \rightarrow$ Es solución.

b) $\frac{x}{x+1}+\frac{3x}{x-1}=\frac{x}{4} \xrightarrow{x=-3} \frac{-3}{-2}+\frac{-9}{-4}=\frac{-3}{4} \rightarrow \frac{6+9}{4} \neq -\frac{3}{4} \rightarrow$ No es solución.

c) $\frac{x}{x+4}+\frac{2}{x+2}=x-2 \xrightarrow{x=-3} \frac{-3}{1}+\frac{2}{-1}=-5 \rightarrow -5=-5 \rightarrow$ Es solución.

59. Página 86

a) $\sqrt{2x+11}-6=\frac{x}{11} \rightarrow 11\sqrt{2x+11}-66=x \rightarrow (11\sqrt{2x+11})^2=(x+66)^2 \rightarrow$

$242x+1331=x^2+132x+4\,356 \rightarrow x^2-110x+3\,025=0 \rightarrow \boldsymbol{x=55}$

$\sqrt{2x+11}-6=\frac{x}{11} \xrightarrow{x=55} \sqrt{110+11}-6=5 \rightarrow 5=5$ → Es solución.

b) $\dfrac{\sqrt{x+6}}{2}+\dfrac{x}{6}=8 \rightarrow \left(\dfrac{\sqrt{x+6}}{2}\right)^2=\left(8-\dfrac{x}{6}\right)^2 \rightarrow \dfrac{x+6}{4}=64-\dfrac{16}{6}x+\dfrac{x^2}{36} \rightarrow$

$9x+54=2\,304-96x+x^2 \rightarrow x^2-105x+2\,250=0 \rightarrow$

$x=\dfrac{105\pm\sqrt{11025-9\,000}}{2}=\dfrac{105\pm 45}{2}=\begin{cases} x_1=75 \\ x_2=30 \end{cases}$

$\dfrac{\sqrt{x+6}}{2}+\dfrac{x}{6}=8 \xrightarrow{x=75} \dfrac{9}{2}+\dfrac{75}{6}=8 \rightarrow \dfrac{27+75}{6}=8 \rightarrow 17\neq 8$ → No es solución.

$\dfrac{\sqrt{x+6}}{2}+\dfrac{x}{6}=8 \xrightarrow{x=30} 3+5=8 \rightarrow 8=8$ → Es solución.

c) $\sqrt{x-\dfrac{x}{4}}=3 \rightarrow \left(\sqrt{x-\dfrac{x}{4}}\right)^2=9 \rightarrow x-\dfrac{x}{4}=9 \rightarrow 4x-x=36 \rightarrow 3x=36 \rightarrow x=12$

$\sqrt{x-\dfrac{x}{4}}=3 \xrightarrow{x=12} \sqrt{12-3}=3 \rightarrow 3=3$ → Es solución

d) $\sqrt{2x^2-(3x+1)}=x+3 \rightarrow (\sqrt{2x^2-(3x+1)})^2=(x+3)^2 \rightarrow 2x^2-3x-1=x^2+6x+9 \rightarrow$

$x^2-9x-10=0 \rightarrow x=\dfrac{9\pm\sqrt{81+40}}{2}=\dfrac{9\pm 11}{2}=\begin{cases} x_1=10 \\ x_2=-1 \end{cases}$

$\sqrt{2x^2-(3x+1)}=x+3 \xrightarrow{x=10} \sqrt{200-31}=13 \rightarrow 13=13$ → Es solución.

$\sqrt{2x^2-(3x+1)}=x+3 \xrightarrow{x=-1} \sqrt{2+2}=2 \rightarrow 2=2$ → Es solución.

e) $2-\sqrt{3x^2-2}=x \rightarrow (2-x)^2=(\sqrt{3x^2-2})^2 \rightarrow 4-4x+x^2=3x^2-2 \rightarrow$

$2x^2+4x-6=0 \rightarrow x^2+2x-3=0 \rightarrow x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\dfrac{-2\pm 4}{2}=\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-3 \end{cases}$

$2-\sqrt{3x^2-2}=x \xrightarrow{x=1} 2-\sqrt{1}=1 \rightarrow 1=1$ → Es solución.

$2-\sqrt{3x^2-2}=x \xrightarrow{x=-3} 2-\sqrt{25}=-3 \rightarrow -3=-3$ → Es solución.

f) $\sqrt{(x+2)(7x-1)}=x+7 \rightarrow (\sqrt{7x^2+13x-2})^2=(x+7)^2 \rightarrow 7x^2+13x-2=x^2+14x+49 \rightarrow$

$6x^2-x-51=0 \rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+1224}}{12}=\dfrac{1\pm 35}{12}=\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=\dfrac{-34}{12}=-\dfrac{17}{6} \end{cases}$

$\sqrt{(x+2)(7x-1)}=x+7 \xrightarrow{x=3} \sqrt{5\cdot 20}=10 \rightarrow 10=10$ → Es solución.

$\sqrt{(x+2)(7x-1)}=x+7 \xrightarrow{x=-\frac{17}{6}} \sqrt{\left(\dfrac{-17+12}{6}\right)\cdot\left(\dfrac{-119-6}{6}\right)}=\dfrac{-17+42}{6} \rightarrow$

$\sqrt{\left(-\dfrac{5}{6}\right)\cdot\left(\dfrac{-125}{6}\right)}=\dfrac{25}{6} \rightarrow \sqrt{\dfrac{625}{36}}=\dfrac{25}{6} \rightarrow \dfrac{25}{6}=\dfrac{25}{6}$ → Es solución.

g) $\sqrt{3x-5}+2=\sqrt{5x+1} \rightarrow (\sqrt{3x-5}+2)^2=(\sqrt{5x+1})^2 \rightarrow 3x-5+4\sqrt{3x-5}+4=5x+1 \rightarrow$

$4\sqrt{3x-5}=2x+2 \rightarrow (2\sqrt{3x-5})^2=(x+1)^2 \rightarrow 12x-20=x^2+2x+1 \rightarrow x^2-10x+21=0 \rightarrow$

$x=\dfrac{10\pm\sqrt{100-84}}{2}=\dfrac{10\pm 4}{2}=\begin{cases} x_1=7 \\ x_2=3 \end{cases}$

$\sqrt{3x-5}+2=\sqrt{5x+1} \xrightarrow{x=7} 4+2=6 \rightarrow 6=6$ → Es solución.

$\sqrt{3x-5}+2=\sqrt{5x+1} \xrightarrow{x=3} \sqrt{4}+2=\sqrt{16} \rightarrow 4=4$ → Es solución.

