6 Sistemas de ecuaciones

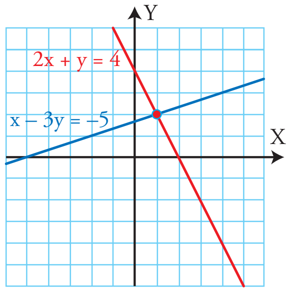
1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

PIENSA Y CALCULA

Dado el sistema lineal formado por las ecuaciones del gráfico de la parte derecha:

a) ¿cuántas soluciones tiene?

b) halla la solución o las soluciones.



Solución:

a) Solo tiene una solución

b) La solución es $x = 1$, $y = 2$

APLICA LA TEORÍA

1 Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo según el número de soluciones:

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ x - 3y &= 5 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Primera ecuación:

$2x + y = 3$

$y = 3 - 2x$

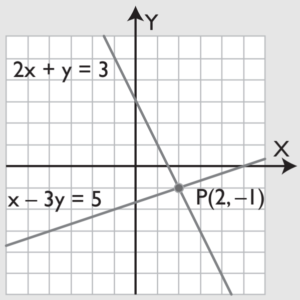
x	y	
0	3	$\Rightarrow A(0, 3)$
1	1	$\Rightarrow B(1, 1)$

Segunda ecuación:

$x - 3y = 5$

$x = 3y + 5$

x	y	
5	0	$\Rightarrow C(5, 0)$
–4	–3	$\Rightarrow D(-4, -3)$



Solución $x = 2$, $y = -1$

Como tiene una solución, el sistema es compatible determinado

2 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left.\begin{aligned} 2x - 2y &= 3 \\ -x + y &= 3 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y no lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es incompatible. Las rectas son paralelas.

$$\frac{2}{-1} = \frac{-2}{1} \neq \frac{3}{3}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$2x - 2y = 3$

$y = x - \dfrac{3}{2}$

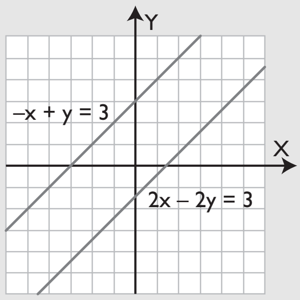
x	y	
0	$-3/2$	$\Rightarrow A(0, -3/2)$
5	$7/2$	$\Rightarrow B(5, 7/2)$

Segunda ecuación:

$-x + y = 3$

$y = x + 3$

x	y	
0	3	$\Rightarrow C(0, 3)$
2	5	$\Rightarrow D(2, 5)$



3 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left.\begin{aligned} 2x - y &= 1 \\ -4x + 2y &= -2 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es compatible indeterminado. Las dos rectas son la misma. Multiplicando la 1ª ecuación por –2 se obtiene la 2ª ecuación.

$$\frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2}$$

Representación gráfica:

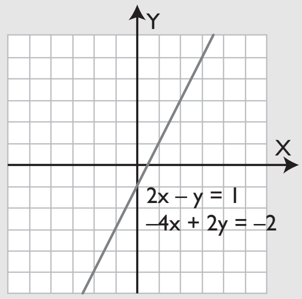
Solo representaremos la 1ª recta, ya que ambas rectas son la misma.

Primera ecuación:

$2x - y = 1$

$y = 2x - 1$

x	y	
0	-1	$\Rightarrow A(0, -1)$
2	3	$\Rightarrow B(2, 3)$



4 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left.\begin{aligned} 3x + 2y &= 6 \\ 2x - y &= 4 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables no son proporcionales, por tanto, el sistema es compatible determinado. Las rectas son secantes.

$$\frac{3}{2} \neq \frac{2}{-1}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$3x + 2y = 6$

$y = 3 - \dfrac{3x}{2}$

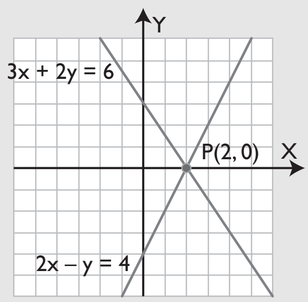
x	y	
0	3	$\Rightarrow A(0, 3)$
2	0	$\Rightarrow B(2, 0)$

Segunda ecuación:

$2x - y = 4$

$y = 2x - 4$

x	y	
0	-4	$\Rightarrow C(0, -4)$
3	2	$\Rightarrow D(3, 2)$



2. Resolución algebraica de sistemas lineales

PIENSA Y CALCULA

Halla mentalmente, sumando y restando, la solución del sistema $\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{array}\right\}$

Solución:

Sumando se obtiene: $2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Restando se obtiene: $2y = 4 \Rightarrow y = 2$

APLICA LA TEORÍA

5 Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 9 \\ 5x + y = 16 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución despejando la incógnita **y** de la 2ª ecuación y sustituyendo en la 1ª ecuación.

Se obtiene: $x = 3, y = 1$

6 Resuelve por el método más adecuado el siguiente sistema y razona por qué eliges ese método:

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 3y = -1 \\ 5x - 3y = 19 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción; sumando las dos ecuaciones se elimina la incógnita **y**

Se obtiene: $x = 2, y = -3$

7 Resuelve el siguiente sistema:

$$\frac{x}{2} - \frac{x + y}{6} = \frac{11}{6}$$
$$\frac{2x - 3y}{5} - \frac{1}{10} = \frac{33}{10}$$

Solución:

Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = 4, y = -3$

8 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 4y = 7 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{2x - 5y}{6} = \dfrac{5}{4} \end{array}\right\}$$

Solución:

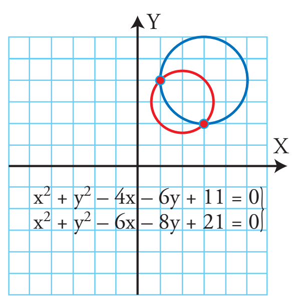
Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$

3. Sistemas de ecuaciones no lineales

PIENSA Y CALCULA

Observando el dibujo de la parte derecha, halla mentalmente la solución del sistema formado por las ecuaciones de las dos circunferencias.



