b) $c_2(x)=\frac{10000}{10000}x^2+\frac{10000}{50}x+10000=11236$

Así,

$x^2+200x+10000=11236$

$x^2+200x-1236=0$

$x=\frac{-200\pm\sqrt{40000+4944}}{2}$

$x=\frac{-200\pm\sqrt{44944}}{2}$

$x=\frac{-200\pm 212}{2}$

$x=6, x=-206$

Por tanto, el tipo de interés anual fue del 6 %.

c) El nuevo tipo de interés anual es de $6\cdot 0{,}9=5{,}4\ \%$.

d) $c_2(5{,}4)=10000\cdot\left(1+\frac{5{,}4}{100}\right)^2=10000\cdot(1+0{,}054)^2=$

$=10000\cdot 1{,}054^2=10000\cdot 1{,}110916=11109{,}16\ €$

e) La variación fue $\frac{11109{,}16}{11236}=0{,}989$; es decir, el interés compuesto obtenido disminuyó 1,1 %.

4. a) $B(x)=V(x)-C(x)=0{,}1x-(0{,}05x+150)=$

$=0{,}1x+(-0{,}05x-150)=0{,}05x-150$

b) Tenemos que $B(2000)=0{,}05\cdot 2000-150=-50$. Por tanto, no hay beneficio y sí una pérdida de 50 euros.

c) Tenemos que $0{,}05x-150=0\rightarrow 0{,}05x=150\rightarrow$ ∴

$x=\frac{150}{0{,}05}=3000$

Cuando se fabrican 3 000 paquetes, no hay beneficio. La empresa debe fabricar, por lo menos, 3 001 paquetes para obtener beneficios.

d) La empresa tiene que fabricar $3001\cdot 9=27009$ pañuelos.

e) Cada pañuelo tiene $21^2=441\ cm^2$.

f) La longitud es $\frac{1}{4}\cdot 21=5{,}25\ cm$ y el ancho es $\frac{1}{2}\cdot 21=10{,}5$ cm. Por tanto, el área del pañuelo doblado es de $5{,}25\cdot 10{,}5=55{,}125\ cm^2$.

5. a) $A_{\text{semicirculo menor}}=\frac{3{,}14x^2}{2}=1{,}57x^2$

b) $A_{\text{semicirculo mayor}}=\frac{3{,}14(2x)^2}{2}=\frac{3{,}14\cdot 4x^2}{2}=6{,}28x^2$

c) $V_{\text{semicirculo menor}}=1{,}57x^2\cdot(5x+2)=7{,}85x^3+3{,}14x^2$

d) $V_{\text{semicirculo mayor}}=6{,}28x^2\cdot(5x+2)=31{,}4x^3+12{,}56x^2$

e) El volumen del objeto viene determinado por el polinomio:

$V(x)=V_{\text{semicirculo mayor}}(x)-V_{\text{semicirculo menor}}(x)=$

$=\left(31{,}4x^3+12{,}56x^2\right)-\left(7{,}85x^3+3{,}14x^2\right)=$

$=\left(31{,}4x^3+12{,}56x^2\right)+\left(-7{,}85x^3-3{,}14x^2\right)=$

$=23{,}55x^3+9{,}42x^2$

f) Tenemos que $5x+2=32\rightarrow 5x=30\rightarrow x=\frac{30}{5}=6$.

Por tanto, el volumen del objeto es:

$V(6)=23{,}55\cdot 6^3+9{,}42\cdot 6^2=23{,}55\cdot 216+9{,}42\cdot 36=$

$=5086{,}8+339{,}12=5425{,}92\ cm^3$

4. Ecuaciones. Sistemas de ecuaciones

ACTIVIDADES

1. $3x+\frac{x}{2}=28\Rightarrow\frac{7}{2}x=28\Rightarrow x=8$

2. a) $-2\ (3x-3)=4x-12+x-4$

$-6x+6=4x-12+x-4$

$-6x-4x-x=-12-4-6$

$-11x=-22\Rightarrow x=2$

b) $12x-4-3\ (6x-2)=6-3x+11$

$12x-4-18x+6=6-3x+11$

$12x-18x+3x=6+11+4-6$

$-3x=15\Rightarrow x=-5$

c) $3x-7\ (1-5x)=4\ (2x-9)+1$

$3x-7+35x=8x-36+1$

$3x+35x-8x=-36+1+7$

$30x=-28$

$x=\frac{-28}{30}=\frac{-14}{15}$

d) $10x-2+2\ (5-9x)=4\ (6x-2)$

$10x-2+10-18x=24x-8$

$10x-18x-24x=-8+2-10$

$-32x=-16$

$x=\frac{1}{2}$

e) $3\ (2x+4)-x+2=3x+2\ (7+x)$

$6x+12-x+2=3x+14+2x$

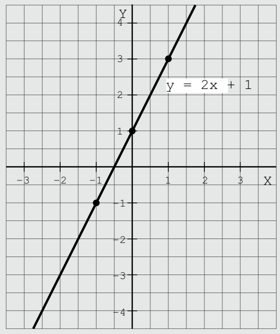
$0x=0$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones.

3. Respuesta abierta.

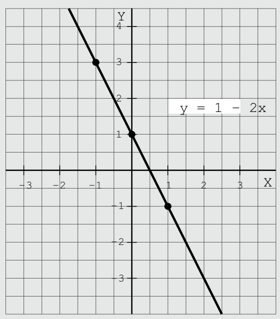
4. a)

x	$y = 2x + 1$
–1	–1
0	1
1	3



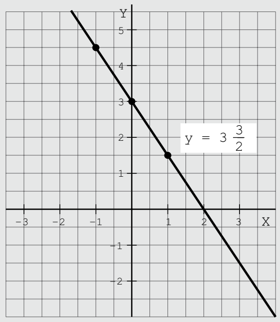
b)

x	$y = 1 - 2x$
–1	3
0	1
1	–1



c)

x	$y = 3 - \frac{3}{2}x$
–1	$\frac{9}{2}$
0	3
1	$\frac{3}{2}$

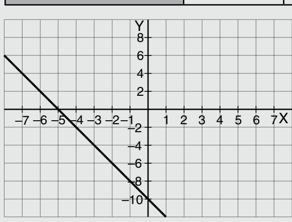


d) Despejamos la variable y de la ecuación y construimos una tabla de soluciones:

$6x + 3y + 7 = 4x + 2y - 3;$

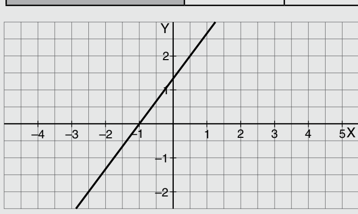
$2x + y + 10 = 0 \Rightarrow y = -2x - 10$

$x - 12$	0	–5	1
$y = -2x - 10$	–10	0	–12



e)

y	0	4	1
$x = \dfrac{3y-4}{4}$	–1	2	$\frac{1}{4}$



5. a) Los puntos (1, 3) y (–1, 5) pertenecen a la recta de los puntos que cumplen la ecuación. Por tanto, $x = 1$, $y = 3$ es una solución de la ecuación y $x = -1$, $y = 5$ es también una solución.

b) Dado que $x = 1$, $y = 3$ es solución de la ecuación, se cumple: $a \cdot 1 + b \cdot 3 = 4$ $\quad 1 + 3b = 4$

Y puesto que $x = -1$, $y = 5$ es también solución, se cumple:

$a \cdot (-1) + b \cdot 5 = 4 \qquad -a + 5b = 4$

Se obtiene el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} a + 3b &= 4 \\ -a + 5b &= 4 \end{aligned}\right\}$$

$$8b = 8 \Rightarrow b = 1$$

$$a + 3b = 4 \Rightarrow a + 3 \cdot 1 = 4 \Rightarrow a = 1$$

Los valores de a y b son: $a = 1$ y $b = 1$. La ecuación es $x + y = 4$.

6. a) $x^2 - 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

La ecuación $x^2 - 4x + 4 = 0$ presenta solución doble, $x = 2$.

b) $(2x + 1)x + x^2 = 2$

$2x^2 + x + x^2 = 2$

$3x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{6} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-1 \pm 5}{6} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \frac{-6}{6} = -1 \end{array} \right.$$

La ecuación presenta dos soluciones:

$x_1 = \frac{2}{3}$ y $x_2 = -1$

7. Se debe cumplir:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} = 0 \Rightarrow 4ac = b^2 \Rightarrow c = \frac{b^2}{4a}$$

Sustituyendo valores:

$$c = \frac{5^2}{4 \cdot 2} = \frac{25}{8}$$

8. Las soluciones de una ecuación de segundo grado son:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Su suma es:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

Su producto es:

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\cdot\left(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) =$$

$$= \frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

9. a) $2x^2 - 5x = 0$

$x(2x-5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \;\; ; \;\; x_2 = \dfrac{5}{2}$

b) $x^2 - 14x = 0$

$x(x-14) = 0 \Rightarrow$

Las soluciones son $x_1 = 0$ y $x_2 = 14$.

c) $9x^2 - 25 = 0$

$9x^2 = 25$

$x^2 = \dfrac{25}{9} = \dfrac{5^2}{3^2} \;\Rightarrow\; x = \pm\dfrac{5}{3}$

La ecuación $9x^2 - 25$ tiene dos soluciones:

$x_1 = \dfrac{5}{3}$ y $x^2 = -\dfrac{5}{3}$

d) $49x^2 = 0$

$x^2 = \dfrac{0}{49} = 0 \Rightarrow x = 0$

10. a) $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$

b) $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 25$

c) $\Delta = 0^2 - 4 \cdot 16 \cdot (-9) = 576$

d) $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4 = 32$

e) $\Delta = 0^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = -60$

f) $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -4$

Las parábolas que representan a las 4 primeras ecuaciones tienen dos puntos de corte con el eje *OX* y las dos últimas ninguno. El número de soluciones de las ecuaciones coincide con el del número de puntos de corte anterior.

11. a) $11^4 - 8 \cdot 1^2 - 9 = 1 - 8 - 9 = -16 \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1$ no es solución.

b) -1 $\quad (-1)^4 - 8 \cdot (-1)^2 - 9 = 1 - 8 - 9 = -16 \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -1$ no es solución.

c) 3 $\quad 3^4 - 8 \cdot 3^2 - 9 = 81 - 72 - 9 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3$ no es solución.

d) -3 $\quad (-3)^4 - 8 \cdot (-3)^2 - 9 = 81 - 72 - 9 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow -3$ no es solución.

e) $\dfrac{1}{2}$ $\quad \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 - 8 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 9 = \dfrac{1}{16} - 2 - 9 =$

$= \dfrac{1}{16} - \dfrac{32}{16} - \dfrac{144}{16} = \dfrac{-175}{16} \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{-1}{2}$ no es solución.

f) $\dfrac{-1}{2}$ $\quad \left(\dfrac{-1}{2}\right)^4 - 8 \cdot \left(\dfrac{-1}{2}\right)^2 - 9 = \dfrac{1}{16} - 2 - 9 =$

$= \dfrac{1}{16} - \dfrac{32}{16} - \dfrac{144}{16} = \dfrac{-175}{16} \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{-1}{2}$ no es solución.