60. Página 86

a) $\frac{3}{4}-\frac{x}{x-1}+\frac{x}{x+1}=0 \to 3x^2-3-4x(x+1)+4x(x-1)=0 \to 3x^2-3-4x^2-4x+4x^2-4x=0 \to$

$3x^2-8x-3=0 \to x=\frac{8\pm\sqrt{64+36}}{6}=\frac{8\pm 10}{6}=\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-\frac{1}{3} \end{cases}$

$\frac{3}{4}-\frac{x}{x-1}+\frac{x}{x+1}=0 \xrightarrow{x=3} \frac{3}{4}-\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=0 \to \frac{3-6+3}{4}=0 \to 0=0$ → Es solución.

$\frac{3}{4}-\frac{x}{x-1}+\frac{x}{x+1}=0 \xrightarrow{x=-1/3} \frac{3}{4}+\frac{1}{3\left(\frac{-1}{3}-1\right)}-\frac{1}{3\left(\frac{-1}{3}+1\right)}=0 \to \frac{3}{4}+\frac{1}{-4}-\frac{1}{2}=0 \to$

$\frac{3-1-2}{4}=0 \to 0=0 \to$ Es solución.

b) $\frac{2}{x}+\frac{x+4}{x^2}-1=0 \to 2x+x+4-x^2=0 \to x^2-3x-4=0 \to x=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2}=\begin{cases} x_1=4 \\ x_2=-1 \end{cases}$

$\frac{2}{x}+\frac{x+4}{x^2}-1=0 \xrightarrow{x=4} \frac{2}{4}+\frac{8}{16}-1=0 \to \frac{1+1-2}{2}=0 \to 0=0$ → Es solución.

$\frac{2}{x}+\frac{x+4}{x^2}-1=0 \xrightarrow{x=-1} -2+3-1=0 \to 0=0$ → Es solución.

61. Página 86

a) $\frac{1}{2}-\frac{x+3}{x}+\frac{8}{x^2}=0 \to x^2-2x^2-6x+16=0 \to x^2+6x-16=0 \to$

$x=\frac{-6\pm\sqrt{36+64}}{2}=\frac{-6\pm 10}{2}=\begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-8 \end{cases}$

$\frac{1}{2}-\frac{x+3}{x}+\frac{8}{x^2}=0 \xrightarrow{x=-8} \frac{1}{2}-\frac{5}{8}+\frac{8}{64}=0 \to \frac{4-5+1}{8}=0 \to 0=0 \to$ Es solución.

b) $\frac{5}{1-2x}-\frac{1}{x-3}+\frac{x}{2x-1}=0 \to \frac{5(x-3)-1+2x-x(x-3)}{(1-2x)(x-3)}=0 \to 5x-15-1+2x-x^2+3x=0 \to$

$x=\frac{10\pm\sqrt{100-64}}{2}=\frac{10\pm 6}{2}=\begin{cases} x_1=8 \\ x_2=2 \end{cases}$

$\frac{5}{1-2x}-\frac{1}{x-3}+\frac{x}{2x-1}=0 \xrightarrow{x=8} \frac{5}{-15}-\frac{1}{5}+\frac{8}{15}=0 \to \frac{-5-3+8}{15}=0 \to 0=0 \to$ Es solución.

63. Página 87

a) $\frac{x}{x^2-4}-\frac{5}{x+2}=0 \to \frac{x-5x+10}{x^2-4}=0 \to -4x+10=0 \to x=\frac{5}{2}$

$\frac{x}{x^2-4}-\frac{5}{x+2}=0 \xrightarrow{x=5/2} \frac{5}{2\left(\frac{25-16}{4}\right)}-\frac{5}{\frac{5+4}{2}}=0 \to \frac{10}{9}-\frac{10}{9}=0 \to 0=0 \to$ Es solución.

b) $\frac{5-x}{x^2-x}+\frac{2}{x-1}=0 \to \frac{5-x+2x}{x^2-x}=0 \to 5+x=0 \to x=-5$

$\frac{5-x}{x^2-x}+\frac{2}{x-1}=0 \xrightarrow{x=-5} \frac{10}{25+5}-\frac{2}{6} \to \frac{10-10}{30}=0 \to 0=0 \to$ Es solución.

c) $\frac{4}{x+1}-\frac{3x}{x^2-1}=0 \rightarrow \frac{4x-4-3x}{x^2-1}=0 \rightarrow x-4=0 \rightarrow x=4$

$\frac{4}{x+1}-\frac{3x}{x^2-1}=0 \xrightarrow{x=4} \frac{4}{5}-\frac{12}{15} \rightarrow \frac{12-12}{15}=0 \rightarrow 0=0 \rightarrow$ Es solución.

d) $\frac{x+2}{x}+\frac{x}{x-2}=0 \rightarrow \frac{x^2-4+x^2}{x(x-2)}=0 \rightarrow 2x^2-4=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{2}$

$\frac{x+2}{x}+\frac{x}{x-2}=0 \xrightarrow{x=\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}=0 \rightarrow \frac{2-4+2}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)}=0 \rightarrow 0=0 \rightarrow$ Es solución.

$\frac{x+2}{x}+\frac{x}{x-2}=0 \xrightarrow{x=-\sqrt{2}} \frac{-\sqrt{2}+2}{-\sqrt{2}}+\frac{-\sqrt{2}}{-\sqrt{2}-2}=0 \rightarrow \frac{2-4+2}{-\sqrt{2}(-\sqrt{2}-2)}=0 \rightarrow 0=0 \rightarrow$ Es solución.

64. Página 87

a) $\frac{x}{x+1}-\frac{2}{x+3}=\frac{5}{4x} \rightarrow \frac{4x^2(x+3)-8x(x+1)}{4x(x+1)(x+3)}=\frac{5(x+1)(x+3)}{4x(x+1)(x+3)} \rightarrow$

$4x^3+12x^2-8x^2-8x=5x^2+20x+15 \rightarrow (x-3)(4x^2+11x+5)=0$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 4 & -1 & -28 & -15 \\ 3 & & 12 & 33 & 15 \\ \hline & 4 & 11 & 5 & 0 \end{array}$$

$$x=\frac{-11\pm\sqrt{121-80}}{8}=\frac{-11\pm\sqrt{41}}{8}=\begin{cases} x_1=\frac{-11+\sqrt{41}}{8} \\ x_2=\frac{-11-\sqrt{41}}{8} \end{cases}$$

Las posibles soluciones son $x_1=3, x_2=\frac{-11+\sqrt{41}}{8}$ y $x_3=\frac{-11-\sqrt{41}}{8}$.