Solución:

Los puntos de corte son: A(3, 2) y B(1, 4). Por tanto, las soluciones son:

$x_1 = 3, y_1 = 2$

$x_2 = 1, y_2 = 4$

9 Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 + 4x - 1 \\ y = 2x + 2 \end{array}\right\}$$

Solución:

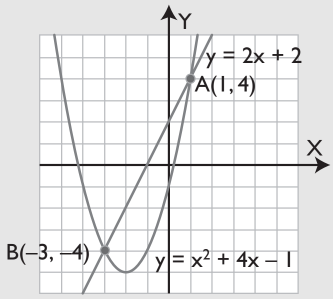
Se resuelve por igualación.

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 1, y_1 = 4$

$x_2 = -3, y_2 = -4$

Interpretación gráfica:



Son una parábola y una recta.

La parábola y la recta son secantes, se cortan en dos puntos:

A(1, 4) y B(– 3, – 4)

10 Resuelve el siguiente sistema formado por dos circunferencias e interpreta gráficamente el resultado:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 - 4x - 2y = 20 \\ x^2 + y^2 - 12x + 2y = -12 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se restan las dos ecuaciones y se obtiene una ecuación de 1^{er} grado. Se despeja en esta ecuación una incógnita y se sustituye en la ecuación de una de las circunferencias.

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 6, y_1 = 4$

$x_2 = 2, y_2 = -4$

La interpretación gráfica es que las dos circunferencias son secantes. Se cortan en dos puntos: A(6, 4) y B(2, – 4)

11 Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

$$\left.\begin{array}{l} xy = 6 \\ 3x - 2y = 0 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja **y** de la 2ª ecuación y se sustituye en la 1ª ecuación.

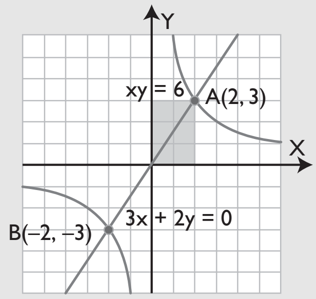
Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 2, y_1 = 3$

$x_2 = -2, y_2 = -3$

Interpretación gráfica:

Son una hipérbola y una recta.



La hipérbola y la recta son secantes. Se cortan en dos puntos:

A(2, 3) y B(– 2, – 3)

12 Resuelve el siguiente sistema formado por una hipérbola y una circunferencia e interpreta la solución gráficamente:

$$\left.\begin{array}{l} xy = 4 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja de la 1ª ecuación la incógnita **y**, y se sustituye en la 2ª ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 4, y_1 = 1$

$x_2 = -4, y_2 = -1$

$x_3 = 1, y_3 = 4$

$x_4 = -1, y_4 = -4$

La interpretación gráfica es que la hipérbola y la circunferencia son secantes. Se cortan en cuatro puntos: A(4, 1), B(– 4, – 1), C(1, 4) y D(– 1, – 4)

4. Problemas de sistemas

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente el siguiente problema: «el área de un rectángulo es de 20 m^2 y su longitud más su anchura es de 9 m. Halla sus dimensiones».

Solución:

Las dimensiones son 5m × 4 m

APLICA LA TEORÍA

13 Un bocadillo y un refresco cuestan 3,5 € y 2 bocadillos y 3 refrescos cuestan 8 €. Halla el valor de un bocadillo y de un refresco.

Solución:

x = valor del bocadillo.

y = valor del refresco.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 3{,}5 \\ 2x + 3y &= 8 \end{aligned}\right\}$$

x = 2,5 €

y = 1 €

14 Halla dos números sabiendo que suman 12 y que su producto es 35

Solución:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 12 \\ xy &= 35 \end{aligned}\right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 1ª ecuación.

La soluciones del sistema son:

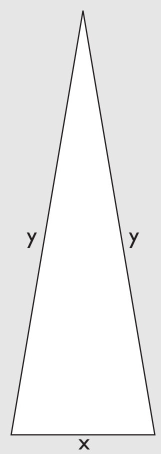
$x_1 = 7, y_1 = 5$

$x_2 = 5, y_2 = 7$

Por tanto, los números son 5 y 7

15 En un triángulo isósceles cada uno de los lados iguales mide el triple del lado desigual y su perímetro mide 42 m. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:



x = lado desigual.

y = cada uno de los lados iguales.

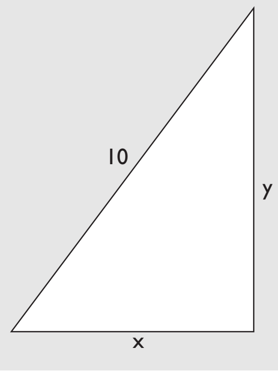
$$\left.\begin{aligned} y &= 3x \\ x + 3y &= 42 \end{aligned}\right\}$$

x = 6 m

y = 18 m

16 Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la hipotenusa mide 10 m y que los catetos son proporcionales a 3 y 4

Solución:



Se aplica el teorema de Pitágoras.

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 10^2 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{4} \end{array}\right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 2ª ecuación.

Las soluciones del sistema son:

$x_1 = 6, y_1 = 8$

$x_2 = -6, y_2 = -8$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

Por tanto, los catetos miden 6 m y 8 m

1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

17 Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo por el número de soluciones:

$$\left.\begin{aligned} 3x + y &= 6 \\ x - y &= -2 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Primera ecuación:

$3x + y = 6$

$y = 6 - 3x$

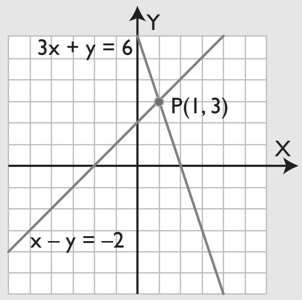
x	y	
0	6	$\Rightarrow A(0, 6)$
2	0	$\Rightarrow B(2, 0)$

Segunda ecuación:

$x - y = -2$

$y = x + 2$

x	y	
0	2	$\Rightarrow C(0, 2)$
–2	0	$\Rightarrow D(-2, 0)$



Solución $x = 1, y = 3$

Como tiene una solución, el sistema es compatible determinado.