12 . a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

$x^2 = y$

$y^2 - 5y + 4 = 0$

$y = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} =$

$= \dfrac{5 \pm 3}{2} =$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$

b) $2x^4 + 10x^2 + 12 = 0$

$x^2 = y$

$2y^2 + 10y + 12 = 0$

$y = \dfrac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12}}{2 \cdot 2} =$

$= \dfrac{-10 \pm 2}{4} =$

$x^2 = -2; \quad x^2 = -3$

c) $6x^4 - 7x^2 + 1 = 0$

$x^2 = y$

$6y^2 - 7y + 1 = 0$

$y = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2 \cdot 6} =$

$= \dfrac{7 \pm 5}{12} =$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$

$x^2 = \dfrac{1}{6} \Rightarrow x = \sqrt{\dfrac{1}{6}} = \pm\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

La ecuación tiene cuatro soluciones que son:

$1, \; -1, \; +\dfrac{\sqrt{6}}{6}$ y $-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

d) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

$x^2 = y$

$y^2 + y - 12 = 0$

$y = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} =$

$= \frac{-1 \pm 7}{2} =$

$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3};\ x^2 = -4$

La ecuación tiene dos soluciones: $\sqrt{3}$ y $-\sqrt{3}$.

e) $x^4 - 25x^2 = 0$

$x^2 = y$

$y^2 - 25y = 0$

$y(y - 25) = 0$

$x^2 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{0} = 0$

$x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = \pm 5$

La ecuación tiene tres soluciones que son 0, 5 y –5.

f) $2x^4 - 40x^2 + 128 = 0$

$x^2 = y$

$2y^2 - 40y + 128 = 0$

$y = \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 128}}{2 \cdot 2} =$

$= \frac{40 \pm 24}{4} =$

$x^2 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16} = \pm 4$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$

La ecuación tiene cuatro soluciones que son 4, –4, 2 y –2.

13. Puesto que $x = 1$ es solución debe cumplirse:

$1^4 - 17 \cdot 1^2 + c = 0 \Rightarrow 1 - 17 + c = 0 \Rightarrow c = 16$

Hallamos las otras soluciones de la ecuación.

$x^4 - 17x^2 + 16 = 0$

$x^2 = y \Rightarrow x^4 = y^2$

$y^2 - 17y + 16 = 0$

$y = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{17 \pm \sqrt{225}}{2} =$

$= \frac{17 \pm 15}{2} = \begin{cases} \frac{17+15}{2} = \frac{32}{2} = 16 \\ \frac{17-15}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$

$x^2 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16} = \pm 4$

$x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$

Las otras soluciones son: $x = 4;\ \ x = -4;\ \ x = -1$

14. a) Aplicando la regla de Ruffini se obtiene:

$(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) = 0$

Por tanto, las soluciones son:

$x = 1;\ \ x = -1;\ \ x = 3$

b) $(x - 2) \cdot (x - 1) \cdot (x + 6) = 0$

Por tanto, las soluciones son:

$x = 2;\ x = 1;\ x = -6$

c) $x \cdot (x^2 - 6) \cdot (x^2 + 1) = 0$

Las soluciones son:

$x = 0;\ x = +\sqrt{6};\ x = -\sqrt{6}$

15. Respuesta sugerida.

Son válidas todas las respuestas de la forma:

$a \cdot (x + 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$ y $b \cdot (x + 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$ con a y b números reales.

16. a) $x(x - 2)(x - 2)$. Soluciones: 0, 1 y 2.

b) $2x^3(x + 3)$. Soluciones: –3 y 0.

c) $(x + 2)(x + 1)(x - 1)$. Soluciones: –2, –1 y 1.

d) $x^2(x - 3)^2$. Soluciones: 0 y 3.

17. a) 5 $\left.\begin{array}{l} 3(5-1) = 3 \cdot 4 = 12 \\ 2\sqrt{5+6} = 2\sqrt{11} \end{array}\right\} 12 \neq 2\sqrt{11}$

5 no es solución.

b) 3 $\left.\begin{array}{l} 3(3-1) = 3 \cdot 2 = 6 \\ 2\sqrt{3+6} = 2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6 \end{array}\right\} 6 = 6$

3 no es solución.

c) -3 $\left.\begin{array}{l} 3(-3-1) = 3 \cdot (-4) = -12 \\ 2\sqrt{-3+6} = 2\sqrt{3} \end{array}\right\} 12 \neq 2\sqrt{3}$

–3 no es solución.

18. a) $\sqrt{4x} - 5x = -4x;\qquad \sqrt{4x} = -4x + 5x;$

$\sqrt{4x} = x;\qquad (\sqrt{4x})^2 = x^2;$

$4x = x^2;\qquad x^2 - 4x = 0$

$x(x-4) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$

$x = 0$ es solución, ya que

$\sqrt{4 \cdot 0} - 5 \cdot 0 = -4 \cdot 0$

$x = 4$ es solución, ya que

$\sqrt{4 \cdot 4} - 5 \cdot 4 = -4 \cdot 4 \Rightarrow -16 = -16$

Tiene dos soluciones: $x_1 = 0$ y $x_2 = 4$

b) $2\sqrt{x} - 5 = 10 - x;\ 2\sqrt{x} = 10 - x + 5;$

$2\sqrt{x} = 15 - x;\ (2\sqrt{x})^2 = (15 - x)^2$

$4x = 225 - 30x + x^2$

$x^2 - 30x - 4x + 225 = 0$

$x^2 - 34x + 225 = 0$

$x = \frac{-(-34) \pm \sqrt{(-34)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 225}}{2 \cdot 1} =$

$= \frac{34 \pm 16}{2} = \begin{cases} 25 \\ 9 \end{cases}$

$x = 25$ no es solución.

$2\sqrt{25} - 5 \neq 10 - 25$

$x = 9$ es solución, ya que

$2\sqrt{9} - 5 = 10 - 9$

c) $\sqrt{x+5} = x - 1$; $\quad (\sqrt{x+5})^2 = (x-1)^2$;

$x + 5 = x^2 - 2x + 1$; $x^2 - 2x + 1 - x - 5 = 0$;

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \dfrac{3+5}{2} = 4 \\ \dfrac{3-5}{2} = -1 \end{cases}$$

$x = 4$ es solución, ya que

$\sqrt{4+5} = 4 - 1$

$x = -1$ no es solución, ya que

$\sqrt{-1+5} \neq -1 - 1$

La ecuación tiene una solución que es $x = 4$.

Observa que si consideramos la raíz negativa de $\sqrt{-1+5} = \sqrt{4}$ que es –2, $x = -1$ también sería solución.

Esta consideración puede hacerse en otros ejercicios.

d) $2x - 2 = \sqrt{8x} - x$; $\quad 2x - 2 + x = \sqrt{8x}$;

$3x - 2 = \sqrt{8x}$; $\quad (3x - 2)^2 = (\sqrt{8x})^2$;

$9x^2 - 12x + 4 = 8x$; $\quad 9x^2 - 12x - 8x + 4 = 0$;

$9x^2 - 20x + 4 = 0$

$$x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{2 \cdot 9} =$$

$$= \frac{20 \pm 16}{18} = \begin{cases} 2 \\ \dfrac{2}{9} \end{cases}$$

$x = 2$ es solución, ya que

$2 \cdot 2 - 2 = \sqrt{8 \cdot 2} - 2$

$x = \dfrac{2}{9}$ no es solución, ya que

$$2\frac{2}{9} - 2 \neq \sqrt{8 \cdot \frac{2}{9}} - \frac{2}{9}$$

La ecuación tiene una solución que es $x = 2$

e) $x = 10\sqrt{x}$; $\quad x^2 = (10\sqrt{x})^2$;

$x^2 = 100x$; $\quad x^2 - 100x = 0$

$$x(x - 100) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 100 = 0 \Rightarrow x = 100 \end{cases}$$

$x = 0$ es solución, ya que $0 = 10\sqrt{0}$.

$x = 100$ es solución, ya que $100 = 10\sqrt{100}$.

La ecuación tiene dos soluciones $x_1 = 0$ y $x_2 = 100$.

f) $\sqrt{2x-3} + 3 = x$; $\sqrt{2x-3} = x - 3$

$(\sqrt{2x-3})^2 = (x-3)^2$

$2x - 3 = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 6x + 9 - 2x + 3 = 0$

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{8 \pm 4}{2} = \begin{cases} 6 \\ 2 \end{cases}$$

$x = 6$ es solución, ya que $\sqrt{2 \cdot 6 - 3} + 3 = 6$

$x = 2$ no es solución, ya que $\sqrt{2 \cdot 2 - 3} + 3 \neq 2$

La ecuación tiene una solución, que es $x = 6$.

Observa que si consideramos la raíz negativa de $\sqrt{2 \cdot 2 - 3} = \sqrt{1}$ que es –1, $x = -2$ también sería solución.

20. a) $y = -x$

$x - (-x) = 2$

$2x = 2 \Rightarrow x = 1$

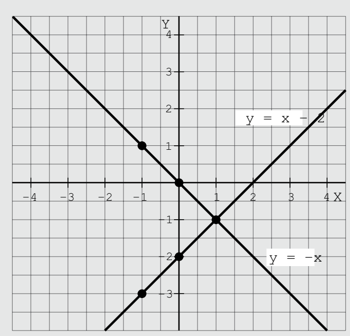
$y = -1$

Solución: $x = 1$, $y = -1$

Método gráfico:

x	–1	0	1
$y = -x$	–3	–2	–1

Solución: $x = 1$, $y = -1$



b) $x = 2(1 - 3y)$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$2(1 - 3y) + 2y = 1$; $2 - 6y + 2y = 1$;

$-4y = -1$; $y = \dfrac{-1}{-4} = \dfrac{1}{4}$

$x = 2 \cdot \left(1 - 3\dfrac{1}{4}\right)$; $x = 2\dfrac{4-3}{4} = \dfrac{1}{2}$

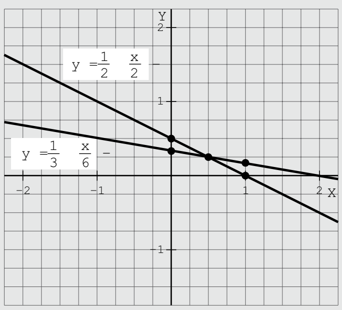
Solución: $x = \dfrac{1}{2}$, $y = \dfrac{1}{4}$

Método gráfico:

x	0	$\frac{1}{2}$	1
$y=\frac{1}{3}-\frac{x}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

x	0	$y=\frac{1}{2}-\frac{x}{2}$	1
$y=\frac{1}{2}-\frac{x}{2}$	$y=\frac{1}{2}-\frac{x}{2}$	$\frac{1}{4}$	0

Solución: $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{4}$



c) En primer lugar, extraemos paréntesis y obtenemos el sistema de ecuaciones equivalentes:

$$\left.\begin{array}{l}2x+y=2\\ x-y=0\end{array}\right\}$$

$x=y$

$2y+y=2\Rightarrow y=\frac{2}{3}$

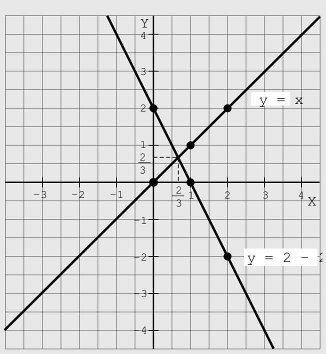
Solución: $x=\frac{2}{3}$, $y=\frac{2}{3}$

Método gráfico:

x	0	1	2
$y=2-2x$	2	0	–2

x	0	1	2
$y=x$	2	0	2

Solución: $x=\frac{2}{3}$, $y=\frac{2}{3}$



21. a) Por igualación

$2x+y=3\Rightarrow y=3-2x$

$5x+y=9\Rightarrow y=9-5x$

$3-2x=9-5x;\ 3x=6;\ x=2$

$y=3-2\cdot 2=-1;\ y=-1$

Solución: $x=2$, $y=-1$

Por reducción

$$\begin{array}{lll}2x & +y & =3\\ -5x & -y & =-9\\ \hline -3x & & =-6\Rightarrow x=2\end{array}$$

$y=3-2\cdot 2=-1$

Solución: $x=2$, $y=-1$

b) Por igualación

$5x-\frac{y}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow y=10x-1$

$4x-y=6\Rightarrow y=4x-6$

$10x-1=4x-6;\ 6x=-5;\ x=\frac{-5}{6}$

$y=4\cdot\frac{-5}{6}-6=\frac{-20}{6}-6=\frac{-10}{3}-\frac{18}{3}=\frac{-28}{3}$

Solución: $x=\frac{-5}{6}$, $y=\frac{-28}{3}$

Por reducción.