Se puede comprobar que las tres son soluciones.

b) $\frac{2}{x+2}-\frac{x-1}{3}=\frac{x-6}{x-1} \rightarrow \frac{6x-6-(x-1)^2(x+2)}{3(x+2)(x-1)}=\frac{(x-6)(x+2)3}{3(x+2)(x-1)} \rightarrow$

$6x-6-x^3+3x-2=3x^2-12x-36 \rightarrow x^3+3x^2-21x-28=0 \rightarrow$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -21 & -28 \\ 4 & & 4 & 28 & 28 \\ \hline & 1 & 7 & 7 & 0 \end{array}$$

$$(x-4)(x^2+7x+7)=0 \rightarrow x=\frac{-7\pm\sqrt{49-28}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{21}}{2}=\begin{cases} x_1=\frac{-7+\sqrt{21}}{2} \\ x_2=\frac{-7-\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

Las posibles soluciones son: $x_1=4, x_2=\frac{-7+\sqrt{21}}{2}$ y $x_3=\frac{-7-\sqrt{21}}{2} \rightarrow$ Se comprueba que las tres son soluciones.

c) $\frac{x+1}{x}-\frac{x-2}{x^2}=3x \rightarrow \frac{x^2+x-x+2}{x^2}=\frac{3x^3}{x^2} \rightarrow 3x^3-x^2-2=0 \rightarrow$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -1 & 0 & -2 \\ 1 & & 3 & 2 & 2 \\ \hline & 3 & 2 & 2 & 0 \end{array}$$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-24}}{6} \rightarrow$ No tiene solución.

$(x-1)(3x^2+2x+2)=0 \rightarrow$ Se comprueba que $x=1$ es solución.

d) $\frac{3+x}{2}-\frac{1}{x}=\frac{2}{x^2}\rightarrow\frac{3x^2+x^3-2x}{2x^2}=\frac{4}{2x^2}\rightarrow x^3+3x^2-2x-4=0\rightarrow$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -2 & -4 \\ -1 & & -1 & -2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & -4 & 0 \end{array}$$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+16}}{2}=\begin{cases}x_1=-1+\sqrt{5}\\ x_2=-1-\sqrt{5}\end{cases}$

$(x+1)(x^2+2x-4)=0\rightarrow$ Las posibles soluciones son $x_1=-1, x_2=-1+\sqrt{5}$ y $x_3=-1-\sqrt{5}$.

Se puede comprobar que las tres son soluciones.

e) $x-\frac{x}{x+1}-\frac{x^2}{x-1}+\frac{4}{3}=0\rightarrow\frac{3x^3-3x-3x^2+3x-3x^3-3x^2+4x^2-4}{(x+1)(x-1)3}=0\rightarrow-2x^2-4=0\rightarrow$

$x=\sqrt{-2}\rightarrow$ No existe solución real.

65. Página 87

a) 1 es menor que 5.	3) $1<5$
b) 2 es mayor que −4.	1) $2>-4$
c) −13 es menor que −2.	5) $-13<-2$
d) −4 es mayor que −7.	4) $-4>-7$
e) 5 es mayor que 3.	2) $5>3$

66. Página 87

a) $2x>3$	e) $2>-3x$
b) $-2x<3$	f) $-2>-3x$
c) $-2x<-3$	g) $4x>1$
d) $-2x<3x$	h) $3x>-x+3$

67. Página 87

a) $3(x+5)<20\rightarrow3x+15<20\rightarrow3x<5\rightarrow x<\frac{5}{3}$ $\rightarrow$ La solución es el intervalo $\left(-\infty,\frac{5}{3}\right)$.

b) $-4(2x-1)\geq-36\rightarrow2x-1\leq9\rightarrow x\leq5$ $\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,5]$.

c) $x-(3x+8)>0\rightarrow x-3x-8>0\rightarrow-2x>8\rightarrow x<-4$ $\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,-4)$.

d) $6x-(-3)(x+2)\leq12\rightarrow2x+x+2\leq4\rightarrow3x\leq2\rightarrow x\leq\frac{2}{3}$ $\rightarrow$ La solución es el intervalo $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right]$.

e) $(x-4)2<-10\rightarrow x-4<-5\rightarrow x<-1$ $\rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,-1)$.

f) $9+(4-6x)(-1)\leq13\rightarrow9-4+6x\leq13\rightarrow6x\leq8\rightarrow x\leq\frac{4}{3}$ $\rightarrow$ La solución es el intervalo $\left(-\infty,\frac{4}{3}\right]$.

68. Página 87

a) $x=\frac{1}{2}$ verifica que $1+x\leq\frac{3}{2}\rightarrow$ Verdadera.

b) $x=0$ verifica que $2x+3<3\rightarrow$ Falsa.

c) $x=-3$ verifica que $\frac{4x+5}{2}\leq\frac{14}{4}\rightarrow$ Verdadera.

d) $x=-5$ verifica que $\frac{x+3}{2}\geq-4\rightarrow$ Verdadera.

69. Página 87

a) Números menores que 9 y mayores o iguales que 4: $4\leq x<9\rightarrow[4,9)$

b) Números menores o iguales que 10: $x\leq10\rightarrow(-\infty,10]$

c) Números mayores que –3 y menores que 3: $-3<x<3\rightarrow(-3,3)$

d) Números mayores o iguales que –6: $x\geq-6\rightarrow[-6,+\infty)$

e) Números menores que –5 y mayores que –10: $-10<x<-5\rightarrow(-10,-5)$

f) Números mayores que –8 y menores o iguales que 0: $-8<x\leq0\rightarrow(-8,0]$

g) Años de vida que tiene una persona mayor de edad: $x\geq18\rightarrow[18,+\infty)$

h) Número de la matrícula de un coche: $0\leq x\leq9999\rightarrow[0,9999]$

70. Página 87

a) $-5(x+1) > x+3 \rightarrow -5x-5 > x+3 \rightarrow -8 > 6x \rightarrow x < \frac{-4}{3}$

La solución es el intervalo $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$.

b) $4-(7x-1) \geq -x+8 \rightarrow 4-7x+1 \geq -x+8 \rightarrow -3 \geq 6x \rightarrow x \leq \frac{-1}{2}$

La solución es el intervalo $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$.

c) $6-(3x+2) \leq 4x-9 \rightarrow 6-3x-2 \leq 4x-9 \rightarrow 13 \leq 7x \rightarrow x \geq \frac{13}{7}$

La solución es el intervalo $\left[\frac{13}{7}, +\infty\right)$.

d) $x-(-4+x) \leq 12+5x \rightarrow x+4-x \leq 12+5x \rightarrow -8 \leq 5x \rightarrow x \geq \frac{-8}{5}$

La solución es el intervalo $\left[\frac{-8}{5}, +\infty\right)$.

e) $9x+(4-x) < 14x-5 \rightarrow 9 < 6x \rightarrow x > \frac{3}{2}$

La solución es el intervalo $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$.

f) $1+4(5-6x) < x+7 \rightarrow 1+20-24x < x+7 \rightarrow 14 < 25x \rightarrow x > \frac{14}{25}$

La solución es el intervalo $\left(\frac{14}{25}, +\infty\right)$.