18 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left.\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ -3x + 6y &= -3 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es compatible indeterminado. Las dos rectas son la misma. Multiplicando la 1ª ecuación por –3 se obtiene la 2ª ecuación.

$$\frac{1}{-3} = \frac{-2}{6} = \frac{1}{-3}$$

Representación gráfica:

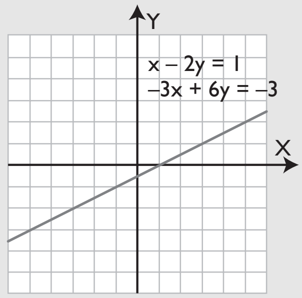
Solo representaremos la 1ª recta, ya que ambas rectas son la misma.

Primera ecuación:

$x - 2y = 1$

$x = 2y + 1$

x	y	
1	0	$\Rightarrow A(1, 0)$
5	2	$\Rightarrow B(5, 2)$



19 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left.\begin{aligned} 3x - 4y &= -13 \\ x + 3y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables no son proporcionales; por tanto, el sistema es compatible determinado. Las rectas son secantes.

$$\frac{3}{1} \neq \frac{-4}{3}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$3x - 4y = -13$

$y = \dfrac{3x + 13}{4}$

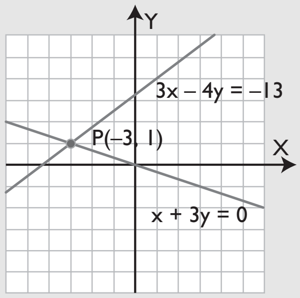
x	y	
1	4	$\Rightarrow A(1, 4)$
–3	1	$\Rightarrow B(-3, 1)$

Segunda ecuación:

$x + 3y = 0$

$x = -3y$

x	y	
0	0	$\Rightarrow$ O(0, 0)
3	– 1	$\Rightarrow$ D(3, – 1)



20 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left.\begin{aligned} 2x - 3y &= 5 \\ -2x + 3y &= 5 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Los coeficientes de las variables son proporcionales, y no lo son con los términos independientes; por tanto, el sistema es incompatible. Las rectas son paralelas.

$$\frac{2}{-2} = \frac{-3}{3} \neq \frac{5}{5}$$

Representación gráfica:

Primera ecuación:

$2x - 3y = 5$

$y = \dfrac{2x - 5}{3}$

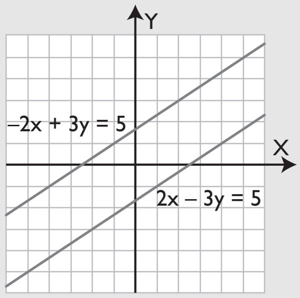
x	y	
4	1	$\Rightarrow$ A(4, 1)
–2	–3	$\Rightarrow$ B(–2, –3)

Segunda ecuación:

$-2x + 3y = 5$

$y = \dfrac{2x + 5}{3}$

x	y	
5	5	$\Rightarrow$ C(5, 5)
2	3	$\Rightarrow$ D(2, 3)



2. Resolución algebraica de sistemas lineales

21 Resuelve el siguiente sistema por el método más adecuado y razona por qué eliges ese método:

$$\left.\begin{aligned} y &= 2x + 10 \\ y &= x + 7 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación, ya que la incógnita **y** está despejada en las dos ecuaciones.

Se obtiene: $x = -3, y = 4$

22 Resuelve el siguiente sistema por el método más adecuado y razona por qué eliges ese método:

$$\left.\begin{aligned} 4x - 3y &= 23 \\ 2x + 5y &= -21 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción, multiplicando la 2ª ecuación por 2 y restándosela a la 1ª

Se obtiene: $x = 2, y = -5$

23 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} 2x - \frac{3x - y}{5} &= \frac{22}{5} \\ \frac{y}{3} + \frac{4x - 3y}{4} &= \frac{31}{12} \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = 3, y = 1$

24 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{2} - \frac{x-y}{3} &= \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} + y - \frac{2x-5y}{6} &= \frac{19}{12} \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Primero se eliminan los denominadores.

Se obtiene: $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$

3. Sistemas de ecuaciones no lineales

25 Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

$$\left.\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 1 \\ x + y &= 5 \end{aligned}\right\}$$

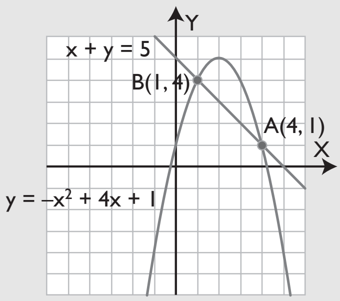
Solución:

Se resuelve por igualación despejando **y** de la 2ª ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 4, y_1 = 1$

$x_2 = 1, y_2 = 4$



Interpretación gráfica:

Son una parábola y una recta.

La parábola y la recta son secantes. Se cortan en dos puntos: A(4, 1) y B(1, 4)

26 Resuelve el siguiente sistema formado por dos circunferencias e interpreta el resultado:

$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 18 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Se restan las dos ecuaciones y se obtiene una ecuación de 1^er grado. Se despeja en esta ecuación una incógnita y se sustituye en la ecuación de una de las circunferencias.

Se obtiene la solución:

$x = 3, y = 3$

La interpretación gráfica es que las dos circunferencias son tangentes. Se cortan en un punto, A(3, 3)

27 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} x - 3y &= -5 \\ xy - 2x - y &= 1 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja **x** de la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 4, y_1 = 3$

$x_2 = -2, y_2 = 1$

28 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{aligned} xy &= 3 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, se despeja la incógnita **y** de la 1ª ecuación, y se sustituye en la 2ª ecuación.

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 3, y_1 = 1$

$x_2 = 1, y_2 = 3$

4. Problemas de sistemas

29 Se mezcla aceite de oliva que cuesta a 3 € el litro con aceite de girasol que cuesta a 1 € el litro. Si tenemos 40 litros de mezcla a un precio de 2,5 € el litro, ¿cuántos litros de aceite de cada clase se han mezclado?