Multiplicamos la primera ecuación por (–2) y sumamos para obtener x.

$$\begin{array}{lll}-10x & +y & =-1\\ 4x & -y & =6\\ \hline -6x & & =5\Rightarrow x=-\frac{5}{6}\end{array}$$

Multiplicamos la primera ecuación por 4 y la segunda ecuación por –5 y sumamos para obtener y.

$$\begin{array}{lll}20x & -2y & =2\\ -20x & +5y & =-30\\ \hline & 3y & =-28\Rightarrow y=\frac{-28}{3}\end{array}$$

Solución: $x=\frac{-5}{6}$, $y=\frac{-28}{3}$

22. a) Por sustitución, como $y=x$

$x=8+5x;\ -4x=8;\ x=-2$

$y=x=-2$

Solución: $x=-2$, $y=-2$

El sistema tiene una única solución. Es un sistema compatible determinado.

b) Por igualación.

$5+2x=1+2x;\ 5\neq 1$

El sistema no tiene solución. Es un sistema incompatible.

c) Por reducción.

Multiplicamos la primera ecuación por 2.

$$\begin{array}{r} 2y = -6x \\ -2y = 6x \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

El sistema tiene infinitas soluciones. Es un sistema compatible indeterminado.

23. Ver actividad 22.

24. Respuesta abierta.

25. a) $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 1$

$\sqrt{x+3} = 1 + \sqrt{x-2}$

$(\sqrt{x+3})^2 = (1+\sqrt{x-2})^2$

$x+3 = 1 + 2\sqrt{x-2} + x - 2$

$2\sqrt{x-2} = x + 3 - 1 - x + 2$

$2\sqrt{x-2} = 4;\ (2\sqrt{x-2})^2 = 4^2;$

$4(x-2) = 16;\ 4x - 8 = 16;\ 4x = 16 + 8;$

$4x = 24;\ x = \dfrac{24}{4} = 6$

$x = 6$ es solución, ya que $\sqrt{6+3} - \sqrt{6-2} = 1$

b) $(2\sqrt{x})^2 = (\sqrt{x+24} + 3)^2$

$4x = x + 24 + 6\sqrt{x+24} + 9$

$6\sqrt{x+24} = 4x - x - 24 - 9$

$6\sqrt{x+24} = 3x - 33$

$(6\sqrt{x+24})^2 = (3x-33)^2$

$36(x+24) = 9x^2 - 198x + 1089$

$36x + 864 = 9x^2 - 198x + 1089$

$9x^2 - 198x + 1089 - 36x - 864 = 0$

$9x^2 - 234x + 225 = 0$

$x^2 - 26x + 25 = 0$

$$x = \frac{-(-26) \pm \sqrt{(-26)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{26 \pm 24}{2} = \begin{cases} 25 \\ 1 \end{cases}$$

$x = 25$ es solución, ya que:

$2\sqrt{25} = \sqrt{25+24} + 3.$

$x = 1$ no es solución, ya que:

$2\sqrt{1} \neq \sqrt{1+24} + 3.$

c) $\dfrac{1}{3}\sqrt{x+3} = \dfrac{\sqrt{x-2}}{2}$

$\left(\dfrac{1}{3}\sqrt{x+3}\right)^2 = \left(\dfrac{\sqrt{x-2}}{2}\right)^2$

$\dfrac{1}{9}(x+3) = \dfrac{x-2}{4}$

$\dfrac{x+3}{9} = \dfrac{x-2}{4}$

$4x + 12 = 9x - 18$

$4x - 9x = -18 - 12$

$-5x = -30$

$x = \dfrac{-30}{-5} = 6$

$x = 6$ es solución, ya que:

$\dfrac{1}{3}\sqrt{6+3} = \dfrac{\sqrt{6-2}}{2}.$

26. a) $\begin{cases} \sqrt{\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2 + 7} + 2 \neq 2 \cdot \left(-\dfrac{1}{3}\right) \\ \sqrt{3^2 + 7} + 2 = 2 \cdot 3 \end{cases}$ Solución: $x = 3$

b) $\begin{cases} \sqrt{-3+4} - \sqrt{6-(-3)} \neq 2 \\ \sqrt{5+4} - \sqrt{6-5} = 2 \end{cases}$ Solución: $x = 5$

c) $\begin{cases} \sqrt{3+1} + 1 = 3 \\ \sqrt{0+1} + 1 \neq 0 \end{cases}$ Solución: $x = 3$

27. a) $3(x-5) + 6 - 8x = 14$

$3x - 15 + 6 - 8x = 14$

$-5x = 23$

$x = -\dfrac{23}{5}$

b) $\dfrac{x+1}{7} = \dfrac{x+4}{8}$

$8(x+1) = (x+4)7$

$8x + 8 = 7x + 28$

$x = 20$

c) $\dfrac{-7+3x}{1+5x} = \dfrac{1}{5}$

$5(-7+3x) = 1(1+5x)$

$-35 + 15x = 1 + 5x$

$10x = 36$

$x = \dfrac{36}{10} = \dfrac{18}{5}$

d) $\frac{1}{2}\frac{x-4}{3}=\frac{1}{3}\left[x-\frac{1}{2}\left(\frac{4+x}{2}\right)\right]$

$\frac{x-4}{6}=\frac{x}{3}-\frac{4+x}{12}$

$12\left(\frac{x-4}{6}\right)=12\left(\frac{x}{3}-\frac{4+x}{12}\right)$

$2(x-4)=4x-(4+x)$

$2x-8=4x-4-x$

$-4=x$

$x=-4$

28. a) $2(2x+4)-3[2(2x-1)]=7-(5x-4)$

$4x+8-12x+6=7-5x+4$

$-3x=-3$

$x=1$

b) $2(2x+4)-3[2(2x-1)]=7-2(4x-2)$

$4x+8-12x+6=7-8x+4$

$0x=-3$

La ecuación no tiene solución.

c) $2(2x+4)-3[2(2x-1)]=7-(8x-7)$

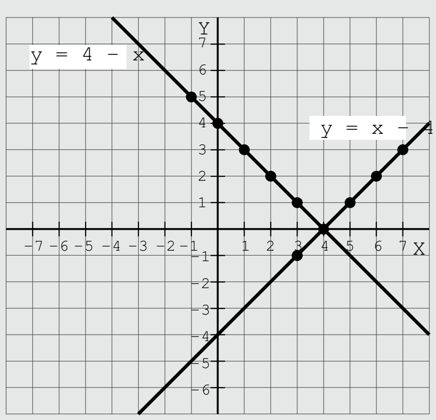
$4x+8-12x+6=7-8x+7$

$0x=0$

La ecuación tiene infinitas soluciones, ya que cualquier número real satisface $0x = 0$.

29. Construimos una tabla con las soluciones.

Primera ecuación		Segunda ecuación	
x	$y = 4 - x$	x	$y = x - 4$
–1	5	7	3
0	4	6	2
1	3	5	1
2	2	4	0
3	1	3	–1



— El punto común de ambas rectas es el (4, 0).

30. $x = 3$ e $y = 4$

31. a) $6\left(3x^2+\frac{3x}{2}\right)=\left(\frac{x}{3}-x+\frac{37}{3}+x^2\right)6$

$18x^2+9x=2x-6x+74+6x^2$

$12x^2+13x-74=0$

$$x=\frac{-13\pm\sqrt{13^2-4\cdot 12\cdot(-74)}}{2\cdot 12}=\begin{cases}-\dfrac{37}{2}\\ 2\end{cases}$$

b) $3x^2-3x=x-1$

$3x^2-4x+1=0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 3\cdot 1}}{2\cdot 3}=\begin{cases}\dfrac{1}{3}\\ 1\end{cases}$$

c) $3x^2=12x$

$x^2=4x$

$x^2-4x=0$

$$x(x-4)=0\begin{cases}x=0\\ x-4=0\Rightarrow x=4\end{cases}$$

d) $3(x^2+2x)+x^2-x=9$

$3x^2+6x+x^2-x=9$

$4x^2+5x-9=0$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 4\cdot(-9)}}{2\cdot 4}=\begin{cases}-\dfrac{9}{4}\\ 1\end{cases}$$

e) $8x^2+7=0$

$x^2=-\frac{7}{8}$

$x=\sqrt{\frac{-7}{8}}$

No tiene solución porque no se puede hallar la raíz de $-\frac{7}{8}$.

32. a) $x=3$

b) $x=-7;\ x=5$

c) $x=0;\ x=-3;\ x=2$

d) $x=\pm\sqrt{6}$

33. $P=\frac{c}{a}$

$3x_2=\frac{2}{1}\Rightarrow x_2=\frac{2}{3}$

$S=\frac{-b}{a}$

$3+\frac{2}{3}=\frac{-b}{1};\ \frac{11}{3}=-b;\ b=\frac{-11}{3}$

34. —La suma de las soluciones es $S = 3 + 1 = 4$

El producto, $P = 3 \cdot 1 = 3$

La ecuación buscada será de la forma:

$$x^2 - Sx + P = 0$$
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

—La suma de las soluciones es

$S = 2 + \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 4$

El producto $P = (2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$

La ecuación será: $x^2 - 4x - 1 = 0$

35. a) $x^2 - 0{,}7x + 0{,}12 = 0$

$$x = \frac{-(-0{,}7) \pm \sqrt{(-0{,}7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0{,}12}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{0{,}7 \pm 0{,}1}{2} = \begin{cases} 0{,}4 \\ 0{,}3 \end{cases}$$

b) $x^2 - 0{,}4x + \dfrac{1}{25} = 0$

$$x = \frac{-(-0{,}4) \pm \sqrt{(-0{,}4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{25}}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{0{,}4 \pm 0}{2} = 0{,}2$$

36. a) $\sqrt{5}x^2 - \sqrt{80} = 0 \Rightarrow \sqrt{5}x^2 = \sqrt{80} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{16} \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$$

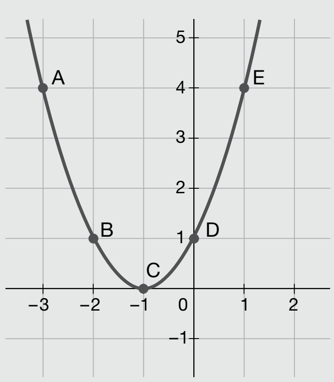
b) $\sqrt{5}x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(\sqrt{5}x - 2) = 0$

Las soluciones son: $x = 0$ y $x = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

37. a) Tenemos que $y = x^2 + 2x + 1$. Su tabla de valores es:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	4	1	0	1	4	9	16

Representamos la función gráficamente:



Por tanto, la solución $x = -1$ es doble.