71. Página 86

a) $1-(x+2)2 \leq 4(x-9) \rightarrow 1-2x-4 \leq 4x-36 \rightarrow 33 \leq 6x \rightarrow x \geq \frac{11}{2}$

La solución es el intervalo $\left[\frac{11}{2}, +\infty\right)$.

b) $6(x+5) > x+3(4-x) \rightarrow 6x+30 > x+12-3x \rightarrow 8x > -18 \rightarrow x > \frac{-9}{4}$

La solución es el intervalo $\left(-\frac{9}{4}, +\infty\right)$.

c) $-7(4+x) < 1+5(2-x) \rightarrow -28-7x < 1+10-5x \rightarrow -39 < 2x \rightarrow x > \frac{-39}{2}$

La solución es el intervalo $\left(-\frac{39}{2}, +\infty\right)$.

d) $5(4x-1) \geq (x+3)(-4) \rightarrow 20x-5 \geq -4x-12 \rightarrow 24x \geq -7 \rightarrow x \geq \frac{-7}{24}$

La solución es el intervalo $\left[\frac{-7}{24}, +\infty\right)$.

e) $2-3(9-x) \geq x-(-x+7) \rightarrow 2-27+3x \geq x+x-7 \rightarrow x \geq 18$

La solución es el intervalo $[18, +\infty)$.

f) $x+(7-x)3 < 4x-5(3+x) \rightarrow x+21-3x < 4x-15-5x \rightarrow x > 36$

La solución es el intervalo $(36, +\infty)$.

72. Página 86

a) $\dfrac{3x-2}{5} \leq x - \dfrac{1}{2} \rightarrow \dfrac{6x-4}{10} \leq \dfrac{10x-5}{10} \rightarrow 1 \leq 4x \rightarrow x \geq \dfrac{1}{4}$

La solución es el intervalo $\left[\dfrac{1}{4}, +\infty\right)$.

b) $\dfrac{x+5}{4} > 2x + \dfrac{x}{3} \rightarrow \dfrac{3x+15}{12} > \dfrac{24x+4x}{3} \rightarrow 15 > 25x \rightarrow x < \dfrac{3}{5}$

La solución es el intervalo $\left(-\infty, \dfrac{3}{5}\right)$.

c) $\dfrac{3+4x}{2} < \dfrac{x}{4} \rightarrow \dfrac{6+8x}{4} < \dfrac{x}{4} \rightarrow 7x < -6 \rightarrow x < \dfrac{-6}{7}$

La solución es el intervalo $\left(-\infty, \dfrac{-6}{7}\right)$.

d) $\dfrac{x-6}{7} \leq \dfrac{3x-1}{2} \rightarrow \dfrac{2x-12}{14} \leq \dfrac{21x-7}{14} \rightarrow -5 \leq 19x \rightarrow x \geq \dfrac{-5}{19}$

La solución es el intervalo $\left[-\dfrac{5}{19}, +\infty\right)$.

e) $\dfrac{3-x}{8} \geq \dfrac{x+5}{3} \rightarrow \dfrac{9-3x}{24} \geq \dfrac{8x+40}{24} \rightarrow -31 \geq 11x \rightarrow x \leq \dfrac{-31}{11}$

La solución es el intervalo $\left(-\infty, -\dfrac{31}{11}\right]$.

f) $\dfrac{4-x}{6} > \dfrac{5x}{8} \rightarrow \dfrac{16-4x}{24} > \dfrac{15x}{24} \rightarrow 16 > 19x \rightarrow x < \dfrac{16}{19}$

La solución es el intervalo $\left(-\infty, \dfrac{16}{19}\right)$.

74. Página 88

a) $2x(x-1) \leq 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty, 0], [0, 1]$ y $[1, +\infty)$

Para $(-\infty, 0]$: si $x = -1 \rightarrow -2(-2) > 0$

Para $[0, 1]$: si $x = \dfrac{1}{2} \rightarrow \left(\dfrac{1}{2} - 1\right) < 0$

Para $[1, +\infty)$: si $x = 4 \rightarrow 8(4-1) > 0$

La solución es $[0, 1]$.

b) $(x+3)(x+4) \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -4 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty, -4], [-4, -3]$ y $[-3, +\infty)$

Para $(-\infty, -4]$: si $x = -5 \rightarrow (-2)(-1) > 0$

Para $[-4, -3]$: si $x = -\dfrac{16}{5} \rightarrow \left(\dfrac{-16+15}{5}\right)\left(\dfrac{-16+20}{5}\right) < 0$

Para $[-3, +\infty)$: si $x = 0 \rightarrow 3 \cdot 4 > 0$

La solución es $(-\infty, -4] \cup [-3, +\infty)$.

c) $x(x+5)<0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -5 \end{cases}$ → Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-5),(-5,0)$ y $(0,+\infty)$

Para $(-\infty,-5)$: si $x=-6 \rightarrow -6\cdot(-1)>0$

Para $(-5,0)$: si $x=-1 \rightarrow -1\cdot 4<0$

Para $(0,+\infty)$: si $x=1 \rightarrow 1\cdot 6>0$

La solución es: $(-5,0)$.

d) $3x(2x+5)\leq 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -\dfrac{5}{2} \end{cases}$ → Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,-\dfrac{5}{2}\right],\left[-\dfrac{5}{2},0\right]$ y $[0,+\infty)$

Para $\left(-\infty,-\dfrac{5}{2}\right]$: si $x=-3 \rightarrow -9(-1)>0$

Para $\left[-\dfrac{5}{2},0\right]$: si $x=-1 \rightarrow -3\cdot 3<0$

Para $[0,+\infty)$: si $x=1 \rightarrow 3\cdot 7>0$

La solución es $\left[-\dfrac{5}{2},0\right]$.