Solución:

x = litros de aceite de oliva.

y = litros de aceite de girasol.

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 40 \\ 3x + y &= 40 \cdot 2,5 \end{aligned}\right\}$$

x = 30 litros de aceite de oliva.

y = 10 litros de aceite de girasol.

30 Halla dos números sabiendo que el doble del primero más el segundo es igual a 13, y que la suma de sus cuadrados es 34

Solución:

$$\left.\begin{aligned} 2x + y &= 13 \\ x^2 + y^2 &= 34 \end{aligned}\right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 1ª ecuación.

La soluciones del sistema son:

$x_1 = 5, y_1 = 3$

$x_2 = \dfrac{27}{5}, y_2 = \dfrac{11}{5}$

Como el problema decía dos números, ambas soluciones son válidas.

31 En un garaje hay 50 vehículos entre coches y motos y el número de ruedas total, sin contar las de repuesto, es 160. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?

Solución:

x = nº de coches.

y = nº de motos.

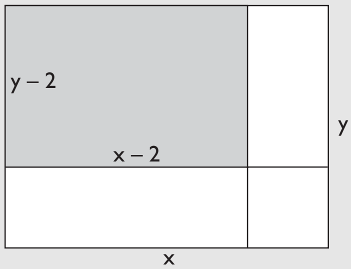
$$\left.\begin{aligned} x + y &= 50 \\ 4x + 2y &= 160 \end{aligned}\right\}$$

x = 30 coches.

y = 20 motos.

32 Una chapa tiene 28 m de perímetro. Si le cortamos 2 m de largo y otros 2 m de ancho, el área de la nueva chapa es de 24 m^2. Halla las dimensiones de la chapa inicial.

Solución:



$$\left.\begin{aligned} 2x + 2y &= 28 \\ (x - 2)(y - 2) &= 24 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 14 \\ xy - 2x - 2y &= 20 \end{aligned}\right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 1ª ecuación.

La soluciones del sistema son:

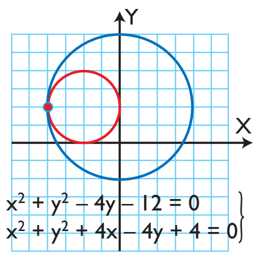
$x_1 = 8, y_1 = 6$

$x_2 = 6, y_2 = 8$

Por tanto, los lados de la plancha inicial miden 8 m y 6 m

Para ampliar

33 Resuelve gráficamente el sistema planteado en el siguiente gráfico:



Haz la interpretación gráfica.

Solución:

x = –4, y = 2

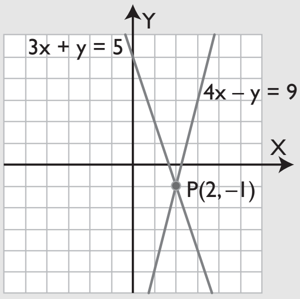
Las dos circunferencias se cortan en un punto A(– 4, 2) y, por tanto, son tangentes.

34 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + y = 5 \\ 4x - y = 9 \end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



La solución es: $x = 2, y = -1$

Las dos rectas son secantes.

El sistema es compatible determinado.

35 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6} \\ 2x + y = 8 \end{array}\right\}$$

Solución:

m.c.m.$(x, y, 6) = 6xy$

$$\left.\begin{array}{l} 6y + 6x = 5xy \\ 2x + \ \ y = 8 \end{array}\right\}$$

Ahora se resuelve por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 2ª ecuación.

Las soluciones son:

$x_1 = 3, y_1 = 2$

$x_2 = \dfrac{8}{5}, y_2 = \dfrac{24}{5}$

36 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = 0 \\ y = x^2 - 4 \end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

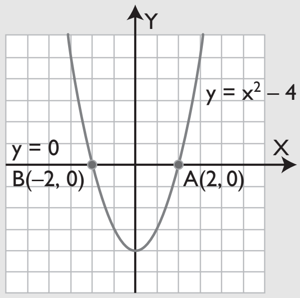
Se sustituye $y = 0$ en la 2ª ecuación y se resuelve.

Las soluciones son:

$x_1 = 2, y_1 = 0$

$x_2 = -2, y_2 = 0$

Interpretación gráfica:



Las soluciones corresponden a los puntos de corte de la parábola con el eje X

37 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x - y = 0 \\ x^2 + y = 6 \end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

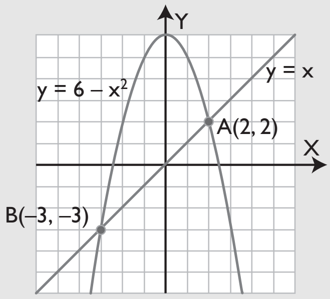
Se despeja la incógnita **y** de la 1ª ecuación.

Las soluciones son:

$x_1 = 2, y_1 = 2$

$x_2 = -3, y_2 = -3$

Interpretación gráfica:



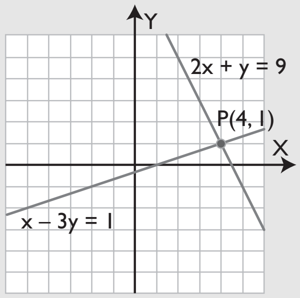
La recta y la parábola se cortan en dos puntos.

38 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



La solución es:

$x = 4, y = 1$

Las dos rectas son secantes.

El sistema es compatible determinado.

39 Hoy la edad de Mónica es el doble de la edad de Juan y dentro de 10 años la suma de sus edades será 65. ¿Cuántos años tienen hoy cada uno?

Solución:

	Hoy	Dentro de 10 años
Mónica	x	x + 10
Juan	y	y + 10

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y \\ x + 10 + y + 10 = 65 \end{array}\right\}$$

$x = 30$ años.

$y = 15$ años.

40 La diferencia de dos números **x** e **y** es 5, y el triple del mayor más el doble del menor son 45. Halla el valor de ambos números.