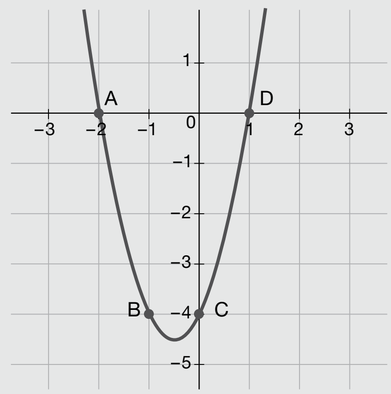
Algebraicamente:

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} \Leftrightarrow x = -1$$

b) Tenemos que $y = 2x^2 + 2x - 4$. Su tabla de valores es:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	8	0	–4	–4	0	8	20

Representamos la función gráficamente:



Por tanto, las soluciones son $x = -2$ y $x = 1$.

Algebraicamente:

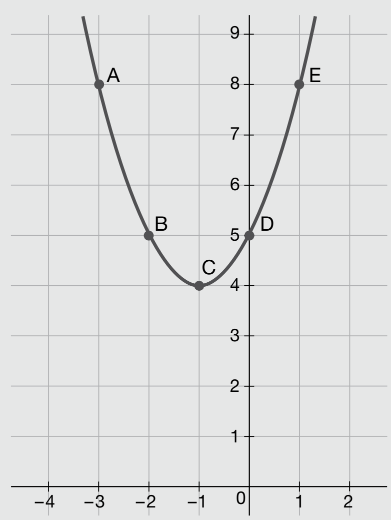
$$2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 6}{4} \Leftrightarrow x = 1, x = -2$$

c) Tenemos que $y = x^2 + 2x + 5$. Su tabla de valores es:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	8	5	4	5	8	13	20

Representamos la función gráficamente:



Por tanto, la ecuación no tiene soluciones.

Algebraicamente:

$$x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-20}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

38. a) Las soluciones de la ecuación son $x = -2$ y $x = 2$. Así,

$y = a\cdot(x+2)\cdot(x-2) \Leftrightarrow y = a\left(x^2-4\right) \Leftrightarrow y = ax^2-4a$

Para $x = 0$, tenemos $y = 8$. Así,

$8 = a\cdot 0^2 - 4a \Leftrightarrow 8 = -4a \Leftrightarrow a = -\dfrac{8}{4} \Leftrightarrow a = -2$

Por tanto,

$y = (-2)x^2 - 4\cdot(-2) \Leftrightarrow y = -2x^2+8$

b) Las soluciones de la ecuación son $x = 1$ y $x = 3$. Así,

$y = a\cdot(x-1)\cdot(x-3) \Leftrightarrow y = a\left(x^2-4x+3\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = ax^2-4ax+3a$

Para $x = 0$, tenemos $y = 1$. Así,

$1 = a\cdot 0^2 - 4a\cdot 0 + 3a \Leftrightarrow 1 = 3a \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{3}$

Por tanto,

$y = \dfrac{1}{3}x^2 - 4\cdot\dfrac{1}{3}x + 3\cdot\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{3}x^2 - \dfrac{4}{3}x + 1$

c) La solución doble de la ecuación es $x = 2$. Así,

$y = a\cdot(x-2)^2 \Leftrightarrow y = a\left(x^2-4x+4\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = ax^2-4ax+4a$

Para $x = 0$, tenemos $y = -1$. Así,

$-1 = a\cdot 0^2 - 4a\cdot 0 + 4a \Leftrightarrow -1 = 4a \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{4}$

Por tanto,

$y = -\dfrac{1}{4}x^2 - 4\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right)x + 4\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow y = -\dfrac{1}{4}x^2 + x - 1$

39. a) $x^2 = y \quad x^4 = y^2$

$y^2 - 26y + 25 = 0$

$y = \dfrac{-(-26)\pm\sqrt{(-26)^2-4\cdot1\cdot25}}{2\cdot1} =$

$= \dfrac{26\pm24}{2} = \begin{cases} 25 \\ 1 \end{cases}$

$x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = \pm5$

$x = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm1$

b) $x^2 = y \quad x^4 = y^2$

$y^2 - 8y + 16 = 0$

$y = \dfrac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot1\cdot16}}{2\cdot1} =$

$= \dfrac{8\pm0}{2} = 4$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm2$

c) $x^2 = y \quad x^4 = y^2$

$y^2 + 12y - 64 = 0$

$y = \dfrac{-12\pm\sqrt{12^2-4\cdot1\cdot(-64)}}{2\cdot1} =$

$= \dfrac{-12\pm20}{2} = \begin{cases} 4 \\ -16 \end{cases}$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm2$

$x^2 = -16$

d) $x^2 = y \quad x^4 = y^2$

$3y^2 - 10y + 3 = 0$

$y = \dfrac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot3\cdot3}}{2\cdot3} =$

$= \dfrac{10\pm8}{6} = \begin{cases} 3 \\ \dfrac{1}{3} \end{cases}$

$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

$= \dfrac{1}{3} \Rightarrow x \pm \sqrt{\dfrac{1}{3}} = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

e) $x^2 = y \quad x^4 = y^2$

$y^2 - 29y + 100 = 0$

$y = \dfrac{-(-29)\pm\sqrt{(-29)^2-4\cdot1\cdot100}}{2\cdot1} =$

$= \dfrac{29\pm21}{2} = \begin{cases} 25 \\ 4 \end{cases}$

$x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = \pm5$

$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm2$

40. $\dfrac{x^4-3x^2}{5} - \dfrac{x^4}{6} + \dfrac{32}{15} = -\dfrac{x^2}{15}$

$30\left(\dfrac{x^4-3x^2}{5} - \dfrac{x^4}{6} + \dfrac{32}{15}\right) = 30\left(-\dfrac{x^2}{15}\right)$

$6(x^4-3x^2) - 5x^4 + 2\cdot32 = 2\cdot(-x^2)$

$6x^4 - 18x^2 - 5x^4 + 64 = -2x^2$

$x^4 - 16x^2 + 64 = 0$

$x^2 = y \quad x^4 = y^2$

$y^2 - 16y + 64 = 0$

$y = \dfrac{-(-16)\pm\sqrt{(-16)^2-4\cdot1\cdot64}}{2\cdot1} =$

$= \dfrac{16\pm0}{2} = 8$

$x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm\sqrt{8} = \pm2\sqrt{2}$

41. a) Aplicamos el cambio $x^2 = y$ para obtener

$y^2 - 8y + 15 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{8\pm\sqrt{64-60}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{8\pm\sqrt{4}}{2} \Leftrightarrow y = \dfrac{8\pm2}{2} \Leftrightarrow y = 5, y = 3$

Sustituyendo el valor de y en $x^2 = y$, tenemos que $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$ y $x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$.

Por tanto, las soluciones son $x_1 = -\sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{3}$, $x_3 = \sqrt{3}$ y $x_4 = \sqrt{5}$.

b) Aplicamos el cambio $x^2 = y$ para obtener

$2y^2 + 4y - 16 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{-4\pm\sqrt{16+128}}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{-4\pm\sqrt{144}}{4} \Leftrightarrow y = \dfrac{-4\pm12}{4} \Leftrightarrow y = 2, y = -4$

Sustituyendo el valor de y en $x^2 = y$, tenemos que $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ y $x^2 = -4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-4}$.

Por tanto, las soluciones son $x_1 = -\sqrt{2}$ y $x_2 = \sqrt{2}$.

c) Aplicamos el cambio $x^2 = y$ para obtener

$$-y^2 + 12y - 36 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 12y + 36 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{12 \pm \sqrt{144-144}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{12}{2} \Leftrightarrow y = 6$$

Sustituyendo el valor de y en $x^2 = y$, tenemos que $x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$.

Por tanto, las soluciones son $x_1 = -\sqrt{6}$ y $x_2 = \sqrt{6}$.

d) Aplicamos el cambio $x^2 = y$ para obtener

$$y^2 - 11y + 18 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{11 \pm \sqrt{121-72}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{11 \pm 7}{2} \Leftrightarrow y = 9, y = 2$$

Sustituyendo el valor de y en $x^2 = y$, tenemos que $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ y $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Por tanto, las soluciones son $x_1 = -3$, $x_2 = -\sqrt{2}$, $x_3 = \sqrt{2}$ y $x_4 = 3$.

42. Como $x = 1$ es una solución, tenemos que

$$1^4 + b \cdot 1 + 25 = 0 \Leftrightarrow 1 + b + 25 = 0 \Leftrightarrow b = -26.$$

La ecuación es $x^4 - 26x + 25 = 0$. Aplicamos el cambio $x^2 = y$ para obtener

$$y^2 - 26y + 25 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{26 \pm \sqrt{676-100}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{26 \pm \sqrt{576}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{26 \pm 24}{2} \Leftrightarrow y = 25, y = 1$$

Sustituyendo el valor de y en $x^2 = y$, tenemos que $x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm 5$ y $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Por tanto, las soluciones son $x_1 = -5$, $x_2 = -1$, $x_3 = 1$ y $x_4 = 5$.

43. a) $x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x+3) = 0 \Leftrightarrow$
$x = 0, x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = -3$

b) $4x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x \cdot (x-1) = 0 \Leftrightarrow$
$4x = 0, x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$

c) $2x^2 + 14x = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot (x+7) = 0 \Leftrightarrow$
$2x = 0, x + 7 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = -7$

44. a) $7x^2 + 3x = -3x + x^2 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow$
$6x \cdot (x+1) = 0 \Leftrightarrow 6x = 0, x + 1 = 0 \Leftrightarrow$
$x_1 = 0, x_2 = -1$

b) $3x^2 + 4x - x^2 = 8x \Leftrightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow$
$2x \cdot (x-2) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0, x - 2 = 0 \Leftrightarrow$
$x_1 = 0, x_2 = 2$

c) $\frac{2}{3}x^2 - 2x = 4x - \frac{1}{3}x^2 \Leftrightarrow x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow$
$x \cdot (x-6) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x - 6 = 0 \Leftrightarrow$
$x_1 = 0, x_2 = 6$

45. Tenemos que

$$x^2 + (b+4)x = 0 \Leftrightarrow x \cdot [x + (b+4)] = 0 \Leftrightarrow$$
$$x = 0, x + (b+4) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -b-4$$

Como $x = -1$ es una solución de la ecuación cuadrática, $-b - 4 = -1 \Leftrightarrow b = -3$.

46. Tenemos que

$$ax^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow ax \cdot \left(x + \frac{4}{a}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$ax = 0, x + \frac{4}{a} = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -\frac{4}{a}$$

Como $x = -\frac{1}{2}$ es una de las soluciones de la ecuación, $-\frac{4}{a} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 8$.