75. Página 88

a) $2x^2-3x\leq 14 \rightarrow 2x^2-3x-14\leq 0 \rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+112}}{4}=\dfrac{3\pm 11}{4} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{7}{2} \\ x_2 = -2 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-2],\left[-2,\dfrac{7}{2}\right]$ y $\left[\dfrac{7}{2},\infty\right)$

Para $(-\infty,-2]$: si $x=-3 \rightarrow 18+9>14$

Para $\left[-2,\dfrac{7}{2}\right]$: si $x=0 \rightarrow 0<14$

Para $\left[\dfrac{7}{2},+\infty\right)$: si $x=4 \rightarrow 32-12>14$

La solución es $\left[-2,\dfrac{7}{2}\right]$.

b) $3x+1<4x^2 \rightarrow 4x^2-3x-1>0 \rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+16}}{8}=\dfrac{3\pm 5}{8}=\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\dfrac{1}{4} \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,-\dfrac{1}{4}\right),\left(-\dfrac{1}{4},1\right)$ y $(1,+\infty)$

Para $\left(-\infty,-\dfrac{1}{4}\right)$: si $x=-1 \rightarrow -3+1<4$

Para $\left(-\dfrac{1}{4},1\right)$: si $x=0 \rightarrow 1>0$

Para $(1,+\infty)$: si $x=2 \rightarrow 6+1<16$

La solución es $\left(-\infty,-\dfrac{1}{4}\right)\cup(1,+\infty)$.

c) $8x^2 \leq 7 - x \to 8x^2 + x - 7 \leq 0 \to x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+224}}{16} = \dfrac{-1 \pm 15}{16} \to \begin{cases} x_1 = -1,\ x_2 = \dfrac{7}{8} \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty, -1], \left[-1, \dfrac{7}{8}\right]$ y $\left[\dfrac{7}{8}, +\infty\right)$

Para $(-\infty, -1]$: si $x = -2 \to 32 > 7 + 2$

Para $\left[-1, \dfrac{7}{8}\right]$: si $x = 0 \to 0 < 7$

Para $\left[\dfrac{7}{8}, +\infty\right)$: si $x = 2 \to 32 > 7 - 2$

La solución es $\left[-1, \dfrac{7}{8}\right]$.

d) $2x^2 \geq 3x + 5 \to 2x^2 - 3x - 5 \geq 0 \to x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+40}}{4} = \dfrac{3 \pm 7}{4} \to \begin{cases} x_1 = \dfrac{5}{2},\ x_2 = -1 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty, -1], \left[-1, \dfrac{5}{2}\right]$ y $\left[\dfrac{5}{2}, +\infty\right)$

Para $(-\infty, -1]$: si $x = -2 \to 8 > -6 + 5$

Para $\left[-1, \dfrac{5}{2}\right]$: si $x = 0 \to 0 < 5$

Para $\left[\dfrac{5}{2}, +\infty\right)$: si $x = 3 \to 18 > 9 + 5$

La solución es $(-\infty, -1] \cup \left[\dfrac{5}{2}, +\infty\right)$.

e) $7 < 5x^2 + 2x \to 5x^2 + 2x - 7 > 0 \to x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+140}}{10} = \dfrac{-2 \pm 12}{10} = \begin{cases} x_1 = 1,\ x_2 = -\dfrac{7}{5} \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty, -\dfrac{7}{5}\right), \left(-\dfrac{7}{5}, 1\right)$ y $(1, +\infty)$

Para $\left(-\infty, -\dfrac{7}{5}\right)$: si $x = -2 \to 7 < 20 - 4$

Para $\left(-\dfrac{7}{5}, 1\right)$: si $x = 0 \to 7 > 0$

Para $(1, +\infty)$: si $x = 2 \to 7 < 20 + 4$

La solución es $\left(-\infty, -\dfrac{7}{5}\right) \cup (1, +\infty)$.

f) $3x^2 > 8 - 2x \to 3x^2 + 2x - 8 > 0 \to x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+96}}{6} = \dfrac{-2 \pm 10}{6} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{4}{3},\ x_2 = -2 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty, -2), \left(-2, \dfrac{4}{3}\right)$ y $\left(\dfrac{4}{3}, +\infty\right)$

Para $(-\infty, -2)$: si $x = -3 \to 27 > 8 + 6$

Para $\left(-2, \dfrac{4}{3}\right)$: si $x = 0 \to 0 < 8$

Para $\left(\dfrac{4}{3}, +\infty\right)$: si $x = 2 \to 12 > 8 - 4$

La solución es $(-\infty, -2) \cup \left(\dfrac{4}{3}, +\infty\right)$.

g) $x+1\leq 2x^2 \rightarrow 2x^2-x-1\geq 0 \rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\dfrac{1\pm 3}{4}\rightarrow \left\{x_1=1,\, x_2=-\dfrac{1}{2}\right.$

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right],\left[-\dfrac{1}{2},1\right]$ y $[1,+\infty)$

Para $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$: si $x=-2\rightarrow -1<8$

Para $\left[-\dfrac{1}{2},1\right]$: si $x=0\rightarrow 1>0$

Para $[1,+\infty)$: si $x=2\rightarrow 3<8$

La solución es $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]\cup[1,+\infty)$.

h) $4x^2+3x>10\rightarrow 4x^2+3x-10>0\rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+160}}{8}=\dfrac{-3\pm 13}{8}=\left\{x_1=\dfrac{5}{4},\, x_2=-2\right.$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-2),\left(-2,\dfrac{5}{4}\right)$ y $\left(\dfrac{5}{4},+\infty\right)$

Para $(-\infty,-2)$: si $x=-3\rightarrow 36-9>10$

Para $\left(-2,\dfrac{5}{4}\right)$: si $x=0\rightarrow 0<10$

Para $\left(\dfrac{5}{4},+\infty\right)$: si $x=2\rightarrow 16+6>10$

La solución es $(-\infty,-2)\cup\left(\dfrac{5}{4},+\infty\right)$.

76. Página 88

a) $x(2x-1)\leq 21\rightarrow 2x^2-x-21\leq 0\rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+168}}{4}=\dfrac{1\pm 13}{4}\rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{7}{2}\\ x_2=-3\end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-3],\left[-3,\dfrac{7}{2}\right]$ y $\left[\dfrac{7}{2},+\infty\right)$

Para $(-\infty,-3]$: si $x=-4\rightarrow -4\cdot(-9)>21$ Para $\left[-3,\dfrac{7}{2}\right]$: si $x=0\rightarrow 0<21$ Para $\left[\dfrac{7}{2},+\infty\right)$: si $x=4\rightarrow 4\cdot 7>21$

La solución es $\left[-3,\dfrac{7}{2}\right]$.

b) $2(x+8)\geq 3x^2\rightarrow 3x^2-2x-16\leq 0\rightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+192}}{6}=\dfrac{2\pm 14}{6}\rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{8}{3}\\ x_2=-2\end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-2],\left[-2,\dfrac{8}{3}\right]$ y $\left[\dfrac{8}{3},+\infty\right)$