Solución:

x = número mayor.

y = número menor.

$$\left.\begin{array}{l} x - y = 5 \\ 3x + 2y = 45 \end{array}\right\}$$

$x = 11$

$y = 6$

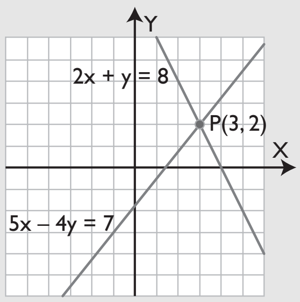
Problemas

41 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + \ \ y = 8 \\ 5x - 4y = 7 \end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



La solución es:

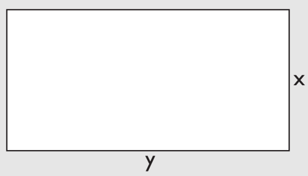
$x = 3, y = 2$

Las dos rectas son secantes.

El sistema es compatible determinado.

42 Un campo de fútbol tiene forma rectangular. El perímetro mide 300 m, y el largo es el doble del ancho. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:



$$\left.\begin{array}{l}2x + 2y = 300\\ y = 2x\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l}x + y = 150\\ y = 2x\end{array}\right\}$$

Se resuelve por sustitución.

La solución es:

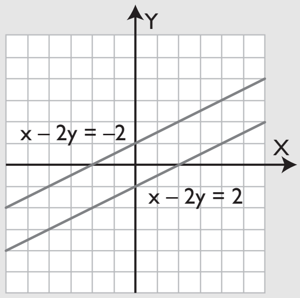
x = 50 m, y = 100 m

43 Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l}x - 2y = 2\\ x - 2y = -2\end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas y clasifica el sistema.

Solución:



Las rectas son paralelas; no tiene solución.

El sistema es incompatible.

44 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2}{x} + \dfrac{y}{3} = 2\\[2ex] \dfrac{x + y}{5} + \dfrac{x - y}{2} = \dfrac{1}{2}\end{array}\right\}$$

Solución:

m.c.m.(x, 3) = 3x

La 1ª ecuación se convierte en:

$6 + xy = 6x$

m.c.m.(5, 2) = 10

La 2ª ecuación se convierte en:

$7x - 3y = 5$

Se despeja **y** de esta ecuación y se sustituye en la otra.

Las soluciones son:

$x_1 = 2, y_1 = 3$

$x_2 = \dfrac{9}{7}, y_2 = \dfrac{4}{3}$

45 Meli compra 3 DVD y 4 CD, y paga 100 €; y Ana compra 4 DVD y 3 CD en la misma tienda, y paga 110 €. ¿Cuánto cuesta cada DVD y CD?

Solución:

$$\left.\begin{array}{l}3x + 4y = 100\\ 4x + 3y = 110\end{array}\right\}$$

La solución es:

un DVD cuesta 20 €

un CD cuesta 10 €

46 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l}y - 2x = 1\\ x^2 + y = 4\end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

Se resuelve por igualación, despejando la incógnita **y** de las dos ecuaciones.

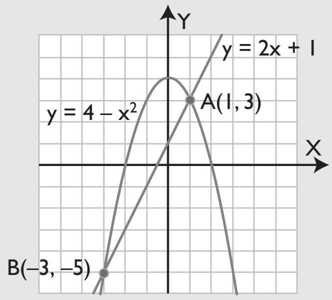
Las soluciones son:

$x_1 = 1, y_1 = 3$

$x_2 = -3, y_2 = -5$

Interpretación gráfica:

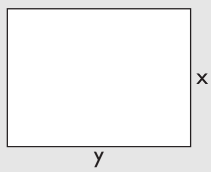
Son una recta y una parábola.



La recta y la parábola son secantes, se cortan en dos puntos.

47 Un piso tiene forma rectangular y su área es de 108 m². Si el largo mide 3 m más que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del piso?

Solución:



$$\left.\begin{array}{l} xy = 108 \\ y = x + 3 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por sustitución.

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 9, y_1 = 12$

$x_2 = -12, y_2 = -9$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

El piso mide de largo 12 m y de ancho 9 m

48 Halla los puntos de corte de las siguientes funciones: $y = x^2, y = x^3$

Solución:

Hay que resolver el sistema formado por las ecuaciones; se resuelve por igualación.

$x^3 = x^2$

$x^3 - x^2 = 0$

$x^2(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$

Las soluciones del sistema son:

$x_1 = 0, y_1 = 0$

$x_2 = 1, y_2 = 1$

Luego los puntos comunes de las dos funciones son:

$O(0, 0), A(1, 1)$

49 La suma de dos números es 5, y la suma de sus inversos es 5/6. Halla ambos números.

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6} \end{array}\right\}$$

m.c.m.$(x, y, 6) = 6xy$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ 6x + 6y = 5xy \end{array}\right\}$$

Se resuelve por sustitución:

Se obtienen las soluciones:

$x_1 = 2, y_1 = 3$

$x_2 = 3, y_2 = 2$

Luego los números son 2 y 3

50 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = x \\ y = \sqrt{x} \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

$x = \sqrt{x}$

$x^2 = x$

$x^2 - x = 0$

$x(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$

$x_1 = 0, y_1 = 0$

$x_2 = 1, y_2 = 1$

51 La suma de las edades de un padre y su hija es de 70 años. Dentro de 10 años la edad del padre será el doble de la edad de su hija. ¿Qué edad tiene ahora cada uno?

Solución:

	Padre	Hija
Edad hoy	x	y
Edad dentro de 10 años	$x + 10$	$y + 10$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 70 \\ x + 10 = 2(y + 10) \end{array}\right\}$$

Se resuelve por igualación.

La solución es

Edad del padre: $x = 50$ años.

Edad de la hija: $y = 20$ años.

52 Se mezcla café de tipo A que cuesta a 6 € el kilo con café de tipo B que cuesta a 4 € el kilo. Si tenemos 120 kilos de mezcla que sale a 4,5 € el kilo, ¿cuántos kilos de café de cada clase se han mezclado?