47. a) $2\sqrt{x} + 6 = x + 3; 2\sqrt{x} = x + 3 - 6;$
$2\sqrt{x} = x - 3;\ (2\sqrt{x})^2 = (x-3)^2;$
$4x = x^2 - 6x + 9;\ 4x - x^2 + 6x - 9 = 0;$
$-x^2 + 10x - 9 = 0$

$$y = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9)}}{2 \cdot (-1)} =$$

$$= \frac{-10 \pm 8}{-2} = \begin{cases} 1 \\ 9 \end{cases}$$

$x = 1$ no es solución, ya que: $\sqrt{1} + 3 \neq \frac{1+3}{2}$

$x = 9$ es solución, ya que: $\sqrt{9} + 3 = \frac{9+3}{2}$.

b) $\sqrt{x} = \sqrt{4x} - 3 - 2; \sqrt{x} = \sqrt{4x} - 5;$
$(\sqrt{x})^2 = (\sqrt{4x} - 5)^2;\ x = 4x - 10\sqrt{4x} + 25;$
$10\sqrt{4x} = 4x + 25 - x; 10\sqrt{4x} = 3x + 25;$
$= 3x + 25;\ (10\sqrt{4x})^2 = (3x+25)^2;$
$100 \cdot 4x = 9x^2 + 150x + 625$
$400x = 9x^2 + 150x + 625$
$400x - 9x^2 - 150x - 625 = 0$
$-9x^2 + 250x - 625 = 0$

$$x = \frac{-250 \pm \sqrt{250^2 - 4 \cdot (-9) \cdot (-625)}}{2 \cdot (-9)} =$$

$$= \frac{-250 \pm 200}{-18} = \begin{cases} \frac{25}{9} \\ 25 \end{cases}$$

$x = \frac{25}{9}$ no es solución, ya que: $\sqrt{\frac{25}{9}} + 2 \neq \sqrt{4 \cdot \frac{25}{9}} - 3$.

$x = 25$ es solución, ya que: $\sqrt{25} + 2 = \sqrt{4 \cdot 25} - 3$.

c) $\left(\sqrt{x+4}\right)^2=\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2$; $x+4=x-1+$

$+2\sqrt{x-1}+1$; $-2\sqrt{x-1}=x-1+1-x-4$;

$-2\sqrt{x-1}=-4$; $\left(-2\sqrt{x-1}\right)^2=(-4)^2$;

$4(x-1)=16$; $4x-4=16$; $4x=20$; $x=5$.

$x=5$ es solución, ya que:

$\sqrt{5+4}=\sqrt{5+4}=\sqrt{5-1}+1$.

d) $\left(\sqrt{(x+1)\,(2x-4)}\right)^2=(x+1)^2$

$(x+1)(2x-4)=x^2+2x+1$

$2x^2-4x+2x-4-x^2-2x-1=0$

$x^2-4x-5=0$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot(-5)}}{2\cdot1}=$$

$$=\frac{4\pm6}{2}=\begin{cases}5\\-1\end{cases}$$

$x=5$ es solución, ya que:

$\sqrt{(5+1)(2\cdot5-4)}=5+1$.

$x=-1$ es solución, ya que:

$\sqrt{(-1+1)\cdot[2\cdot(-1)-4]}=-1+1$.

e) $\sqrt{x}=\sqrt{x-3}+2-1$; $\sqrt{x}=\sqrt{x-3}+1$;

$\left(\sqrt{x}\right)^2=\left(\sqrt{x-3}+1\right)^2$; $x=x-3+2\cdot\sqrt{x-3}+1$;

$-2\sqrt{x-3}=x-3+1-x$;

$-2\sqrt{x-3}=-2$; $\left(-2\sqrt{x-3}\right)^2=(-2)^2$;

$4(x-3)=4$; $4x-12=4$; $4x=16$; $x=4$

$x=4$ es solución, ya que:

$\sqrt{4}+1=\sqrt{4-3}+2$.

48. a) $\sqrt{3x}+3x=6x\Rightarrow\sqrt{3x}=3x\Rightarrow\left(\sqrt{3x}\right)^2=(3x)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow3x=9x^2\Rightarrow9x^2-3x=0\Rightarrow3x\cdot(3x-1)=0$

$\Rightarrow3x=0, 3x-1=0\Rightarrow x_1=0, x_2=\dfrac{1}{3}$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=0\Rightarrow0=0$. Se cumple la igualdad.

$x=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\sqrt{3\cdot\dfrac{1}{3}}+3\cdot\dfrac{1}{3}=6\cdot\dfrac{1}{3}\Rightarrow1+1=2\Rightarrow2=2$. Se cumple la igualdad.

Las soluciones de la ecuación son $x_1=0$, $x_2=\dfrac{1}{3}$.

b) $\sqrt{42-x}=x\Rightarrow42-x=x^2\Rightarrow x^2+x-42=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+168}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{169}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{-1\pm13}{2}$

$\Rightarrow x_1=6, x_2=-7$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=6\Rightarrow\sqrt{42-6}=6\Rightarrow\sqrt{36}=6\Rightarrow6=6$. Se cumple la igualdad.

$x=-7\Rightarrow\sqrt{42+7}=-7\Rightarrow\sqrt{49}=-7\Rightarrow7=-7$. No se cumple la igualdad.

La solución de la ecuación es $x_1=6$.

c) $\sqrt{-2x-1}=x+2\Rightarrow-2x-1=(x+2)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow-2x-1=x^2+4x+4\Rightarrow x^2+6x+5=0$

$\Rightarrow x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36-20}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{-6\pm\sqrt{16}}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-6\pm4}{2}\Rightarrow x_1=-1, x_2=-5$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=-5\Rightarrow\sqrt{10-1}=-5+2\Rightarrow\sqrt{9}=-3\Rightarrow3=-3$. No se cumple la igualdad.

$x=-1\Rightarrow\sqrt{2-1}=-1+2\Rightarrow1=1$. Se cumple la igualdad.

La solución de la ecuación es $x_1=-1$.

d) $\sqrt{-6x-9}=x\Rightarrow-6x-9=x^2\Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+6x+9=0\Rightarrow x=\dfrac{-6\pm\sqrt{36-36}}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-6}{2}\Rightarrow x=-3$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=-3\Rightarrow\sqrt{18-9}=-3\Rightarrow\sqrt{9}=-3\Rightarrow3=-3$. No se cumple la igualdad.

Por tanto, la ecuación no tiene soluciones.

49. El perímetro del rectángulo es:

$2\sqrt{9x}+2x=8\Rightarrow2\sqrt{9x}=8-2x\Rightarrow$

$\Rightarrow\sqrt{9x}=4-x\Rightarrow\left(\sqrt{9x}\right)^2=(4-x)^2\Rightarrow$

$\Rightarrow9x=x^2-8x+16\Rightarrow x^2-17x+16=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{17\pm\sqrt{289-64}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{17\pm\sqrt{225}}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{17\pm15}{2}\Rightarrow x_1=16, x_2=1$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=1\Rightarrow2\sqrt{9\cdot1}+2\cdot1=8\Rightarrow2\cdot3+2=8\Rightarrow8=8$. Se cumple la igualdad.

$x=16\Rightarrow2\sqrt{9\cdot16}+2\cdot16=8\Rightarrow2\cdot12+32=8\Rightarrow56=8$. No se cumple la igualdad.

Así, el rectángulo tiene $\sqrt{9\cdot1}=3$ cm de longitud y 1 cm de ancho.

50. $x=\sqrt{bx+8} \Rightarrow x^2=\left(\sqrt{bx+8}\right)^2 \Rightarrow x^2=bx+8 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2-bx-8=0 \Rightarrow x=\dfrac{b\pm\sqrt{b^2+32}}{2}$

Como $x = 4$ es solución de la ecuación:

$\dfrac{b\pm\sqrt{b^2+32}}{2}=4 \Rightarrow b\pm\sqrt{b^2+32}=4\cdot 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow b\pm\sqrt{b^2+32}=8 \Rightarrow \pm\sqrt{b^2+32}=(8-b) \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\pm\sqrt{b^2+32}\right)^2=(8-b)^2 \Rightarrow b^2+32=b^2-16b+64 \Rightarrow$

$\Rightarrow 16b=32 \Rightarrow b=2$

51. $\left.\begin{array}{r}\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=6\\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{3}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r}\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=6\\ x=\dfrac{5}{3}y\end{array}\right\}$

$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{5}{3}y+y}+\sqrt{\dfrac{5}{3}y-y}=6 \Rightarrow \sqrt{\dfrac{8}{3}y}+\sqrt{\dfrac{2}{3}y}=6$

$\Rightarrow 2\sqrt{\dfrac{2}{3}}\sqrt{y}+\sqrt{\dfrac{2}{3}}\sqrt{y}=6 \Rightarrow 3\sqrt{\dfrac{2}{3}}\sqrt{y}=6$

$\Rightarrow \sqrt{y}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow y=6 \Rightarrow x=10$

52. a) $\dfrac{2}{x}+1=\dfrac{24}{x^2} \Rightarrow 2x+x^2=24 \Rightarrow x^2+2x-24=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+96}}{2} \Rightarrow x=\dfrac{-2\pm\sqrt{100}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-2\pm 10}{2} \Rightarrow x_1=-6, x_2=4$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=-6 \Rightarrow \dfrac{2}{-6}+1=\dfrac{24}{(-6)^2} \Rightarrow -\dfrac{1}{3}+1=\dfrac{24}{36} \Rightarrow \dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{3}$. Se cumple la igualdad.

$x=4 \Rightarrow \dfrac{2}{4}+1=\dfrac{24}{4^2} \Rightarrow \dfrac{1}{2}+1=\dfrac{24}{16} \Rightarrow \dfrac{3}{2}=\dfrac{3}{2}$. Se cumple la igualdad.

Las soluciones de la ecuación son $x_1=-6,\ x_2=4$.

b) $\dfrac{9}{x+2}=x+2 \Rightarrow 9=(x+2)^2 \Rightarrow 9=x^2+4x+4 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+4x-5=0 \Rightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+20}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{36}}{2} \Rightarrow x=\dfrac{-4\pm 6}{2} \Rightarrow x_1=-5, x_2=1$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=-5 \Rightarrow \dfrac{9}{-5+2}=-5+2 \Rightarrow \dfrac{9}{-3}=-3 \Rightarrow -3=-3$. Se cumple la igualdad.

$x=1 \Rightarrow \dfrac{9}{1+2}=1+2 \Rightarrow \dfrac{9}{3}=3 \Rightarrow 3=3$. Se cumple la igualdad.

Las soluciones de la ecuación son $x_1=-5,\ x_2=1$.

c) $\dfrac{11}{x+3}-\dfrac{16}{x^2+3x}=1 \Rightarrow 11x-16=x^2+3x \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2-8x+16=0 \Rightarrow x=\dfrac{8\pm\sqrt{64-64}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{8}{2} \Rightarrow x=4$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=4 \Rightarrow \dfrac{11}{4+3}-\dfrac{16}{4^2+3\cdot 4}=1 \Rightarrow \dfrac{11}{7}-\dfrac{16}{16+12}=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{11}{7}-\dfrac{16}{28}=1 \Rightarrow \dfrac{11\cdot 4-16}{28}=1 \Rightarrow \dfrac{44-16}{28}=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{28}{28}=1 \Rightarrow 1=1$

Se cumple la igualdad.

La solución de la ecuación es $x = 4$.

53. a) $\dfrac{3x}{x-2}+\dfrac{4}{x+2}=2 \Rightarrow 3x\cdot(x+2)+4\cdot(x-2)=$

$=2\cdot(x+2)\cdot(x-2) \Rightarrow 3x^2+6x+4x-8=$

$=2\cdot\left(x^2-4\right) \Rightarrow 3x^2+10x-8=2x^2-8 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+10x=0 \Rightarrow x\cdot(x+10)=0 \Rightarrow x_1=-10, x_2=0$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=0 \Rightarrow 0+\dfrac{4}{2}=2 \Rightarrow 2=2$. Se cumple la igualdad.