Para $(-\infty,-2]$: si $x=-4\rightarrow 2\cdot 4<48$ Para $\left[-2,\dfrac{8}{3}\right]$: si $x=0\rightarrow 16>0$ Para $\left[\dfrac{8}{3},+\infty\right)$: si $x=3\rightarrow 2\cdot 11<27$

La solución es $\left[-2,\dfrac{8}{3}\right]$.

c) $3x(x-1)+x<1 \to 3x^2-2x-1<0 \to x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{6}=\frac{2\pm 4}{6}=\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-\frac{1}{3} \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right),\left(-\frac{1}{3},1\right)$ y $(1,+\infty)$

Para $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$: si $x=-1 \to -3\cdot(-2)-1>1$

Para $\left(-\frac{1}{3},1\right)$: si $x=0 \to 0<1$

Para $(1,+\infty)$: si $x=2 \to 6+2>1$

La solución es $\left(-\frac{1}{3},1\right)$.

d) $2x(x+1)+1 \le x(6-x) \to 2x^2+2x+1 \le 6x-x^2 \to 3x^2-4x+1 \le 0 \to$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{6}=\frac{4\pm 2}{6} \to \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\frac{1}{3} \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right],\left[\frac{1}{3},1\right]$ y $[1,+\infty)$

Para $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right]$: si $x=0 \to 1>0$

Para $\left[\frac{1}{3},1\right]$: si $x=\frac{1}{2} \to \frac{5}{2}<\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{2}$

Para $[1,+\infty)$: si $x=2 \to 4\cdot 3+1>2\cdot 4$

La solución es $\left[\frac{1}{3},1\right]$.

e) $x(x+1)+4<2(2x^2+1) \to x^2+x+4<4x^2+2 \to 3x^2-x-2>0 \to$

$x=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{6}=\frac{1\pm 5}{6}=\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=-\frac{2}{3} \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right),\left(-\frac{2}{3},1\right)$ y $(1,+\infty)$

Para $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)$: si $x=-1 \to 4<6$

Para $\left(-\frac{2}{3},1\right)$: si $x=0 \to 4>2$

Para $(1,+\infty)$: si $x=2 \to 6+4<18$

La solución es $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right) \cup (1,+\infty)$.

77. Página 88

$\frac{x}{2}+\frac{1}{3}(x+1)+\frac{1}{4}(x+2)=x+3 \to 6x+4x+4+3x+6=12x+36 \to 13x+10=12x+36 \to$

$x=26 \to x_1=26, x_2=27$ y $x_3=28$

78. Página 88

$$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{5}+\frac{x}{10}+10=2x \rightarrow 10x+5x+2x+x+100=20x \rightarrow 2x=100 \rightarrow x=50$$

79. Página 88

$$\left.\begin{array}{l} x_1-x_2=1 \\ x_1+x_2=7 \end{array}\right\} \rightarrow x_1=x_2+1 \rightarrow 2x_2=6 \rightarrow x_2=3 \text{ y } x_1=4 \rightarrow x=34 \text{ ó } x=43$$

80. Página 88

$$x+x+1+x+2=15 \rightarrow 3x=12 \rightarrow x=4 \rightarrow 456$$

81. Página 88

$$\left(\frac{x}{2}+3\right)+\frac{1}{3}\left(x-\frac{x}{2}-3\right)+26=x \rightarrow 3x+18+2x-x-6+156=6x \rightarrow 168=2x \rightarrow x=84$$

82. Página 88

$$\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{x}{2}+\frac{1}{5}\left(x-\frac{x}{2}-\frac{x}{6}\right)+12=x \rightarrow \frac{x}{2}+\frac{x}{6}+\frac{2x}{30}+12=x \rightarrow 15x+5x+2x+360=30x \rightarrow$$

$$22x+360=30x \rightarrow x=45 \text{ km}$$

Carlos recorre un trayecto de 45 km, de los cuales $\frac{1}{5}\left(45-\frac{45}{2}-\frac{45}{6}\right)=3$ km los hace en bici.

83. Página 88

$$x=\frac{30}{100}x+\frac{20}{100}\left(x-\frac{3}{10}x\right)+800 \rightarrow 50x=25x-3x+40\,000 \rightarrow x=\frac{40\,000}{28}=1428{,}571 \text{ €}$$

84. Página 88

$$\left.\begin{array}{l} 2x+4y=400 \\ x=3y \end{array}\right\} \rightarrow 6y+4y=400 \rightarrow y=40 \rightarrow x=120$$

Los billetes de los menores valen 40 € y los de los padres 120 €.

85. Página 88

Si *x* es el precio de la caja de bombones e *y* el precio de un pastel:

$$\left.\begin{array}{l} x=4y \\ 3x+2y=21 \end{array}\right\} \rightarrow 12y+2y=21 \rightarrow y=1{,}50 \text{ €}, x=6 \text{ €}$$

86. Página 88

a) $(x+1)^2 \geq 16 \rightarrow x^2+2x-15 \geq 0 \rightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+60}}{2}=\frac{-2\pm 8}{2}=\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=-5 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-5],[-5,3]$ y $[3,+\infty)$

Para $(-\infty,-5]$: si $x=-6 \rightarrow 25>16$ Para $[-5,3]$: si $x=0 \rightarrow 1<16$ Para $[3,+\infty)$: si $x=4 \rightarrow 25>16$

La solución es $(-\infty,-5] \cup [3,+\infty)$.

b) $(x-2)^2 > 9 \rightarrow x^2 - 4x - 5 \geq 0 \rightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \dfrac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-1),(-1,5)$ y $(5,+\infty)$

Para $(-\infty,-1)$: si $x=-6 \rightarrow (-8)^2 > 9$ Para $(-1,5)$: si $x=0 \rightarrow (-2)^2 < 9$ Para $(5,+\infty)$: si $x=6 \rightarrow 4^2 > 9$

La solución es $(-\infty,-1) \cup (5,+\infty)$.

87. Página 89

Sea *x* el lado del cuadrado en cm: $x^2 < 121 \rightarrow 0 < x < 11 \rightarrow x \in (0,11)$

88. Página 89

Sea *x* el precio del ramo tipo *A*. Sea *y* el precio del ramo tipo *B*.

$$\left.\begin{array}{l} 250x + 140y = 7700 \\ y = \dfrac{5}{6}x \end{array}\right\} \rightarrow 250x + 140 \cdot \dfrac{5}{6}x = 7700 \rightarrow 750x + 350x = 23\,100$$

x = 21 €, *y* = 17,50 €.