Solución:

x = kilos de café tipo A

y = kilos de café tipo B

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 120 \\ 6x + 4y = 120 \cdot 4{,}5 \end{array}\right\}$$

$x = 30$ kilos de café tipo A

$y = 90$ kilos de café tipo B

53 Tres kilos de manzanas y dos kilos de naranjas cuestan 9 €. Dos kilos de manzanas y dos kilos de naranjas cuestan 7 €. ¿Cuánto vale el kilo de manzanas y el kilo de naranjas?

Solución:

x = precio kg manzanas.

y = precio kg de naranjas.

$$\left.\begin{array}{l}3x + 2y = 9\\ 2x + 2y = 7\end{array}\right\}$$

$x = 2$ €/kg

$y = 1,5$ €/kg

54 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l}x^2 - 2y = 0\\ y + yx^2 = 1\end{array}\right\}$$

Solución:

Se despeja la incógnita **y** de la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª

Las soluciones son:

$x_1 = 1, y_1 = \dfrac{1}{2}$

$x_2 = -1, y_1 = \dfrac{1}{2}$

55 Halla los puntos de corte de las siguientes funciones: $y = x^2 + 2x - 3$, $y = -x^2 + 1$

Haz la representación gráfica para comprobarlo.

Solución:

Son las soluciones del sistema correspondiente, que se resuelve por igualación:

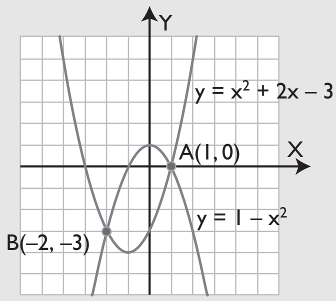
$x_1 = 1, y_1 = 0$

$x_2 = -2, y_2 = -3$

Los puntos de corte son:

A(1, 0) y

B(–2, –3)



56 Un aula tiene forma rectangular. Si mide 2 metros más de larga que de ancha y el área es de 63 m^2, halla las dimensiones del aula.

Solución:

x = longitud.

y = anchura.

$$\left.\begin{array}{l}x = y + 2\\ xy = 63\end{array}\right\}$$

$x = 9$ m

$y = 7$ m

También se obtienen dos soluciones negativas que no tienen sentido.

57 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l}y = x^3 - x\\ 2x - y = 2\end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

Se obtiene una ecuación de 3er grado

$x^3 - 3x + 2 = 0$

Hay que resolverla aplicando el teorema del factor.

Tiene las raíces: $x_1 = 1, x_2 = -2$

Las soluciones del sistema son:

$x_1 = 1, y_1 = 0$

$x_2 = -2, y_2 = -6$

Para profundizar

58 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l}y = 3 - 2x\\ y = 2x - x^2\end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

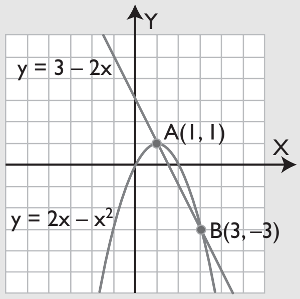
Se resuelve por igualación.

Las soluciones del sistema son:

$x_1 = 1, y_1 = 1$

$x_2 = 3, y_2 = -3$

Interpretación gráfica:



La recta y la parábola se cortan en dos puntos.

59 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 \\ \dfrac{x+y}{3} = \dfrac{x}{2} \end{array}\right\}$$

Solución:

m.c.m.$(x, y) = xy$

La 1ª ecuación se convierte en:

$2y + x = 2xy$

m.c.m.$(2, 3) = 6$

La 2ª ecuación se convierte en:

$x - 2y = 0$

Se despeja **x** de esta ecuación y se sustituye en la otra.

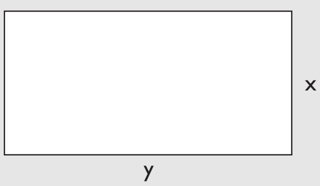
Las soluciones son:

$x_1 = 0, y_1 = 0$

$x_2 = 2, y_2 = 1$

60 Un campo de baloncesto tiene forma rectangular. El largo más el ancho mide 60 m, y el área es de 800 m^2. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:



$$\left.\begin{array}{l} x + y = 60 \\ xy = 800 \end{array}\right\}$$

Las soluciones son:

$x_1 = 20, y_1 = 40$

$x_2 = 40, y_2 = 20$

Por tanto, el campo mide de largo 40 m, y de ancho, 20 m

61 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ xy = 6 \end{array}\right\}$$

Interpreta gráficamente las soluciones obtenidas.

Solución:

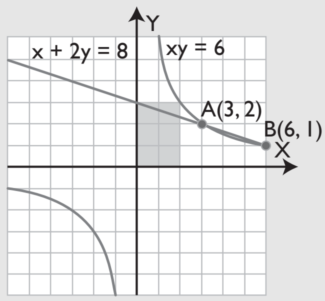
Se resuelve por igualación, despejando **x** de ambas ecuaciones:

Las soluciones son:

$x_1 = 2, y_1 = 3$

$x_2 = 6, y_2 = 1$

Son una recta y una hipérbola.



Se cortan en dos puntos.

62 La suma de dos números es 15, y la diferencia de sus cuadrados también es 15. Halla ambos números.

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 15 \\ x^2 - y^2 = 15 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por sustitución, despejando **y** de la 1ª ecuación.

Las soluciones son:

$x = 8, y = 7$

63 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = x^4 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación:

$x^4 = x^2$

$x^4 - x^2 = 0$

$x^2(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1$

Las soluciones son:

$x_1 = 0, y_1 = 0$

$x_2 = 1, y_2 = 1$

$x_3 = -1, y_3 = 1$

64 Halla los puntos de corte de las siguientes funciones:

$y = 3x^2 - 6x$ $y = -x^2 + 6x - 8$

Representa ambas funciones para comprobarlo.

Solución:

Consiste en resolver el sistema formado por las dos ecuaciones.