$x=-10 \Rightarrow \dfrac{3\cdot(-10)}{-10-2}+\dfrac{4}{-10+2}=2 \Rightarrow \dfrac{-30}{-12}+\dfrac{4}{-8}=2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2}=2 \Rightarrow \dfrac{4}{2}=2 \Rightarrow 2=2$

Se cumple la igualdad.

Las soluciones de la ecuación son $x_1=-10,\ x_2=0$.

b) $-\dfrac{2}{x-4}+x=\dfrac{x+4}{x-4} \Rightarrow -2+x\cdot(x-4)=x+4 \Rightarrow$

$\Rightarrow -2+x^2-4x=x+4 \Rightarrow x^2-5x-6=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+24}}{2} \Rightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{49}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{5\pm 7}{2} \Rightarrow x_1=-1, x_2=6$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=-1 \Rightarrow -\dfrac{2}{-1-4}-1=\dfrac{-1+4}{-1-4} \Rightarrow$

$\Rightarrow -\dfrac{2}{-5}-1=\dfrac{3}{-5} \Rightarrow \dfrac{2}{5}-1=-\dfrac{3}{5} \Rightarrow -\dfrac{3}{5}=-\dfrac{3}{5}$

Se cumple la igualdad.

$x=6 \Rightarrow -\dfrac{2}{6-4}+6=\dfrac{6+4}{6-4} \Rightarrow$

$\Rightarrow -\dfrac{2}{2}+6=\dfrac{10}{2} \Rightarrow -1+6=5 \Rightarrow 5=5$

Se cumple la igualdad.

Las soluciones de la ecuación son $x_1=-1,\ x_2=6$.

c) $\dfrac{x+1}{x-5}+x=\dfrac{6}{x-5}\Rightarrow x+1+x\cdot(x-5)=6\Rightarrow$

$\Rightarrow x+1+x^2-5x=6\Rightarrow x^2-4x-5=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{16+20}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{36}}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{4\pm 6}{2}\Rightarrow x_1=-1, x_2=5$

Comprobemos las soluciones sustituyendo los valores obtenidos:

$x=-1\Rightarrow 0-1=\dfrac{6}{-1-5}\Rightarrow -1=\dfrac{6}{-6}\Rightarrow -1=-1$. Se cumple la igualdad.

$x=5\Rightarrow \dfrac{5+1}{0}+5=\dfrac{6}{0}$. No se cumple la igualdad por que 5 anula los denominadores.

La solución de la ecuación es $x = -1$.

54. $\dfrac{c}{x^2+\dfrac{3}{2}x}=2\Rightarrow c=2x^2+3x\Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2+3x-c=0\Rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+8c}}{4}$

Como $x = -2$ es una de las soluciones de la ecuación, tenemos que:

$\dfrac{-3\pm\sqrt{9+8c}}{4}=-2\Rightarrow -3\pm\sqrt{9+8c}=-8\Rightarrow$

$\Rightarrow \pm\sqrt{9+8c}=-8+3\Rightarrow \pm\sqrt{9+8c}=-5\Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\pm\sqrt{9+8c}\right)^2=(-5)^2\Rightarrow 9+8c=25\Rightarrow$

$\Rightarrow 8c=25-9\Rightarrow 8c=16\Rightarrow c=2$

55. Por el teorema de Tales:

$\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{4x+1}{12}$

Así,

$\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{4x+1}{12}\Rightarrow (x+2)\cdot(4x+1)=3\cdot 12\Rightarrow$

$\Rightarrow 4x^2+9x+2=36\Rightarrow 4x^2+9x-34=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-9\pm\sqrt{81+4\cdot 4\cdot 34}}{8}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-9\pm\sqrt{81+544}}{8}\Rightarrow x=\dfrac{-9\pm\sqrt{625}}{8}\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{-9\pm 25}{8}\Rightarrow x_1=-\dfrac{17}{4}, x_2=2$

Por tanto, $x = 2$ es la solución del problema. Así, $2 + 2 = 4$ y $4 \cdot 2 + 1 = 9$ son los valores que faltan en la figura.

56. —Método de sustitución:

$2\,(2x-2)=4x+5$

$0x = 9$. Esta ecuación no tiene solución.

—Método de igualación:

$y=\dfrac{4x+5}{7}$

$2x-2=\dfrac{4x+5}{7}$

$0x = 9$. Esta ecuación no tiene solución.

—Método de reducción:

$$\begin{aligned} 4x-2y&=4\\ -4x+2y&=5\\ \hline 0x+0y&=9 \end{aligned}$$

Esta ecuación no tiene solución.

57. a) Primera ecuación:

$5x-6y=3y-4$

$5x-9y=-4$

Segunda ecuación:

$4x-2+3y=5y-x+1$

$5x-2y=3$

Sistema:

$\left.\begin{aligned}5x-9y&=-4\\5x-2y&=3\end{aligned}\right\}$

Por sustitución,

$x=\dfrac{-4+9y}{5}$

$5\left(\dfrac{-4+9y}{5}\right)-2y=3$

$y=1$

$x=\dfrac{-4+9\cdot 1}{5}=1$

La solución es $x = 1$, $y = 1$.

b) Primera ecuación:

$\dfrac{2}{3}x+\dfrac{3}{14}y=-\dfrac{72}{7}$

$28x+9y=-432$

Segunda ecuación:

$-4x-\dfrac{13}{20}y=49$

$-80x-13y=980$

Sistema:

$\left.\begin{aligned}28x+9y&=-432\\-80x-13y&=980\end{aligned}\right\}$

Por reducción,

$$\begin{array}{rrl} 560x & +180y & =-8\,640\\ -560x & -91y & =\;\;6\,860\\ \hline & 89y & =-1\,780\Rightarrow y=-20\\ 364x & +117y & =-5\,616\\ -720x & -117y & =\;\;8\,820\\ \hline -356x & & =\;\;3\,204\Rightarrow x=-9 \end{array}$$

La solución es $x = -9$, $y = -20$.

c) Primera ecuación:

$2(1-x)+3(1+2x)=6(y+2)$

$4x-6y=7$

Segunda ecuación:

$3x-4(y+2)=2(x+y)+5$

$x-6y=13$

Sistema:

$$\left.\begin{array}{l}4x-6y=7\\x-6y=13\end{array}\right\}$$

Por igualación,

$x=\dfrac{7+6y}{4}$; $x=13+6y$

$\dfrac{7+6y}{4}=13+6y$

$y=-\dfrac{5}{2}$

$x=13+6\left(-\dfrac{5}{2}\right)=-2$

La solución es $x=-2,\ y=-\dfrac{5}{2}$.

58. Con los cambios $\dfrac{1}{x}=a,\ \dfrac{1}{y}=b$ se obtiene este otro sistema:

$$\left.\begin{array}{l}3a+5b=\dfrac{3}{2}\\a-2b=\dfrac{2}{15}\end{array}\right\}$$

cuya resolución es:

$a=\dfrac{2}{15}+2b$

$3\cdot\left(\dfrac{2}{15}+2b\right)+5b=\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{6}{15}+6b+5b=\dfrac{3}{2}\Rightarrow 6b+5b=\dfrac{3}{2}-\dfrac{6}{15}\Rightarrow$

$\Rightarrow 11b=\dfrac{11}{10}\Rightarrow b=\dfrac{1}{10}$;

$a=\dfrac{2}{15}+2b=\dfrac{2}{15}+2\cdot\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{3}$

Con lo que podemos hallar los valores de *x* e *y*.

$\dfrac{1}{x}=a\Rightarrow\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow x=3$

$\dfrac{1}{y}=b\Rightarrow\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{10}\Rightarrow y=10$

59. Actividad abierta.

60. $$\left.\begin{array}{l}-x+y=1\\-3x-2y=-6\end{array}\right\}$$

$y=1+x$

$-3x-2\cdot(1+x)=-6$

$-3x-2-2x=-6$

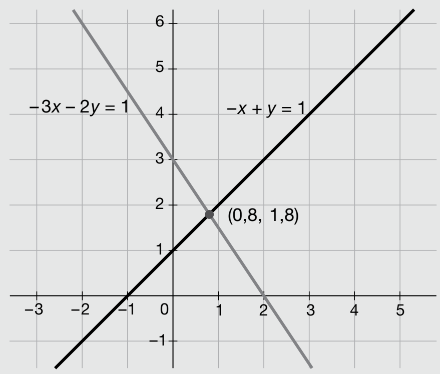
$-5x=-4$

$x=\dfrac{4}{5}$

$y=1+\dfrac{4}{5}=\dfrac{9}{5}$

Así, la solución del sistema es $x=\dfrac{4}{5},\ y=\dfrac{9}{5}$.

Con la ayuda de GeoGebra, insertamos las dos ecuaciones en la entrada y con el botón **Intersección** obtenemos el punto de intersección de las dos rectas que es igual al de la resolución algebraica.



61. $$\left.\begin{array}{l}3x+2y=3\\3x+4y=0\end{array}\right\}$$

$x=\dfrac{3-2y}{3}$

$x=-\dfrac{4y}{3}$

$\dfrac{3-2y}{3}=-\dfrac{4y}{3}$

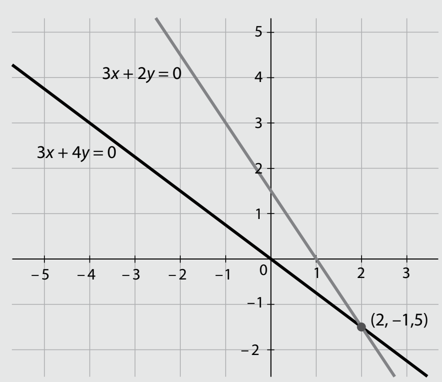
$3-2y=-4y$

$y=-\dfrac{3}{2}$

$x=-\dfrac{4\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)}{3}=\dfrac{6}{3}=2$

Así, la solución del sistema es $x=2,\ y=-\dfrac{3}{2}$.

Con la ayuda de GeoGebra, insertamos las dos ecuaciones en la entrada y con el botón **Intersección** obtenemos el punto de intersección de las dos rectas que es igual al de la resolución algebraica.



62. $\left.\begin{array}{l}3x+y=-8\\4x-7y=1\end{array}\right\}$

$3x+y=-8 \xrightarrow{\cdot 7} 21x+7y=-56$

$$\begin{array}{l}21x+7y=-56\\ \ \ 4x-7y=1\\ \hline 25x \qquad = -55 \Rightarrow x=-\dfrac{11}{5}\end{array}$$

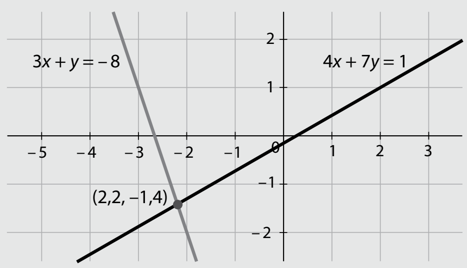
$3\cdot\left(-\dfrac{11}{5}\right)+y=-8$

$-\dfrac{33}{5}+y=-8$

$y=-8+\dfrac{33}{5} \Rightarrow y=-\dfrac{7}{5}$

Así, la solución del sistema es $x=-\dfrac{11}{5}, y=-\dfrac{7}{5}$.