89. Página 89

Sea *x* el número de billetes de 20 € e *y* el número de billetes de 50 €.

$$\left.\begin{array}{l} 20x + 50y = 450 \\ x + y = 15 \end{array}\right\} \rightarrow 20(15-y) + 50y = 450 \rightarrow 300 + 30y = 450$$

$30y = 150 \rightarrow y = 5$ y $x = 10$

90. Página 89

a) El perímetro es 210 cm y *a* = *b* + 15:

$$\left.\begin{array}{l} 2a + 2b = 210 \\ a = b + 15 \end{array}\right\} \rightarrow 2b + 30 + 2b = 210 \rightarrow 4b = 180$$

b = 45 cm y *a* = 60 cm

b) El área es 1 875cm² y *a* = 3*b*:

$$\left.\begin{array}{l} a \cdot b = 1875 \\ a = 3b \end{array}\right\} \rightarrow 3b \cdot b = 1875 \rightarrow b^2 = 625 \rightarrow b = 25 \rightarrow a = 75$$

a = 75 cm y *b* = 25 cm

c) La diagonal mide 37 cm y *a* = 3*b* – 1:

$$\left.\begin{array}{l} a^2 + b^2 = 37^2 \\ a = 3b - 1 \end{array}\right\} \rightarrow (3b-1)^2 + b^2 = 1369 \rightarrow 10b^2 - 6b + 1 = 1369 \rightarrow$$

$$10b^2 - 6b - 1368 = 0 \rightarrow 5b^2 - 3b - 684 = 0 \rightarrow b = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 + 13\,680}}{10} = \dfrac{3 \pm 117}{10} = \begin{cases} b_1 = 12 \\ b_2 = -\dfrac{114}{10} \end{cases}$$

Descartamos la solución negativa por tratarse de una distancia: *b* = 12 cm y *a* = 35 cm.

91. Página 89

Sea *x* el lado del cuadrado, entonces $2x^2 = 128 \rightarrow x^2 = 64 \rightarrow x = 8$ cm.

92. Página 89

$$\left.\begin{array}{l} 2a + 2b = 70 \\ a = \frac{3}{4}b \end{array}\right\} \rightarrow \frac{3}{2}b + 2b = 70 \rightarrow 3b + 4b = 140 \rightarrow 7b = 140 \rightarrow b = 20 \text{ y } a = 15$$

El área del rectángulo es 20 · 15 = 300 cm^2.

93. Página 89

$$\left.\begin{array}{l} a = \frac{2}{3}b \\ \frac{a \cdot b}{2} = 54 \end{array}\right\} \rightarrow \frac{b^2}{3} = 54 \rightarrow b = \sqrt{162} = 9\sqrt{2} \rightarrow a = 6\sqrt{2} \rightarrow h = \sqrt{162 + 72} = 3\sqrt{26} \text{ cm}$$

94. Página 89

Sea *x* el lado del cuadrado, entonces $(x+2)^2 - x^2 = 32 \rightarrow 4x + 4 = 32 \rightarrow x = 7$ cm.

95. Página 89

Para resolverlo, tenemos en cuenta que Distancia = velocidad × tiempo:

a) $4 \cdot 4 \le d \le 4 \cdot 6 \rightarrow 16\text{km} \le d \le 24\text{km}$

b) $5{,}5 \cdot 4 \le d \le 5{,}5 \cdot 6 \rightarrow 22\text{km} \le d \le 33\text{km}$

c) $2 \cdot 7 \cdot 4 \le d \le 2 \cdot 7 \cdot 6 \rightarrow 56\text{km} \le d \le 84\text{km}$

96. Página 89

Sea *x* la edad de Carlos, *y* la de Javier, y *z* la de María.

$$\left.\begin{array}{l} 6 \le x \le 10 \\ y = x - 4 \\ z = y + 6 = x + 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 6 - 4 \le y \le 10 - 4 \\ 6 + 2 \le z \le 10 + 2 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2 \le y \le 6 \\ 8 \le z \le 12 \end{array}\right\}$$

97. Página 89

Sea *x* el lado del cuadrado, entonces $0 < x^2 \le 625 \rightarrow 0 \text{ m} < x \le 25 \text{ m}$.

98. Página 89

a) $2x + 5 < 10 \rightarrow x < \frac{5}{2}$

b) $\frac{x}{2} - 3 \le 8 \rightarrow \frac{x}{2} \le 11 \rightarrow x \le 22$

c) $3x + \frac{x}{2} > 7 \rightarrow 6x + x > 14 \rightarrow 7x > 14 \rightarrow x > 2$

d) $2(x+1) \ge 6 \rightarrow 2x + x \ge 6 \rightarrow 3x \ge 6 \rightarrow x \ge 2$

DEBES SABER HACER

1. Página 89

a) $3x-7(x+3)=(-5+x)2-5 \rightarrow 3x-7x-21=-10+2x-5 \rightarrow -6=6x \rightarrow x=-1$

b) $x^2-5x+6=-x^2+5x-6 \rightarrow 2x^2-10x+12=0 \rightarrow x^2-5x+6=0 \rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\begin{cases} x_1=3 \\ x_2=2 \end{cases}$

2. Página 89

a) $x^4+x^2-6=0 \xrightarrow{t=x^2} t^2+t-6=0$

$t=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\dfrac{-1\pm 5}{2}=\begin{cases} t_1=2 \\ t_2=-3 \end{cases}$

$t=x^2 \rightarrow \begin{cases} \text{si } t_1=2 \rightarrow x=\pm\sqrt{2} \\ \text{si } t_2=-3 \rightarrow x=\pm\sqrt{-3} \rightarrow \text{No existe solución.} \end{cases}$

Hay dos soluciones: $x_1=\sqrt{2}$ y $x_2=-\sqrt{2}$

b) $(x-3)(x+1)(x+\sqrt{2})=0 \rightarrow x_1=3, x_2=-1$ y $x_3=-\sqrt{2}$

3. Página 89

a) $\dfrac{2x+1}{2x-1}-\dfrac{5x+1}{x-2}=1 \rightarrow \dfrac{(2x+1)(x-2)}{(2x-1)(x-2)}-\dfrac{(5x+1)(2x-1)}{(2x-1)(x-2)}=\dfrac{(2x-1)(x-2)}{(2x-1)(x-2)} \rightarrow$

$2x^2-3x-2-10x^2+3x+1=2x^2-5x+2 \rightarrow 10x^2-5x+3=0 \rightarrow \dfrac{5\pm\sqrt{25-120}}{20}$

No existe solución real.

b) $\sqrt{8x-7}+1=2\sqrt{x+2} \rightarrow (\sqrt{8x-7}+1)^2=(2\sqrt{x+2})^2 \rightarrow 8x-7+2\sqrt{8x-7}+1=4x+8 \rightarrow$

$(2\sqrt{8x-7})^2=(14-4x)^2 \rightarrow 32x-28=196-112x+16x^2 \rightarrow 16x^2-144x+224=0 \rightarrow$

$x^2-9x+14=0 \rightarrow \dfrac{9\pm\sqrt{81-56}}{2}=\dfrac{9\pm 5}{2}=\begin{cases} x_1=7 \\ x_2=2 \end{cases}$

$\sqrt{8x-7}+1=2\sqrt{x+2} \xrightarrow{x=7} \sqrt{49}+1=2\sqrt{9} \rightarrow 8\neq 6$ $\rightarrow$ No es solución.