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$x_1 = 2, y_1 = 0$

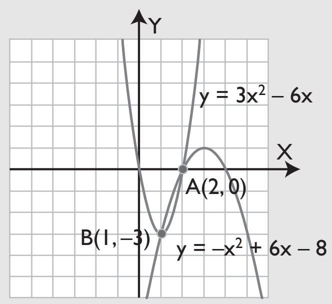
$x_2 = 1, y_2 = -3$

Los puntos de corte son:

A(2, 0) y B(1, –3)

Representación gráfica:

Son dos parábolas.



65 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - 2x - y = -3 \\ 2y - x^2 = 2 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación despejando la incógnita **y** de las dos ecuaciones.

La única solución es:

$x = 2, y = 3$

66 Halla una fracción equivalente a 3/4 y tal que la suma del numerador y del denominador valga 35

Solución:

x = numerador.

y = denominador.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{4} \\ x + y = 35 \end{array}\right\}$$

$x = 15$

$y = 20$

67 Un campo de voleibol mide de perímetro 100 m y de área 600 m². Calcula las dimensiones del campo.

Solución:

x = longitud.

y = anchura.

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 2y = 100 \\ xy = 600 \end{array}\right\}$$

$x = 30$ m

$y = 20$ m

68 La edad de un padre es el triple que la de su hijo y dentro de 12 años será el doble. ¿Qué edad tiene cada uno?

Solución:

	Hoy	Dentro de 12 años
Hijo	x	x + 12
Padre	y	y + 12

$$\left.\begin{aligned} y &= 3x \\ y + 12 &= 2(x + 12) \end{aligned}\right\}$$

x = 30 años.

y = 10 años.

Aplica tus competencias

69 Un móvil A lleva un movimiento uniforme de ecuación e = 2t. Otro móvil B lleva un movimiento uniformemente acelerado de ecuación $e = t^2$. El tiempo se expresa en segundos, y el espacio, en metros. Halla en qué instantes se encuentran. Haz la representación gráfica.

Solución:

Hay que resolver el sistema:

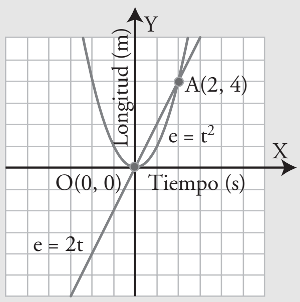
$$\left.\begin{array}{l} e = 2t \\ e = t^2 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$t_1 = 0$ s, $e_1 = 0$ m

$t_2 = 2$ s, $e_2 = 4$ m



70 Un móvil A lleva un movimiento uniforme de ecuación $e = \frac{5t}{4} - \frac{1}{2}$. Otro móvil B lleva un movimiento uniformemente acelerado de ecuación $e = \frac{t^2}{8} + \frac{t}{4} + 1$. El tiempo se expresa en segundos, y el espacio, en metros. Halla en qué instantes se encuentran.

Solución:

Hay que resolver el sistema:

$$\left.\begin{array}{l} e = \dfrac{5t}{4} - \dfrac{1}{2} \\ e = \dfrac{t^2}{8} + \dfrac{t}{4} + 1 \end{array}\right\}$$

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$t_1 = 2$ s, $e_1 = 2$ m

$t_2 = 6$ s, $e_2 = 7$ m

Comprueba lo que sabes

1 Define qué es un sistema de ecuaciones no lineales y pon un ejemplo. No es necesario que lo resuelvas.

Solución:

Un sistema de **ecuaciones no lineales** es un sistema de ecuaciones en el que, por lo menos, hay una ecuación que no es lineal.

Ejemplo

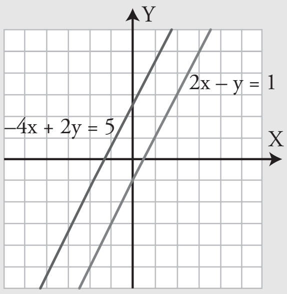
$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = x - 3 \end{array}\right\}$$

2 Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo por el número de soluciones:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - y = 1 \\ -4x + 2y = 5 \end{array}\right\}$$

Solución:

Son dos rectas paralelas; por tanto, el sistema no tiene solución.



El sistema es lineal e incompatible.

3 Resuelve el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{4x - y}{6} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 1ª ecuación.

La solución es $x = 1, y = 3$

4 Resuelve el siguiente sistema e interpreta la solución gráficamente:

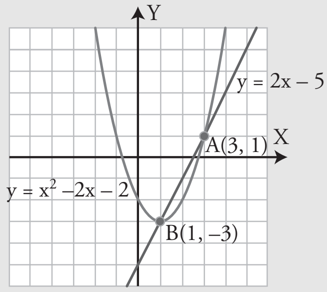
$$\left.\begin{array}{l} y = 2x - 5 \\ y = x^2 - 2x - 2 \end{array}\right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

Las soluciones son:

$x_1 = 3, y_1 = 1; x_2 = 1, y_2 = -3$

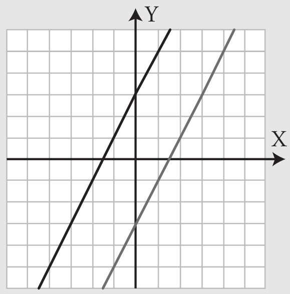


La recta y la parábola se cortan en dos puntos.

5 Resuelve gráficamente el siguiente sistema y a la vista de la solución clasifícalo:

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ 2x - y = -3 \end{array}\right\}$$

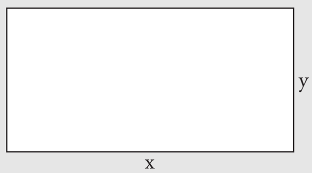
Solución:



El sistema es incompatible.

6 El patio de un colegio tiene forma rectangular. El largo es el doble del ancho y el perímetro mide 600 m. Halla las dimensiones del patio.

Solución:



x = longitud

y = anchura

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y \\ 2x + 2y = 600 \end{array}\right\}$$

x = 200 m

y = 100 m

7 Halla dos números sabiendo que su producto es 6 y la suma de sus cuadrados es 13

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{array}\right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 1ª ecuación: aparece una ecuación bicuadrada.