Con la ayuda de GeoGebra, insertamos las dos ecuaciones en la entrada y con el botón **Intersección** obtenemos el punto de intersección de las dos rectas que es igual al de la resolución algebraica.



63. Simplificamos las ecuaciones:

a) $2x-2y=2 \Rightarrow y=x-1$

b) $2x+y-8=0 \Rightarrow y=-2x+8$

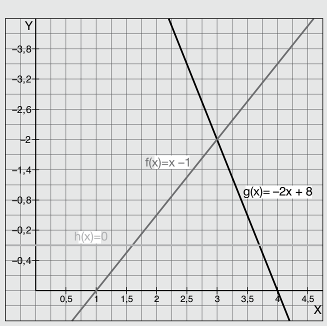
c) $3x+y+2=\dfrac{15x+10}{5} \Rightarrow 3x+y+2=3x+2 \Rightarrow y=0$

Puntos de intersección:

Rectas *a* y *c*: $\left.\begin{array}{l}y=x-1\\y=0\end{array}\right\}x=1;\ y=0$

Rectas *b* y *c*: $\left.\begin{array}{l}y=-2x+8\\y=0\end{array}\right\}x=4;\ y=0$

Rectas *a* y *c*: $\left.\begin{array}{l}y=x-1\\y=-2x+8\end{array}\right\}x=3;\ y=2$



64. Sea *x* el número de gallinas e y el número de conejos. Tenemos el siguiente sistema:

$\left.\begin{array}{r}x+y=60\\2x+4y=148\end{array}\right\}\Rightarrow x=60-y$

$2\cdot(60-y)+4y=148 \Rightarrow y=14;\ x=60-14=46$

Hay 46 gallinas y 14 conejos.

65. *x* e *y* representan los lados del rectángulo.

$\left.\begin{array}{l}2x+2y=12\\x\cdot y=8\end{array}\right\}$

$x=\dfrac{12-2y}{2} \Rightarrow x=6-y$

$(6-y)\cdot y=8$

$6y-y^2=8$

$-y^2+6y-8=0$

$y=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot(-1)\cdot(-8)}}{2\cdot(-1)}=$

$=\dfrac{-6\pm 2}{-2}= \begin{cases}2\\4\end{cases}$

$y=2 \Rightarrow x=6-2=4$

$y=4 \Rightarrow x=6-4=2$

Los lados del rectángulo miden 4 cm y 2 cm.

66. Designamos con *x* la distancia que recorre Juan hasta que se encuentra con Óscar. Se tiene:

	Velocidad	Distancia
Juan	5	x
Óscar	6	$2{,}75-x$

$\dfrac{x}{5}=\dfrac{2{,}75-x}{6}$

$6x=5\cdot(2{,}75-x) \Rightarrow 6x+5x=13{,}75 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{13{,}75}{11}=1{,}25$

$2{,}75-x=2{,}75-1{,}25=1{,}5$

Juan recorre 1,25 km y Óscar 1,5 km.

67. $x \Rightarrow$ número de respuestas correctas

$y \Rightarrow$ número de respuestas incorrectas

Sistema:

$\left.\begin{array}{l}x+y=100\\2x+(-1)y=65\end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{l}x+y=100\\2x-y=65\end{array}\right\}$

$y=100-x$

$2x-(100-x)=65$

$2x-100+x=65$

$3x=165 \Rightarrow x=55$

Se necesita como mímino responder a 55 preguntas correctamente para aprobar el examen.

68. Designamos con x el número de alumnos de 4ESO A y con y el número de alumnos de 4ESO B:

$$\frac{50}{100}x = \frac{60}{100}y \Rightarrow 5x = 6y \Rightarrow 5x - 6y = 0$$
$$x + y = 55$$

Resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 5x - 6y = 0 \\ x + y = 55 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 5x - 6y = 0 \\ 6x - 6y = 330 \end{array}\right\}$$
$$11x \quad = 330 \Rightarrow x = 30$$
$$x + y = 55 \Rightarrow 30 + y = 55 \Rightarrow y = 25$$

El grupo de 4ESO A está formado por 30 alumnos y el grupo de 4ESO B por 25 alumnos.

69. x representa el número natural.

$$x(x+1) = 6(x + x + 1) + 6$$
$$x^2 + x = 6x + 6x + 6 + 6$$
$$x^2 - 11x - 12 = 0$$
$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} =$$
$$= \frac{11 \pm 13}{2} = \begin{cases} 12 \\ -1 \end{cases}$$

El número natural es 12.

70. Designamos como x el número que hay que buscar.

$$\sqrt{x+17} - \sqrt{x-4} = 3$$
$$\sqrt{x+17} = 3 + \sqrt{x-4}$$
$$\left(\sqrt{x+17}\right)^2 = \left(3 + \sqrt{x-4}\right)^2$$
$$x + 17 = 9 + 6\sqrt{x-4} + x - 4$$
$$-6\sqrt{x+4} = -12$$
$$\sqrt{x-4} = 2$$
$$\left(\sqrt{x-4}\right)^2 = 2^2$$
$$x - 4 = 4 \Rightarrow x = 8$$
$$x = 8 \rightarrow \sqrt{8+17} - \sqrt{8-4} = 3$$

El número que cumple la condición del enunciado es $x = 8$.

71. Cifra de las decenas → x

Cifra de las unidades → y

$$\left.\begin{array}{l} x \cdot y = 8 \\ (10x + y) \cdot (10y + x) = 1\,008 \end{array}\right\}$$
$$x = \frac{8}{y}$$
$$\left(10 \cdot \frac{8}{y} + y\right) \cdot \left(10y + \frac{8}{y}\right) = 1\,008$$
$$\left(\frac{80}{y} + y\right) \cdot \left(10y + \frac{8}{y}\right) = 1\,008$$
$$\frac{80}{y} \cdot 10y + \frac{80}{y} \cdot \frac{8}{y} + y \cdot 10y + y \cdot \frac{8}{y} = 1\,008$$
$$800y^2 + 640 + 10y^4 + 8y^2 - 1008y^2 = 0$$
$$10y^4 - 200y^2 + 640 = 0$$
$$y^4 - 20y^2 + 64 = 0$$
$$y^2 = t \quad y^4 = t^2$$
$$t^2 - 20t + 64 = 0$$
$$t = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 64}}{2 \cdot 1} =$$
$$= \frac{20 \pm 12}{2} = \begin{cases} 16 \\ 4 \end{cases}$$
$$y^2 = 16 \Rightarrow y = \sqrt{16} = \pm 4$$
$$y^2 = 4 \Rightarrow y = \sqrt{4} = \pm 2$$
$$y = 4 \Rightarrow x = \frac{8}{4} = 2$$
$$y = 2 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

Puede ser el número 24 o el número 42.

72. Sea x la longitud del cateto menor:

Longitud de los catetos del triángulo: x, $x + 1$

Longitud de la hipotenusa: $x + 2$

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + (x+1)^2 = (x+2)^2$$
$$x^2 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} =$$
$$\frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow x_1 = 3; \;\; x_2 = -1$$

Puesto que x debe tomar un valor positivo, la longitud del cateto menor es 3 cm, con lo cual:

$$x + 1 = 3 + 1 = 4$$
$$x + 2 = 3 + 2 = 5$$

Los lados del triángulo miden 3 cm, 4 cm y 5 cm.

73. Representamos por x el lado del cuadrado grande y por y el lado de cada cuadrado pequeño.

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 8y = 400 \\ x^2 - y^2 = 6\,300 \end{array}\right\}$$
$$4x = 400 - 8y \Rightarrow x = 100 - 2y$$
$$(100 - 2y)^2 - y^2 = 6\,300 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 10\,000 - 400y + 4y^2 - y^2 = 6\,300 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3y^2 - 400y + 3700 = 0$$
$$y = \frac{-(-400) \pm \sqrt{(-400)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3\,700}}{2 \cdot 3} =$$

$$= \frac{400 \pm \sqrt{115\,600}}{6} = \frac{400 \pm 340}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{370}{3};\; y_2 = 10$$

$$y = \frac{370}{3} \Rightarrow x = 100 - 2 \cdot \frac{370}{3} = -\frac{440}{3}$$

$$y = 10 \Rightarrow x = 100 - 2 \cdot 10 = 80$$

De las dos posibles soluciones del sistema tomamos la segunda, puesto que x e y deben ser positivas ya que son longitudes. Por tanto, el lado del cuadrado grande mide 80 cm y el de cada cuadrado pequeño, 10 cm.

74. *A* representa el área del triángulo y *x* representa el cateto.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x^2}{2} = A \\ \dfrac{x(x+2)}{2} = A + 4 \end{array}\right\}$$

$$\frac{x(x+2)}{2} = \frac{x^2}{2} + 4$$

$$\frac{x^2 + 2x}{2} = \frac{x^2}{2} + 4$$

$$x^2 + 2x = x^2 + 8 \Rightarrow x^2 + 2x - x^2 - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$2x - 8 = 0 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

La longitud de los catetos es 4 cm.

75. Representamos por *R* el radio del círculo mayor y por *r* el del círculo menor.

$$\left.\begin{array}{r} \pi R^2 - \pi r^2 = 27\pi \Rightarrow R^2 - r^2 = 27 \\ R = r + 3 \end{array}\right\}$$

Resolvemos el anterior sistema de ecuaciones:

$$(r+3)^2 - r^2 = 27$$

$$r^2 + 6r + 9 - r^2 = 27$$

$$6r = 27 - 9 \Rightarrow r = 3$$

$$R = r + 3 = 3 + 3 = 6$$

El radio del círculo mayor mide 6 cm y el del círculo menor, 3 cm.

76. Representamos por *x* la velocidad del autocar al circular de *B* a *C,* y por y la distancia de *B* a *C*.

	Velocidad	Distancia	Tiempo
A a *B*	$x - 20$	$y + 20$	1,5
B a *C*	x	y	1

$$x - 20 = \frac{y + 20}{1{,}5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1{,}5x - 30 = y + 20 \Rightarrow 1{,}5x - y = 50$$

$$x = \frac{y}{1} \Rightarrow x = y$$

Resolvemos este sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}5x - y = 50 \\ x = y \end{array}\right\}$$

$$1{,}5x - x = 50 \Rightarrow 0{,}5x = 50 \Rightarrow x = 100$$

$$x = y \Rightarrow 100 = y$$

La distancia de *A* hasta *B* vale:

$$y + 20 = 100 + 20 = 120 \text{ km.}$$

Y la distancia entre *A* y *B* es de 120 km y entre *B* y *C* es de 100 km.

77. *x* representa el número de personas que contratan el autocar.

y representa el importe que tiene que pagar cada persona.

$$\left.\begin{array}{l} x \cdot y = 198 \\ (x-3) \cdot (y + 0{,}6) = 198 \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{198}{y}$$

$$\left(\frac{198}{y} - 3\right) \cdot (y + 0{,}6) = 198$$

$$198 + \frac{118{,}8}{y} - 3y - 1{,}8 = 198$$

$$198y + 118{,}8 - 3y^2 - 1{,}8 = 198y$$

$$-3y^2 - 1{,}8y + 118{,}8 = 0$$

$$y = \frac{-(-1{,}8) \pm \sqrt{(-1{,}8)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 118{,}8}}{2 \cdot (-3)} =$$

$$= \frac{1{,}8 \pm 37{,}8}{-6} = \begin{array}{l} -6{,}6 \\ \\ 6 \end{array}$$

$$x = \frac{198}{6} = 33 \Rightarrow x - 3 = 30$$

Irán a la excursión 30 personas.