$\sqrt{8x-7}+1=2\sqrt{x+2} \xrightarrow{x=2} \sqrt{9}+1=2\sqrt{4} \rightarrow 4=4$ $\rightarrow$ Es solución.

4. Página 89

a) $3x-5\geq 2(x+2)+4x \rightarrow 3x-5\geq 2x+4+4x \rightarrow -9\geq 3x \rightarrow x\leq -3$

La solución es el intervalo $(-\infty,-3]$.

b) $-x^2+3x+10<0 \rightarrow \dfrac{-3\pm\sqrt{9+40}}{-2}=\dfrac{-3\pm 7}{-2}=\begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=5 \end{cases}$

Los intervalos que se forman son: $(-\infty,-2),(-2,5)$ y $(5,+\infty)$

Para $(-\infty,-2)$: si $x=-3 \rightarrow -9-9+10<0$

Para $(-2,5)$: si $x=0 \rightarrow 10>0$

Para $(5,+\infty)$: si $x=6 \rightarrow -36+18+10<0$

La solución es $(-\infty,-2)\cup(5,+\infty)$.

5. Página 89

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{a\cdot b}{2}=60\\ a=2b+2\end{array}\right\}\rightarrow \frac{(2b+2)b}{2}=60\rightarrow b^2+b-60=0\rightarrow b=\frac{-1\pm\sqrt{1+240}}{2}=\begin{cases}x_1=\dfrac{-1+\sqrt{241}}{2}=7{,}26\\ x_2=\dfrac{-1-\sqrt{241}}{2}\rightarrow \text{No}\end{cases}$$

$$a=1+\sqrt{241}=16{,}52\rightarrow h=\sqrt{52{,}71+272{,}91}=18{,}04\rightarrow P=7{,}26+16{,}52+18{,}04=41{,}82 \text{ cm.}$$

6. Página 89

Sea *x* la edad de María e *y* la de su hermana:

$$\left.\begin{array}{l}x=3y\\ 0\le x+y<20\end{array}\right\}\rightarrow 0\le 4y<20\rightarrow \left.\begin{array}{l}0\le y<5\\ 0\le x<15\end{array}\right\}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

99. Página 90

a) $\left.\begin{array}{l}x_A=\text{tierra por Modelo } A\\ x_B=\text{tierra por Modelo } B\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{l}x_B=0{,}18x_A+x_A\\ 5x_A+2x_B=60\end{array}\right\}\rightarrow 5x_A+2{,}36x_A=60\rightarrow \begin{cases}x_A=8{,}15\\ x_B=9{,}62\end{cases}$

En 1 día $\rightarrow \begin{cases}x_{A2}=1{,}16\\ x_{B2}=1{,}37\end{cases}$ hectáreas en un día.

b) $t=$ Tractores modelo A: $8{,}15\cdot(5+t)+9{,}62=60\rightarrow 40{,}75+8{,}15t+9{,}62=60\rightarrow$

$8{,}15t=9{,}63\rightarrow t=1{,}18$ tractores.

c) $x_C=$ Tierra por modelo C: $x_C=1{,}82x_{B2}=1{,}82\cdot 1{,}37=2{,}49$ hectáreas en un día.

Si se quiere cubrir las 60 hectáreas en una semana se necesitan $t_C=\dfrac{60}{2{,}49\cdot 7}=3{,}44$ tractores.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

100. Página 90

a) $\dfrac{3\cdot 2}{2}=3$ apretones.

b) Si hay 4 personas $\rightarrow \dfrac{4\cdot 3}{2}=6$ apretones y si hay 5 personas $\rightarrow \dfrac{5\cdot 4}{2}=10$ apretones.

c) $\dfrac{n(n-1)}{2}$ apretones.

101. Página 90

$ax+b=0\rightarrow x=-\dfrac{b}{a}$ $\qquad\qquad$ $cx+d=0\rightarrow x=-\dfrac{d}{c}$

$-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{d}{c}\rightarrow ad=bc$

102. Página 90

Se extrae factor común x^n y resulta $x^n\,(ax^n + b) = 0$.

Una solución es $x = 0$, y la otra se obtiene resolviendo $x = \sqrt[n]{-\frac{b}{a}}$.

103. Página 90

Las soluciones son de la forma $x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4a}}{2a}$.

a) Dos soluciones: $a^2 - 4a > 0 \rightarrow a \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$.

b) Una solución doble: $a^2 - 4a = 0 \rightarrow a = 0$ o bien $a = 4$.

c) Ninguna solución: $a^2 - 4a < 0 \rightarrow a \in (0, 4)$.

104. Página 90

$$x^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

La parábola es cóncava, ya que $a = 1 > 0$.

a) Si la parábola corta una sola vez al eje X y siempre está por encima de él ($\geq$ 0), tendrá una única solución.

Corta una sola vez: $b^2 - 4c = 0$.

b) Si la parábola no corta al eje X y siempre está por encima de él ($\geq$ 0), no existirá solución.

$b^2 - 4c < 0$.

c) Si la parábola corta una única vez al eje X y siempre está por debajo de él, la solución será $\mathbb{R}$.

La parábola no puede estar siempre por debajo del eje X ya que es cóncava.

105. Página 90

	$(-\infty, -3)$	$(-3, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, +\infty)$
	$x = -4$	$x = -2$	$x = 0$	$x = 3$
$(x + 3)$	$-$	$+$	$+$	$+$
$(x + 1)$	$-$	$-$	$+$	$+$
$(x - 2)$	$-$	$-$	$-$	$+$
$(x + 1)(x - 2)(x + 3)$	$-$	$+$	$-$	$+$

$(x + 1)(x - 2)(x + 3) \geq 0 \rightarrow x \in [-3, -1] \cup [2, +\infty)$.

PRUEBAS PISA

106. Página 91

a) $240 \cdot 0{,}20 + (350 - 240) \cdot 0{,}40 = 92$ zeds.

b) $60 + 0{,}05x = 74 \rightarrow 0{,}05x = 14 \rightarrow x = 280$ periódicos.

c) El Gráfico C.