Las soluciones son:

$x_1 = 2, y_1 = 3$

$x_2 = -2, y_2 = -3$

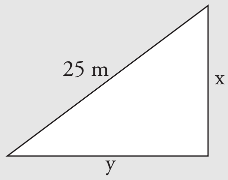
$x_3 = 3, y_3 = 2$

$x_4 = -3, y_4 = -2$

Los números pueden ser 2 y 3, y también –2 y –3

8 Los catetos de un triángulo rectángulo son proporcionales a 3 y 4, y la hipotenusa mide 25 m. Calcula cuánto mide cada cateto.

Solución:



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{4} \\ x^2 + y^2 = 25^2 \end{array}\right\}$$

Se resuelve el sistema por sustitución, despejando la incógnita **y** de la 1ª ecuación.

Las soluciones son:

$x_1 = 15, y_1 = 20; x_2 = -15, y_2 = -20$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

Los catetos miden 15 m y 20 m

Paso a paso

71 Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + y = 7 \\ -3x + 2y = -4 \end{array}\right\}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

72 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + y = 17 \\ 4x - 5y = 10 \end{array}\right\}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:

73 Calcula los lados de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 22 m, y el área, 28 m^2

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

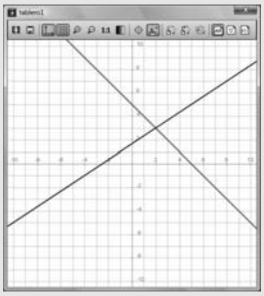
74 **Internet.** Abre: **www.editorial-bruno.es** y elige **Matemáticas, curso** y **tema.**

Practica

75 Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{array}\right\}$$

Solución:



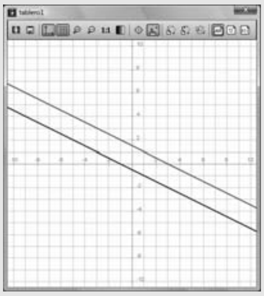
El sistema es compatible determinado.

Solución: x = 2, y = 3

76 Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{array}\right\}$$

Solución:

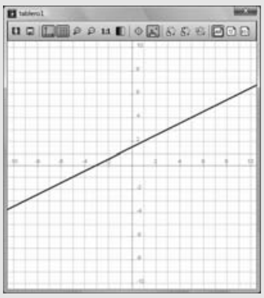


El sistema es incompatible, es decir, no tiene solución.

77 Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible, halla la solución:

$$\left.\begin{array}{r} -x + 2y = 3 \\ 2x - 4y = -6 \end{array}\right\}$$

Solución:



Solución:
El sistema es compatible indeterminado.

Tiene infinitas soluciones: todos los puntos de dicha recta.

Por ejemplo:

$x = 1, y = 2$

$x = 3, y = 3$

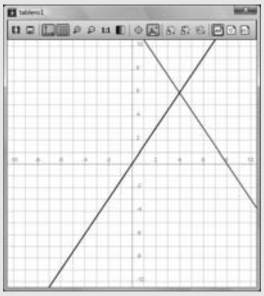
……………

78 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar la solución obtenida:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 4 \\ 3x = 2y \end{array}\right\}$$

Solución:
Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.

$x = 4, y = 6$

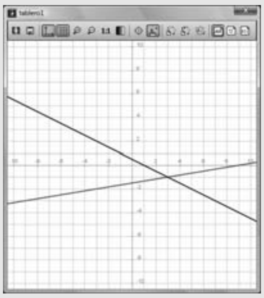


79 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar la solución obtenida:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} - \dfrac{x + 3y}{3} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{2x + y}{6} - \dfrac{x}{4} = \dfrac{1}{12} \end{array}\right\}$$

Solución:
Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.

$x = 3, y = -1$



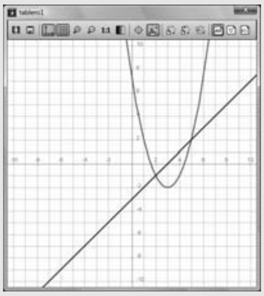
80 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar las soluciones obtenidas:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = x - 3 \end{array}\right\}$$

Solución:
Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.

$x_1 = 2, y_1 = -1$

$x_2 = 5, y_2 = 2$



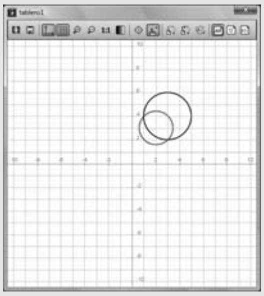
81 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y luego haz la representación gráfica para comprobar las soluciones obtenidas:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0 \end{array}\right\}$$

Solución:
Se introduce una ecuación en cada cuadro de texto.

$x_1 = 1, y_1 = 4$

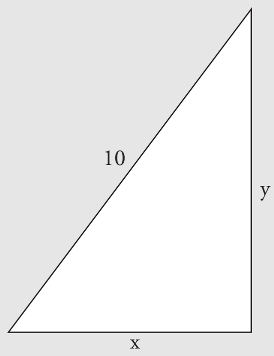
$x_2 = 3, y_2 = 2$



Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:

82 Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la hipotenusa mide 10 m y que los catetos son proporcionales a 3 y 4

Solución:



Se aplica el teorema de Pitágoras

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 10^2 \\ \dfrac{x}{3} = \dfrac{y}{4} \end{array}\right\}$$

Las soluciones del sistema son:

$x_1 = 6, y_1 = 8$

$x_2 = -6, y_2 = -8$

Las soluciones negativas no tienen sentido.

Por tanto, los catetos miden 6 m y 8 m

83 Halla dos números sabiendo que suman 12 y que el producto es 35

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ xy = 35 \end{array}\right\}$$

La soluciones del sistema son:

$x_1 = 7, y_1 = 5$

$x_2 = 5, y_2 = 7$

Los números son 5 y 7

84 Meli compra 3 DVD y 4 CD, y paga 100 €; y Ana compra 4 DVD y 3 CD en la misma tienda, y paga 110 €. ¿Cuánto cuesta cada DVD y CD?

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 4y = 100 \\ 4x + 3y = 110 \end{array}\right\}$$

Un DVD cuesta 20 €

Un CD cuesta 10 €