78. $3x + \dfrac{x}{2} = 28 \;\Rightarrow \dfrac{7}{2}x = 28 \;\Rightarrow x = 8$

79. Nuestro número genérico es 10 x + y. Planteamos el sistema de ecuaciones del problema y resolviendo:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 10x + y - (10y - x) = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases}$$

Por tanto, nuestro número es el 82.

80. Llamando *x* al precio de los lápices (en €) e y el número de los mismos planteamos y resolvemos el sistema de ecuaciones del problema:

$$\begin{cases} x \cdot y = 15 \\ (x - 0{,}05) \cdot (y + 10) = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0{,}3 \\ y = 50 \end{cases}$$

Por tanto, hemos comprado 50 lápices cada uno de los cuales cuesta 0,3 €.

81. Si llamamos x a la edad del hijo e y a la del padre, según los datos del problema:

$$\begin{cases} y = x + 27 \\ y + 12 = 2 \cdot (x + 12) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 42 \end{cases}$$

82. En este problema las incógnitas son la velocidad del automóvil (v) y el tiempo del trayecto (t). Planteamos y resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} v \cdot t = 600 \\ (v - 15) \cdot (t + 2) = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 8 \\ v = 75 \end{cases}$$

El automóvil circula a 75 km/h.

83. Llamando x al precio de la bicicleta e y al del balón:

$$\begin{cases} x + y = 412 \\ 1{,}09x + 1{,}05y = 448{,}6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 12 \end{cases}$$

La bicicleta costó 400 € y el balón 12 €.

84. Se observa en la figura del enunciado que la distancia entre los dos troncos es 11 m.

Representamos por x la distancia entre la base del árbol pequeño y el punto de sujeción del cable con el suelo. Entonces:

Altura del tronco del árbol pequeño:

$$\sqrt{5^2 - x^2} = \sqrt{25 - x^2}$$

Altura del tronco del árbol mayor:

$$\sqrt{10^2 - (11 - x)^2} = \sqrt{-21 + 22x - x^2}$$

Relación entre las alturas de los dos troncos:

$$\sqrt{25 - x^2} = \frac{2}{3}\sqrt{-21 + 22x - x^2}$$

$$\left(\sqrt{25 - x^2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\sqrt{-21 + 22x - x^2}\right)^2$$

$$25 - x^2 = \frac{4}{9} \cdot (-21 + 22x - x^2)$$

$$225 - 9x^2 = -84 + 88x - 4x^2$$

$$-5x^2 - 88x + 309 = 0$$

La ecuación anterior presenta dos posibles soluciones:

$$x_1 = -\frac{103}{5};\ x_2 = 3$$

Puesto que x debe tomar un valor positivo sólo comprobamos si es solución $x = 3$.

$$x = 3 \rightarrow \sqrt{25 - 3^2} = \frac{2}{3}\sqrt{-21 + 22 \cdot 3 - 3^2}$$

Efectivamente se cumple la igualdad. Por tanto:

Altura del tronco del árbol pequeño:

$$\sqrt{25 - x^2} = \sqrt{25 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

Altura del tronco del árbol mayor:

$$\sqrt{-21 + 22x - x^2} = \sqrt{-21 + 22 \cdot 3 - 3^2} = 6 \text{ m}$$

85. a) $-2\,(3x - 3) = 4x - 12 + x - 4$

$-6x + 6 = 4x - 12 + x - 4$

$-6x - 4x - x = -12 - 4 - 6$

$-11x = -22 \Rightarrow x = 2$

b) $12x - 4 - 3\,(6x - 2) = 6 - 3x + 11$

$12x - 4 - 18x + 6 = 6 - 3x + 11$

$12x - 18x + 3x = 6 + 11 + 4 - 6$

$-3x = 15 \Rightarrow x = -5$

c) $3x - 7\,(1 - 5x) = 4\,(2x - 9) + 1$

$3x - 7 + 35x = 8x - 36 + 1$

$3x + 35x - 8x = -36 + 1 + 7$

$30x = -28$

$x = \frac{-28}{30} = \frac{-14}{15}$

d) $10x - 2 + 2\,(5 - 9x) = 4\,(6x - 2)$

$10x - 2 + 10 - 18x = 24x - 8$

$10x - 18x - 24x = -8 + 2 - 10$

$-32x = -16$

$x = \frac{1}{2}$

e) $3\,(2x + 4) - x + 2 = 3x + 2\,(7 + x)$

$6x + 12 - x + 2 = 3x + 14 + 2x$

$0x = 0$

Esta ecuación tiene infinitas soluciones.

86. a) $\frac{3\,(4 - x)}{10} + \frac{24}{15} = 2x - \frac{5x + 3}{5}$

$\frac{12 - 3x}{10} + \frac{24}{15} = 2x - \frac{5x + 3}{5}$

m.c.m. $(10,\ 15,\ 5) = 30$

$3\,(12 - 3x) + 2 \cdot 24 = 30 \cdot 2x - 6\,(5x + 3)$

$36 - 9x + 48 = 60x - 30x - 18$

$-9x - 60x + 30x = -18 - 36 - 48$

$-39x = -102$

$x = \frac{102}{39} = \frac{34}{13}$

b) $= \frac{1}{4} = \frac{x - 3}{2(x + 4)}$

$2\,(x + 4) = 4\,(x - 3)$

$2x + 8 = 4x - 12$

$2x - 4x = -12 - 8$

$-2x = -20 \Rightarrow x = 10$

c) $\frac{x - 2}{8} - 2\frac{(2x + 6)}{6} + x = \frac{16}{3}$

$3(x - 2) - 2 \cdot 4 \cdot (2x + 6) + 24x = 8 \cdot 16$

$3x - 6 - 16x - 48 + 24x = 128 \Rightarrow x = \frac{182}{11}$

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

1. a) $V(x) = A_{base} \cdot$ altura $= \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot (x+4) =$

$= 3{,}14 \cdot 2{,}25 \cdot (x+4) = 7{,}065x + 28{,}26$

b) $x + 4 = 6 \Leftrightarrow x = 2$. Por tanto, el volumen del recipiente es $V(2) = 7{,}065 \cdot 2 + 28{,}26 = 42{,}39 \text{ m}^3$.

c) La leche ocupa un volumen de $42{,}39 \cdot 0{,}7 = 29{,}673 \text{ m}^3$.

d) Tenemos que:
$29{,}673 = 7{,}065x + 28{,}26 \Leftrightarrow 7{,}065x = 1{,}413 \Leftrightarrow x = 0{,}2$.

Por tanto, la altura de la leche en el recipiente es 0,2 + 4 = 4,2 m.

Nota: También se puede determinar la altura de la leche calculando el 70 % de la altura del recipiente: $6 \cdot 0{,}7 = 4{,}2 \text{ m}$.

e) El recipiente tiene $29{,}673 \text{ m}^3 = 29\,673 \text{ dm}^3 = 29\,673 \text{ L}$ de leche.

2. a) Tenemos el precio $P(t) = 600 - 15t$, donde t es el tiempo en meses después de su compra.

b) El precio fue de $P(3) = 600 - 15 \cdot 3 \Leftrightarrow 600 - 45 = 555$ euros.

c) Tenemos que $600 \cdot \frac{3}{5} = 360$ euros. Así,
$360 = 600 - 15t \Leftrightarrow 15t = 240 \Leftrightarrow t = 16$.

Por tanto, después de 16 meses el portátil cuesta tres quintos de su precio inicial.

d) El portátil costó $P(19) = 600 - 15 \cdot 19 = 315$ euros.

e) Tenemos que $\frac{315}{360} = 0{,}875$. Así, el descuento fue de 12,5 %.

3. a) La pelota estaba a $h(0) = -5 \cdot 0^2 + 26{,}45 = 26{,}45$ m de altura.

b) La pelota tocó el suelo $0 = -5t^2 + 26{,}45 \Leftrightarrow$ $5t^2 = 26{,}45 \Leftrightarrow t^2 = 5{,}29 \Leftrightarrow t = 2{,}3$ s después.

c) La velocidad media es 3 m/s. Así, la pelota tocó el suelo a $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow 3 = \frac{\Delta s}{2{,}3} \Leftrightarrow \Delta s = 3 \cdot 2{,}3 = 6{,}9 \text{ m}$ de distancia de la pared.

d) Si la velocidad fuese el doble, la distancia alcanzada por la pelota también sería el doble; esto es, 13,8 m, puesto que son directamente proporcionales.

e) La antena se encuentra a 6 m de la pared. Así, el tiempo que tarda la pelota en pasar por ella es
$3 = \frac{6}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{6}{3} = 2$ s después de haber sido chutada. La altura de la pelota en ese momento era de
$h(2) = -5 \cdot 2^2 + 26{,}45 = -5 \cdot 4 + 26{,}45 =$
$= -20 + 26{,}45 = 6{,}45$ m.

Por tanto, la pelota pasa por encima de la antena y no la toca.

4. a) $A_{jardín} = (12x+1) \cdot (8x-1) = 96x^2 - 4x - 1$

b) $A_{macizos} = 4 \cdot (x+0{,}5) \cdot (x+3) = 4 \cdot \left(x^2 + 3{,}5x + 1{,}5\right) =$
$= 4x^2 + 14x + 6$

c) $A_{césped} = A_{jardín} - A_{macizos} =$
$= \left(96x^2 - 4x - 1\right) - \left(4x^2 + 14x + 6\right) = 92x^2 - 18x - 7$

d) $92x^2 - 18x - 7 = 325 \Leftrightarrow 92x^2 - 18x - 332 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{324 + 122176}}{184} \Leftrightarrow x = \frac{18 \pm \sqrt{122500}}{184} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{18 \pm 350}{184} \Leftrightarrow x_1 = -\frac{83}{46}, x_2 = 2$$

Por tanto, $x = 2$.

e) El jardín mide $12 \cdot 2 + 1 = 25$ m de longitud y $8 \cdot 2 - 1 = 15$ m de ancho.

5. a) Representamos por x la cantidad de café de Brasil y por y la cantidad de café de Costa Rica.

—La mezcla de café contiene 100 kg: $x + y = 100$

—El precio de 100 kg de la mezcla es de 2,75 €/kg:
$2{,}4x + 3{,}8y = 2{,}75 \cdot 100$

Sistema: $\left.\begin{array}{l} x + y = 100 \\ 2{,}4x + 3{,}8y = 275 \end{array}\right\}$

$x = 100 - y$
$2{,}4 \cdot (100 - y) + 3{,}8y = 275$
$240 - 2{,}4y + 3{,}8y = 275$
$1{,}4y = 35$
$y = 25 \to x = 100 - 25 = 75$

Por tanto, la mezcla contiene 75 kg de café de Brasil y 25 kg de café de Costa Rica.

b) Por una regla de tres: $x = \frac{275 \cdot 0{,}25}{100} = 0{,}6875$. Así, cada paquete le cuesta a la empresa 0,6875 €.

c) Cada paquete se vende por $0{,}6875 \cdot 1{,}8 = 1{,}2375$ € al supermercado.

d) El beneficio de la empresa es 1,2375 – 0,6875 = 0,55 €.

e) La empresa necesita vender $198 : 0{,}55 = 360$ paquetes de 250 g de café para obtener 198 € de beneficio.